

基于非接触测量的搭接激光焊缝表面质量评估

叶结和¹, 刘勇¹, 徐国成^{2*}, 谷晓鹏², 董娟², 彭博², 魏凌波³

¹ 中车青岛四方机车车辆股份有限公司技术工程部, 山东 青岛 266111;

² 吉林大学材料科学与工程学院, 吉林 长春 130000;

³ 第一汽车股份有限公司解放事业本部, 吉林 长春 130000

摘要 针对不锈钢搭接激光焊缝, 研究了基于激光测距传感的焊缝表面状态非接触式高精度检测方法。在分析焊缝表面粗糙度、工件倾斜等随机因素对焊缝表面状态检测结果影响的基础上, 采用移动均值滤波及图像倾斜修正处理等方法, 开发了检测数据滤波及检测结果校正算法。基于激光焊缝表面检测轮廓曲线的特征点识别建立了激光焊缝表面余高/下塌量的检测计算模型。结果表明: 检测分析获得的激光焊缝表面轮廓曲线与相应的金相检测结果吻合良好, 很好地反映了焊缝的表面状态。

关键词 测量; 激光焊缝; 表面轮廓检测; 激光测距; 图像处理

中图分类号 TG441.7

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.1002008

Evaluation of Surface Quality of Lap Laser Weld Joints Based on Noncontact Measurement

Ye Jiehe¹, Liu Yong¹, Xu Guocheng^{2*}, Gu Xiaopeng², Dong Juan², Peng Bo², Wei Lingbo³

¹ Technical Engineering Department, CRRC Qingdao Sifang Co., Ltd., Qingdao, Shandong 266111, China;

² Department of Materials Science and Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130000, China;

³ Jiefang Business Division, China FAW Co., Ltd., Changchun, Jilin 130000, China

Abstract A noncontact and high-precision detection method based on laser ranging sensing is investigated for measuring the surface profiles of stainless steel lap laser weld joints. The influences of roughness and inclination of the workpiece surface on detection results are also studied. Moving-mean filtering and image tilting correction methods are adopted, and a detection data filtering and correction algorithm is developed. Based on feature point recognition of the detected profile curves of laser weld joints, a method for detecting and calculating the residual and collapse heights of laser welding joints is established. Results show that the profile curves of laser welding joints obtained by these methods are in good agreement with the corresponding metallographic detection results; additionally, weld-surface conditions are well reflected.

Key words measurement; laser weld joints; surface profile detection; laser ranging; image processing

OCIS codes 120.6650; 350.3850; 160.3900

1 引言

激光焊具有热量集中、焊接变形小等优势, 在轨道交通及汽车行业得到了广泛应用^[1-2]。目前, 因对于不锈钢城轨车车体侧墙的外观要求较高, 通常采用半熔透搭接激光焊接头(内侧母材全熔透, 外侧母材半熔透)^[3-5], 其特殊的接头形式使得难以进行对焊接质量的非破坏性检测。有研究表明, 激光脉冲

的能量、激光束的光斑直径、母材钢板的装配间隙等焊接过程参数不仅影响激光焊的熔深^[6-7], 还会对接头的表面质量造成一定影响^[8-11]。搭接激光焊缝的表面质量(一般指表面余高/下塌量)能够在一定程度上反映焊接过程参数的变化^[12-15], 因而可用于焊接质量的辅助评估。轨道车辆焊接常用标准 EN15083 对激光焊接质量的评价也涉及到了对焊缝余高的要求, 因此, 对激光焊缝表面质量的检测具

收稿日期: 2019-04-15; 修回日期: 2019-05-18; 录用日期: 2019-06-13

* E-mail: xgc@jlu.edu.cn

有较为重要的意义。

不锈钢城轨车体的激光焊接头一般为薄板窄焊缝结构,其焊缝表面余高/下塌量尺度微小(一般小于1 mm)。目前的焊缝表面检测主要依靠肉眼观察或百分表等简单的测量方法实现,检测过程的精确性既难以满足测量精度的要求,也无法适应生产节奏。非接触式激光测距技术具有精度高、测量速度快等优势,在表面质量检测、工件装配间隙测量等领域应用较为广泛^[16-17]。本文采用非接触式激光测距技术对激光焊接头的表面进行

定位扫描式检测,并通过检测结果的图像进行处理及修正,实现了激光焊接头表面余高/下塌量的智能计算,为激光焊接头的质量评估提供了技术支持。

2 试验方法

2.1 样件制备

本试验采用轨道车辆不锈钢车体常用的SUS304奥氏体不锈钢板材,其化学成分和力学性能分别如表1和表2所示。

表1 SUS304 不锈钢的化学成分

Table 1 Chemical compositions of SUS304 stainless steel

Element	C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	N
Mass fraction /%	≤0.08	≤1.00	≤2.50	≤0.035	≤0.030	7.00-10.500	18.00-20.00	0.01-0.25

