基于奇偶函数和 Fourier 级数的三球面法绝对检验

王云涛[1], 陈磊[1*], 孔璐[1], 杨光[2], 胡晨辉[1]
[1]南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094;
[2]南京理工大学先进发射协同创新中心, 江苏 南京 210094

摘要 为获得三维面形的绝对分布,提出一种基于奇偶函数和 Fourier 级数的三球面面形重建方法。该方法在传统三球面法的测量基础上将测试面旋转 90°后再次测量,将待测面面形分解为奇偶函数形式的正交基函数,并对于各正交基函数分别求解。利用实际面形进行算法仿真,面形残差均方根值(RMS)达到 1.5λ/1000。将本文三球面法与两球面法、随机球法作比较,残差 RMS 最大为 1.99 nm。针对实验中机构的旋转、平移、倾斜、离焦误差等进行量化分析,最大误差为 0.90 nm。本文实现了球面三维面形绝对分布的检测,为多个球面镜的同步全口径检测提供了一种途径。

关键词 测量; 光干涉测试; 绝对检验; 三球面法; 奇偶函数法; 误差分析
中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201946.1104001

Absolute Test via Three-Sphere Method Based on Odd/Even Functions and Fourier Series

Wang Yuntao[1], Chen Lei[1*], Kong Lu[1], Yang Guang[2], Hu Chenhui[1]
[1]*School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu* 210094, *China*;
[2]*Advanced Launch Corporative Innovation Center, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu* 210094, *China*

Abstract To obtain the absolute distribution of a three-dimensional surface, a method for three-sphere construction based on odd/even functions and the Fourier series is proposed. According to the traditional three-sphere method, the measurement of a test surface rotating by 90° is included in the combined experiments. Further, the surface shape distribution is decomposed into orthogonal basis functions in the odd/even form, and the functions are all solved individually. The algorithm is simulated based on the actual shape, and the root mean square (RMS) of the residual error reaches 1.5λ/1000. The proposed three-sphere method is also compared with the two-sphere method and the random ball method; the maximum residual RMS is 1.99 nm. The rotation, translation, tilt, and defocus errors of the adjustment mechanism during the experiments are quantitatively analyzed; a maximum error of 0.90 nm is revealed. The absolute distribution of the three-dimensional surface is detected in this study, enabling synchronous full-aperture detection of multiple spherical mirrors.

Key words measurement; optical interference test; absolute test; three-sphere method; odd-even function; error analysis
OCIS codes 120.3180; 350.4800; 220.1010

1 引 言

在干涉检测中,面形误差检测精度主要受到参考面质量的影响[1-5]。为得到被测面的绝对面形误差分布信息,现有的解决方案[6-7]有:一是提供更高面形精度的参考面,如利用点衍射干涉仪产生接近理想球面的参考面,该方法需要额外搭建点衍射干涉仪,实现难度高;二是对参考面误差进行标定,分

收稿日期: 2019-05-28; **修回日期**: 2019-06-26; **录用日期**: 2019-07-01
基金项目: 国家自然科学基金(U1731115)、江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX19_0285)
* **E-mail**: chenlei@njust.edu.cn

离出参考面误差影响以提高检测精度，即绝对检验技术。现有的球面绝对检测技术有两球面法、平移旋转法、随机球法和三球面法等。两球面法检测[8-10]时，测试光在猫眼位置会发生光路反转而失去共光路条件，导致干涉检测结果对调整误差不敏感，在结果中可能会引入彗差、像散等调整误差，进而影响绝对检验结果的准确性。平移旋转法[11-13]需要将面形分解为旋转对称项和旋转非对称项，数据处理复杂；而且平移操作会引入倾斜，导致面形上产生像散项，像散难以消除。随机球法[14-18]为实现高精度测量，需要小球精度的均方根值(RMS)达到 2 nm，制造成本高；同时需要进行多次测量，不同时刻的时空特性会影响测量结果的重复性；此外，仍无法定量解释不同测试之间是否满足非相关性采样区域，从而影响结果收敛的准确性。

1971 年，由 Harris[19] 将三面互检法引入到球面测试领域。1989 年，Elssner 等[20] 对三球面绝对检验做了详细的理论研究和实验测试。2008 年，Schreiner 等[21] 利用奇偶项分解，结合两球面的猫眼位置完成了面形检测，并实现了面形拼接，但猫眼位置的检测带来了新的像差。三球面法在测试过程中能够一直保持共轴共光路条件，不需对两球面法的猫眼位置、平移旋转法的横向平移位置进行检测，成本低于随机球法，可同步得到多个球面的绝对面形分布，值得进一步研究。

本文利用 3 个待测球面进行 4 次组合测量，将 4 次测量结果分解为奇偶函数的形式，通过联合求解，最终得到重建的面形结果。为研究本文算法精度，进行实际面形的仿真实验。此外，进行三球面法、随机球法、两球面法的具体操作，互相验证各方法的准确性。最后，对实验过程中的机构调整的旋转、平移、倾斜、离焦误差等进行量化分析和总结。

2　原　　理

为实现球面整个面形的检测，选择合适的面形重建方法尤为重要。面形重建的方法有 Zernike 多项式拟合法、奇偶函数法等，其中奇偶函数法计算量更小，且能更大程度地保留待测面形的高频信息，人工操作对实验精度影响小。因此，选择奇偶函数法来分析和提高测量结果。

在笛卡尔坐标系中，每个二维函数表示的面形 F 都可以表示为奇-偶项 F_{oe}、偶-奇项 F_{eo}、偶-偶项 F_{ee} 和奇-奇项 F_{oo} 之和。其中，F_{oo} 相对于其他项是线性对立的，无法直接求出，但 F_{oo} 可以展开为 Fourier 级数的形式，其中的基频项可以通过一次测试面 90°旋转测量求出。对于球面，高频成分很小，用 F_{oo} 的 Fourier 级数的基频项可以包含球面的 F_{oo} 的主要频谱成分。如果需要获得更高频谱的信息，需要做更多次的小角度旋转测量。测量次数的增加，会引入更多的误差，且费时费力。综上，以 F_{oo} 的基频项来近似代替 F_{oo}[22]。那么，一个面形的完整信息可由 F_{oe}、F_{eo}、F_{ee}、F_{oo} 的基频项的和来近似表示。

