

# 共振增强单色高次谐波产生

汪丽<sup>1,2,3</sup>, 薛金星<sup>1,2,3</sup>, 曾志男<sup>1\*</sup>, 李儒新<sup>1</sup>, 徐志展<sup>1</sup>

<sup>1</sup>中国科学院上海光学精密机械研究所强场激光物理国家重点实验室, 上海 201800;

<sup>2</sup>中国科学院大学材料与光电研究中心, 北京 100049;

<sup>3</sup>中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 飞秒强激光与气体相互作用产生高次谐波是重要的超快相干光源, 模拟发现, 中红外飞秒激光脉冲可以通过交流斯塔克效应在原子基态与激发态之间实现多光子共振增强, 产生高亮度的单色高次谐波辐射。通过数值求解含时薛定谔方程发现, 存在阈值以下共振增强的非常规高次谐波, 且在较低光强下存在一个最优光强使其可以达到最高产生效率。时间-频率分析结果表明, 该共振增强可通过强场下的二阶交流斯塔克效应实现, 其对驱动激光波长不敏感。这种新机制使得中红外波段的飞秒激光脉冲更有利于产生高亮度的超快单色紫外/极紫外(UV/XUV)光源, 在凝聚态物理、材料科学等领域具有重要的应用前景。

**关键词** 激光光学; 斯塔克效应; 单色极紫外光源; 飞秒激光; 高次谐波

中图分类号 O434.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.1001003

## Generation of Resonantly Enhanced Monochromatic High-Order Harmonics

Wang Li<sup>1,2,3</sup>, Xue Jinxing<sup>1,2,3</sup>, Zeng Zhinan<sup>1\*</sup>, Li Ruxin<sup>1</sup>, Xu Zhizhan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>State Key Laboratory of High Field Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

<sup>2</sup>Center of Materials Science and Optoelectronics Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

<sup>3</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The interaction of an intense femtosecond laser with gas to produce high-order harmonics is an important ultrafast coherent light source. Our simulation shows that a mid-infrared femtosecond laser pulse can enhance the multi-photon resonance between the ground states and excited states of the atom by the ac Stark effect and generate high-brightness monochromatic high-order harmonic radiation. By solving the time-dependent Schrödinger equation, we obtain unusual resonantly enhanced high-order harmonics below the threshold, the intensity of which is strongest at an optimal laser intensity. Further, the time-frequency analysis shows that the resonance enhancement is related to the second-order ac Stark effect in a high field, while insensitive to the laser wavelength. This new mechanism makes mid-infrared femtosecond laser pulses more conducive to the generation of ultra-fast monochrome ultraviolet/extreme ultraviolet light sources with high brightness and has important application prospects in condensed matter physics and materials science.

**Key words** laser optics; Stark effect; monochromatic extreme ultraviolet light source; femtosecond laser; high-order harmonics

**OCIS codes** 260.6580; 260.7200; 320.2250

## 1 引言

超短超强飞秒激光脉冲与稀有气体的相互作用

可以衍生出丰富的物理现象, 如高次谐波辐射<sup>[1-11]</sup>、过势垒电离<sup>[12-13]</sup>、太赫兹产生<sup>[14-16]</sup>等。其中, 高次谐波辐射过程的相干性使得高次谐波辐射具有空间

收稿日期: 2019-03-22; 修回日期: 2019-05-08; 录用日期: 2019-05-13

基金项目: 国家自然科学基金(61690223, 61521093, 11127901, 11574332, 11774363)、中国科学院战略性先导科技专项(B类)(XDB16)

\* E-mail: zhinan\_zeng@mail.siom.ac.cn

和时间的完全相干性<sup>[17]</sup>,这是高次谐波在物理、化学等领域具有较高应用价值的基础<sup>[18]</sup>。高次谐波辐射出的光子能量所覆盖的光谱范围很广,从真空紫外、极紫外一直到软 X 射线。由于具备非常宽的光谱和很好的相干性,高次谐波的一个重要用途是产生阿秒脉冲<sup>[19-24]</sup>。

