

# 复合涡旋光束拓扑荷数测量的仿真研究

毛宁, 韦宏艳\*, 蔡冬梅, 贾鹏

太原理工大学物理与光电工程学院, 山西 太原 030024

**摘要** 针对复合涡旋光束拓扑荷信息测量的问题, 提出了一种利用其光强分布特征及经遮挡部分方位角的椭圆形光阑的衍射图样检测各子光束携带拓扑荷信息的方法。仿真结果表明: 复合光束光强分布图中亮条纹数目和拖尾方向分别表征子光束拓扑荷差的绝对值和较高阶拓扑荷的符号; 衍射图样中暗条纹数目和条纹分布特点分别反映低阶拓扑荷的大小和符号。该方法可用于复合涡旋光束拓扑荷信息的检测。

**关键词** 测量; 复合涡旋光束; 拓扑荷数; 衍射; 椭圆形光阑

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0104008

## Simulation for Measuring the Topological Charges of Composite Vortex Beams

Mao Ning, Wei Hongyan\*, Cai Dongmei, Jia Peng

College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China

**Abstract** The measurement of the topological charges of a composite vortex beam is challenging. Therefore, this study proposes a method to detect the orbital angular momentum of each sub-beam using the light intensity distribution characteristics and diffraction patterns with an elliptical aperture occluding partial azimuth. Simulation results reveal that the number of bright stripes and the direction of the tail in the intensity distribution of the composite beam represent the absolute value of the topological charge difference and the symbols of the higher order topological charge, respectively. The number of dark stripes and their distribution characteristics in the diffraction patterns reflect the size and symbol of the low-order topological charge, respectively. Thus, the proposed method can successfully detect the topological charges of composite vortex beams.

**Key words** measurement; composite vortex beams; the topological charge; diffraction; elliptic aperture

**OCIS codes** 120.2650; 050.4865; 050.1940; 050.1220

## 1 引 言

涡旋光束是具有螺旋相位波前或相位奇点的特殊光场, 光束中的每个光子都携带  $lh$  的轨道角动量 (OAM),  $l$  为拓扑荷数, 理论上可取  $-\infty \sim +\infty$ ,  $h$  为约化普朗克常数<sup>[1-3]</sup>。因此, 涡旋光束在量子光学<sup>[4]</sup>、光通信<sup>[5-7]</sup>、粒子囚禁和操纵<sup>[8-10]</sup>及光开关<sup>[11]</sup>等诸多领域有着广泛的应用。

随着对涡旋光束了解的不断深入, 更多研究者逐渐由对携带单个拓扑荷的涡旋光束的研究转向对复合光束的研究<sup>[12-15]</sup>。而涡旋光束拓扑荷数的测量, 又是涡旋光束理论及应用研究的重要前提和关键。目前, 检测方法主要基于干涉和衍射原理<sup>[16-19]</sup>。柯熙政等<sup>[16]</sup>通过涡旋光束杨氏双缝干涉实验证实,

可以根据干涉条纹扭曲方向及条纹扭曲程度检测涡旋光束携带的拓扑荷值。Guo 等<sup>[17]</sup>提出了利用两个改进的马赫-曾德尔干涉仪记录的光斑数目和差值来识别光束携带拓扑荷信息的方法。刘永欣等<sup>[18]</sup>利用菱形孔衍射法实现了对入射涡旋光束拓扑电荷大小的测量, 但是不能判断其符号。Chen 等<sup>[19]</sup>利用扇形光阑的衍射法检测入射涡旋光束的拓扑电荷值范围为  $-4 \sim 4$ 。杨春勇等<sup>[20]</sup>研究了两束涡旋光复用传输后的相位分布特征, 并揭示了其与各子光束携带拓扑荷信息的关联。柯熙政等<sup>[21]</sup>分析了叠加涡旋光束的相位及光场分布, 证实了利用叠加态的涡旋光束光场衍射图检测叠加光束拓扑荷数的正负及数值的可行性。

本文采用两束不同束腰半径的拉盖尔-高斯

收稿日期: 2018-09-06; 修回日期: 2018-10-06; 录用日期: 2018-10-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(61805173, 11503018)

