

基于强度传输方程的激光损伤应力检测技术研究

雷耀^{1,2**}, 刘诚^{1*}, 程北^{1,2,3}, 张雪洁¹, 刘志刚¹

¹中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理联合实验室, 上海 201800;

²中国科学院大学, 北京 100049;

³上海科技大学物质科学与技术学院, 上海 201210

摘要 提出了基于强度传输方程(TIE)的光学元件激光损伤应力检测方法,通过采集损伤点区域聚焦位置附近的三幅强度图像,直接计算出损伤点产生的应力双折射相位分布,并在此基础上实现了激光损伤应力的定量检测。相较于其他相位测量技术,TIE方法在恢复的相位结果中不会出现幅度为 π 的相位跃变,而且可以采用非相干光照明,具有光路结构简单、操作方便和测量速度快等优势,适用于光学元件损伤的快速检测。对石英玻璃在二氧化碳激光器作用下所产生的系列损伤点进行了实际验证测量,测量结果完全符合理论预期。

关键词 测量; 相位恢复; 强度传输方程; 应力双折射; 损伤检测

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.0904002

A TIE Based Technique for Measurement of Stress Generated by Laser Induced Damage

Lei Yao^{1,2**}, Liu Cheng^{1*}, Cheng Bei^{1,2,3}, Zhang Xuejie¹, Liu Zhigang¹

¹Joint Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

³School of Physical Science and Technology, ShanghaiTech University, Shanghai 201210, China

Abstract A transport of intensity equation (TIE) based technique is proposed to measure the stress generated by the laser induced damage on the optical elements. By recording three intensity images around the focal plane in damage point area, we directly calculate the stress birefringence phase distribution generated by the damage point, and realize the quantitative detection of stress generated by laser induced damage. Compared to other phase measurement techniques, the proposed TIE based technique doesn't suffer the disadvantage of the amplitude of π sudden change in the retrieval phase, and can be realized with incoherent light beam illumination. It has the advantages of simple optical path structure, easy operation and rapid measurement, thus it's an ideal technique for the fast measurement of residual stress generated by laser induced damage on the optical elements. We detect a series of damage points produced by quartz glass under the action of CO₂ laser, and the results are completely consistent with theoretical expectations.

Key words measurement; phase retrieval; transport of intensity equation; stress birefringence; damage detection

OCIS codes 120.5050; 100.5070; 260.5430

1 引言

在高功率激光装置中,光学元件在强激光作用下容易因各种复杂的物理和化学机制而发生损伤。元件的初始损伤一旦发生,在后续激光辐照下,损伤

点的横向尺寸将会呈现线性增长^[1],且损伤点周围的应力分布会对入射激光的强度和波前产生调制作用,影响光束质量,严重时可对下游光学元件产生级联损伤。光学元件的激光损伤是目前限制高功率激光装置负载能力提升的最主要因素^[2-3],因此,及时

收稿日期: 2018-03-08; 修回日期: 2018-04-17; 录用日期: 2018-04-22

基金项目: 国家自然科学基金(61675215)

* E-mail: chengliu@siom.ac.cn(通信作者); ** E-mail: leiyao@siom.ac.cn

发现损伤点并对损伤程度进行准确评估对改善激光器的性能具有重要意义。在损伤形成过程中,光学材料的熔融和快速冷却会在损伤点外较大范围内产生,并残留很大的损伤应力^[4],导致材料局部的折射率和偏振特性发生改变,从而出现应力双折射效应,对该应力双折射引起的相位差进行测量可以准确评估元件的损伤程度。

高功率激光装置所用的光学元件直径可达400 mm,其拆装和校准工序非常复杂,因此理想的损伤检测方法应具有操作简便、可定量测量、可快速在线检测等特点,但传统的测量方法很难同时满足这些要求。光弹法是测量透明材料应力分布的最传统的方法,虽然测量过程较为简单,但不能对损伤应力进行定量检测。以光弹法为基础的相移测量技术^[5]大大改善了光弹法的性能,但其光路结构和测量过程较为复杂,耗时较长。数字全息成像^[6]和剪切干涉^[7]可以用于应力检测,它们的优点是可以直接测量光场的相位,理论上能够实现定量测量,但二者有一个共同的不足,即只能用于暗场检测光路,测量结果在等倾线附近会发生幅度为 π 的跃变,在应力分布复杂的情况下会影响测量结果的解读。此外,由于光路结构复杂,数字全息成像无法适应快速检测的需要。强度传输方程(TIE)是近年来研究得比较多的一种非干涉的相位成像方法^[8-9],它通过聚焦面附近的两幅或三幅强度图像就可计算出像面的波前分布。由于采用与普通成像技术相同的光路,TIE方法可以采用非相干光实现波前测量,因此在自适应光学^[10]、X射线成像^[11]、中子射线成像^[12]等