根据高次谐波理论<sup>[1,25]</sup>,高次谐波截止频率公式不适用于光子能量小于电离能的高次谐波,这意味着高次谐波理论无法描述电离阈值以下的谐波。对于阈值以下的高次谐波,主要采用数值求解含时薛定谔方程(TDSE)的方法来研究对能级结构有影响的共振增强等效应<sup>[26-27]</sup>。近几年,优质的超快极紫外光源在凝聚态物理等领域受到广泛的关注<sup>[28-29]</sup>,而阈值以下的共振增强可以大幅提升高次谐波的产生效率<sup>[30]</sup>,因此,阈值以下的高次谐波已成为一个重要的研究课题,且一些新的现象相继被发现<sup>[27,31]</sup>。

2001年,瑞士隆德技术学院的 Gaarde 等<sup>[31]</sup>发现强场领域的一个多光子共振通道可以增强多个级次高次谐波的产额,在超强超快中红外激光作用下,碱金属原子是观察这种现象的理想介质;2003年,法国皮埃尔与玛丽居里大学的 Taieb 小组<sup>[30]</sup>将阈上电离中电子能谱高能端出现的共振和多次碰撞概念引入到高次谐波的产生过程,发现共振和多次碰撞对高次谐波的产生过程具有重要作用;2015年,美国路易斯安娜州立大学的 Camp 小组<sup>[27]</sup>在研究阈值以下和阈值以上氦原子的谐波产生时,通过改变激光波长和激光光强,发现了共振增强的 7、9、11 次高次谐波来自斯塔克移动后的激发态 1s2p、1s3p、1s4p 与基态之间的多光子共振。

上述研究主要基于红外或者近红外激光作用下共振增强谐波的产生。然而,激光波长增大到中红外波段时有哪些新的现象出现,有待进一步研究。本文针对该问题,通过数值求解含时薛定谔方程,发现在中红外长波长 4 μm 激光的作用下,能够产生共振增强的阈值以下的高次谐波,并对非常规高次谐波作出了物理过程解释。这种共振增强的谐波发生在激光光强较小的条件下,因此,该结果对于研究弱激光光强参数下产生高强度、全相干的极紫外辐射<sup>[32]</sup>具有重要意义。

## 2 数值计算模型

一般而言,高次谐波的产生过程是一个高度非线性过程,这导致高次谐波的产生效率非常低,通常

在 $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 之下<sup>[33-34]</sup>。且辐射的高次谐波波长越短,其产生效率越低。因此,从产生效率考虑,波长较长的阈值以下谐波(即高次谐波光子能量小于原子电离能)是高次谐波研究的重要课题。对于阈值以下的高次谐波辐射,原子的能级结构对其影响主要体现在辐射强度的共振增强上。这种共振增强现象在实验和理论上都已有诸多研究成果<sup>[17,26-27,30-31,35-38]</sup>。通常来说,对于红外或者近红外激光,产生阈值以下共振增强高次谐波的条件为<sup>[27,36]</sup>

$$|E_{np} - E_0| + U_p = q\hbar\omega, \quad (1)$$

式中:下标“np”和“0”分别表示 np 激发态和基态; $E_{np}$ 和 $E_0$ 分别为 np 激发态和基态的无场能级; $U_p$ 为电子的有质动力能; $q$ 为辐射谐波级次; $\hbar$ 为约化普朗克常数; $\omega$ 为辐射光子频率; $q\hbar\omega$ 为辐射出的高次谐波光子的能量。在原子单位制下, $U_p$ 可表示为 $U_p = E_0^2/4\omega_0^2 = E_0^2\lambda^2/16\pi^2c^2$ ,其中 $\omega_0$ 为激光基频, $\lambda$ 为激光波长, $c$ 为光速。 $U_p$ 正比于激光波长的平方,随着波长 $\lambda$ 的增大而迅速增长。文献[27]和文献[36]仅主要研究 400~500 nm 激光波长附近的高次谐波共振增强效应,满足(1)式所要求的产生阈值以下共振增强高次谐波的条件。然而,按照(1)式,在中红外长波长激光的作用下, $U_p$ 将达到几十甚至几百 eV,无法按照(1)式所描述的物理过程实现共振增强。

