

基于漫反射激光测距的火箭残骸翻滚姿态估算

刘通^{1,2**}, 沈鸣¹, 高鹏骐¹, 赵有^{1*}

¹中国科学院国家天文台, 北京 100012;

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 提出了基于漫反射激光测距数据估算火箭残骸质心位置和翻滚姿态的方法。分析了火箭残骸的翻滚运动, 建立了漫反射激光测距仿真模型, 详细介绍了估算火箭残骸翻滚轴指向和翻滚周期的理论和仿真方法。采用快速 Lomb-Scargle 算法对德国 Wettzell 站测得的 Soyuz 火箭末级残骸的实测数据进行了分析, 通过比较仿真和实测数据的统计直方图, 推算了火箭残骸的长度及质心位置, 估算得到其观测周期为 11.4 s, 赤经为 203°, 赤纬为 23°。

关键词 测量; 翻滚运动; 仿真; 火箭残骸; 漫反射; 激光测距; Lomb-Scargle 算法

中图分类号 P228.5

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0104007

Tumbling Motion Estimation of Rocket Body Based on Diffuse Reflection Laser Ranging

Liu Tong^{1,2**}, Shen Ming¹, Gao Pengqi¹, Zhao You^{1*}

¹National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract A method is proposed to estimate the mass centre position and tumbling motion of rocket body using diffuse reflection laser ranging data. The tumbling motion of rocket body is analysed and the diffuse reflection laser ranging model is built. The theoretical and simulation methods are presented to estimate the tumbling axis orientation and tumbling period of rocket body. The laser ranging data of last stage Soyuz rocket body measured at Wettzell station are processed with the fast Lomb-Scargle algorithm. The length and mass centre position of rocket body are deduced by comparing the histograms of simulated and measured data. The tumbling period is estimated to be 11.4 s, the right ascension is 203°, and the declination is 23°.

Key words measurement; tumbling motion; simulation; rocket body; diffuse reflection; laser ranging; Lomb-Scargle algorithm

OCIS codes 120.6650; 290.1990; 070.4790; 280.3400

1 引 言

对于空间非合作目标, 例如完成运载任务后被遗弃在空间的末级火箭, 其碎片激光测距(DLR)观测数据为漫反射数据。此类目标和废弃的卫星一样, 具有体积大、质量大的特点, 容易发生碰撞或解体, 是未来新太空垃圾的潜在产生源。根据其具体的姿态信息, 可以实现更准确的定轨和预报, 避免该物体与其他在轨物体发生碰撞, 产生更多新的空间

碎片; 对进一步制定主动清除空间碎片的方案也有一定的价值。

目前, 对空间碎片旋转姿态的研究主要集中在在轨卫星的旋转周期和旋转轴指向的估算。Otsubo 等^[1]采用 Lomb-Scargle 算法从非均匀采样的激光测距 O-C(Observed minus calculated)残差中提取了 Ajisai 的旋转周期信息。国内外多个台站的学者采用该方法研究分析了 Ajisai、LAGEOS-1、LAGEOS-2、LARES、Larets、Stella 和 ETALON 等

收稿日期: 2018-09-04; 修回日期: 2018-10-08; 录用日期: 2018-10-17

基金项目: 国家重大科研装备研制项目(ZDYZ2013-2)、中国科学院国际合作局对外合作重点项目(181811KYSB20170018)

