

正交波罗棱镜谐振腔模式研究

龚鑫^{1,2}, 孟俊清^{1*}, 张鑫¹, 蒋静¹, 陈卫标¹

¹中国科学院上海光学精密机械研究所空间激光信息传输与探测技术重点实验室, 上海 201800;

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 为了探究正交波罗(Porro)棱镜谐振腔的模式,在非涅耳-基尔霍夫衍射积分公式的基础上,采用快速傅里叶变换数值模拟的方法,对 Porro 棱镜谐振腔输出模式进行了仿真计算。通过比较不同脊线宽度和直角制造误差的情况,给出了正交双 Porro 棱镜谐振腔保持单横模运转的条件。仿真结果表明, Porro 棱镜的加工误差在 $18\ \mu\text{m}$ 以下和角度误差在 $2''$ 以下可保证输出光斑的完整性。

关键词 激光光学; 波罗棱镜; 快速傅里叶变换; 直角误差; 输出模式

中图分类号 TN248.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0101002

Output-Mode Simulation of Orthogonal Porro Prism Resonators

Gong Xin^{1,2}, Meng Junqing^{1*}, Zhang Xin¹, Jiang Jing¹, Chen Weibiao¹

¹Key Laboratory of Space Laser Communication and Detection Technology, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract In order to explore the mode of orthogonal Porro prism, the output mode of an orthogonal Porro prism resonator is investigated on the basis of the Fresnel-Kirchhoff diffraction integral formula and is simulated by using the fast Fourier-transform algorithm. By analyzing the manufacturing errors in different apex widths and right angles of these prisms, the conditions for maintaining the single-transverse-mode operation of the orthogonal Porro prism cavity are determined. The simulation results show that the output spot integrity can be guaranteed when the machining error of Porro prism is below $18\ \mu\text{m}$ and the angle error is below $2''$.

Key words laser optics; Porro prism; fast Fourier transform; right angle error; output mode

OCIS codes 140.3410; 140.3460; 140.3430

1 引言

正交双波罗(Porro)棱镜谐振腔于 1976 年^[1]被提出,因其具有抗失谐性而在固体激光器中得到了广泛应用,特别是在军用激光器和空间激光器领域^[2]。正交双 Porro 棱镜偏振耦合输出腔对环境温度变化和冲击的不灵敏性,可以有效地消除振动造成的对准失调^[3-5]。但是,由于 Porro 棱镜在加工时的棱线总有一定的宽度,两直角面之间的夹角也不是绝对的 90° ,总存在一定的制造误差,这些误差导致正交双 Porro 棱镜谐振腔在实际运行过程中不能很好地保持单横模运转,甚至出现没有 00 模而只有 01 模或者 10 模运转的情况。因此,有必要对正交

双 Porro 棱镜腔的模式进行研究,找出确保谐振腔运行在 00 模的条件。

对谐振腔的数值模拟计算方法主要有 Fox-Li 迭代法,有限差分法(FDM),有限元光束传播法(FEM-BPM)与快速傅里叶变换(FFT)法^[6]。Fox-Li 迭代法原则上可用于计算任意光腔的模式,但由于实际采用的 Porro 谐振腔菲涅耳数很大,采用 Fox-Li 的计算量大且十分耗时。而 FFT 方法是计算谐振腔光场分布的一种快捷算法, Sziklas 等^[7-8]采用 FFT 方法成功计算了大功率气动激光器的谐振腔光场分布和位相分布。

本文利用 FFT 方法对正交 Porro 棱镜谐振腔进行数值模拟分析,计算了空腔情况下腔内光场分

收稿日期: 2018-07-18; 修回日期: 2018-08-29; 录用日期: 2018-09-29

* E-mail: jqmeng@siom.ac.cn

布,定量讨论了棱镜直角棱线锐度对输出模式的影响,并在棱镜两直角面存在制造误差的情况下,利用矢量分析的方法计算了出射光线的偏移,进而仿真得到直角误差对光斑变化的影响,给出了正交双 Porro 棱镜谐振腔单横模运行的条件。