针对上述情况,通过数值求解一维含时薛定谔方程,从理论上研究中红外长波长 4 μm 激光驱动下阈值以下共振增强高次谐波辐射。理论计算结果表明,4 μm 激光驱动产生的共振增强高次谐波的增强效果非常明显,且其机制明显不同于(1)式。这种谐波在现有研究<sup>[39]</sup>中已有所提及。通过进一步研究发现,在中红外 4 μm 激光驱动下,阈值以下共振增强高次谐波辐射,共振条件中主要考虑的是激光电场的振荡,而非(1)式中的平均有质动力能 $U_p$ 。

由于中红外激光的波长较长,数值求解含时薛定谔方程的计算量非常大,本文采用求解一维含时薛定谔方程的方法。采用单电子近似和一维软核势模型 $V(x) = -1/\sqrt{x^2+a^2}$ , $a^2 = 0.4731$ ,模拟氦原子的库伦势场,其中 $x$ 为电子到原子核的距离, $a$ 为短程截断参数<sup>[40-41]</sup>。在该软核势场下,氦原子的基态电子能量为-0.91 a.u.,与实际的氦原子基态电子能量近似相等。此时,基态与第一激发态之间的能级差为16.16 eV。数值求解一维含时薛定谔方程之后,得到电子在外加驱动光场作用下的波函数为|

$\phi(t)\rangle, t$  为时间, 进而电子的偶极矩可以表示为  $d(t) = \langle \phi(t) | x | \phi(t) \rangle$ 。对偶极矩加上一个时间窗口函数, 再进行傅里叶变换, 即可得到电子在驱动光场作用下的偶极辐射。本文中激光电场持续时间为 16 个基频光周期, 其中第一个和最后一个电场分别作为启动和关闭电场周期, 中间是光强为常数的持续 14 个光周期的平顶电场。

### 3 结果与讨论

文献 [39] 在光强为  $20 \text{ TW/cm}^2$ 、波长为  $780 \text{ nm}$  的条件下观测到两套谐波光谱, 因此, 本研究首先模拟计算激光波长为  $800 \text{ nm}$  的情况。由于使用的是类氦原子模型, 在光强为  $77.5 \text{ TW/cm}^2$  左右可以观察到类似情况, 图 1(a) 给出了光强为  $77.5 \text{ TW/cm}^2$  的高次谐波辐射曲线(点划线), 存在两套谐波谱, 分别为常规和非常规高次谐波谱, 其中, 非常规高次谐波用黑色虚线标出。但是上述研究<sup>[39]</sup>并未对其中的非常规高次谐波出现的物理机

制进行清晰解释。改变激光光强, 可以发现非常规谐波谱在  $12.7 \text{ TW/cm}^2$  时谐波强度最高, 而常规高次谐波则在更高光强下具有更高的产生效率。图 1(a) 还给出了光强分别为  $12.7 \text{ TW/cm}^2$  所产生的高次谐波辐射产额 (HH yield) (实线) 和  $98.6 \text{ TW/cm}^2$  所产生的高次谐波辐射产额(虚线)。为便于区分, 图示中  $12.7 \text{ TW/cm}^2$  光强下(实线)的产额下降了两个数量级,  $98.6 \text{ TW/cm}^2$  光强下(虚线)的产额提高了两个数量级。其中光强较强情况下, 谐波辐射出的高次谐波峰值正好位于奇数倍驱动激光光子能量处, 如图 1(a) 中 H9~H13 所示, 属于正常的谐波; 较低光强下产生的谐波辐射, 虽然相邻峰值之间的能量间隔也为  $2\hbar\omega$ , 但是谐波峰值的能量位置并非光子能量的整数倍, 而是整体发生平移, 这与文献[39]所得结果一致。显然, 由图 1(a) 可知, 即使对于较低光强 ( $12.7 \text{ TW/cm}^2$ ) 的驱动激光, 在光子能量  $16 \text{ eV}$  附近仍然能产生很强的高次谐波辐射, 该谐波的电场强度比相邻谐波的电场强度大很多。