借鉴三平面绝对检验方法[23]，本文采用三球面法。图 1 为 4 次组合测量，以测试面的方向为基准，建立空间坐标系 xyz，x、y 为球面上点的位置，z 为球面的面形高低，假设 3 个球面的光学表面面形分别为 A、B、C，M_1、M_2、M_3、M_4 为 4 次测量结果。在所有的测量中，B^{T}、C^{T} 用作参考面，A、A^{90}、B 用作测试面。B^{T}、C^{T} 是在 x 方向相对于 B、C 的翻转，A^{90} 是球面 A 逆时针旋转 90°。

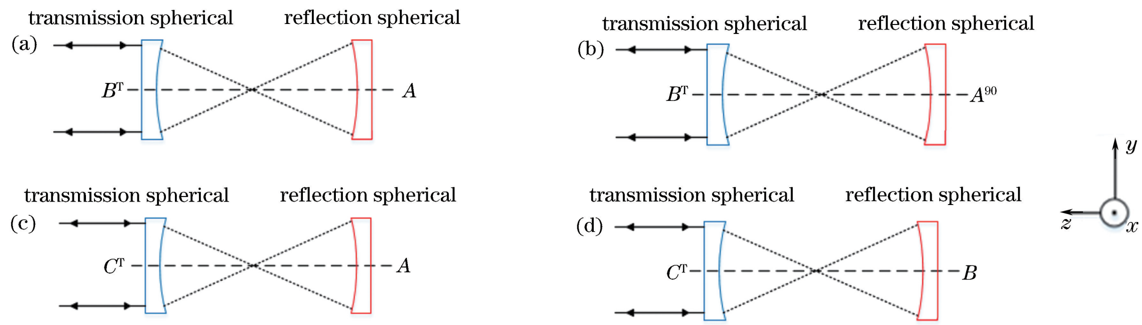

图 1　三球面法的 4 次组合测量。(a) M_1；(b) M_2；(c) M_3；(d) M_4

Fig. 1　Four combined measurements of three-sphere method. (a) M_1; (b) M_2; (c) M_3; (d) M_4

定义两个算子，翻转为$[\,]^{\mathrm{T}}$，旋转为$[\,]^{\theta}$。通过翻转、旋转运算，只改变各项的正负，可求得球面面形的各项为

$$\begin{cases}[F(x,y)]^{\mathrm{T}}=F(-x,y)\\ [F(x,y)]^{\theta}=F(x\cos\theta-y\sin\theta,x\sin\theta+y\cos\theta)\end{cases}。\tag{1}$$

与三平面绝对检验测量不同，球面干涉测量时，探测的被测面信息相对于实际面形有一次180°的旋转运算。那么在4次组合测量时，相对于既定坐标系，参考面有一次翻转运算，测试面有一次180°旋转运算，具体表示为

$$\begin{cases}M_1=W_s+[B]^{\mathrm{T}}+[A]^{180}\\ M_2=W_s+[B]^{\mathrm{T}}+[[A]^{90}]^{180}\\ M_3=W_s+[C]^{\mathrm{T}}+[A]^{180}\\ M_4=W_s+[C]^{\mathrm{T}}+[B]^{180}\end{cases},\tag{2}$$

式中，W_s是系统误差。

三个球面各自的F_{oe}、F_{eo}、F_{ee}都可通过(2)式的叠加、翻转和旋转运算求得。各面形的偶-奇项和奇-偶项。表示为

$$\begin{cases}A_{oe}+A_{eo}=\dfrac{1}{2}[(M_2+M_2^{90})-(M_1+M_1^{90})]\\ B_{oe}+B_{eo}=\dfrac{1}{2}\ [M_1-M_1^{180}]^{\mathrm{T}}+[A_{oe}+A_{eo}]^{\mathrm{T}},\\ C_{oe}+C_{eo}=\dfrac{1}{2}\ [M_3-M_3^{180}]^{\mathrm{T}}+[A_{oe}+A_{eo}]^{\mathrm{T}}\end{cases}\tag{3}$$

式中，A_{oe}为球面A的奇-偶项，A_{eo}为球面A的偶-奇项，B_{oe}为球面B的奇-偶项，B_{eo}为球面B的偶-奇项，C_{oe}为球面C的奇-偶项，C_{eo}为球面C的偶-奇项，M_1^{90}为第1次测量作90°旋转运算，M_2^{90}为第2次测量作90°旋转运算，M_1^{180}为第1次测量作180°旋转运算，M_3^{180}为第3次测量作180°旋转运算。

对M_1、M_3、M_4这3个测量结果进行180°旋转运算，组合运算后可从中去掉已求得的偶-奇项和奇-偶项，表示为

$$\begin{cases}m_1=\dfrac{1}{2}(M_1+M_1^{180})=A_{ee}+A_{oo}+B_{ee}-B_{oo}\\ m_3=\dfrac{1}{2}(M_3+M_3^{180})=A_{ee}+A_{oo}+C_{ee}-C_{oo},\\ m_4=\dfrac{1}{2}(M_4+M_4^{180})=B_{ee}+B_{oo}+C_{ee}-C_{oo}\end{cases}\tag{4}$$

式中，A_{ee}为球面A的偶-偶项，A_{oo}为球面A的奇-奇项，B_{ee}为球面B的偶-偶项，B_{oo}为球面B的奇-奇项，C_{ee}为球面C的偶-偶项，C_{oo}为球面C的奇-奇项，M_4^{180}为第4次测量作180°旋转运算，m_1、m_3、m_4的各自组合都只包含偶-偶项和奇-奇项。进而，各面形的偶-偶项为

$$\begin{cases}A_{ee}=\dfrac{1}{4}\{(m_1+m_3-m_4)+[m_1+m_3-m_4]^{\mathrm{T}}\}\\ B_{ee}=\dfrac{1}{2}[(m_1+m_1^{\mathrm{T}})-2A_{ee}]\\ C_{ee}=\dfrac{1}{2}[(m_3+m_3^{\mathrm{T}})-2A_{ee}]\end{cases},\tag{5}$$