\* E-mail: why\_1221@126.com

(LG)子光束共轴叠加形成的涡旋场作为复合光束,研究了一种利用其光强分布及其经遮挡方位角的椭圆形光阑后的衍射场分布特征来测量各子光束所携带拓扑荷信息的方法。该方法具有光强图清晰度高、与拓扑荷对应关系简单且可测量的拓扑荷范围较大的特点。

## 2 理论分析

### 2.1 复合光束

取径向指数  $p=0, l$  阶 LG 光束,光场的复振幅可表示为

$$u(r, \varphi, z) = E \frac{\omega_0}{\omega_z} \left( \frac{\sqrt{2}r}{\omega_z} \right)^{|l|} \times \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_z^2}\right) \exp[i\Psi(r, \varphi, z)], \quad (1)$$

式中,  $r, \varphi, z$  为柱面坐标系符号,  $E$  为振幅,  $\omega_0$  为光束的束腰半径,  $z_r = \pi\omega_0^2/\lambda$  为瑞利长度,  $\lambda$  为光波

长,沿  $z$  方向传输的光束的束腰半径为  $\omega_z = \omega_0 \sqrt{1 + (z/z_r)^2}$ , 且

$$\Psi(r, \varphi, z) = -(l+1)\arctan \frac{2z}{k\omega_z^2} + k \frac{r^2}{2R(z)} + kz + l\varphi, \quad (2)$$

式中,波前曲率半径  $R(z) = z + z_r^2/z$ , 波数  $k = 2\pi/\lambda$ 。

在源平面处,定义光斑半径  $r_{\max}$  为光束中心到振幅最大值  $E_{\max}$  的距离,则

$$r_{\max} = \omega_0 \sqrt{|l|/2}, \quad (3)$$

$$E_{\max} = E \times \left( \frac{|l|}{2e} \right)^{|l|/2}. \quad (4)$$

式中  $e = 2.7183$ 。以束腰半径和拓扑荷数分别为  $\omega_1, l_1$  和  $\omega_2, l_2$  的两子光束  $u_1(r, \varphi, z)$  和  $u_2(r, \varphi, z)$  在源平面( $z=0$ )同轴叠加形成的复合光场为例,复合光场表达式为

$$u_{\text{com}}(r, \varphi, z=0) = u_1(r, \varphi) + \alpha \times u_2(r, \varphi) = E_1 \left( \frac{\sqrt{2}r}{\omega_1} \right)^{|l_1|} \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_1^2}\right) \exp[i|l_1|\varphi] + \alpha \times E_2 \left( \frac{\sqrt{2}r}{\omega_2} \right)^{|l_2|} \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_2^2}\right) \exp[i|l_2|\varphi], \quad (5)$$

式中  $\alpha = (E_1/E_2)\sqrt{|l_1|/|l_2|}$  为权重系数,  $E_1, E_2$  为子光束 1、2 的振幅。控制  $\alpha$  值,使共轴叠加的两束 LG 光束的振幅最大值相等,即  $E_{1\max} = E_{2\max}$ 。根据惠更斯-菲涅耳原理,可得传输到距离  $z$  处接收屏的复合光束的光场表达式为

$$u_{\text{com}}(r', \varphi', z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \iint u_{\text{com}}(r, \varphi) \exp\left\{\frac{ik}{2z}[r^2 + r'^2 + 2rr'\cos(\varphi - \varphi')]\right\} dr d\varphi = E_1 \frac{\omega_1}{\omega_{z1}} \left( \frac{\sqrt{2}r'}{\omega_{z1}} \right)^{|l_1|} \exp\left(-\frac{r'^2}{\omega_{z1}^2}\right) \exp(i\Psi_1) + \alpha \times E_2 \frac{\omega_2}{\omega_{z2}} \left( \frac{\sqrt{2}r'}{\omega_{z2}} \right)^{|l_2|} \exp\left(-\frac{r'^2}{\omega_{z2}^2}\right) \exp(i\Psi_2), \quad (6)$$

### 2.2 椭圆形光阑衍射模型

遮挡方位角的椭圆形光阑如图 1 所示。设置椭圆孔径的长、短半轴:  $a = 2 \text{ mm}, b = 1.5 \text{ mm}$ ; 遮挡  $30^\circ \sim 60^\circ$  方位角对应的黑色区域,则椭圆形光阑透射率函数为

$$\tau(r', \varphi') = \begin{cases} 0, & 30^\circ < \varphi' < 60^\circ \\ 1, & \text{others} \end{cases}, \quad (7)$$