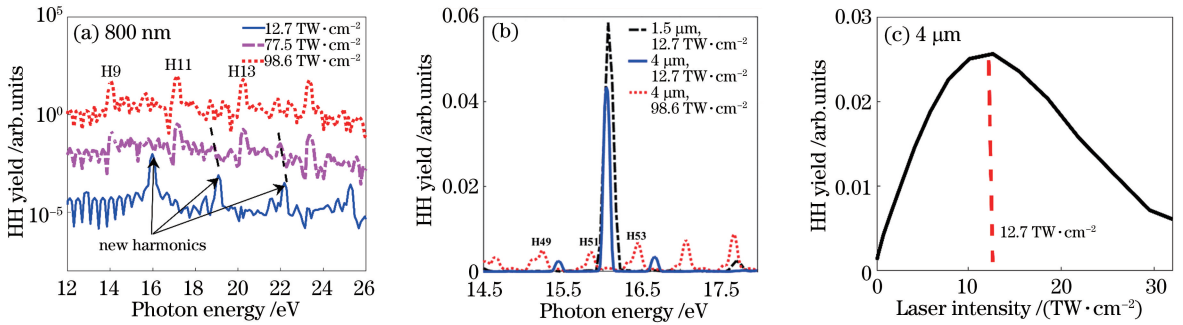


图 1 数值求解含时薛定谔方程得到的高次谐波辐射。(a) 不同光强下的高次谐波辐射; (b) 光子能量  $16 \text{ eV}$  附近的高次谐波辐射; (c) 共振增强高次谐波的强度与激光光强的关系

Fig. 1 High-order harmonic radiation numerically solved from time-dependent Schrödinger equation. (a) High-order harmonic radiations at different laser intensities; (b) high-order harmonic radiations near photo energy of  $16 \text{ eV}$ ; (c) strength of resonance-enhanced high-order harmonic radiation as a function of laser intensity

驱动激光波长分别增大到  $1.5 \mu\text{m}$  和  $4 \mu\text{m}$  时, 高次谐波辐射如图 1(b) 所示, 为了便于对比谐波产生效率, 纵轴采用自然坐标。首先观察  $4 \mu\text{m}$  激光波长下产生的高次谐波谱, 较弱激光光强  $12.7 \text{ TW/cm}^2$  下产生了高次谐波辐射(实线), 此时电子的有质动力能  $U_p = 18.9 \text{ eV}$ , 大于产生共振增强谐波附近的光子能量  $16 \text{ eV}$ , 该情况与(1)式对于产生阈值以下共振增强高次谐波所做的描述并不相符, 但从图 1(b) 可以看出此时仍然产生了阈值以下共振增强的高次谐波; 同时, 图 1(b) 中给出了激光光强为  $98.6 \text{ TW/cm}^2$  时产生的高次谐波(虚线), 光子能量  $16 \text{ eV}$  附近的常规高次谐波 H49~H53 已在图 1(b) 中标出, 此时并没有产生类似于较低光强下

产生的非常规谐波; 在图 1(b) 中光子能量为  $16 \text{ eV}$  附近,  $12.7 \text{ TW/cm}^2$  激光驱动产生的高次谐波强度约为  $98.6 \text{ TW/cm}^2$  激光驱动产生的高次谐波强度的 5 倍。然而, 图 1(a) 中低光强和高光强激光驱动产生的高次谐波产生效率却差别不大。因此, 通过比较图 1(a) 和图 1(b) 中的结果, 可以得出如下结论: 中红外长波长  $4 \mu\text{m}$  驱动激光对阈值以下高次谐波共振增强的效果比  $800 \text{ nm}$  驱动激光要明显得多, 该结论对于研究获得高亮度、全相干、近单频的极紫外辐射具有重要意义。另外, 图 1(b) 给出了波长为  $1.5 \mu\text{m}$  时产生的高次谐波谱(黑色点划线), 通过扫描激光波长可以发现, 在  $800 \text{ nm} \sim 4 \mu\text{m}$  范围内, 非常规共振增强的高次谐波基本都能出现, 由此



可知,这种非常规共振增强的高次谐波对驱动激光的波长不敏感。

由图 1(c)可知:当激光波长为 4  $\mu\text{m}$  时,随着驱动光强的增大,共振增强的谐波强度先增加后减小;当激光光强为 12.7  $\text{TW}/\text{cm}^2$  时,共振增强的谐波辐射强度最大。综合前述,从图 1(a)和图 1(b)中在较低光强下观察到了共振增强的非常规高次谐波(如实线所示),而且由图 1(c)可知存在一个最优的驱动光强,使共振谐波的辐射强度最强;此时并没有产生文献[39]中混合在一起的常规高次谐波。