* E-mail: youzhaob@bao.ac.cn; ** E-mail: liutong@nao.cas.cn

卫星的旋转周期^[2-10]。在旋转轴指向的估算方面, Kucharski 等^[7,11-19]对奥地利 Graz 站千赫兹测距系统的观测数据进行了大量研究,用实测与仿真数据对比和分析等方法,估算了 LARES、LAGEOS-1、LAGEOS-2、Envisat、Gravity Probe-B 和 BLITS 等卫星的旋转周期和旋转轴指向。对于 Ajisai 卫星, Kucharski 等^[18]通过寻找激光束恰好指向两个相邻角反射器(CCR)环中间位置的时刻来求解卫星的自转轴指向,研究了 Ajisai 卫星旋转轴的进动和章动运动,给出了其自转轴指向的经验模型。Kucharski 等^[19]还结合激光测量数据和光变曲线分析,研究了 Topex 卫星的旋转周期和旋转轴指向,发现 Topex 卫星的自转速率逐渐增大,并分析了太阳辐射压作用在卫星表面产生的力和力矩对卫星运动状态的影响。Visco 等^[20]分析了作用在 LAGEOS 这类球形卫星上的磁力矩、重力矩和太阳光压产生的力矩等,构建了 LAGEOS-1、LAGEOS-2 和 LARES 卫星的动力学旋转运动模型,该模型参数与实测数据比较符合。在非合作目标的旋转姿态分析过程中,通过分析火箭残骸的被动光学观测资料,可以估算得到其翻滚周期和翻滚轴指向,但这方面的研究鲜有报道,对估算的翻滚周期和翻滚轴指向值缺少客观准确的对比检验,因此,更无法给出其估算精度。汤儒峰等^[21]采用最小二乘和 Lomb 频谱分析相结合的方法处理了云台 Ajisai 卫星的观测数据,分析了其自转速率。刘通等^[10]对 Lomb-Scargle 算法进行了优化,用优化后的算法分析了 Graz 站千赫兹系统 Ajisai 卫星的观测数据,并估算了该卫星的自转速率。

与被动光学观测相比,空间目标的激光测距对光照条件没有要求。本文通过分析激光漫反射观测数据来估算火箭残骸的质心位置和翻滚姿态,并对火箭残骸翻滚状态所涉及的 5 个参数进行初步分析。建立火箭残骸漫反射激光测距仿真模型,为火箭残骸的翻滚运动姿态的分析提供部分仿真数据。给出仿真数据和根据仿真数据估算火箭残骸翻滚姿态的理论方法,并对德国 Wettzell 站测得的 Soyuz 火箭残骸数据进行分析,估算其质心位置和翻滚姿态。

2 火箭残骸翻滚运动初步分析

2.1 火箭残骸翻滚运动

对于进行翻滚运动的火箭残骸,其绕横轴的转动惯量大于绕体轴的转动惯量。为了获得最小的角速度,火箭残骸总是绕着转动惯量较大的短轴进行

翻滚运动。

为了简化分析,将火箭残骸视为一个圆柱体。若要确定某一时刻的火箭残骸姿态,需要 6 个参数,其中,两个参数确定翻滚轴的指向,两个参数确定体轴的指向,一个参数确定真实的翻滚周期,一个参数确定火箭绕翻滚轴转动的方向。因为体轴总是在垂直于翻滚轴的平面内旋转,故在翻滚轴指向确定的情况下,用一个参数便可以确定体轴的指向。故火箭残骸翻滚姿态的估算问题就转化为 5 个参数的求解问题。

2.2 观测周期与真实周期

直接分析处理火箭残骸的漫反射激光测距数据,得到的是其翻滚运动的观测周期,即观测对象相对于观测站翻滚一周所用的时间。本研究将火箭残骸在惯性坐标系中翻滚一周所用的时间称为火箭残骸翻滚的真实周期。

对于空间碎片的激光测距资料,观测站和火箭残骸之间的相对运动使得观测周期和真实周期并不一致。这两个周期的差别大小与翻滚轴和激光束之间的夹角以及翻滚运动的速率有关。在其他条件相同的情况下,翻滚轴与激光束越接近于平行,观测周期越接近于真实周期。

3 火箭残骸漫反射激光测距仿真模型

火箭残骸表面的反射现象有漫反射和镜面反射两个分量。对于单站发、同一个测站收的情况,镜面反射的分量并不影响回波残差值的概率分布。分析处理的数据均属于这种情况下的测量数据,故假设火箭残骸表面只发生漫反射,建立理想情况下不受噪声影响的漫反射激光测距模型。整个模型分为两个部分:测站与火箭残骸的相对运动关系模型和漫反射激光测距模型。

3.1 测站与火箭残骸的相对运动关系模型

测站与火箭残骸的相对运动关系模型主要包括测站在 J2000 惯性系下的坐标、地球的运动、由 TLE(Two-line element)计算得到的火箭残骸质心轨道运动以及火箭残骸绕过质心的翻滚轴进行的翻滚运动。经过数次坐标转换后,可以得到测站与火箭残骸的相对运动关系。将残骸表面划分为许多等面积的微面元,每个面元为漫反射实验中反射激光的基本单位。由每个面元相对质心的坐标值,可以计算得到各个面元和观测站之间的相对距离。假设模型中的探测器为单光子探测器,由于火箭残骸为非合作目标,探测器探测到的光子可能来自于这一