2 基本原理

2.1 正交双 Porro 镜腔

正交双 Porro 谐振腔中的 Porro 棱镜需要与不

同波片进行组合来控制光的偏振态^[9],如图 1 所示。一般情况下两块正交的 Porro 棱镜的方位角 α_1 和 α_2 分别为 45° 和 135° ,如图 1(a)所示。当光在 Porro 棱镜谐振腔内传播时,衍射效应主要是棱镜的有效入射面积、输出镜的有限大小及棱镜脊线共同作用造成的。为了计算方便,本研究将 Porro 棱镜的有效入射面简化为圆形镜,如图 1(b)所示,将棱镜脊线等效为衍射光栅,如图 1(b)中阴影部分所示。

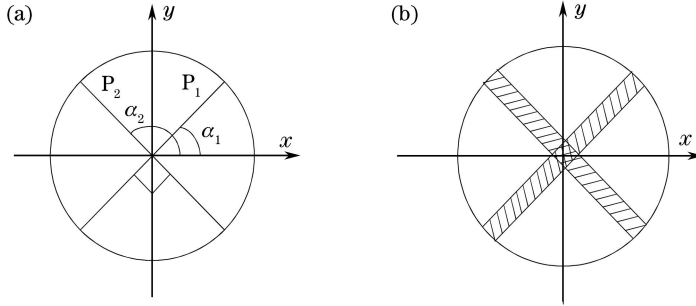


图 1 棱镜入射面图。(a)正交双 Porro 棱镜入射面;(b)简化的 Porro 棱镜入射面

Fig. 1 Graph of prism incidence surface. (a) Incidence surface of orthogonal double Porro prism;
(b) simplified incident surface of Porro prism

将棱镜的横截面作为 xy 面,中心点作为坐标原点 O ,等效圆形镜半径为 R ,脊线宽度为 d ,腔镜 P_1, P_2 的阴影光栅函数表达式可分别表示为

$$P_1(x, y) = \begin{cases} 1, & x^2 + y^2 \leq R^2, y > x + \frac{\sqrt{2}}{2}d, y < x - \frac{\sqrt{2}}{2}d \\ 0, & x^2 + y^2 \leq R^2, x - \frac{\sqrt{2}}{2}d \leq y \leq x + \frac{\sqrt{2}}{2}d \\ 0, & x^2 + y^2 \geq R^2 \end{cases}, \quad (1)$$

$$P_2(x, y) = \begin{cases} 1, & x^2 + y^2 \leq R^2, y > -x + \frac{\sqrt{2}}{2}d, y < -x - \frac{\sqrt{2}}{2}d \\ 0, & x^2 + y^2 \leq R^2, -x - \frac{\sqrt{2}}{2}d \leq y \leq -x + \frac{\sqrt{2}}{2}d \\ 0, & x^2 + y^2 \geq R^2 \end{cases}. \quad (2)$$

2.2 FFT 方法

在谐振腔内典型的平面到平面的光束传播积分可以通过菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式来表示。FFT 是通过光学传递函数理论,将腔镜上的光场分布进行傅里叶变换转换为频域分布^[10]:

$$F[u(x, y)] = \iint u(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy = G(f_x, f_y), \quad (3)$$

式中 $u(x, y)$ 为镜面初始场分布, f_x 和 f_y 分别为 x, y 方向的空间频率, $G(f_x, f_y)$ 为初始场的傅里叶变换谱。通过菲涅耳-基尔霍夫衍射公式的频域表达,可以得到传递后的光场分布的傅里叶变化:

$$F[u(x', y')] = F[u(x, y)] \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} L \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}\right], \quad (4)$$

式中 $u(x', y')$ 为传播距离 L 后的光场分布, λ 为波长。FFT 法是在频域上进行计算得到下个光场的

频域分布,再通过傅里叶逆变换得到空间域上的场分布,从而进行下一次衍射计算。由于不涉及到很

复杂的积分过程,只需要 $N^2 \log_2 N$ 次复数乘法和 $2N^2 \log_2 N$ 次复数加法,完成一次频域传输需作 N^2 次复数乘法^[11]。与传统的 Fox-Li^[12] 迭代法相比计算量大大减小,特别是文中研究的 Porro 棱镜脊线问题,需要更多的采样点,此时利用 FFT 方法分析谐振腔的效率更显著。