表2 SUS304 不锈钢的力学性能

Table 2 Mechanical properties of SUS304 stainless steel

Parameter	Hardness /HV	Yield strength /(N·mm ⁻²)	Tensile strength /(N·mm ⁻²)	Elongation /%
Value	169	>275	>550	>35

采用两块长宽组合为150 mm×50 mm的钢板进行焊接,焊缝接头形式为搭接半熔透焊,即上板全熔透,下板半熔透的焊接方式,如图1所示,板厚组合 D_1+D_2 选择常用的1 mm+0.6 mm及2 mm+0.6 mm组合。为了模拟工件装卡不严时在上、下钢板间存在间隙的情况,在上、下钢板之间添加垫片制造板间缝隙,并通过改变垫片的厚度 d ,使激光焊缝表面具有不同的余高。试验所采用的板厚组合及垫片厚度如表3所示。图2所示为焊接完成的激光焊接头试件。

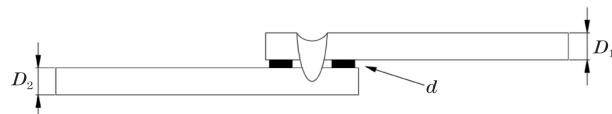


图1 激光焊接头外形尺寸示意图

Fig. 1 Dimension diagram of laser welding joint

2.2 非接触式激光检测原理及检测方法

本文采用单点式三角激光测距传感器对激光焊缝的表面进行检测,检测原理如图3所示。半导体激光向目标发出光束,镜头聚集目标反射的光线并在感光元件上形成图像。图3中a代表激光测距传感器的测量基准位置,b代表目标所处的实际位置。当目标所处的实际位置相对于基准位置偏远或偏近时,光点在感光元件上的位置根据目标的距离而变化,系统通过对该变化进行估算并将其转换为目标位置的测量结果,就可测量出目标当前测量点与激光测距传感器的距离,即目标当前测量点的高度信息^[18-19]。

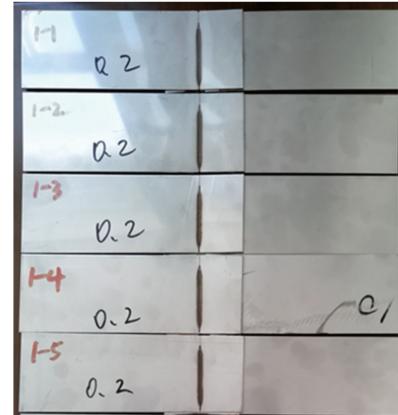


图2 激光焊接头试件

Fig. 2 Laser weld joint workpieces

表3 母材及垫片厚度组合

Table 3 Thickness combinations of base metal and gasket plate

No.	Thickness of	Thickness of	Thickness of
	upper plate D_1 /mm	lower plate D_2 /mm	gasket plate d /mm
1	1.0	0.6	0.04
2	1.0	0.6	0.08
3	1.0	0.6	0.12
4	1.0	0.6	0.20
5	0.6	2.0	0.04
6	0.6	2.0	0.08
7	0.6	2.0	0.10
8	0.6	2.0	0.12