时刻被激光束照亮的残骸表面的任一面元。

3.2 漫反射激光测距模型

在无噪声影响的情况下,探测器探测到的光子来自某一面元的概率与该面元的表面总辐射强度成正比。各个面元的漫反射模型采用 Oren 等^[22]提出的基于 Lambertian 模型的推广漫反射模型。

假设各个面元表面主要由很多对称的 V 型槽构成,这些 V 型槽面的斜度和朝向不同,不同的斜度和朝向代表不同类型的表面。每个 V 型槽面中

光的漫反射遵循 Lambert 定律。对于火箭残骸表面的面元,假设 V 型槽的朝向均匀分布,斜度服从均值为 0、方差为 σ 的高斯分布。

在该模型中,考虑到入射和漫反射光线的遮挡及 V 型槽内部的反射,假设 θ_i 和 θ_r 分别为发射和接收方向与表面法线的夹角, ϕ_i 和 ϕ_r 分别为这两个方向的方位角,定义参数 $\alpha = \max(\theta_i, \theta_r)$, $\beta = \min(\theta_i, \theta_r)$,通过大量的数值仿真,得到面元表面辐射总强度 L_r 的表达式^[22]为

$$L_r(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) = L_r^1(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) + L_r^2(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma), \quad (1)$$

式中: L_r^1 为某面元表面辐射总强度 L_r 的直接反射分量; L_r^2 为某面元表面辐射总强度 L_r 的内部反射分量。 L_r^1 和 L_r^2 的表达式分别为

$$L_r^1(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) = \frac{\rho}{\pi} E_0 \cos \theta_i \left\{ C_1(\sigma) + \cos(\phi_r - \phi_i) C_2(\alpha; \beta; \phi_r - \phi_i; \sigma) \tan \beta + [1 - |\cos(\phi_r - \phi_i)|] C_3(\alpha; \beta; \sigma) \tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \right\}, \quad (2)$$

$$L_r^2(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) = 0.17 \frac{\rho^2}{\pi} E_0 \cos \theta_i \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.13} \left[1 - \cos(\phi_r - \phi_i) \left(\frac{2\beta}{\pi}\right)^2 \right], \quad (3)$$

式中: E_0 为光线垂直入射时的辐射强度;反照率 ρ 为出射的总辐射能量与入射的总辐射能量之比; C_1 、 C_2 、 C_3 为三个系数,其表达式为

$$\begin{cases} C_1 = 1 - 0.5 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.33} \\ C_2 = \begin{cases} 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09} \sin \alpha, & \cos(\phi_r - \phi_i) \geq 0 \\ 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09} \left[\sin \alpha - \left(\frac{2\beta}{\pi}\right)^3 \right], & \text{otherwise} \end{cases} \\ C_3 = 0.125 \left(\frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09}\right) \left(\frac{4\alpha\beta}{\pi^2}\right)^2 \end{cases} \quad (4)$$

对于单站观测,激光的入射和接收的路径相同,故 $(\theta_i, \phi_i) = (\theta_r, \phi_r)$ 。对于一站发、两站或者多站收的观测方式, $(\theta_i, \phi_i) \neq (\theta_r, \phi_r)$ 。当 $\sigma = 0$ 时,有 $C_1 = 1, C_2 = C_3 = 0$, 则

$$L_r(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) = L_r^1(\theta_r, \theta_i, \phi_r - \phi_i; \sigma) = \frac{\rho}{\pi} E_0 \cos \theta_i, \quad (5)$$

此时模型简化为 Lambertian 模型。

4 仿真数据估算火箭残骸在轨姿态

4.1 仿真数据分析

以编号为 39679 的火箭残骸为例进行仿真,它是 Soyuz 火箭的末级。仿真时间段设置为 2015 年

12 月 29 日的 23895 s 到 24100 s。使用 Wetzell 站在 J2000 惯性系下的坐标值,仿真时间段内的地球运动参数和 39679 碎片的 TLE,通过计算得到测站和碎片质心的相对运动关系。假设被观测火箭残骸为理想的圆柱体,其底面半径为 1.4 m,长度为 10.5 m,翻滚轴指向为赤经(RA)203°、赤纬(DEC)23°,翻滚周期为 11.4 s,火箭残骸绕翻滚轴顺时针旋转,其质心约在长度的三分之一处,两端面反射率相同,且大于圆柱侧面的反射率。火箭残骸相对测站的几何关系如图 1 所示。通过漫反射激光测距模型进行仿真,得到激光测距的 O-C 残差,残差点上下包络线及各时刻激光和体轴、翻滚轴和体轴之间的夹角如图 2 所示。