对无源情况下谐振腔的数值理论分析如下:以 Porro 棱镜 P_1 的横截面为 xy 平面,腔轴为 z 轴,如图 2 所示,此时 P_1 的初始分布为 $u_1(x_1, y_1, 0)$,光传播至 P_2 时在 Porro 镜 P_2 上的光场分布为 $u_2(x_2, y_2, L)$,经过反射后光返回至 P_1 得到的光场分布为

$u'(x_1, y_1, 0)$,完成一次往返。

根据频域衍射传播函数可以得到变量之间的关系:

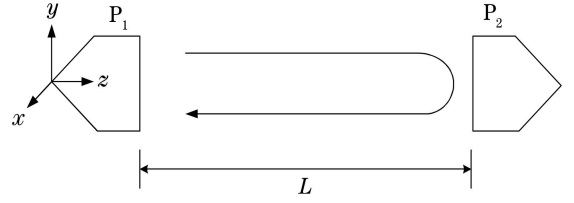


图 2 无源双 Porro 镜谐振腔示意图

Fig. 2 Schematic of passive double Porro mirror resonator

$$\begin{cases} u_2(x_2, y_2) = F^{-1} \left\{ F[u_1(x_1, y_1)] \exp \left[i \frac{2\pi L \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}}{\lambda} \right] \right\} \cdot P_2 \\ u'_1(x_1, y_1) = F^{-1} \left\{ F[u_2(x_2, y_2)] \exp \left[i \frac{2\pi L \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}}{\lambda} \right] \right\} \cdot P_1 \end{cases} \quad (5)$$

对光场分布不断进行循环迭代,最终得到稳定后的光场分布。

2.3 Porro 镜直角面角度误差对光场分布的影响

当 Porro 镜两直角反射面存在角度误差时,光束出射方向相对入射方向有一定角度的偏离,圆形的入射光斑便会产生变形,再经过谐振腔内多次往返,最终的谐振腔输出光斑会产生分瓣现象,影响到输出激光的模式^[13-14]。假设存在制造误差 δ ,通过向量的形式描述出射光线方向上的变化。设光线垂直于底面入射,棱镜棱线将光分成两部分。一部分光线依次通过直角面 I 和直角面 II 反射,最后射出 Porro 镜;另一部分光的传播顺序相反。这里以上表面光线为例,以 Porro 棱镜棱线作为 x 轴,两垂直面分别作为 xy 面和 xz 面,如图 3 所示。

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1, \quad (7)$$

根据反射定律的矢量表达式^[15]可以得到

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1 - 2(\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{N}_1)\mathbf{N}_1 = -[a\mathbf{i} + (2\delta c - b)\mathbf{j} + (c + 2b\delta)\mathbf{k}], \quad (8)$$

同理,经过直角面 II 反射后有

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{A}_2 - 2(\mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{N}_2)\mathbf{N}_2 = -[a\mathbf{i} + (2\delta c - b)\mathbf{j} + (-c - 2b\delta)\mathbf{k}], \quad (9)$$

式中 \mathbf{N}_1 为直角面 I 的法向量, \mathbf{N}_2 为直角面 II 的法向量,为了与图 3 中所示 P_1 的坐标系相对应,需要将 Porro 镜坐标系进行转换。通过一个坐标变换矩阵进行建立,遵循右手定则。变换矩阵 \mathbf{M} 为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

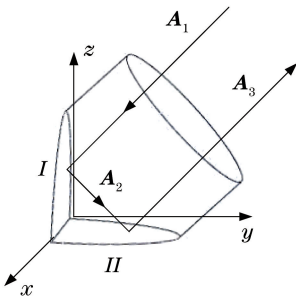


图 3 Porro 棱镜内光线传输示意图

Fig. 3 Illustration of light transmission in Porro prism

假设入射光 \mathbf{A}_1 矢量为

$$\mathbf{A}_1 = -(a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}), \quad (6)$$

式中 a, b, c 分别为单位矢量系数,满足关系式:

则图 3 所示坐标系下出射光线的矢量为 $\mathbf{A}'_3 = \mathbf{M}\mathbf{A}_3$ 。通过坐标的选取和(7)式可以近似取单位矢量系数 $a=0, b=c=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。代入(9)式得到出射波面