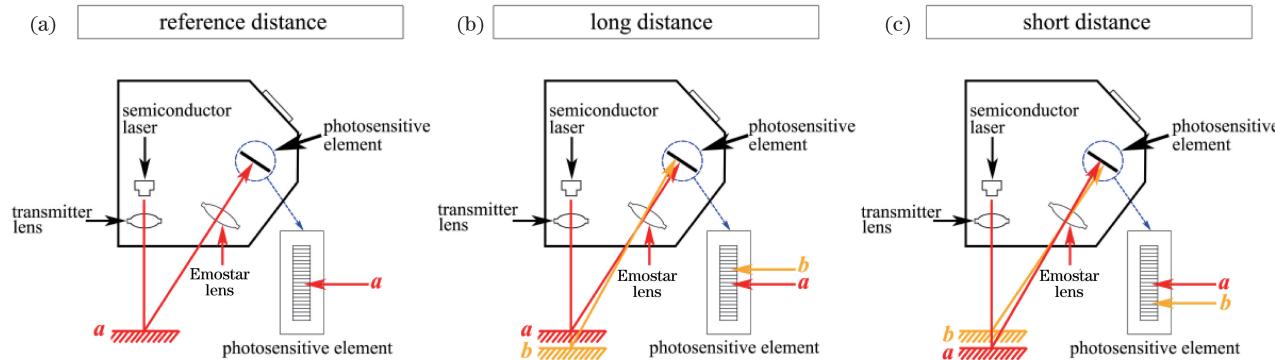


图 3 单点式三角激光测距原理

Fig. 3 Principle of single point triangular laser ranging

通过计算机控制,采用步进电机驱动激光测距传感器,实现在激光焊缝表面的步进式扫描,激光测距传感器在每个步进点发射/接收激光信号,计算当前点的高度,所有检测节点的高度信息组成扫查线上的激光焊缝表面状态。检测方式如图 4 所示。根据激光焊接头的宽度,将扫查长度设置为 3 mm,扫查步距设置为 0.04 mm,每次检测存储 75 个采样点,构成激光焊缝的表面轮廓曲线。

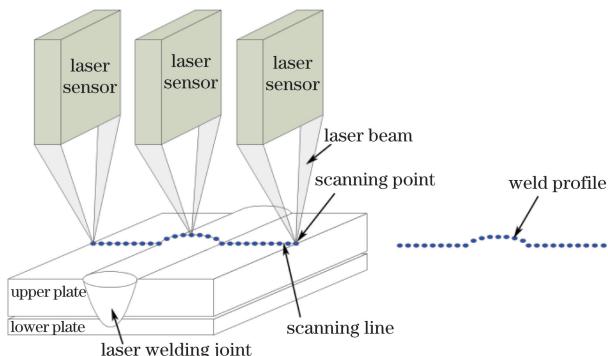


图 4 激光焊缝表面检测方式示意图

Fig. 4 Diagram of laser weld surface detection method

为验证激光焊缝表面质量检测的结果,沿着如图 4 所示的扫描线将工件剖切,获得检测后激光焊接头试件横截面的金相试样,直接观测激光焊接头的表面轮廓状态。

3 检测结果及讨论

3.1 激光焊接头的金相连接状态分析

图 5 所示为与表 3 相对应的激光焊缝横截面的金相形貌。由图 5(a)~(d)可见,在激光焊参数设置相同的情况下,焊接接头的热输入量基本一致,而焊缝的表面轮廓随着上下板间隙的变化而变化:当工件装夹良好(上下板间隙较小)时,此时激光焊缝的表面轮廓呈较为平滑的上凸近圆弧结构;随着装夹状态不断恶化(上下板间隙增大),激光焊缝表面

轮廓的余高逐渐减小;当板层间隙达到 0.1 mm 时,焊缝表面状态已经表现为下塌,尤其是从薄板侧进行施焊时尤为明显,在图 5(d)中已经转变为下凹近圆弧结构。

当焊接方向改为薄板侧施焊时,由于需要完全熔透的上板厚度较小,在施焊时焊接热输入量通常较小,因此上下板间隙的变化对接头表面轮廓的影响更为明显,在图 5(h)中,接头表面轮廓的下凹量已经超过了上板厚度的 1/3。同时,由图 5(e)~(h)可见,当接头表面轮廓下降时,下板的熔深由图 5(e)的 0.7 mm 减小为图 5(h)中的 0.4 mm。图 6 所示为激光搭接接头表面余高与下板熔深的对应关系,由薄板侧向厚板侧施焊(上、下板厚组合为 0.6 mm+2 mm)的结果可见,下板熔深随焊缝表面余高的增加而增大,二者呈现一定的线性关系,直至下板熔透;而由厚板侧向薄板侧施焊(上、下板厚组合为 1 mm+0.6 mm)的结果可见,当下板熔透后,搭接接头的下板熔深等同于下板板厚,基本不随焊缝表面余高的变化而变化。因此,可以根据激光焊缝的表面轮廓对接头的连接强度进行预估。

3.2 激光焊接头表面轮廓检测成像及图像处理

对图 5(a)所示的激光焊接头部切面上表面轮廓的各个激光测距检测点的距离信息进行采集,形成的扫查线上的轮廓图像如图 7 所示。其中,接头表面轮廓的上凸近圆弧特征表现明显,与图 5(a)的焊缝表面轮廓形貌极为相似。然而,由于工件表面的粗糙度、波纹度、不平整等随机因素的影响,在图 7 的轮廓曲线中存在着明显的锯齿状波形,难以进行焊接接头余高的准确计算。

为了减小测量随机因素对表面轮廓检测结果的影响,采用移动均值滤波法对图 7 的轮廓曲线进行处理。移动均值滤波法是对曲线中的每个采样点为中心添加数据量为 n 的窗口,对窗口中的数据求取