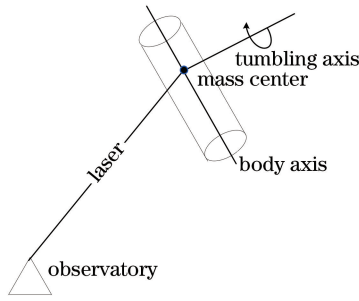


图 1 火箭残骸相对测站的关系

Fig. 1 Relative position of rocket debris and observatory

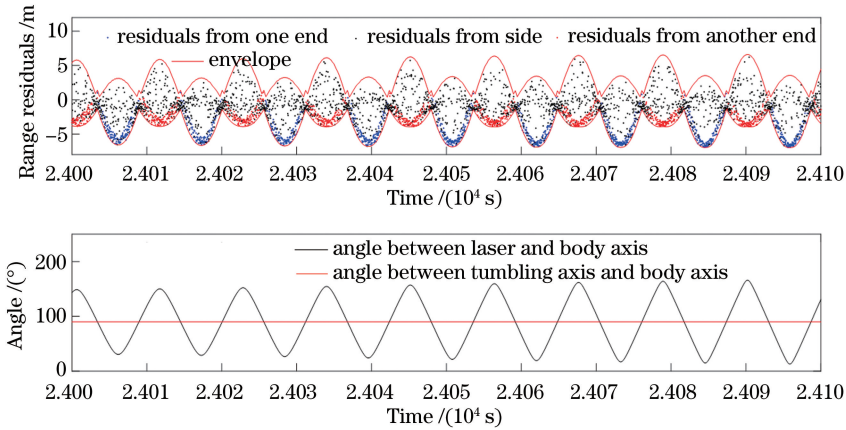


图 2 仿真的回波残差点与相关角度的关系。(a)仿真的回波残差点;(b)仿真的激光和体轴、翻滚轴和体轴之间的夹角
Fig. 2 Simulated range residuals and related angles. (a) Simulated range residuals; (b) simulated angle between laser and body axis and that between tumbling axis and body axis

由于火箭残骸作翻滚运动,O-C 残差随时间呈周期性变化,激光和体轴之间的夹角也随之变化。靠近下包络线的点多来自两个端面反射回的光子。在一个翻滚周期内,下包络线呈“M”型。在“M”的两个峰值点处,激光矢量垂直于体轴。下面利用这个特性,根据仿真数据来估算火箭残骸的在轨姿态。

4.2 火箭残骸在轨姿态估算

随机选择一些峰值时刻 $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n$ 。为方便计算,给出以下几个矢量和标量,所有矢量均定义在 J2000 惯性系中。

1) 激光矢量,从测站坐标点指向火箭残骸质心,与选择的峰值时刻相对应的激光矢量分别为 $L_1, L_2, \dots, L_i, \dots, L_n$;

2) 火箭残骸体轴矢量,从远离质心的端面中心指向另一端面的中心,与选择的峰值时刻相对应的火箭残骸的体轴矢量分别为 $B_1, B_2, \dots, B_i, \dots, B_n$;

3) 火箭残骸翻滚轴指向, $T_{axis} = (f_{RA}, f_{DEC})$,其中 f_{RA} 和 f_{DEC} 分别为翻滚轴赤经和赤纬;

4) 真实周期 T_{true} 和观测周期 T_{obs} 。

对某一时刻 t_i ,激光矢量为 L_i ,火箭残骸体轴

为 B_i ,有 $L_i \perp B_i$,且 $T_{axis} \perp B_i$,故

$$B_i = L_i \times T_{axis} \quad (6)$$

以第一个峰值时刻 t_1 为参考时刻,则两体轴 B_1 和 B_i 之间的夹角 M_i 为

$$M_i = \langle B_1, B_i \rangle = \langle L_1 \times T_{axis}, L_i \times T_{axis} \rangle, \quad (7)$$