式中，m_1^{T}为m_1作翻转运算，m_3^{T}为m_3作翻转运算。

在极坐标系中，F_{oo}可分解为一系列Fourier级数。那么，任意面形的F_{oo}和90°旋转运算$[F_{oo}]^{90}$分别表示为

$$\begin{cases}F_{oo}=\sum\limits_{N=1,2,3\cdots}a_{2N}\sin(2N\gamma)\\ [F_{oo}]^{90}=-\sum\limits_{N=1,3,5\cdots}a_{2N}\sin(2N\gamma)+,\\ \sum\limits_{N=0,2,4\cdots}a_{2N}\sin(2N\gamma)\end{cases}\tag{6}$$

式中，a_{2N}为对应展开项系数，N为自然数。因为，F_{oo}的周期为180°，以2γ表示在极坐标系下F_{oo}的周期，将(6)式改写为

$$\begin{cases}F_{oo}=F_{oo,2\gamma}=F_{oo,2\gamma,\mathrm{odd}}+F_{oo,2\gamma,\mathrm{even}}\\ F_{oo}^{90}=F_{oo,2\gamma}^{90}=-F_{oo,2\gamma,\mathrm{odd}}+F_{oo,2\gamma,\mathrm{even}}\end{cases},\tag{7}$$

式中，$F_{oo,2\gamma}$为在极坐标系下面形F的奇-奇项，$F_{oo,2\gamma,\mathrm{odd}}$为奇-奇项的奇数部分，$F_{oo,2\gamma,\mathrm{even}}$为奇-奇项的偶数部分，$F_{oo}^{90}$为面形$F$奇-奇项作90°旋转运算，$F_{oo,2\gamma}^{90}$为在极坐标系下面形$F$奇-奇项作90°旋转运算。

此时，F_{oo}的基频项为

$$F_{oo,2\gamma,\mathrm{odd}}=\frac{1}{2}(F_{oo}-F_{oo}^{90})。\tag{8}$$

从M_1、M_3、M_4中去掉已求得的偶-奇项、奇-偶项和偶-偶项，只剩下奇-奇项，表示为

$$\begin{cases}m'_1=M_1-[A_{ee}+A_{oe}+A_{eo}]^{180}-[B_{ee}+B_{oe}+B_{eo}]^{\mathrm{T}}=A_{oo}-B_{oo}\\ m'_2=M_2-[A_{ee}+A_{oe}+A_{eo}]^{-90}-[B_{ee}+B_{oe}+B_{eo}]^{\mathrm{T}}=A_{oo}^{90}-B_{oo},\\ m'_4=M_4-[B_{ee}+B_{oe}+B_{eo}]^{180}-[C_{ee}+C_{oe}+C_{eo}]^{\mathrm{T}}=B_{oo}-C_{oo}\end{cases}\tag{9}$$

式中，m'_1为球面A和球面B的奇-奇项的组合，m'_2为球面A和球面B的奇-奇项的组合，m'_4为球面B和球面C的奇-奇项的组合，A_{oo}^{90}为球面A的奇-奇项作90°旋转运算。

3个球面各自的奇-奇项的基频项表示为

$$\begin{cases} A_{\mathrm{oo},2\gamma,\mathrm{odd}} = \frac{1}{2}(A_{\mathrm{oo}} - A_{\mathrm{oo}}^{90}) = \frac{1}{2}(m'_1 - m'_2) \\ B_{\mathrm{oo},2\gamma,\mathrm{odd}} = \frac{1}{2}(B_{\mathrm{oo}} - B_{\mathrm{oo}}^{90}) = \frac{1}{2}[(m'_1)^{90} - m'_2] \\ C_{\mathrm{oo},2\gamma,\mathrm{odd}} = \frac{1}{2}(C_{\mathrm{oo}} - C_{\mathrm{oo}}^{90}) = \frac{1}{2}[(m'_4)^{90} - m'_4 + (m'_1)^{90} - m'_2] \end{cases}, \tag{10}$$

式中，B_{oo}^{90}和C_{oo}^{90}分别为球面B和C奇-奇项作90°旋转运算，$(m'_1)^{90}$和$(m'_4)^{90}$为m'_1和m'_4分别作90°旋转运算。

综上所述，4次组合测量的结果可以同步实现3个球面的全口径重建，即

$$\begin{cases} A = A_{\mathrm{ee}} + A_{\mathrm{oe}} + A_{\mathrm{eo}} + A_{\mathrm{oo},2\gamma,\mathrm{odd}} \\ B = B_{\mathrm{ee}} + B_{\mathrm{oe}} + B_{\mathrm{eo}} + B_{\mathrm{oo},2\gamma,\mathrm{odd}} \\ C = C_{\mathrm{ee}} + C_{\mathrm{oe}} + C_{\mathrm{eo}} + C_{\mathrm{oo},2\gamma,\mathrm{odd}} \end{cases}。 \tag{11}$$

3　算法仿真及评估

为验证本文方法的精度，在不考虑装调误差的前提下，进行如图2的仿真。进行三球面绝对检验的具体实验，得到峰谷值(PV)在35～43 nm范围，RMS在5.7～6.9 nm范围的面形数据，以其中的3个测量结果分别作为球面的初始面形A、B、C。由这3个面形通过三球面法的4次组合测量，得到仿真所需的M_1、M_2、M_3、M_4。根据本文面形重建算法，将M_1、M_2、M_3、M_4代入其中，得出重建的面形分别记作A'、B'、C'。将初始面形A、B、C分别减去重建面形A'、B'、C'，得到各自球面的残差。