式中  $(r', \varphi')$  表示孔径平面。

当复合光束照射该椭圆形光阑时,孔径后表面衍射光场表达式为

$$E_1(r', \varphi') = u_{\text{com}}(r', \varphi', z)\tau(r', \varphi'). \quad (8)$$

根据夫琅禾费远场衍射原理可得,衍射后表面的光场复振幅为

$$E(\rho, \theta) = \frac{\exp(ikd)}{i\lambda d} \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2d}\right) \iint E_1(r', \varphi') \times$$

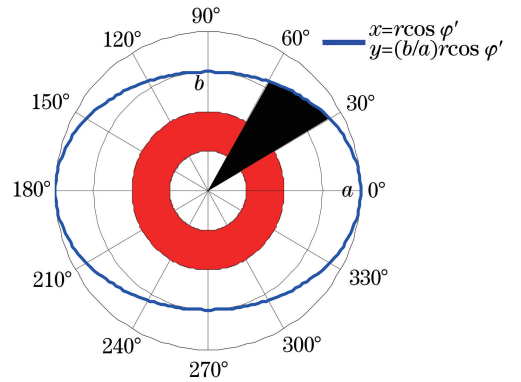


图 1 椭圆形光阑示意图

Fig. 1 Schematic of elliptic aperture

$$\exp\left[\frac{ik\rho}{d}r'\cos(\theta - \varphi')\right] dr' d\varphi', \quad (9)$$

式中,  $d$  为光束传播距离,  $\rho, \theta$  表示接收屏所在坐标

系符号。

则接收屏处衍射光强的表达式为

$$I(\rho, \theta) = E(\rho, \theta)E^*(\rho, \theta). \quad (10)$$

### 3 仿真结果分析

#### 3.1 复合光束经不同遮挡区域椭圆形光阑后的衍射图样

设遮挡区域起始位置与  $x$  轴正方向的夹角为  $\beta$ , 遮挡角  $\varphi'$  可取  $\beta$  到  $(\beta + \Delta\psi)$  范围内的任意角度。根据(10)式, 分别以拓扑荷  $l_1 = 4$  和  $l_1 = -4$ ,

$l_2 = 10$  的复合光束为例进行数值模拟, 其经过不同遮挡区域 ( $\beta = 30^\circ$ , 不同  $\Delta\psi$ ) 椭圆形光阑后的衍射图样如图 2(a)~(d) 和 (e)~(h) 所示。由图 2 可知, 当  $\Delta\psi = 0^\circ$  时, 暗条纹数目清晰, 等于低阶拓扑荷数值, 但是不能区分其符号。当  $\Delta\psi \neq 0^\circ$  时, 衍射条纹分布不对称, 可根据其分布方向准确区分较低阶拓扑荷符号, 但随着  $\Delta\psi$  的增大, 亮条纹不再是封闭的椭圆状, 暗条纹数目不精确, 拓扑电荷数识别误差增加。综上, 选择椭圆形光阑的遮挡区域参数为  $\beta = 30^\circ, \Delta\psi = 30^\circ$ 。

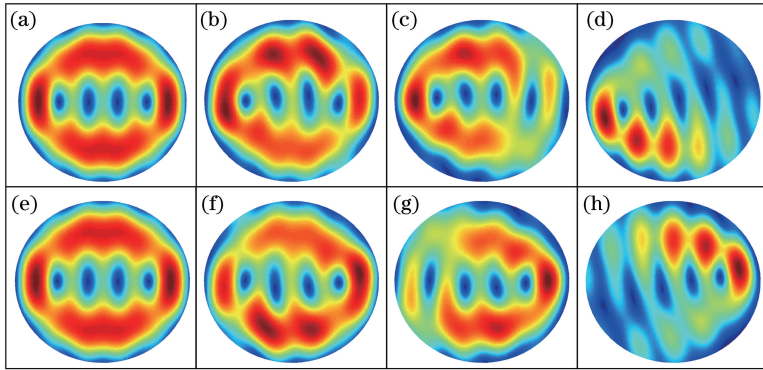


图 2 复合光束经  $\beta = 30^\circ$ 、不同  $\Delta\psi$  下椭圆形光阑后的远场衍射光强分布。(a)  $\Delta\psi = 0^\circ, l_1 = 4$ ; (b)  $\Delta\psi = 30^\circ, l_1 = 4$ ; (c)  $\Delta\psi = 90^\circ, l_1 = 4$ ; (d)  $\Delta\psi = 150^\circ, l_1 = 4$ ; (e)  $\Delta\psi = 0^\circ, l_1 = -4$ ; (f)  $\Delta\psi = 30^\circ, l_1 = -4$ ; (g)  $\Delta\psi = 90^\circ, l_1 = -4$ ; (h)  $\Delta\psi = 150^\circ, l_1 = -4$