式中 $\langle \rangle$ 表示两个矢量之间的夹角。 M_i 也可以表示为

$$M_i = \frac{2\pi(t_i - t_1)}{T_{true}} \quad (8)$$

以 f_{RA} 、 f_{DEC} 和 T_{true} 作为三个未知量,可以得到

$$\langle L_1 \times T_{axis}, L_i \times T_{axis} \rangle = \frac{2\pi(t_i - t_1)}{T_{true}}, \quad i = 2, \dots, n. \quad (9)$$

求解(9)式,可以得到翻滚轴指向和翻滚周期,但是使用数值方法求解时可能会得到局部最小值。故用三维搜索,遍历所有可能的取值来得到全局最小值。赤经的取值范围为 $0^\circ \sim 360^\circ$,赤纬的取值范围为 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 。真实翻滚周期的取值在观测翻滚周期附近。分析观测数据,得到翻滚周期的观测值,在这个数值附近一定范围内,遍历真实翻滚周期。

采用此方法对仿真数据进行处理,可以得到正确的自转轴指向和翻滚周期。

将计算得到的翻滚轴指向和真实翻滚周期应用到仿真中,并选择一个峰值点时刻作为参考时间点,设置此时刻点处激光矢量垂直于体轴,通过仿真可以得到火箭残骸体轴在各时刻的指向。

5 实测数据分析

对德国 Wettzell 测站在 2015 年 12 月 29 日观测到的一圈数据进行分析。观测对象为 Soyuz 火箭

末级,数据重复频率为 20 Hz。图 3 所示为原始数据和去趋势项后的数据。由于只有一圈数据,无法确定火箭残骸的翻滚方向,假设翻滚方向为顺时针。另外,由于无法得到激光矢量垂直于体轴的精确时刻,故由(9)式计算得到的结果并不稳定,对不同的参考时刻,计算得到的翻滚轴指向和翻滚周期不同。为了得到更好的估算结果,将仿真数据和实测数据直接进行对比。遍历所有可能的翻滚轴指向和翻滚周期,取使得仿真数据包络线最贴近实测数据的一组值作为估算值。

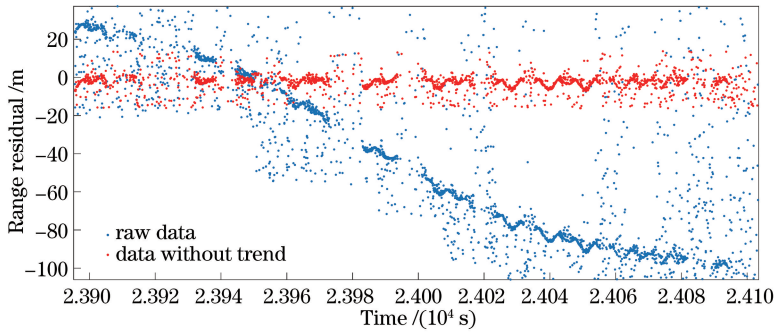


图 3 Soyuz 火箭残骸的实测数据

Fig. 3 Measured data of Soyuz rocket debris

5.1 观测周期估算

Lomb-Scargle 算法可以处理隐藏周期性信号的非均匀采样数据序列,得到信号的周期信息^[23-24]。拉格朗日插值和快速傅里叶变换改进后得到的快速 Lomb-Scargle 算法的处理效率显著提升^[25-26]。用快速 Lomb-Scargle 算法处理实测数据,得到的频谱如图 4 所示,分析得到观测周期 $T_{\text{obs}} \approx 1/0.08857 \text{ Hz} \approx 11.3 \text{ s}$ 。

5.2 质心位置估算

由于火箭残骸绕质心翻滚,有必要对其长度和质心位置进行估算。对图 3 所示的去趋势项后的残差点进行直方图统计,得到结果如图 5 所示,其中 bincenter 指每个区间的中间值,binedges 指每个