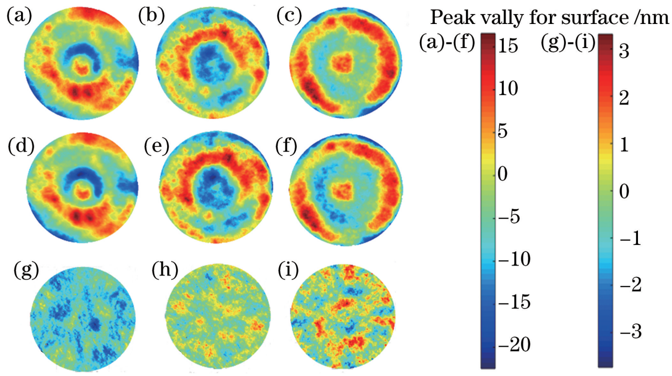

图2　三球面法的仿真实验。(a) A；(b) B；(c) C；(d) A'；(e) B'；(f) C'；(g) A-A'；(h) B-B'；(i) C-C'

Fig. 2　Simulation experiments of three-sphere method.

(a) A; (b) B; (c) C; (d) A'; (e) B'; (f) C'; (g) A-A'; (h) B-B'; (i) C-C'

本文算法重建的面形与初始面形轮廓完全一致，图2(g)～(i)残差的RMS值分别为0.87、0.89、0.93 nm，达到1.5λ/1000，可以实现亚纳米量级的高精度仿真结果。同时，将三球面法的求解范围从传统在两条正交直径上的结果扩展到整个面形。

4　实验与结果

在具体实验中，使用美国ZYGO公司生产的斐索型相移干涉仪(型号GPI XP 4″)，工作波长为633 nm，干涉仪出射光波口径为4 inch(10.16 cm)。待检测的3个球面镜头分别是A(ZYGO，F/0.68)、B(ZYGO，F/0.65)、C(ZYGO，F/0.65)。

为减小环境振动干扰，所有实验设备放置在光学平台上，并用玻璃外罩隔绝空气流动。同时减少人为因素的干扰。更换镜头过程中使用“十字插丝”来确定中心，旋转操作时保持条纹变化量小于2条，减小装调误差对结果的影响。测试镜在360°旋转下，保持小于2条干涉条纹的变化量，保证三球面法在测试过程中能够实现共轴测量。利用本文方法进行实验操作，并对实验结果进行面形重建，结果如图3所示。

球面A的PV值为41.06 nm、RMS值为6.33 nm，球面B的PV值为39.27 nm、RMS值为5.77 nm，球面C的PV值为39.49 nm、RMS值为5.86 nm。为验证面形的真实性，在完全相同的实验条件下，同时完成了传统三球面法实验、随机球法实验和两球面法实验，利用这3个实验来验证本文方法的准确性。

本文实验方法在两个正交直径上的面形结果是在两个正交直径方向上的数据，横向直径为A_u、

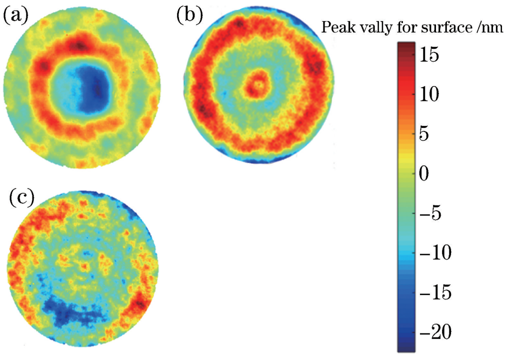

图 3　三球面法的实验结果。(a) A;(b) B;(c) C

Fig. 3　Experimental results of three-sphere method. (a) A; (b) B; (c) C

B_u、C_u，竖向直径为A_v、B_v、C_v，表现为虚线。同时，完成了传统的三球面法实验，即两条正交直径上的测量[17-18]。如图 4 所示，传统三球面法的横向直径为 A'_u、B'_u、C'_u，竖向直径为 A'_v、B'_v、C'_v，表现为实线。观察两种实验方法在两个正交直径方向上的面形情况，对应的残差为两种方法点对点相减。

图 4(a)～(f)的横坐标为像素点数，代表不同位置，纵坐标为各位置处的面形高低，单位为 nm。比较图 4(a)～(f)，两种方法解得在水平、竖直直径方向上的面形轮廓基本吻合，每个图内虚线与实线的残差 RMS 值分别为 1.27、1.90、1.90、2.53、2.53、2.53 nm。其中，A、B 球面在两种方法下各自的面形轮廓极为接近，C 球面有略微的变化，但总体趋势仍一致。RMS 值差距在 1.27～2.53 nm 范围内。由此说明本文方法可以为传统的三球面法作进一步地扩展，实现整个的面形测量。