法向量三个方向的分量,进而求出出射波面的波差分布 $W(x, y)$,通过上一节快速傅里叶衍射传播公式可以计算出具有直角误差的谐振腔的光场分布,即

$$u'(x, y) = u(x, y) \exp[ikW(x, y)]. \quad (11)$$

同理,以棱线划分的下表面光线依次通过直角面 II 、 I 后出射,出射波面差为 $W'(x, y)$ 。

3 仿真结果

设谐振腔的腔长 L 为 10 cm, 波长为 1064 nm, Porro 棱镜的尺寸 ϕ 为 10 mm, 菲涅耳数 $N=235$, 初始光场分布为平面波: $u_1(x, y, 0) = 1$, 稳定后的场分布与初始光场的选择无关。当光场

分布不随迭代次数发生变化时,认为谐振腔达到稳定输出。数值模拟结果如图 4 所示,当棱线宽度为 $5 \mu\text{m}$ 时,光场分布仍然保持近高斯分布;在棱镜宽度为 $12 \mu\text{m}$ 和 $18 \mu\text{m}$ 时,输出光为多模式输出,但光斑仍然能维持形状完整;继续增加棱宽到 $22 \mu\text{m}$ 时,从图 4 和图 5 中可以看出输出光斑被分为 4 个对称光斑,此时衍射损耗较大,产生光斑分瓣现象。

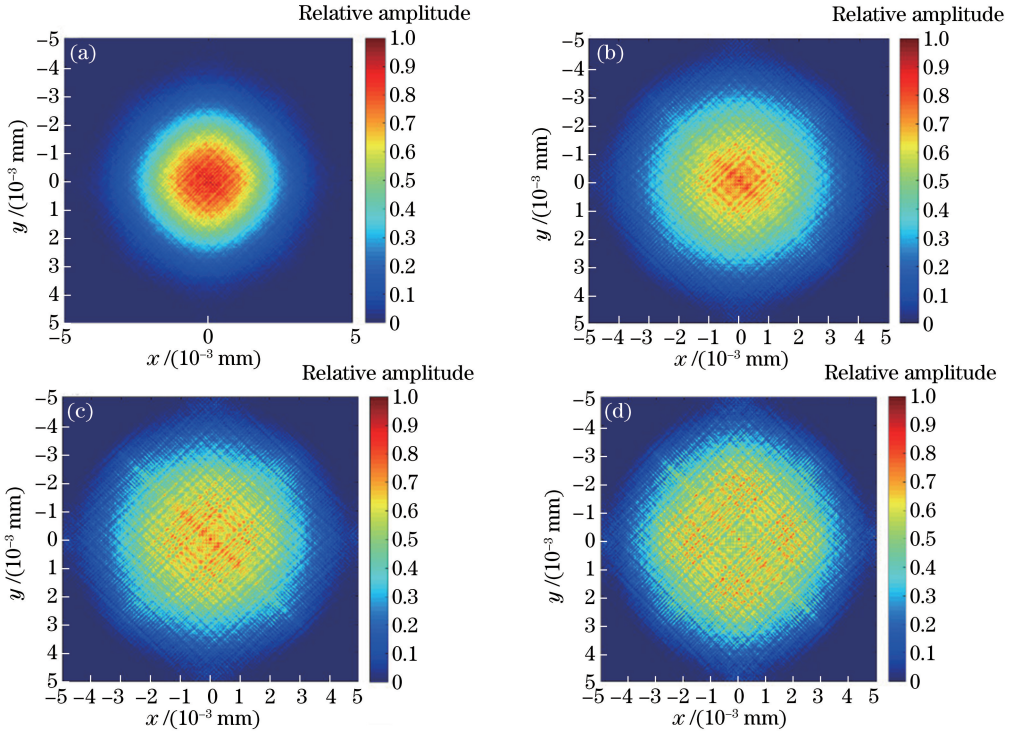


图 4 不同棱线宽度下无源双 Porro 镜谐振腔输出光斑图。(a) $5 \mu\text{m}$; (b) $12 \mu\text{m}$; (c) $18 \mu\text{m}$; (d) $22 \mu\text{m}$

Fig. 4 Output spot patterns of passive double Porro resonator under different prism widths.