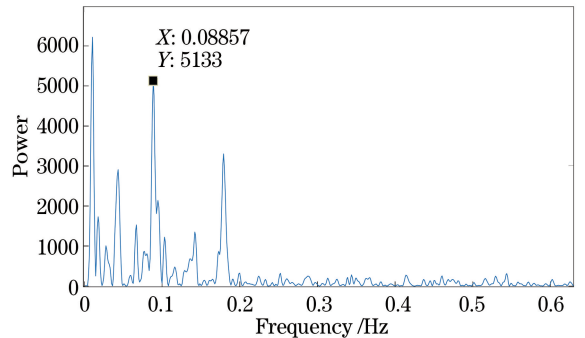


图 4 实测数据的 Lomb 周期图

Fig. 4 Lomb periodogram of measured data

区间的边界值。

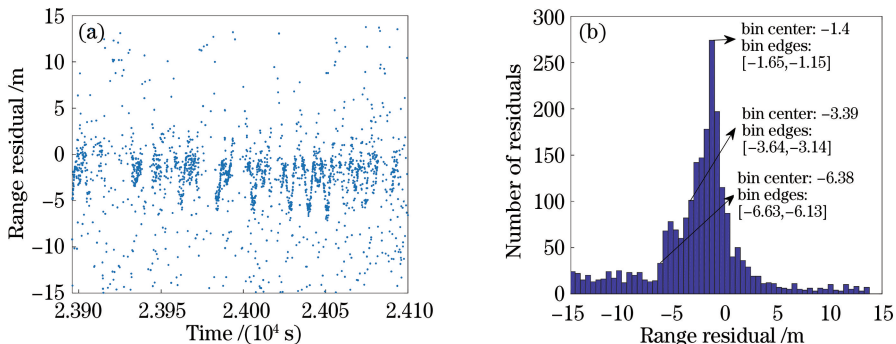


图 5 去趋势项后的残差点与其统计直方图。(a)去趋势项后的残差点;(b)残差点统计直方图

Fig. 5 Residuals without trend and its histogram. (a) Residuals without trend; (b) histogram of residuals

为了更好地理解分析图 5, 给出了两圈仿真数据的统计直方图, 分别如图 6 和图 7 所示。根据 Wettzell 测站的官方数据, 此火箭残骸的半径约为 1.4 m, 仿真中设置翻滚圆柱的底面半径为 1.4 m。在图 6 所对应的仿真程序中, 设置圆柱体长为 9 m, 质心在长度三分之一处。在图 7 所对应的仿真程序中, 设置圆柱体长为 12 m, 质心在长度四分之一处。对于仿真的两圈数据, 激光矢量与翻滚轴在某一时刻接近垂直。

由图 6 和图 7 可知, 最高峰值对应的数值约等于圆柱体的底面半径, 左侧两个下降沿对应的数值

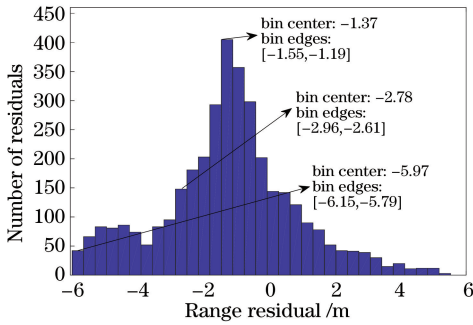


图 6 仿真数据直方图

Fig. 6 Histogram of simulated data

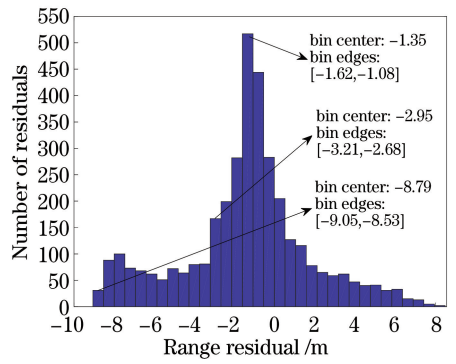


图 7 仿真数据直方图

Fig. 7 Histogram of simulated data

分别对应两个端面与质心之间的距离。对比分析图 5 可知, 若激光矢量与翻滚轴在某一时刻垂直, 可以估算出此火箭残骸的质心距离一端约为 3.64 m, 距离另一端约为 6.63 m, 长度约为 10.27 m。

5.3 翻滚轴指向及翻滚周期估算

通过三维搜索, 可使仿真数据的翻滚周期和幅值尽量与实测数据一致, 且满足(9)式。得到的真实翻滚周期约为 11.4 s, 翻滚轴指向为赤经 203°, 赤纬 23°。图 8 所示为实测数据和仿真数据的上下包络线。