下面的分析可以表明非常规高次谐波的共振增强来自二阶交流斯塔克效应。当激发态和基态同时考虑二阶交流斯塔克效应时,第一激发态与基态之间的能级差  $\Delta E$  可以表示为<sup>[27,36,42]</sup>

$$\Delta E = \epsilon_1 + \Delta\epsilon_1 - (\epsilon_0 + \Delta\epsilon_0) = \epsilon_1 - \epsilon_0 + \Delta\epsilon_1 - \Delta\epsilon_0, \quad (2)$$

式中: $\epsilon_1$  和  $\epsilon_0$  分别为氢原子的第一激发态和基态的本征能级; $\Delta\epsilon_1$  和  $\Delta\epsilon_0$  分别为第一激发态和基态的二阶交流斯塔克移动。这使得在激光场作用下,基态和第一激发态之间的能级差存在一个正比于激光电场平方的变化,即

$$\Delta\epsilon = \Delta\epsilon_1 - \Delta\epsilon_0 = \left( \sum_{k \neq 1} \frac{e^2 d_{k1}^2}{\epsilon_k - \epsilon_1} - \sum_{k \neq 0} \frac{e^2 d_{k0}^2}{\epsilon_k - \epsilon_0} \right) E^2, \quad (3)$$

式中: $e$  为电子电荷;下标“1”和“0”分别表示第一激发态和基态; $d_{ka}$  ( $a=0,1$ )为耦合原子本征态  $|k\rangle$  和  $|a\rangle$  的跃迁矩阵元; $\epsilon_k$  和  $\epsilon_a$  分别为原子本征态  $|k\rangle$  和  $|a\rangle$  的能级; $E$  为激光电场。由(3)式可以看出,二阶交流斯塔克移动正比于驱动激光电场的平方  $E^2$ 。

采用时间-频率分析方法(获得高次谐波时间-频

率特性的常用方法),对图 1(b)中较低光强下共振增强的非常规高次谐波(实线)进行时间-频率特性分析。图 2(a)给出了对图 1(b)所对应的低光强驱动产生的含时偶极矩进行小波变换<sup>[43]</sup>得到的时间-频率信号谱,从光子能量 20 eV 以上的信号可以清晰地分辨出长量子轨道和短量子轨道,并且在  $\frac{n}{2}T$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )附近( $T$  为光学周期),长短轨道合并。该结果与常规高次谐波的时间-频率特性一致。然而,由于小波变换的能量-时间分辨率有限,共振增强位置的谐波虽然时间-频率信号很强[图 2(a)],但时间轴方向上的振荡结构较模糊。图 2(b)为较低光子能量位置(13~19 eV)小波变换信号的局部放大图。

为更加清晰地分析这种共振谐波的时间-频率特性,进一步采用能量-时间分辨率更高的短时傅里叶变换<sup>[44-45]</sup>对含时偶极矩进行分析,结果如图 2(c)所示。图 2(c)仅给出了共振增强谐波附近(光子能量为 16 eV)的结果,在时间轴方向上,共振增强附近高次谐波的时间-频率特性呈现出以 0.5 O.C. (optical cycle)为周期的周期性振荡结构;同时,利用与背景色差别较大的白色实线在图 2(c)中标注二阶交流斯塔克能级移动  $\Delta E$ ,通过比较图中 2(c)中二阶交流斯塔克移动和短时傅里叶变换时间-频率分析结果,并与图 2(b)局部放大的小波变换信号图进行比较,可以非常清晰地得到共振增强附近谐波的时间-频率特性呈周期性振荡,并且与二阶交流斯塔克移动完全同步。由此证明,图 1(b)和图 2(c)中在较低光强下的谐波增强来自一种新的机制,即通过二阶交流斯塔克效应实现第一激发态与基态之间的多光子共振增强。