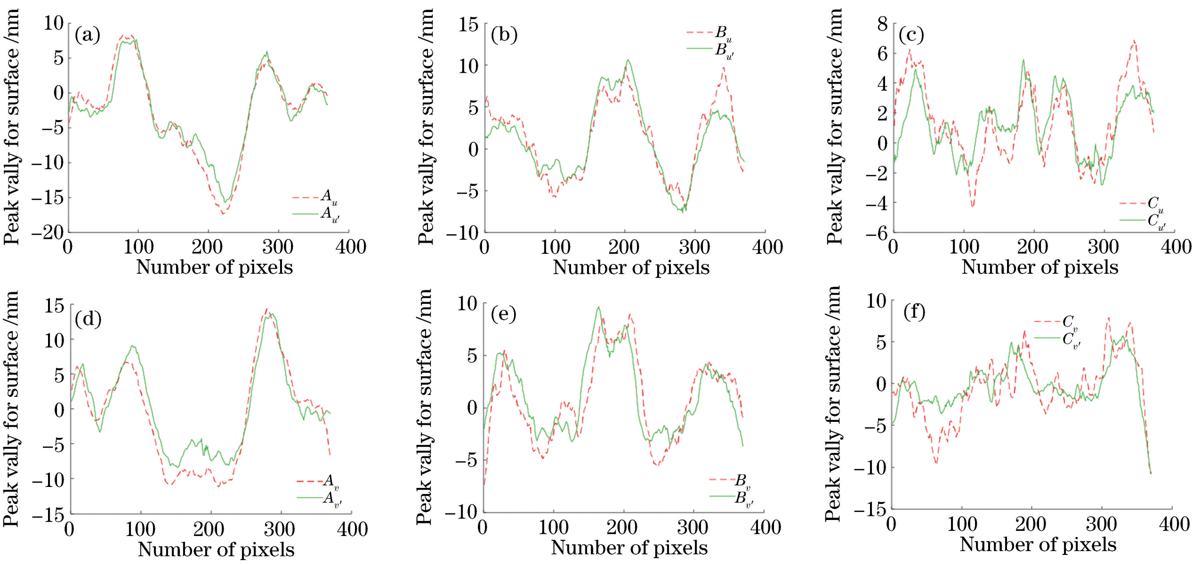

图 4　本文三球面法与传统三球面法在正交直径方向上的面形对比。(a)～(c)球面 A、B、C 横向直径；(d)～(f)球面 A、B、C 竖向直径

Fig. 4　Comparison of surfaces of proposed and traditional three-sphere methods in direction of orthogonal diameter. (a)-(c) Horizontal diameters of sphere A, B, and C; (d)-(f) vertical diameters of sphere A, B, and C

在此基础上，根据随机球法、两球面法的实验原理，完成随机球实验、两球面实验。在 3 种不同实验中，同时使用了球面 B，而且球面 B 在三球面法中操作次数最多，引入的各项误差的概率也最大，因此最有代表性。针对球面 B，本文方法与随机球法、两球面法的比较如图 5 所示。因为干涉检测时，镜头的边缘存在衍射效应，于是取图像的 95% 作面形比较。

如图 5(a)～(c)，随机球法、三球面法和两球面法的面形结果分别为 PV 值 37.20 nm、RMS 值 5.41 nm，PV 值 39.27 nm、RMS 值 5.77 nm，PV 值 40.11 nm、RMS 值 5.80 nm。观察 3 种实验方法的结果，发现在 3 种实验中镜头 B 的面形轮廓基本一致，中心处都有相同大小、形状和方向的“火山口”，边缘都有一圈相近的峰值“环绕”。其中，三球面法与两球面法的结果最为相似。图 5(d)能看出三球面法与随机球法的面形区别没有集中到某个区域，各处的面形高低程度有略微的区别，两者的面形残差 PV 值为 13.57 nm、RMS 值为 1.99 nm；而从图 5(e)能看出三球面法与两球面法在靠近外侧区域有部分不同，这是因为两种方法得到的有效口径不同。选择共同有效口径区域进行比较，两者的面

形残差 PV 值为 11.39 nm、RMS 值为 1.75 nm。三球面法与另外两种球面绝对检验方法作比较，面形轮廓基本一致，残差 RMS 值最大为1.99 nm，可以证明本文方法的准确性。

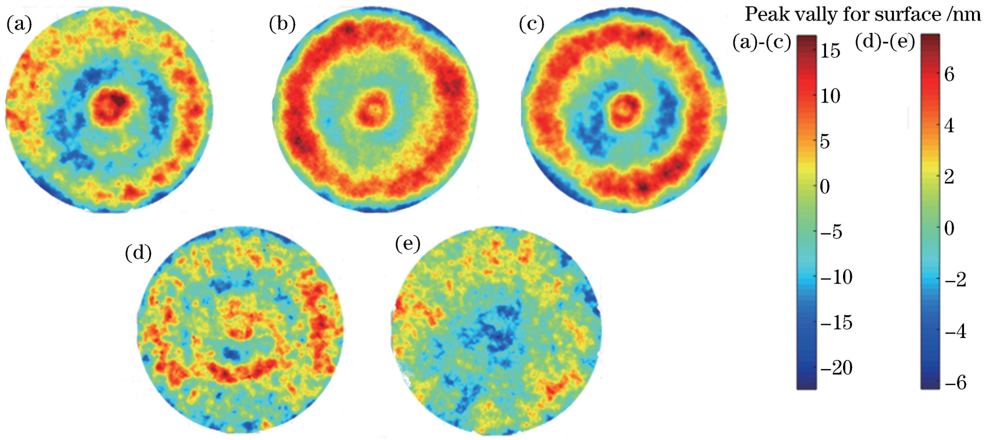

图 5　三种绝对检验方法关于球面 B 的面形对比。(a) 随机球法；(b)三球面法；(c)两球面法；(d)三球面法与随机球法的残差；(e)三球面法与两球面法的残差

Fig. 5　Comparison of sphere B in three absolute tests. (a) Random ball method; (b) three-sphere method; (c) two-sphere method; (d) residual error between random ball method and three-sphere method; (e) residual error between three-sphere method and two-sphere method

5　误差分析

为实现三球面法在整个面形上的检测，需要一个 6 自由度的调节机构，有 3 个方向的平移、俯仰、倾斜和绕光轴旋转的能力。该机构的精度将对结果产生至关重要的影响，因此将详细讨论机构不完美而引入的误差。

5.1　旋转误差

由 0°旋转到 90°时，旋转角度误差会在绝对检验的结果中引入旋转误差。假设存在 $\Delta\omega$ 的旋转误差。旋转角度误差 $\Delta\omega$ 较小时，误差公式为

$$W_{\text{error}}=\frac{\mathrm{d}W_{\text{surf}}}{\mathrm{d}\omega}\cdot\Delta\omega,\tag{12}$$