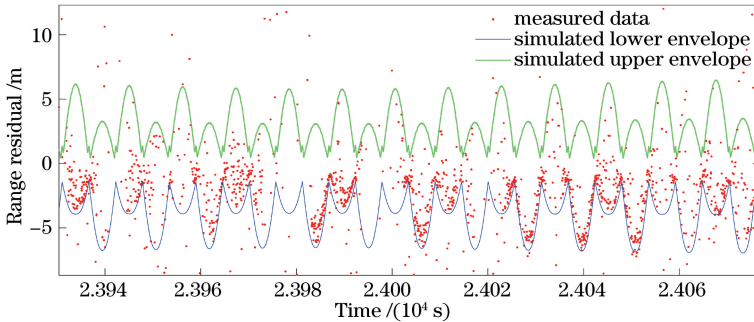


图 8 实测数据和仿真数据的上下包络线

Fig. 8 Measured data and simulated envelopes

图 9 所示为激光矢量与翻滚轴的夹角, 可以看出, 在这圈数据的测量过程中, 该夹角在某一时刻接近 80°, 故 5.2 节中推算的火箭残骸的长度略小于真

实长度。估算此火箭残骸的真实长度为 $(3.64 + 6.63) / \sin 78^\circ \approx 3.72 + 6.78 = 10.5$ m。质心距离一端约为 3.72 m, 距离另一端约为 6.78 m。

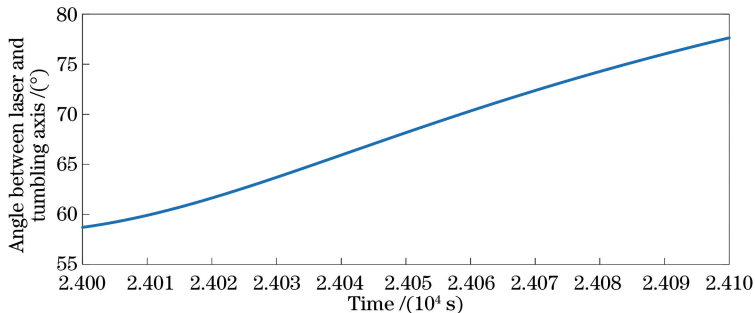


图 9 激光和翻滚轴的夹角

Fig. 9 Angle between laser and tumbling axis

6 结 论

通过火箭残骸的漫反射激光测距回波方法对一类典型的非合作目标进行了分析。为估算火箭残骸的空间翻滚姿态,进行了漫反射激光测距仿真。将火箭残骸表面视为若干等面积的微元,每个微元由很多对称的 V 型槽组成,每个 V 型槽面的光的漫反射遵循 Lambert 定律,结合火箭残骸相对观测站的运动,建立了仿真模型。根据仿真数据,给出了估算火箭残骸翻滚轴指向与真实翻滚周期的理论方法和仿真数据比对方法。结合快速 Lomb-Scargle 算法处理了德国 Wettzell 测站的一圈实测数据,估算得到了火箭残骸的质心位置、长度及翻滚姿态。由于实测数据有限,目前只对一圈实测数据进行了分析估算,下一步工作考虑结合光变曲线的测量数据,以更精确地估算空间旋转非合作目标的尺寸和运动姿态。

致谢 感谢德国 Wettzell 测站的 Ulrich Schreiber 教授提供的观测数据。感谢 Schreiber 教授和慕尼黑工业大学的 Urs Hugentobler 教授在数据分析处理过程中提出的非常有价值的建议。感谢中国科学院-德国学术交流中心(CAS-DAAD)奖学金的资助。

参 考 文 献

- [1] Otsubo T, Amagai J, Kunimori H, *et al.* Spin motion of the AJISAI satellite derived from spectral analysis of laser ranging data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, 38(3): 1417-1424.
- [2] Bianco G, Chersich M, Devoti R, *et al.* Measurement of LAGEOS-2 rotation by satellite laser ranging observations [J]. *Geophysical Research Letters*, 2001, 28(10): 2113-2116.
- [3] Kucharski D, Kirchner G, Cristea E. ETALON spin period determination from kHz SLR data [J]. *Advances in Space Research*, 2008, 42(8): 1424-1428.
- [4] Kucharski D, Kirchner G, Koidl F, *et al.* 10 years of LAGEOS-1 and 15 years of LAGEOS-2 spin period determination from SLR data[J]. *Advances in Space Research*, 2009, 43(12): 1926-1930.
- [5] Kucharski D, Kirchner G, Otsubo T, *et al.* 22 years of AJISAI spin period determination from standard SLR and kHz SLR data [J]. *Advances in Space Research*, 2009, 44(5): 621-626.