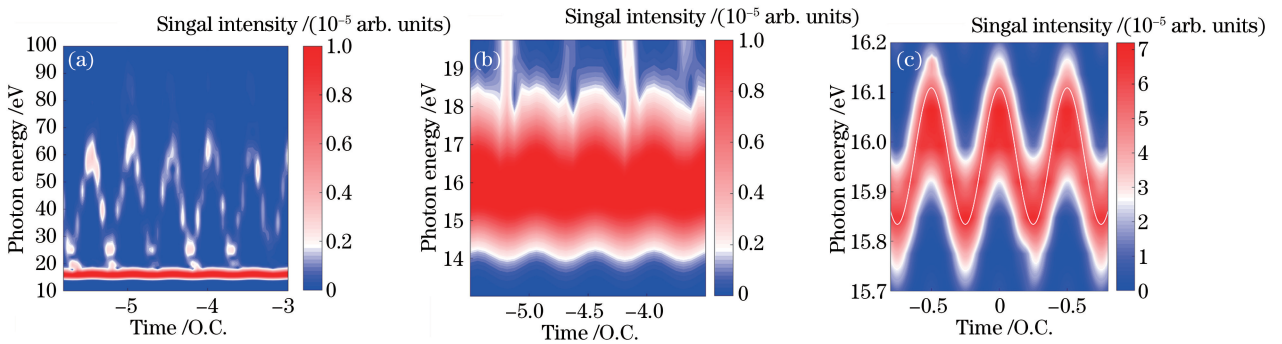


图 2 时间-频率分析。(a)对图 1(b)进行小波变换得到的时间-频率信号谱图;(b)图 2(a)中低光子能量部分局部放大图;(c)对图 1(b)中低光强驱动产生的含时偶极矩进行短时傅里叶变换得到的时间-频率信号谱图

Fig. 2 Time-frequency analysis. (a) Time-frequency signal spectrum obtained by wavelet transform of signals in Fig. 1 (b); (b) partial amplification at low photon energies range of Fig. 2(a); (c) signal spectrum obtained by short-time Fourier transform of time-dependent dipole moments, which are generated by weak laser intensity in Fig. 1(b)

## 4 结 论

首先,针对前人主要基于红外或者近红外激光作用下研究共振增强谐波产生的情况,通过数值求解一维含时薛定谔方程,得到中红外  $4\ \mu\text{m}$  飞秒激光驱动下阈值以下的共振增强高次谐波辐射,这种共振增强的高次谐波在较低光强  $12.7\ \text{TW}/\text{cm}^2$  附近实现了产生效率优化,在高光强  $98.6\ \text{TW}/\text{cm}^2$  下优化效果则不明显;并且  $4\ \mu\text{m}$  激光驱动下阈值以下的共振增强效应比  $800\ \text{nm}$  波长下的增强效应显著。其次,对文献[39]观测到的两套谐波光谱中非常规高次谐波作物理过程解释,分别采用小波变换和短时傅里叶变换分析波长为  $4\ \mu\text{m}$ 、光强为  $12.7\ \text{TW}/\text{cm}^2$  的激光驱动产生的共振增强高次谐波的时间-频率特性。共振增强位置的高次谐波的时间-频率特性呈现周期性振荡,其振荡幅度与考虑交流斯塔克效应得到的能级移动一致。因此,可以认为其通过交流斯塔克效应实现第一激发态与基态之间的多光子共振增强。