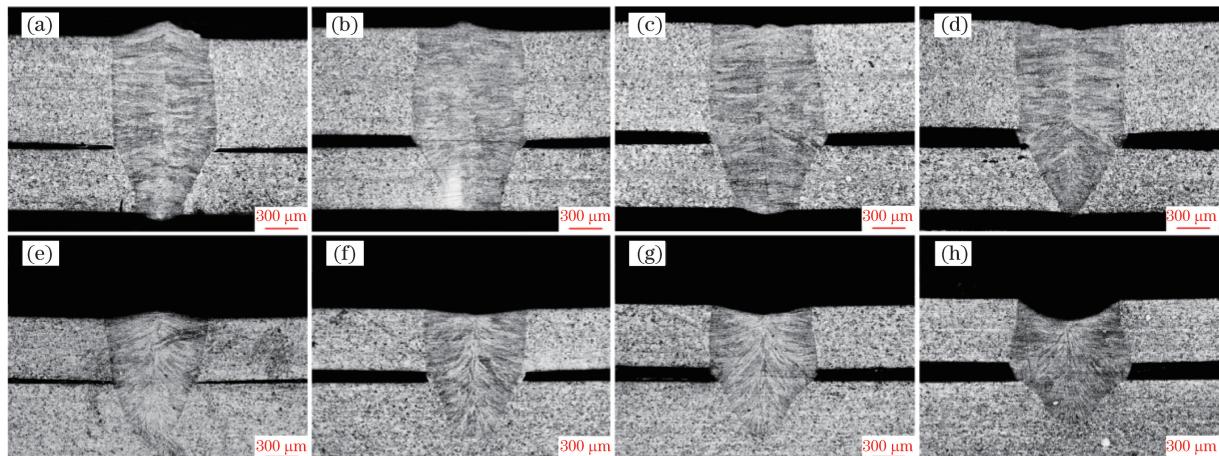


图 5 激光焊缝横截面的金相形貌。(a)~(d)上下板厚组合为 1 mm+0.6 mm, 垫片厚度分别为 0.04, 0.08, 0.12, 0.2 mm; (e)~(h)上下板厚组合为 0.6 mm+2 mm, 垫片厚度分别为 0.04, 0.08, 0.1, 0.12 mm

Fig. 5 Metallographic morphologies of laser welding joint sections. (a)–(d) Base metal thickness combination is 1 mm + 0.6 mm, and gasket thicknesses are 0.04 mm, 0.08 mm, 0.12 mm, and 0.2 mm, respectively; (e)–(h) base metal thickness combination is 0.6 mm + 2 mm, and gasket thicknesses are 0.04 mm, 0.08 mm, 0.1 mm, and 0.12 mm, respectively

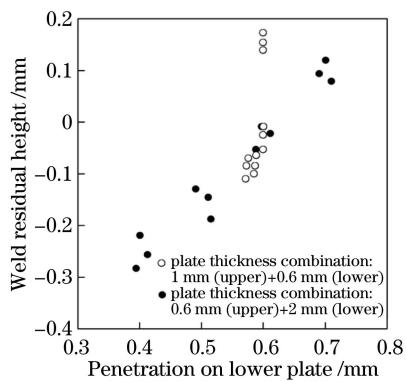


图 6 激光搭接接头表面余高与下板熔深的对应关系

Fig. 6 Relationship between residual height of laser lap joint and penetration on lower plate

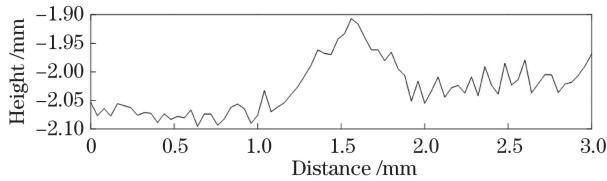


图 7 对应图 5(a)的激光焊接头金相截面的表面轮廓扫查结果

Fig. 7 Surface profile scanning result corresponding to laser weld joint metallographic section in Fig. 5(a)

平均值,将平均值作为当前采样点的替代值。在移动均值滤波算法中,窗宽 n 值越小,滤波效果越不明显;随着窗宽 n 值的增大,滤波效果逐渐明显,同时曲线的主特征减弱,因此,需要选择合理的窗宽值。本文选择了数据量分别为 3,5,7 的窗口对轮廓曲线进行移动均值滤波,滤波结果如图 8 所示:当窗口为 3 时,相比于图 7 的轮廓曲线,图 8(a)中的轮廓

曲线保留完整的主特征,但仍然存在一定的干扰波;当窗口为 5 时,图 8(b)中的轮廓曲线特征保留完好,且锯齿形干扰波明显减少;当窗口为 7 时,图 8(c)中的波峰处较为平缓,对原始轮廓曲线主特征的减弱较为明显。因此,在后续的移动均值滤波处理中,选择了数据量为 5 的窗口进行均值滤波处理。