- [6] Kucharski D, Otsubo T, Kirchner G, *et al.* Spin axis orientation of Ajisai determined from Graz 2 kHz SLR data[J]. *Advances in Space Research*, 2010, 46(3): 251-256.
- [7] Kucharski D, Otsubo T, Kirchner G, *et al.* Spin rate and spin axis orientation of LARES spectrally determined from satellite laser ranging data [J]. *Advances in Space Research*, 2012, 50(11): 1473-1477.
- [8] Kucharski D, Otsubo T, Kirchner G, *et al.* Spectral filter for signal identification in the kHz SLR measurements of the fast spinning satellite Ajisai[J]. *Advances in Space Research*, 2013, 52(5): 930-935.
- [9] Kucharski D, Lim H C, Kirchner G, *et al.* Spin parameters of low earth orbiting satellites Larets and Stella determined from satellite laser ranging data[J]. *Advances in Space Research*, 2014, 53(1): 90-96.
- [10] Liu T, Chen H, Shen M, *et al.* Spinning satellite laser ranging data analysis and processing [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(5): 0504001. 刘通, 陈浩, 沈鸣, 等. 旋转卫星激光测距数据分析与处理[J]. *中国激光*, 2017, 44(5): 0504001.
- [11] Kucharski D, Kirchner G, Schillak S, *et al.* Spin determination of LAGEOS-1 from kHz laser observations[J]. *Advances in Space Research*, 2007, 39(10): 1576-1581.
- [12] Kirchner G, Kucharski D, Cristea E. Gravity probe-B: new methods to determine spin parameters from kHz SLR data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2009, 47(1): 370-375.
- [13] Kucharski D, Kirchner G, Koidl F. Spin parameters of nanosatellite BLITS determined from Graz 2 kHz SLR data[J]. *Advances in Space Research*, 2011, 48(2): 343-348.
- [14] Kucharski D, Lim H C, Kirchner G, *et al.* Spin parameters of LAGEOS-1 and LAGEOS-2 spectrally determined from satellite laser ranging data [J]. *Advances in Space Research*, 2013, 52(7): 1332-1338.
- [15] Kucharski D, Kirchner G, Lim H C, *et al.* New results on spin determination of nanosatellite BLITS from high repetition rate SLR data [J]. *Advances in Space Research*, 2013, 51(5): 912-916.
- [16] Kucharski D, Lim H C, Kirchner G, *et al.* Spin axis precession of LARES measured by satellite laser ranging [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2014, 11(3): 646-650.
- [17] Kucharski D, Kirchner G, Koidl F, *et al.* Attitude and spin period of space debris envisat measured by satellite laser ranging [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(12):

- 7651-7657.
- [18] Kucharski D, Kirchner G, Otsubo T, *et al.* Confirmation of gravitationally induced attitude drift of spinning satellite Ajisai with Graz high repetition rate SLR data [J]. *Advances in Space Research*, 2016, 57(4): 983-990.
- [19] Kucharski D, Kirchner G, Bennett J C, *et al.* Photon pressure force on space debris TOPEX/Poseidon measured by satellite laser ranging [J]. *Earth and Space Science*, 2017, 4(10): 661-668.
- [20] Visco M, Lucchesi D M. Comprehensive model for the spin evolution of the LAGEOS and LARES satellites [J]. *Physical Review D*, 2018, 98 (4): 044034.
- [21] Tang R F, Li Y Q, Li X, *et al.* Spin rate determination of AJISAI based on high frequency satellite laser ranging[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(6): 0608010.
 汤儒峰, 李语强, 李熙, 等. 基于高重频卫星激光测距测算 AJISAI 卫星自转速率[J]. *中国激光*, 2015, 42(6): 0608010.
- [22] Oren M, Nayar S K. Generalization of the Lambertian model and implications for machine vision [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1995, 14(3): 227-251.
- [23] Lomb N R. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data [J]. *Astrophysics and Space Science*, 1976, 39(2): 447-462.
- [24] Scargle J D. Studies in astronomical time series analysis. II-Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data[J]. *The Astrophysical Journal*, 1982, 263: 835-853.
- [25] Press W H, Rybicki G B. Fast algorithm for spectral analysis of unevenly sampled data [J]. *The Astrophysical Journal*, 1989, 338: 277-280.
- [26] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, *et al.* *Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2007: 685-691.