式中，W_{error} 为旋转误差引入的面形误差，W_{surf} 为被测面的面形峰谷值，ω 为旋转角度。

旋转误差角度 ω 在结果中引入的误差和旋转角的大小及测试面面形对旋转角的微分成正比。测试面面形越好，对旋转角的微分越小。

为验证旋转角度误差大小和面形误差的关系，在加入不同的旋转误差下进行仿真，误差范围为[−1°,1°]。具体操作为：进行一次三球面法绝对检验具体实验，得到一组面形数据，分别记作 A、B、C，其 PV 值在 35～43 nm 范围，RMS 值在 5.70～6.90 nm范围。由这 3 个面形通过三球面法的 4 次组合测量，得到仿真所需的 M_1、M_2、M_3、M_4。其中，B 在参考面 A 逆时针旋转 90°后作为测试面进行测量，依次在 A 中额外加入−1.00°，−0.95°，…，0.95°，1.00°的旋转，作为旋转误差，间隔为 0.05°。根据本文面形重建算法，将 M_1、M_2、M_3、M_4 代入其中，得出重建的面形分别记作 A'、B'、C'。将初始面形 A、B、C 分别减去重建面形 A'、B'、C'，得到各自面形的残差 RMS 值。重复 5 次上述步骤，将5 次的结果取平均，利用最小二乘法拟合出最佳曲线图。图 6 表明旋转误差对参考面 B、C 的影响略大于测试面 A。尽管参考面 B、C 的面形不同，但是在相同的旋转误差下，它们的敏感程度基本一致，说明旋转误差受各自具体面形轮廓的影响很小。旋转误差对 3 个球面的影响都是一个近似的二次变化，在±0.1°范围内，面形误差随旋转角度误差增长缓慢；在该范围之外，面形误差随着角度误差增长呈近似线性变

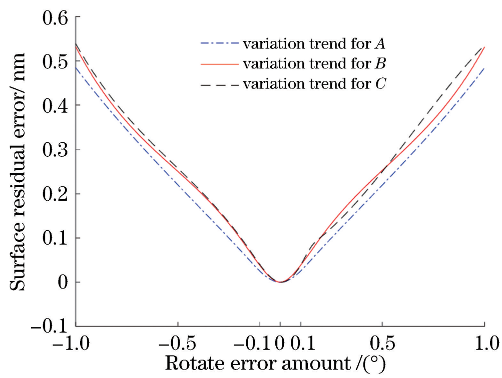

图 6　旋转误差对实验结果影响的变化趋势

Fig. 6　Variation trend of influence of rotation error on experimental result

化。对于旋转误差在±1°范围的调整机构，旋转误差最大为0.53 nm。

5.2 装调误差

如图7所示，当干涉仪、参考面及测试面无法保证共轴测试时会出现两种情况，一种是测试面沿垂直光轴方向平移，另一种是测试面相对干涉仪、参考面的倾斜。图中$O(0,0)$为参考面焦点，$O'(0,\delta)$和$O'(y_0,z_0)$为测试面球心，δ为横向平移量，y_0为横向平移量，z_0为轴向平移量，P为球面上某一点，P'为此光线在理想位置对应的点。虚线表示测试面的理想位置，实线为测试面的实际位置。

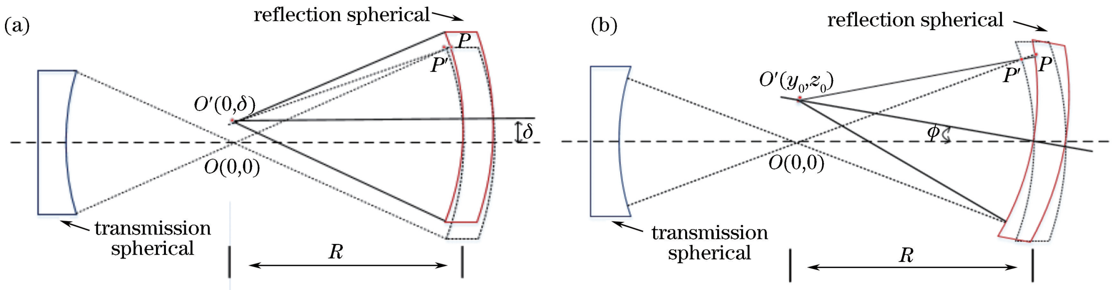

图7　横向平移误差和倾斜误差。(a)横向平移误差；(b)倾斜误差

Fig. 7　Lateral shift error and tilt error. (a) Lateral shift error; (b) tilt error

分别假设装调误差中横向平移量为δ，倾斜量为ϕ。当$R\gg\delta$，ϕ同样非常小时，低阶倾斜像差在结果中可被消除。实际面形与理想面形之间的残余光程差E_{OPD1}、E_{OPD2}为

$$E_{\mathrm{OPD1}}=\left|2\frac{2l\delta-\delta^2}{\sqrt{R^2+2l\delta-\delta^2}+R}-\frac{2l\delta}{R}\right|,\tag{13}$$

$$E_{\mathrm{OPD2}}=\left|2\frac{2lR\sin\phi+2hR(1-\cos\phi)-(R\sin\phi)^2-[R(1-\cos\phi)]^2}{\sqrt{R^2-(R\sin\phi)^2-[R(1-\cos\phi)]^2+2lR\sin\phi+2hR(1-\cos\phi)}+R}-2l\phi\right|,\tag{14}$$

式中，R为测试面半径，l为测试面某一点的横坐标，h为对应点位置的面形峰谷值。

对口径D为35 mm，曲率半径R分别为22.75 mm和23.80 mm的两个测试面进行误差仿真，垂直光轴平移误差量与残差RMS值的关系如图8(a)所示，倾斜误差量与残差RMS值的关系如图8(b)所示。可以看出在平移量不大于10 μm时，该方法的残差RMS值小于0.60 nm；在倾斜量小于1′时，该方法的残差RMS值小于0.80 nm。通常情况下，在利用ZYGO干涉仪所得干涉图的指导下，检测机构可以保证装调误差在微米量级。因此通过合适的机构一般可以满足平移误差量和倾斜误差量分别小于10 μm和1′的需求。