(a) $5 \mu\text{m}$; (b) $12 \mu\text{m}$; (c) $18 \mu\text{m}$; (d) $22 \mu\text{m}$

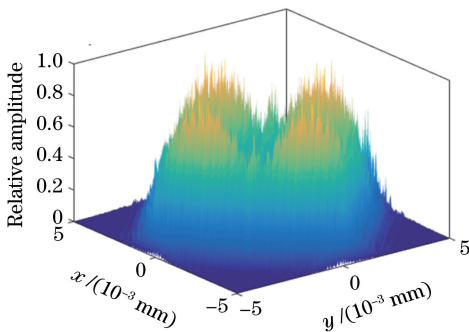


图 5 棱线宽度为 $22 \mu\text{m}$ 时,无源双 Porro 镜谐振腔光斑振幅图

Fig. 5 Spot amplitude pattern of passive double Porro resonator with prism width of $22 \mu\text{m}$

下面考虑棱镜两直角面的角度误差对光场分布的影响,假设此时光线在棱线上透射。通过选取不同情况下不同角度误差来进行谐振腔仿真,谐振腔

各参数不变,为了模拟激光晶体的通光孔径,在谐振腔中间位置加入一个 φ 为 3 mm 的小孔光阑,最后得到稳定后的光场分布如图 6 所示。

图 6 为两块 Porro 棱镜同时存在相同的角度误差时的光斑图,可以看出当 $\delta = 3''$ 时光斑被分为 4 瓣,光束能量不集中。这是由于角度误差的存在使光线不能沿原路径方向反射,存在一定的偏转,也与入射 Porro 棱镜上下两面有关,能量向两边发散。同样,对单 Porro 棱镜-平面镜谐振腔存在角度误差时的现象进行数值模拟,与双 Porro 情况类似,当 $\delta = 3''$ 时光斑会被分为两瓣。当两个棱镜角度误差不同时,所成光斑存在些许差异,其中一个棱镜 $\delta_1 < 3''$ 时,另一个棱镜角度误差容忍度变大,可达到 $\delta_2 = 4''$ 。由图 7 可以看出 $\delta_2 = 5''$ 时光斑才会发生分瓣现象。

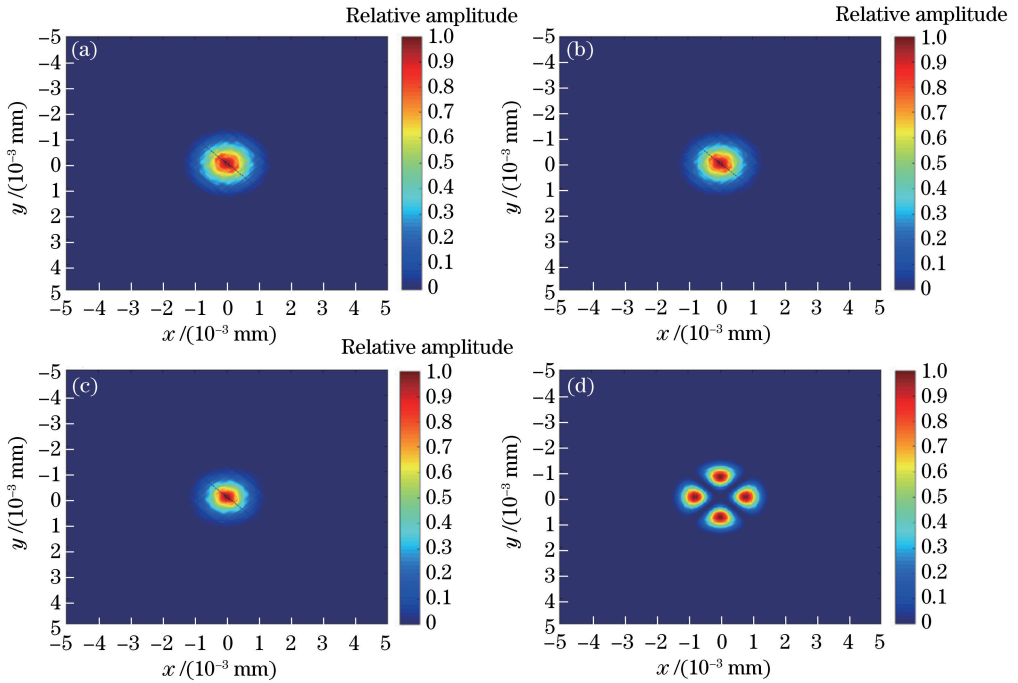


图 6 不同角度误差下无源双 Porro 镜谐振腔输出光斑图。(a) $\delta = 0.6''$; (b) $\delta = 1''$; (c) $\delta = 2''$; (d) $\delta = 3''$

Fig. 6 Output spot patterns of passive double Porro resonator under different angle errors.