## 参 考 文 献

- [1] Corkum P B. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(13): 1994-1997.
- [2] Lewenstein M, Balcou P, Ivanov M Y, *et al.* Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields[J]. *Physical Review A*, 1994, 49(3): 2117-2132.
- [3] Brabec T, Krausz F. Intense few-cycle laser fields: frontiers of nonlinear optics[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2000, 72(2): 545-591.
- [4] Krause J L, Schafer K J, Kulander K C. High-order harmonic generation from atoms and ions in the high intensity regime[J]. *Physical Review Letters*, 1992, 68(24): 3535-3538.
- [5] McPherson A, Gibson G, Jara H, *et al.* Studies of multiphoton production of vacuum-ultraviolet radiation in the rare gases[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 1987, 4(4): 595-601.
- [6] Zheng Y H, Xiong H, Zeng Z N *et al.* Spectral interference effect in high-order harmonic generation with an ellipticity-modulated driving infrared pulse [J]. *Chinese Optics Letters*, 2007, 5(S1): S118-S121.
- [7] Wang Z G, Zeng Z N, Li R X, *et al.* Measurement of Gouy phase shift by use of supercontinuum spectral interference [J]. *Chinese Optics Letters*, 2007, 5(S1): S183-S185.
- [8] Xie X H, Zeng Z N, Li R X, *et al.* Phase-matched high-order harmonic generation in static gas [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2004, 31(s1): 161-163. 谢新华, 曾志男, 李儒新, 等. 静态气体相位匹配高次谐波研究[J]. *中国激光*, 2004, 31(s1): 161-163.
- [9] Zhang L Y, Dai Y, Zheng Y H, *et al.* Bright high-order harmonic generation via multi-jet arrays [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(10): 1001002. 张路遥, 戴晔, 郑颖辉, 等. 采用多喷嘴阵列产生高亮度高次谐波 [J]. *中国激光*, 2017, 44(10): 1001002.
- [10] Song H, Su N, Chen G. Influence of intensity ratio of two-beam pulses on atomic ionization and high harmonic generation in non-symmetric polarization control scheme [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(12): 1219001. 宋浩, 苏宁, 陈高. 不对称偏振控制方案中两束脉冲强度比改变对原子电离及高次谐波产生的影响[J]. *光学学报*, 2018, 38(12): 1219001.
- [11] Xu X H, Xia C L, Guo Z W, *et al.* Spatial distribution of high-order harmonic controlled by chirped laser pulse and isolated attosecond pulse generation[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, 45(6): 0601007. 徐小虎, 夏昌龙, 郭志伟, 等. 啁啾场调控的高次谐波空间分布及孤立阿秒脉冲产生[J]. *中国激光*, 2018, 45(6): 0601007.
- [12] Zou X R, Liu L D, Ji M C, *et al.* Sequential over-barrier ionization of multi-electron atoms in the tens-to-hundreds keV/u energy range[J]. *Chinese Physics B*, 2012, 21(3): 033401.
- [13] Golubovskii Y B, Maiorov V A, Behnke J, *et al.* Influence of interaction between charged particles and dielectric surface over a homogeneous barrier discharge in nitrogen [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2002, 35(8): 751-761.
- [14] Siegel P H. Terahertz technology [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2002, 50(3): 910-928.
- [15] Ferguson B, Zhang X C. Materials for terahertz science and technology[J]. *Nature Materials*, 2002, 1(1): 26-33.
- [16] Diddams S A, Jones D J, Ye J, *et al.* Direct link between microwave and optical frequencies with a 300 THz femtosecond laser comb [J]. *Physical Review Letters*, 2000, 84(22): 5102-5105.
- [17] Popmintchev T, Chen M C, Popmintchev D, *et al.* Bright coherent ultrahigh harmonics in the keV X-ray regime from mid-infrared femtosecond lasers [J]. *Science*, 2012, 336(6086): 1287-1291.
- [18] Bartels R, Backus S, Zeek E, *et al.* Shaped-pulse