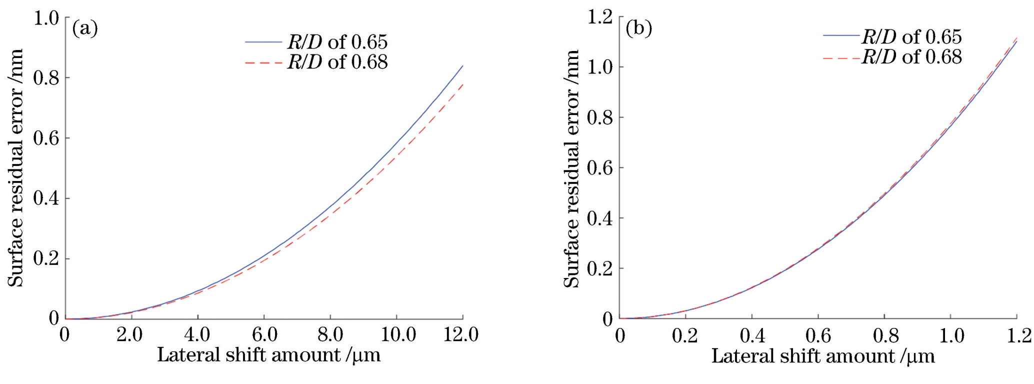

图8　平移量和倾斜量对实验结果影响的变化趋势。(a)横向平移误差；(b)倾斜误差

Fig. 8　Variation trend of influences of lateral shift and tilt on experimental result. (a) Lateral shift error; (b) tilt error

横向平移误差和倾斜误差反映在图像中都是倾斜项误差。图9中，使用ZYGO干涉仪的测试系统进行实验验证，选用$F/\#$（相对孔径的倒数）为$F/0.65$的参考面，$F/\#$为$F/0.68$的测试面，测试面口径为35 mm。给予一定的倾斜量，研究带有倾斜项误差的结果与“零条纹”结果的差别。结果表明两

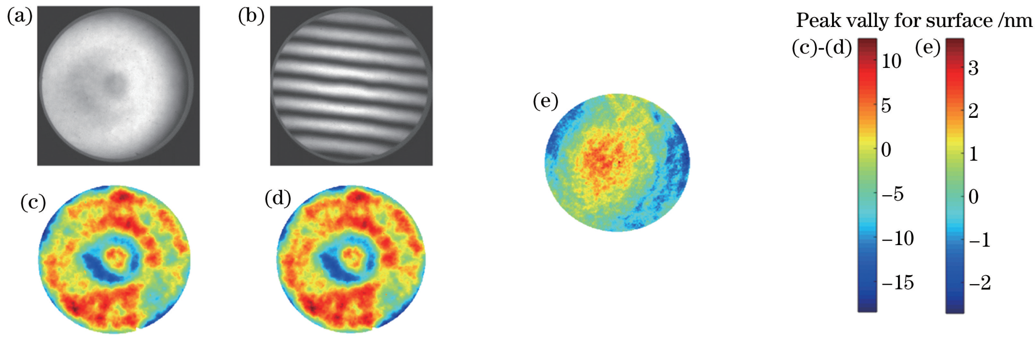

图 9　倾斜项误差对实验结果的影响。(a)零条纹干涉图;(b)带有倾斜量的干涉图;(c)零条纹面形;(d)带有倾斜量的面形;(e)两个面形的残差

Fig. 9　Influence of tilt term error on experimental result. (a) Interference figure of zero fringe; (b) interference figure with tilt amount; (c) surface of zero fringe; (d) surface with tilt amount; (e) residual error between two surfaces

者面形非常相近,残差 RMS 值为 0.77 nm。

相比于平移误差和倾斜误差,离焦误差对实验结果的影响更明显。如图 10 所示,当被测面沿着光轴方向平移一个很小的距离 δ 时,根据几何关系由离焦量、测试面上任一点孔径角 α 及曲率半径 R 可得到由离焦误差引入的残余光程差 E_{OPD3} 为

$$E_{\mathrm{OPD3}}=\left|2\delta(1-\cos\alpha)-\delta\sin^{2}\alpha\right|。\qquad(15)$$

在检测中可以根据干涉图来控制减小离焦量。图 11 中,在 $F/0.68$ 测试面引入一定的离焦时,进行离焦误差消除操作。残差RMS值为0.90 nm,此时要保证离焦条纹数不大于 1。

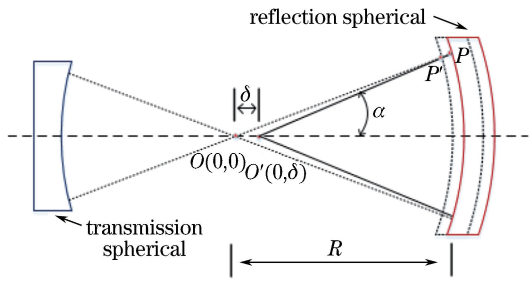

图 10　离焦误差

Fig. 10　Defocus error

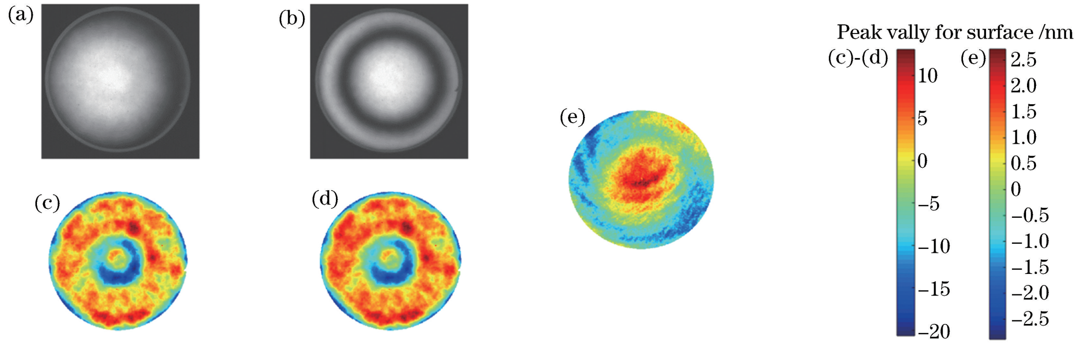

图 11　离焦误差对实验的影响。(a)零条纹干涉图;(b)带有离焦量的干涉图;(c)零条纹面形;(d)带有离焦量的面形;(e)两个面形的残差

Fig. 11　Influence of defocus error on experimental result. (a) Interference figure of zero fringe; (b) interference figure with defocus amount; (c) surface of zero fringe; (d) surface with defocus amount; (e) residual error between two surfaces