Fig. 2 Distribution of far-field diffraction of composite beams through an elliptic aperture with different  $\Delta\psi$  and  $\beta = 30^\circ$ . (a)  $\Delta\psi = 0^\circ, l_1 = 4$ ; (b)  $\Delta\psi = 30^\circ, l_1 = 4$ ; (c)  $\Delta\psi = 90^\circ, l_1 = 4$ ; (d)  $\Delta\psi = 150^\circ, l_1 = 4$ ; (e)  $\Delta\psi = 0^\circ, l_1 = -4$ ; (f)  $\Delta\psi = 30^\circ, l_1 = -4$ ; (g)  $\Delta\psi = 90^\circ, l_1 = -4$ ; (h)  $\Delta\psi = 150^\circ, l_1 = -4$

#### 3.2 复合光束传输不同距离的光强分布

基于(6)式, 以携带拓扑荷  $l_1 = 4, l_2 = 10$  的复合光束为例, 数值模拟其传输不同距离时的光强分布, 结果如图 3 所示。由图 3(a)~(d) 可知, 随着传输距离的增大, 光斑尺寸逐渐增大, 且亮条纹

变粗; 但亮条纹数目  $M$  与复合光束携带轨道角动量信息的对应关系不变, 始终等于拓扑荷差的绝对值  $|l_1 - l_2|$ 。因此, 以传输距离  $z = 2$  km 为例, 研究复合光束携带拓扑荷信息与其光强分布图样对应关系。

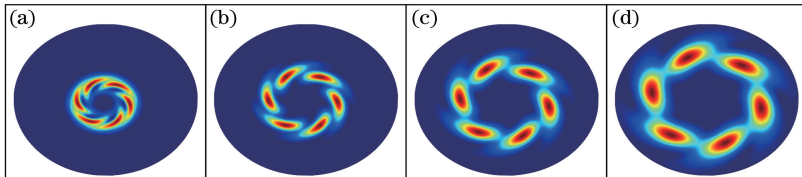


图 3  $l_1 = 4, l_2 = 10$  的复合光束在不同传输距离处的光强分布。(a)  $z = 1$  km; (b)  $z = 2$  km; (c)  $z = 3$  km; (d)  $z = 4$  km

Fig. 3 Intensity distribution of multiplexed beams with  $l_1 = 4$  and  $l_2 = 10$  at different distances. (a)  $z = 1$  km; (b)  $z = 2$  km; (c)  $z = 3$  km; (d)  $z = 4$  km

#### 3.3 光强分布及衍射图样

综上所述, 复合光束传输一定距离的光强分布及其经遮挡方位角椭圆形光阑后的衍射图样分布特征与各子光束携带的拓扑荷信息有关。为寻找对应关系, 进行数值模拟, 携带不同拓扑荷  $l_1, l_2$  的复合

光束在传播距离为  $z = 2$  km 处的光强分布及其经遮挡  $30^\circ \sim 60^\circ$  方位角椭圆形光阑衍射后的光强图样如图 4 所示。光束的束腰半径  $\omega_1 = 10$  mm,  $\omega_2 = 20$  mm, 波长  $\lambda = 632.8$  nm。