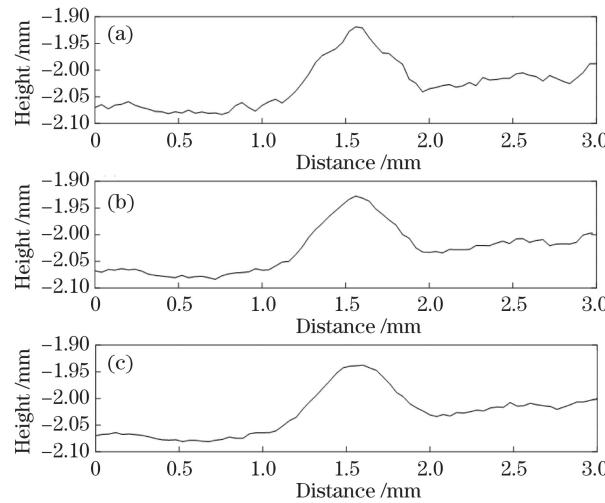


图 8 不同滤波窗口数据量的表面轮廓曲线移动均值滤波结果。(a) 3; (b) 5; (c) 7

Fig. 8 Moving mean filtering results of surface profile curves with different numbers of filtering windows. (a) 3; (b) 5; (c) 7

在对激光焊缝表面轮廓进行检测的过程中,工件在焊接过程中的变形及扫查驱动器倾斜放置等因素,导致检测区域的图像发生倾斜,如图 8 所示的表面轮廓曲线,曲线处于焊缝右侧的轮廓明显高于左

侧,而在图 5(a)的金相结构图中,焊缝两侧高度基本一致。因此,需要对图像进行倾斜修正,以便于后续焊缝余高的测量。图像倾斜修正的方法如图 9 所示。首先根据激光焊接头的宽度(约为 0.6~0.8 mm),将包含焊缝余高的 1~2 mm 位置(即第 26~50 数据点)处的轮廓特征去除,然后用最小二乘法将母材区的轮廓特征拟合成直线。线性最小二乘拟合是曲线拟合问题中最常用的拟合方法,该方法可以将焊缝外观轮廓数据用一条近似的拟合曲线表示出来,拟合点与实际数据点之间的误差平方和最小^[20]。拟合后的直线为

$$y = ax + b, \quad (1)$$

式中拟合直线的参数 a 、 b 可以根据最小二乘法求得。在图 9 所示的拟合直线中, $a = 0.028$, $b = -2.079$ 。根据拟合直线即可计算出轮廓的倾斜角度 θ ,计算公式为

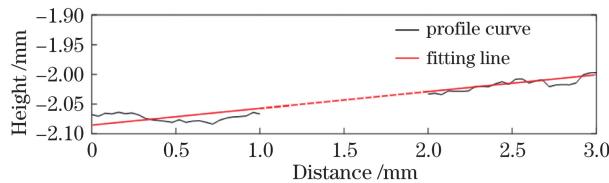


图 9 表面轮廓倾斜修正方法

Fig. 9 Surface profile tilting correction method

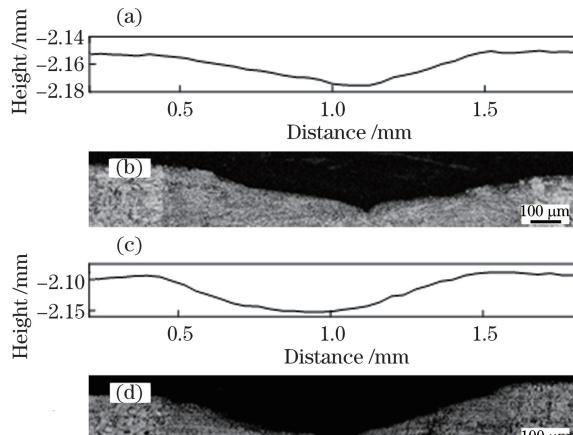


图 11 4 种典型表面轮廓检测结果的对比。(a) 表面检测轮廓线 1;(b) 与图 11(a) 对应的接头的金相形貌;(c) 表面检测轮廓线 2;(d) 与图 11(c) 对应的接头的金相形貌;(e) 表面检测轮廓线 3;(f) 与图 11(e) 对应的接头的金相形貌;(g) 表面检测轮廓线 4;(h) 与图 11(g) 对应的接头的金相形貌