(a) $\delta = 0.6''$; (b) $\delta = 1''$; (c) $\delta = 2''$; (d) $\delta = 3''$

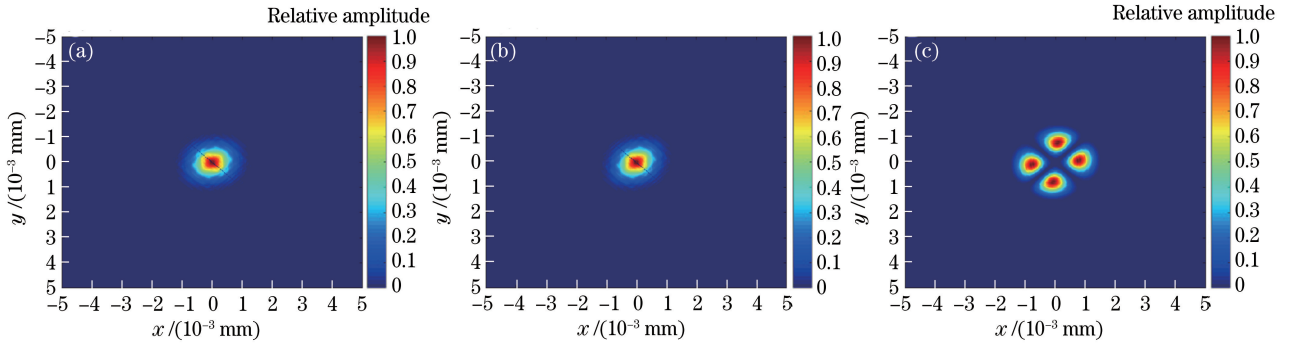


图 7 不同角度误差下无源双 Porro 镜谐振腔输出光斑仿真图。(a) $\delta_1 = 2'', \delta_2 = 3''$; (b) $\delta_1 = 2'', \delta_2 = 4''$; (c) $\delta_1 = 2'', \delta_2 = 5''$

Fig. 7 Simulation diagrams of output spot of passive double Porro resonator under different angle errors. (a) $\delta_1 = 2'',$

$\delta_2 = 3''$; (b) $\delta_1 = 2'', \delta_2 = 4''$; (c) $\delta_1 = 2'', \delta_2 = 5''$

同时,谐振腔长度不同,衍射效应对光斑产生的影响也会不同,当双 Porro 棱角角度误差均为 $8''$ 时,增大谐振腔长至 20 cm 时,发现此时模拟得到的输出光场为一个完整的高斯光斑,腔内光场分布如图 8 所示。产生这种变化主要是因为腔长一定程度的增加使得偏离光轴的光线衍射损耗增大,边缘光场的能量迅速衰减,形成单模输出。故腔长的适当增长有助于降低谐振腔对 Porro 棱镜直角误差的敏感度。