图 4 中复合涡旋光束各子光束的拓扑荷信息、

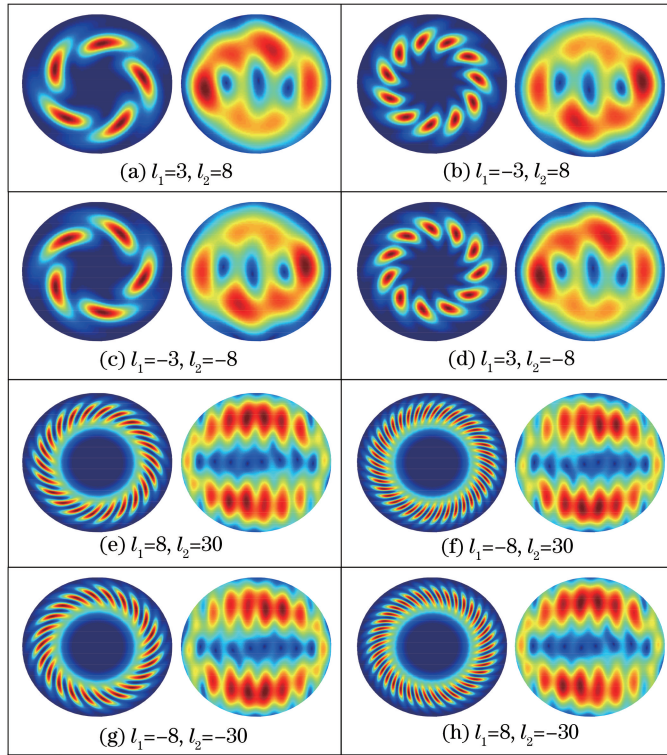


图 4 携带不同拓扑荷的复合光束在  $z=2\text{km}$  处光强分布及其经遮挡  $30^\circ\sim 60^\circ$  椭圆形光阑远场衍射后的图样

Fig. 4 Intensity distribution of composite beams with different topological charges at  $z=2\text{ km}$  and its far-field diffraction patterns through an ellipse aperture shielded from  $30^\circ$  to  $60^\circ$

光强图中亮条纹数  $N$  及衍射图样中暗条纹数  $M$  的关系如表 1 所示。结合图 4 及表 1 得出,复合光束中低阶子光束拓扑荷信息的确定方法为使衍射图样中暗条纹数  $M$  等于拓扑荷数  $|l_1|$ , 即  $|l_1|=M$ ; 亮条纹分布特点决定拓扑荷  $l_1$  的符号, 改变  $l_1$  符号, 图样会旋转  $180^\circ$ 。高阶子光束拓扑荷信息的确定方法为根据复合光束光强图中亮条纹拖尾方向确定  $l_2$  的符号, 顺时针为正, 逆时针为负; 根据光强分布和衍射图分别可以确定出  $l_1$  和  $l_2$  的符号, 当  $l_2$  与  $l_1$  同号时, 高阶拓扑荷大小  $|l_2|=N+M$ ; 当  $l_2$  与  $l_1$  异号时,  $|l_2|=N-M$ 。

表 1 复合光束拓扑荷值、光强图亮条纹数及衍射图中暗条纹数

Table 1 Topological charge values of composite beams, number of bright stripes in light intensity pattern and number of dark stripes in diffraction patterns

$l_1$	$l_2$	$M = \min( l_1 ,  l_2 )$	$N =  l_1 - l_2 $
3	8	3	5
-3	8	3	11
-3	-8	3	5
3	-8	3	11
8	30	8	22
-8	30	8	38
-8	-30	8	22
8	-30	8	38

## 4 结 论

基于理论推导和数值模拟, 得出可以结合复合光束的光强分布特征及其经遮挡  $30^\circ\sim 60^\circ$  方位角椭圆形光阑远场衍射后的图样特征来检测复合光束中各子光束携带的拓扑荷信息。仿真结果表明: 复合涡旋光束光强分布图中亮条纹数目等于子光束拓扑荷差的绝对值, 亮条纹拖尾方向表征高阶拓扑荷符号, 顺时针为正, 逆时针为负; 衍射图样中暗条纹数目等于低阶拓扑荷大小, 条纹分布特点反映拓扑荷符号, 改变符号, 图样旋转  $180^\circ$ 。较低阶拓扑荷子光束的测量范围为  $-8\sim -1$  和  $1\sim 8$ , 较高阶子光束可检测范围为  $-30\sim 30$ 。本研究为复合涡旋光束拓扑荷信息的检测提供了一种新方法。

## 参 考 文 献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] Kumar A, Vaity P, Krishna Y, *et al.* Engineering the size of dark core of an optical vortex[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2010, 48(3): 276-281.