Fig. 11 Comparison of four typical profile detection results. (a) Profile detection curve 1; (b) metallographic morphology corresponding to profile detection curve shown in Fig. 11(a); (c) profile detection curve 2; (d) metallographic morphology corresponding to profile detection curve shown in Fig. 11(c); (e) profile detection curve 3; (f) metallographic morphology corresponding to profile detection curve shown in Fig. 11(e); (g) profile detection curve 4; (h) metallographic morphology corresponding to profile detection curve shown in Fig. 11(g)

为了验证在不同的焊缝余高下,激光焊缝表面轮廓的检测及图像修正结果与金相结构的吻合程

$$\theta = \arctan \alpha. \quad (2)$$

根据拟合直线的倾斜角度,依次计算出每个数据点需要上升/下降的高度,即可完成对轮廓线的倾斜修正补偿,其中,每个数据点倾斜修正后的高度值计算公式为

$$y'_{n'} = y_{n'} - (ax_{n'} + b), \quad (3)$$

$$x_{n'} = n' \times L, \quad (4)$$

式中: n' 为当前数据点的编号; $y'_{n'}$ 及 $y_{n'}$ 分别为每个数据点修正后及修正前的高度值; $x_{n'}$ 为第 n' 个数据点的横向坐标值,可以根据数据点的编号 n' 以及激光检测的移动步长 L 计算得到; a 、 b 为图 9 中拟合直线的参数。

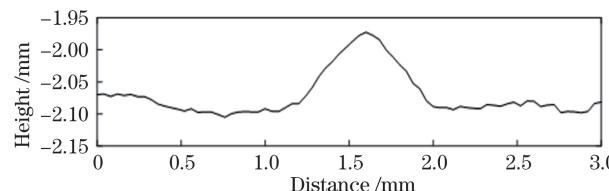
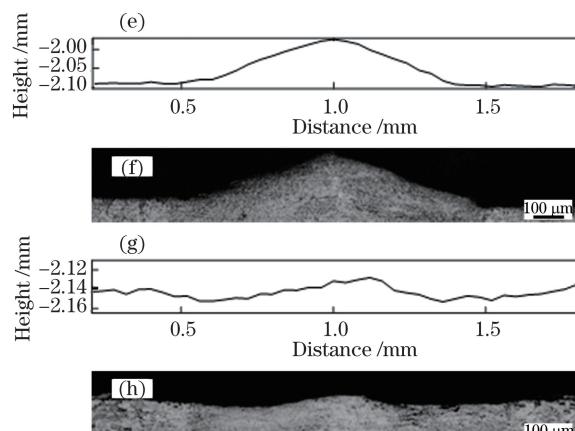


图 10 表面轮廓倾斜修正结果

Fig. 10 Surface profile tilting correction results

根据(3)式修正所得的激光焊缝表面轮廓如图 10 所示,可见,激光焊接头的表面轮廓宽度约为 0.78 mm,而焊缝余高约为 0.12 mm,与图 5(a)的金相结构吻合良好。



度,对 4 种具有代表性的金相截面形貌的表面轮廓检测曲线进行滤波及图像修正处理,其对比结果如

图 11 所示。由图 11 可见,在各种典型的激光焊缝表面状态下,采用步进电机驱动激光测距传感器在工件表面扫查获得轮廓曲线,并通过曲线的滤波和图像倾斜修正处理后,所获得的表面轮廓曲线与激光焊缝表面状态吻合良好。

3.3 激光焊接头表面轮廓余高的计算

为了准确评估激光焊缝的表面质量,需要对轮廓的余高/下塌量等进行智能计算,以便于对激光焊缝的接头质量进行评估,余高/下塌量的智能计算方法如图 12 所示。在该智能计算中,首先计算轮廓线的最大值(或最小值)点(T),然后计算轮廓线的中值点(K_1, K_2);之后分别计算轮廓线在 K_1, K_2 点的切线,将采样数据左端的第 1~25 个采样点(代表 1 mm 的母材表面)拟合形成左端水平线,而将采样数据右端的第 51~75 个采样点拟合成右端水平线,两条切线与两条水平线的交点即为焊缝余高/下塌量的边缘点;最后,分别计算极值点(T 点)与边缘点(D_1, D_2 点)的高度差,以此二者的平均值作为该轮廓线的余高(或下塌量)的测量值。