综合分析,旋转误差的 RMS 为 0.53 nm,横向平移与倾斜误差的 RMS 为 0.77 nm,离焦误差的 RMS 为 0.90 nm。保证旋转误差小于 1°、平移误差小于 10 μm、倾斜误差小于 1′、离焦误差小于 1 μm,各误差对结果的影响最大为 0.90 nm。同时,更换镜头过程中使用“十字插丝”来确定中心,旋转操作时保持条纹变化量小于 2 条,可以进一步减小装调误差对结果的影响。

6　结　　论

利用本文三球面法对实际面形进行仿真,残差 RMS 达到 1.5λ/1000,与两球面法、随机球法的残差最大为 1.99 nm。实验过程中机构调整的旋转、平移、倾斜、离焦误差能控制在 0.90 nm 范围内。当同时使用相同 $F/\#$ 的参考面进行三球面法绝对检验时,利用本文三球面法可同步实现镜头的全口径检

测与校正。但在实际光学车间或实验室中,不同于平面标准镜,不同 F 数的球面标准镜一般配备一套即可。此时,类似于两球面法绝对检验,利用“十字插丝”实现不同 $F/\#$ 参考面的共轴定位,可以得到最大 $F/\#$ 参考面对应区域的三球面法面形检测与校正。

参 考 文 献

[1] Soons J A, Griesmann U. Absolute interferometric tests of spherical surfaces based on rotational and translational shears[J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8493: 84930G.

[2] Wang W B, Zhang M Q, Yan S W, *et al*. Absolute spherical surface metrology by differencing rotation maps[J]. Applied Optics, 2015, 54(20): 6186-6189.

[3] Peng W J, Ho C F, Yu Z R, *et al*. Mounting of reference surface for a transmission sphere[J]. Proceedings of SPIE, 2016, 9684: 96840G.

[4] Ma Y, Chen L, Zhu W H, *et al*. Dynamic Twyman interferometer for phase defect measurement[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(12): 1204009.
马云, 陈磊, 朱文华, 等. 用于相位缺陷检测的动态泰曼干涉仪[J]. 中国激光, 2017, 44(12): 1204009.

[5] Meng S, Liu S J, Chen L, *et al*. Simulation and experimental study of absolute measurement method for optical surface[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(5): 051201.
孟诗, 刘世杰, 陈磊, 等. 光学面形绝对测量方法仿真和实验研究[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(5): 051201.

[6] Wang D D, Yang Y Y, Chen C, *et al*. Polarization point-diffraction interferometer for high-precision testing of spherical surface[J]. Proceedings of SPIE, 2010, 7656: 76560F.

[7] Yang Z M, Du J Y, Tian C, *et al*. Generalized shift-rotation absolute measurement method for high-numerical-aperture spherical surfaces with global optimized wavefront reconstruction algorithm[J]. Optics Express, 2017, 25(21): 26133-26147.

[8] Jensen A E. Absolute calibration method for laser Twyman-Green wavefront testing interferometers[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1973, 63: 1313A.

[9] Burke J, Wu D S. Calibration of spherical reference surfaces for Fizeau interferometry: a comparative study of methods[J]. Applied Optics, 2010, 49(31): 6014-6023.

[10] Burke J. Rapid and reliable reference sphere calibration for Fizeau interferometry[J]. Optics Letters, 2008, 33(21): 2536-2538.

[11] Song W H, Li S F, Hou X, *et al*. Absolute calibration for Fizeau interferometer with the global optimized shift-rotation method[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2014, 54: 49-54.

[12] Liu Y, Miao L, Zhang W L, *et al*. Extended shift-rotation method for absolute interferometric testing of a spherical surface with pixel-level spatial resolution[J]. Applied Optics, 2017, 56(16): 4886-4891.

[13] Su D Q, Miao E L, Sui Y X, *et al*. Absolute surface figure testing by shift-rotation method using Zernike polynomials[J]. Optics Letters, 2012, 37(15): 3198-3200.

[14] Griesmann U, Wang Q D, Soons J, *et al*. A simple ball averager for reference sphere calibrations[J]. Proceedings of SPIE, 2005, 5869: 58690S.

[15] Zhou Y, Ghim Y S, Fard A, *et al*. Application of the random ball test for calibrating slope-dependent errors in profilometry measurements[J]. Applied Optics, 2013, 52(24): 5925-5931.

[16] Zhou P, Burge J H. Limits for interferometer calibration using the random ball test[J]. Proceedings of SPIE, 2009, 7426: 74260U.

[17] Lin W C, Chang S T, Ho C F, *et al*. Absolute measurement method for correction of low-spatial frequency surface figures of aspherics[J]. Optical Engineering, 2017, 56(5): 055101.

[18] Chen Y C, Liang C W, Chang H S, *et al*. Reconstruction of reference error in high overlapping density subaperture stitching interferometry[J]. Optics Express, 2018, 26(22): 29123-29133.

[19] Harris J S. The universal Fizeau interferometer[D]. Reading: University of Reading, 1971.

[20] Elssner K E, Burow R, Grzanna J, *et al*. Absolute sphericity measurement[J]. Applied Optics, 1989, 28(21): 4649-4661.

[21] Schreiner R, Schwider J, Lindlein N, *et al*. Absolute testing of the reference surface of a Fizeau interferometer through even/odd decompositions[J]. Applied Optics, 2008, 47(32): 6134-6141.

[22] Ai C, Wyant J C. Absolute testing of flats by using even and odd functions[J]. Applied Optics, 1993, 32(25): 4698-4705.

[23] Li Y C, Li X Y, Wang Q Z, *et al*. Measurement of high accuracy flatness using a commercial interferometer[J]. Proceedings of SPIE, 2016, 10255: 102551H.