- [3] Zhu S W, Guo L N, Ni B, *et al.* Detection of canonical phase object characteristics with Laguerre-Gaussian beam [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(2): 022601.  
朱思韦, 郭利娜, 倪波, 等. 利用拉盖尔-高斯光束探测标准相位型物体特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(2): 022601.
- [4] Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L. Management of the angular momentum of light: preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum [J]. *Physical Review Letters*, 2001, 88: 013601.
- [5] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, *et al.* Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum [J]. *Optics Express*, 2004, 12(22): 5448-5456.
- [6] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, *et al.* Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing [J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(7): 488-496.
- [7] Peng B, Zhong K, Li Z Y. Influence of topological charge on turbid underwater propagation of Laguerre-Gaussian vortex beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(6): 0601005.  
彭波, 钟昆, 李中云. 拓扑荷数对拉盖尔-高斯涡旋光浑浊水下传输的影响[J]. *光学学报*, 2017, 37(6): 0601005.
- [8] Ng J, Lin Z F, Chan C T. Theory of optical trapping by an optical vortex beam [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(10): 103601.
- [9] Zhou Y P, Ren H L, Wang J, *et al.* Comparative analysis of the trapping force using Laguerre-Gaussian beam and Gaussian beam [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, 42(11): 1300-1304.  
周业鹏, 任洪亮, 王娟, 等. 拉盖尔-高斯光束与高斯光束捕获力比较[J]. *光子学报*, 2013, 42(11): 1300-1304.
- [10] Chen M Z, Mazilu M, Arita Y, *et al.* Optical trapping with a perfect vortex beam [J]. *Proceedings of SPIE*, 2014, 9164: 91640K.
- [11] Nicolas A, Veissier L, Giner L, *et al.* A quantum memory for orbital angular momentum photonic qubits [J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(3): 234-238.
- [12] Franke-Arnold S, Leach J, Padgett M J, *et al.* Optical ferris wheel for ultracold atoms [J]. *Optics Express*, 2007, 15(14): 8619-8625.
- [13] Xu P, He X D, Wang J, *et al.* Trapping a single atom in a blue detuned optical bottle beam trap [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(13): 2164-2166.
- [14] He C, Huang S J. A new-type composite vortex beam generated by coaxial superposition [J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2013, 24(12): 2440-2445.  
贺超, 黄素娟. 一种新型的共轴叠加复合涡旋光束[J]. *光电子·激光*, 2013, 24(12): 2440-2445.
- [15] Huang S J, Miao Z, He C, *et al.* Composite vortex beams by coaxial superposition of Laguerre-Gaussian beams [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 78: 132-139.
- [16] Ke X Z, Chen J, Lü H. Study of double-slit interference experiment on the orbital angular momentum of LG beam [J]. *Scientia Sinica(Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2012, 42(10): 996-1002.  
柯熙政, 谌娟, 吕宏. 涡旋光束的轨道角动量双缝干涉实验研究[J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2012, 42(10): 996-1002.
- [17] Guo J J, Guo B H, Fan R H, *et al.* Measuring topological charges of Laguerre-Gaussian vortex beams using two improved Mach-Zehnder interferometers [J]. *Optical Engineering*, 2016, 55(3): 035104.
- [18] Liu Y X, Tao H, Pu J X. Measurement of orbital angular momentum of an vortex beam by diamond using a rhombus aperture [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, 38(s1): s102010.  
刘永欣, 陶华, 蒲继雄. 菱形光阑衍射探测涡旋光束的轨道角动量 [J]. *中国激光*, 2011, 38(s1): s102010.
- [19] Chen R S, Zhang X Q, Zhou Y, *et al.* Measuring OAM states of vortex beams with a sectorial screen [J]. *Proceedings of SPIE*, 2016, 9950: 99500Q.
- [20] Yang C Y, Ding L M, Hou J, *et al.* Simulation on measurement of topological charge for Laguerre-Gauss beams by multiplexing [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(9): 092603.  
杨春勇, 丁丽明, 侯金, 等. 拉盖尔-高斯光束拓扑荷复用测量的仿真 [J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(9): 092603.
- [21] Ke X Z, Xue P. Generation of orbital angular momentum superpositions and its test [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(4): 63-68.  
柯熙政, 薛璞. 轨道角动量叠加态的产生及其检验 [J]. *红外与激光工程*, 2018, 47(4): 63-68.