为了验证激光非接触式测量结果的准确性,本文对表 3 中 8 种组合的 24 个样件进行了激光非接

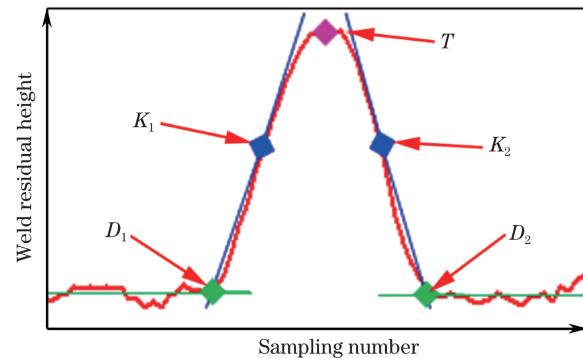


图 12 轮廓特征点自动识别算法示意图

Fig. 12 Auto-recognition method for feature points on profile curve

触式测量,并获得了相应的焊缝表面轮廓检测余高,之后拍摄激光焊接头的金相形貌,通过金相显微镜测量的焊缝余高与激光非接触式测量的焊缝余高的对比结果如图 13 所示。对比分析结果可知:采用非接触式测量的焊缝余高与金相显微镜的测量结果具有基本相同的趋势;当采用未处理的原始轮廓曲线进行测量时,测量误差的均值与均方差分别为 -0.0038 及 0.0507;而采用经过移动均值滤波及倾斜修正的轮廓曲线进行测量时,测量误差的均值和

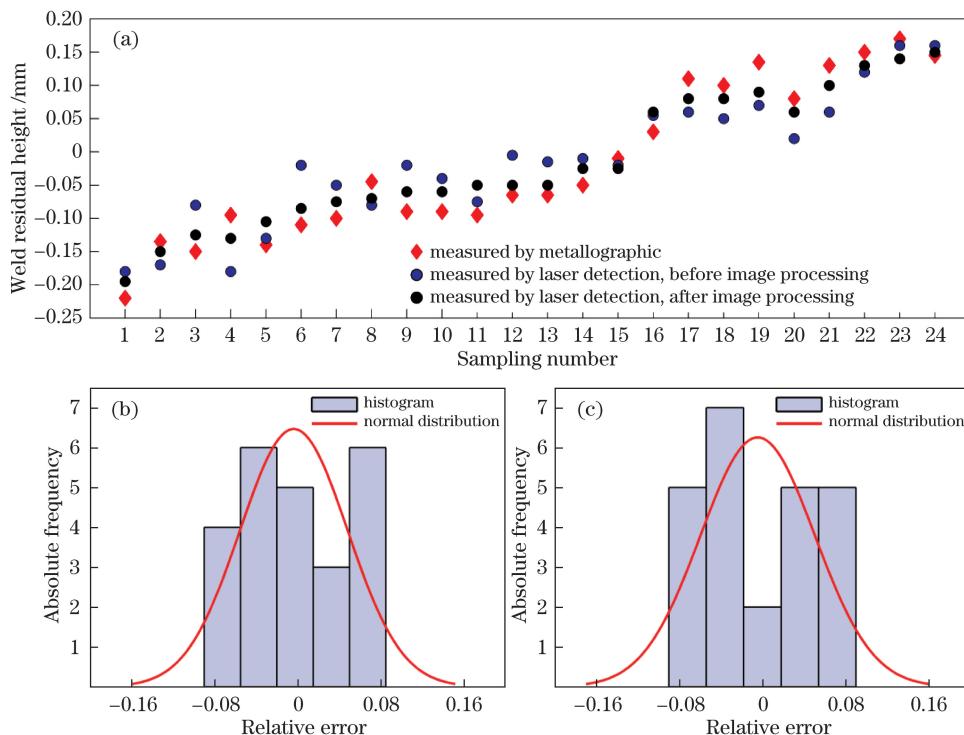


图 13 激光非接触式测量焊缝余高与金相测量结果。(a) 测量结果的对比;

(b) 原始轮廓曲线测量结果的误差分布;(c) 图像处理后测量结果的误差分布

Fig. 13 Comparison of residual height and metallographic measurement result obtained by laser noncontact measurement.

(a) Detection result comparison; (b) error distribution of detection result obtained from original image; (c) error distribution of detection result after image processing

均方差分别降低到-0.0023及0.0270。这表明,通过激光测距方法对焊接接头表面余高进行检测得到的结果与实际值吻合良好,可以满足不锈钢车体激光焊缝表面质量的检验要求。

4 结 论

采用非接触式激光测距传感技术,并利用移动均值滤波处理及倾斜补偿修正算法,可以有效去除检测过程中的随机干扰以及传感器与工件倾斜角度对检测数据的影响,实现了对激光焊缝表面状态的高精度检测。