- optimization of coherent emission of high-harmonic soft X-rays[J]. *Nature*, 2000, 406(6792): 164-166.
- [19] Sansone G, Benedetti E, Calegari F, *et al.* Isolated single-cycle attosecond pulses[J]. *Science*, 2006, 314(5798): 443-446.
- [20] Chini M, Zhao K, Chang Z H. The generation, characterization and applications of broadband isolated attosecond pulses [J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(3): 178-186.
- [21] Zhao K, Zhang Q, Chini M, *et al.* Tailoring a 67 attosecond pulse through advantageous phase-mismatch[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(18): 3891-3893.
- [22] Li J, Ren X M, Yin Y C, *et al.* 53-attosecond X-ray pulses reach the carbon K-edge [J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 186.
- [23] Hammond T J, Brown G G, Kim K T, *et al.* Attosecond pulses measured from the attosecond lighthouse[J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(3): 171-175.
- [24] Gaumnitz T, Jain A, Pertot Y, *et al.* Streaking of 43-attosecond soft-X-ray pulses generated by a passively CEP-stable mid-infrared driver[J]. *Optics Express*, 2017, 25(22): 27506-27518.
- [25] Li X X, Xu Z Z, Zhang W Q. The effect of initial population on the generation of high-order harmonics [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 1997, 24(12): 1124-1128.  
李学信, 徐至展, 张文琦. 初始粒子数布居对高次谐波的影响[J]. *中国激光*, 1997, 24(12): 1124-1128.
- [26] Strelkov V. Role of autoionizing state in resonant high-order harmonic generation and attosecond pulse production[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(12): 123901.
- [27] Camp S, Schafer K J, Gaarde M B. Interplay between resonant enhancement and quantum path dynamics in harmonic generation in helium [J]. *Physical Review A*, 2015, 92(1): 013404.
- [28] Emaury F, Diebold A, Saraceno C J, *et al.* Compact extreme ultraviolet source at megahertz pulse repetition rate with a low-noise ultrafast thin-disk laser oscillator[J]. *Optica*, 2015, 2(11): 980-984.
- [29] Boulet J, Zaouter Y, Limpert J, *et al.* High-order harmonic generation at a megahertz-level repetition rate directly driven by an ytterbium-doped-fiber chirped-pulse amplification system [J]. *Optics Letters*, 2009, 34(9): 1489-1491.
- [30] Taïeb R, Vénier V, Wassaf J, *et al.* Roles of resonances and recollisions in strong-field atomic phenomena. II. High-order harmonic generation[J]. *Physical Review A*, 2003, 68(3): 033403.
- [31] Gaarde M B, Schafer K J. Enhancement of many high-order harmonics via a single multiphoton resonance[J]. *Physical Review A*, 2001, 64(1): 013820.
- [32] Dudovich N, Smirnova O, Levesque J, *et al.* Measuring and controlling the birth of attosecond XUV pulses[J]. *Nature Physics*, 2006, 2(11): 781-786.
- [33] Constant E, Garzella D, Breger P, *et al.* Optimizing high harmonic generation in absorbing gases: model and experiment[J]. *Physical Review Letters*, 1999, 82(8): 1668-1671.
- [34] Kim I J, Kim C M, Kim H T, *et al.* Highly efficient high-harmonic generation in an orthogonally polarized two-color laser field [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(24): 243901.
- [35] Ngoko Djiokep J M, Starace A F. Resonant enhancement of the harmonic-generation spectrum of beryllium[J]. *Physical Review A*, 2013, 88(5): 053412.
- [36] de Morisson Faria C F, Kopold R, Becker W, *et al.* Resonant enhancements of high-order harmonic generation[J]. *Physical Review A*, 2002, 65(2): 023404.
- [37] Muller H G. Numerical simulation of high-order above-threshold-ionization enhancement in argon[J]. *Physical Review A*, 1999, 60(2): 1341-1350.
- [38] Zhou J, Peatross J, Murnane M M, *et al.* Enhanced high-harmonic generation using 25 fs laser pulses[J]. *Physical Review Letters*, 1996, 76(5): 752-755.
- [39] Xiong W H, Jin J Z, Peng L Y, *et al.* Numerical observation of two sets of low-order harmonics near the ionization threshold [J]. *Physical Review A*, 2017, 96(2): 023418.
- [40] Liu C D, Zeng Z N, Wei P F, *et al.* Driving-laser wavelength dependence of high-order harmonic generation in  $H_2^+$  molecules[J]. *Physical Review A*, 2010, 81(3): 033426.
- [41] Zheng Y H, Zeng Z N, Li R X, *et al.* Isolated-attosecond-pulse generation due to the nuclear dynamics of  $H_2^+$  in a multicycle midinfrared laser field [J]. *Physical Review A*, 2012, 85(2): 023410.
- [42] Chini M, Zhao B Z, Wang H, *et al.* Subcycle AC Stark shift of helium excited states probed with isolated attosecond pulses [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(7): 073601.
- [43] Tong X M, Chu S I. Probing the spectral and temporal structures of high-order harmonic generation in intense laser pulses[J]. *Physical Review A*, 2000, 61(2): 021802.
- [44] Sheu Y L, Hsu L Y, Wu H T, *et al.* A new time-

frequency method to reveal quantum dynamics of atomic hydrogen in intense laser pulses: synchrosqueezing transform [J]. *AIP Advances*, 2014, 4(11): 117138.

[45] Li P C, Sheu Y L, Jooya H Z, *et al.* Exploration of laser-driven electron-multirescattering dynamics in high-order harmonic generation [J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 32763.