4 结 论

从衍射方程出发,数值模拟了双 Porro 棱镜谐

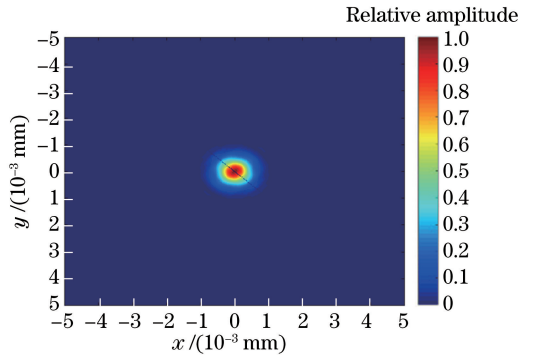


图 8 $\delta = 8''$ 时谐振腔输出的光斑仿真图

Fig. 8 Simulation diagram of output spot of resonator at $\delta = 8''$

振腔的模式分布。分别从棱镜棱宽与两直角面直角

误差对光斑模式分布的具体影响两个方面进行分析。腔长为 10 cm 时, Porro 棱镜棱线加工精度需要在 $5\ \mu\text{m}$ 以下可保证单横模输出, 在 $18\ \mu\text{m}$ 以下可以确保光斑不分裂; 直角误差尽量保持在 $2''$ 以下, 同时增加腔长可提高角度误差的容忍度。上述的分析结果可用于双 Porro 谐振腔的参数设计和应用。

参 考 文 献

- [1] Yang H L, Meng J Q, Chen W B. Characteristic analysis of a polarization output coupling Porro prism resonator [J]. Proceedings of SPIE, 2015, 9255: 92553O.
- [2] Liu Q, Meng J Q, Zu J F, *et al.* High repetition frequency narrow pulse electro-optically Q-switched laser for space applications [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(6): 49-54.
刘琪, 孟俊清, 祖继锋, 等. 适于空间应用的高重复频率窄脉冲电光调 Q 激光器 [J]. 中国激光, 2017, 44(6): 49-54.
- [3] Gould G, Jacobs S, Rabinowitz P, *et al.* Crossed roof prism interferometer [J]. Applied Optics, 1962, 1(4): 533-534.
- [4] Kuo I C, Ko T. Laser resonators of a mirror and corner cube reflector: analysis by the imaging method [J]. Applied Optics, 1984, 23(1): 53-56.
- [5] Zhou G S, Casperson L W. Modes of a laser resonator with a retroreflecting roof mirror [J]. Applied Optics, 1981, 20(20): 3542-3546.
- [6] Xu Y X. Study on the mode of laser resonator [D]. Xi'an: Xidian University, 2010: 20-24.
徐银新. 激光谐振腔模式研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010: 20-24.
- [7] Sziklas E A, Siegman A E. Mode calculations in unstable resonators with flowing saturable gain 2: fast Fourier transform method [J]. Applied Optics, 1975, 14(8): 1874-1889.
- [8] Wang N, Lu Y T, Kong Y. Analysing the light intensity distribution of super-Gaussian mirror resonator by fast Fourier-transform [J]. Chinese Journal of Lasers, 2004, 31(11): 1317-1322.
王宁, 陆雨田, 孔勇. 用快速傅里叶变换法分析超高斯反射镜腔的光场分布 [J]. 中国激光, 2004, 31(11): 1317-1322.
- [9] Chen S Y, Yang H L, Wang M J, *et al.* Analysis of natural longitudinal mode selection in passively Q-switched lasers [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(8): 0801006.
陈苏园, 杨海龙, 王明建, 等. 被动调 Q 激光器中的纵模自然选择分析 [J]. 中国激光, 2016, 43(8): 0801006.
- [10] Siegman A E, Sziklas E A. Mode calculations in unstable resonators with flowing saturable gain 1: Hermite-Gaussian expansion [J]. Applied Optics, 1974, 13(12): 2775-2792.
- [11] Lü B D, Feng G Y. Mode calculations of resonators for slab lasers: fast Fourier transform [J]. Laser Technology, 1993, 17(6): 335-339.
吕百达, 冯国英, 蔡邦维. 板条激光器用光腔的模式计算: 快速傅里叶变换法 [J]. 激光技术, 1993, 17(6): 335-339.
- [12] Fox A G, Li T Y. Resonant modes in a maser interferometer [M] // Fox A G, Li T Y. eds. Essentials of Lasers. Amsterdam: Elsevier, 1969: 88-128.
- [13] Chandler K N. On the effects of small errors in the angles of corner-cube reflectors [J]. Journal of the Optical Society of America, 1960, 50(3): 203-206.
- [14] Eckhardt H D. Simple model of corner reflector phenomena [J]. Applied Optics, 1971, 10(7): 1559-1566.
- [15] Yoder P R. Study of light deviation errors in triple mirrors and tetrahedral prisms [J]. Journal of the Optical Society of America, 1958, 48(7): 496-499.