工件装卡间隙量对激光焊缝的熔深及焊缝表面状态具有显著影响,为通过检测激光焊缝表面状态对激光焊缝质量进行评估提供了依据。

通过研究激光焊缝表面状态的表征量——余高、下塌量等的智能算法,实现激光焊缝表面状态的高精度、定量化智能检测,为激光焊缝质量评估技术的工程化提供了参考。

参 考 文 献

- [1] Lin J A. The basic study on laser welding technology and performance of CRH austenitic stainless steel [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012: 15-26.
- [2] Li Y J, Wu N, Puchkov P U. Application of advanced welding technology in aviation and aerospace industry [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2010(9): 43-47.
- [3] Huang Z Y. Study on the welding technology for the stainless steel roof structure of the urban railway carriage[D]. Changchun: Jilin University, 2005: 12-28.
- [4] Duan Z Z, Zhang X H, Gu X P. The development trend and process status of welding manufacturing on rail vehicle[J]. Welding Technology, 2011, 40(11): 1-5.
- [5] Han X H, Chen J, Kan Y, et al. Heat source model for non-penetration laser lap welding of stainless steel sheets[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(5): 0502002.
- [6] Peng J, Li L Q, Zhang R Z, et al. Study on aluminum alloy laser welding with pre-melted liquid filler by arc[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(6): 061404.
- [7] Huang Y J, Gao X D, Lin S D. Influences of laser welding parameters on mechanical properties of polymethyl methacrylate and stainless-steel joints[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(12): 1202006.
- [8] Zhang W W, Cong S, Luo S B, et al. Effects of energy density and shielding medium on performance of laser beam welding (LBW) joints on SAF2205 duplex stainless steel[J]. JOM, 2018, 70(8): 1554-1559.
- [9] Bai P F, Wang Z J, Hu S S, et al. Sensing of the weld penetration at the beginning of pulsed gas metal arc welding[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2017, 28: 343-350.
- [10] Liang H, Kan Y, Jiang Y L, et al. Mechanical properties of laser overlap welded joints of stainless steel sheets[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(6): 0602001.
- [11] Turichin G, Tsibulskiy I, Kuznetsov M, et al. Influence of the gap width on the geometry of the welded joint in hybrid laser-arc welding[J]. Physics Procedia, 2015, 78: 14-23.
- [12] Tzeng Y F. Effects of operating parameters on surface quality for the pulsed laser welding of zinc-coated steel [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2000, 100(1/2/3): 163-170.
- [13] Bhargava P, Paul C P, Mundra G, et al. Study on weld bead surface profile and angular distortion in 6 mm thick butt weld joints of SS304 using fiber laser [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2014, 53: 152-157.
- [14] Gao S Y, Yang K Z, Liu S T, et al. Surface defect detection of laser welding seam based on data fitting technology[J]. Modern Electronics Technique, 2011, 34(14): 188-190, 198.

- 高世一, 杨凯珍, 刘师田, 等. 基于数据拟合的激光焊接焊缝图像表面缺陷检测[J]. 现代电子技术, 2011, 34(14): 188-190, 198.
- [15] Liu E Z, Yao C W, Xie Y L, et al. Deformation mechanism of SUS304 austenitic stainless steel at weldless side in partial penetration laser welding [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(4): 0402004.
- 刘恩泽, 姚成武, 谢雨凌, 等. 非熔透激光搭接焊 SUS304 奥氏体不锈钢无焊缝侧变形机理[J]. 中国激光, 2019, 46(4): 0402004.
- [16] Huang W, Kovacevic R. Development of a real-time laser-based machine vision system to monitor and control welding processes [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 63: 235-248.
- [17] Sun X W, Yin X Q, Wang J C, et al. Analysis of the buckling deformation of thin plate welding by using three dimensional optical measurement technique[J]. Transactions of the China Welding Institution, 2013, 34(6): 109-112.
- 孙向伟, 殷咸青, 王江超, 等. 采用三维光学测量技术对薄板焊接失稳变形的分析[J]. 焊接学报, 2013, 34(6): 109-112, 118.
- [18] Amann M C, Bosch T M, Lescure M, et al. Laser ranging: a critical review of unusual techniques for distance measurement [J]. Optical Engineering, 2001, 40(1): 10-19.
- [19] Liu W, Han X D, Ai H. Application of laser triangulation in displacement measurement [J]. Optics and Precision Engineering, 2004, 12(s2): 104-107.
- 刘维, 韩旭东, 艾华. 激光三角法在位移测量中的应用[J]. 光学精密工程, 2004, 12(s2): 104-107.
- [20] Han Q Y, Xiao Q, Yue Y. Study of space discrete point's piecewise linear fitting on least square method [J]. Industrial Instrumentation & Automation, 2012, 4: 107-109.
- 韩庆瑶, 肖强, 乐英. 空间离散点最小二乘法分段直线拟合的研究[J]. 工业仪表与自动化装置, 2012, 4: 107-109.