领域得到了广泛的研究和使用。

本文提出采用 TIE 方法来定量测量激光损伤导致的双折射相位延迟,该方法的光路结构简单、操作方便,所测结果不会在等倾线附近出现跃变,完全满足高功率激光领域的检测要求。结合琼斯矩阵阐述了 TIE 方法应用于应力双折射测量的原理,模拟验证了该方法的可行性,并通过实验测量了 CO₂ 激光器在不同参数下生成的熔石英损伤样品。

2 基本原理

2.1 测量光路

基于 TIE 方法的双折射测量光路如图 1 所示。激光束或 LED 等发出的非相干单波长光束通过起偏器 P₁后变为线偏振光,然后穿过带有激光损伤的光学元件 S,检偏器 P₂的偏振方向与 P₁垂直,因此当元件内没有应力时,CCD 记录到的强度为零。光学元件发生激光损伤后,由于元件内产生应力双折射,其透射光可以分解为偏振方向分别与主应力方向垂直与平行的两束光,并且二者之间存在大小为 $\delta(x, y)$ 的相位延迟,假设 $\beta(x, y)$ 为 (x, y) 点主应力方向与 x 轴的夹角,则整个过程可以用琼斯矩阵进行描述^[13]。假设入射光琼斯矢量为 \mathbf{E}_{in} ,依次经过起偏器(琼斯矩阵为 \mathbf{P}_1)、存在应力双折射的待测样品(琼斯矩阵为 \mathbf{S})、检偏器(琼斯矩阵为 \mathbf{P}_2)后,出射光的琼斯矢量为 \mathbf{E}_{out} 。若 δ 为待测样品中 o 光与 e 光的相对相位延迟, β 为主应力方向与 x 轴的夹角,并在 $(-\pi/2, \pi/2]$ 内取值,则 \mathbf{S} 可以表示为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \exp(i\delta) \cos^2\beta + \sin^2\beta & [\exp(i\delta) - 1] \sin\beta \cos\beta \\ [\exp(i\delta) - 1] \sin\beta \cos\beta & \exp(i\delta) \sin^2\beta + \cos^2\beta \end{bmatrix} \quad (1)$$

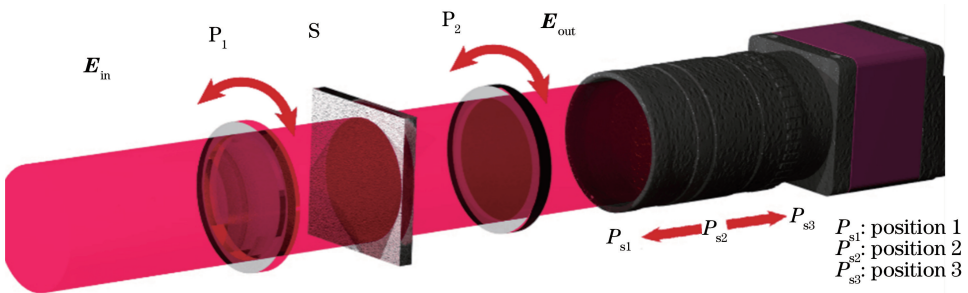


图 1 检测系统光路示意图

Fig. 1 Optical path schematic of detection system

因此经过检偏器 P₂后的出射光为

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{P}_2 \mathbf{S} \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_{in}, \quad (2)$$

$$E_{out}(x, y) = \{ \exp[i\delta(x, y)] - 1 \} \sin\beta(x, y) \cos\beta(x, y) =$$

$$\sin[2\beta(x,y)]\sin\left[\frac{\delta(x,y)}{2}\right]\exp\left(\frac{i\pi}{2}\right)\exp\left[i\frac{\delta(x,y)}{2}\right]=|E_{\text{out}}(x,y)|\exp[i\varphi(x,y)]. \quad (3)$$

由于光学材料所受的应力大小与双折射引起的相位延迟量 $\delta(x,y)$ 成正比^[14],理论上只需要通过出射光的相位信息 $\varphi(x,y)$ 就可以计算得到 $\delta(x,y)$,即可知道元件的应力大小和分布情况。但由(3)式可以看出, $\delta(x,y)$ 并不简单地等于 $E_{\text{out}}(x,y)$ 的相位信息 $\varphi(x,y)$,原因是其复振幅强度 $\sin[2\beta(x,y)]\sin[\delta(x,y)/2]$ 的正负将会在 $\varphi(x,y)$ 中引入一个数值为 π 的跃变。在大多数情况下,直接测量暗场透射光并不能精确测量出相位延迟 $\delta(x,y)$,因此并不能反映损伤点周围的应力分布情况。故而,有必要寻找一种对 $\sin[2\beta(x,y)] \cdot \sin[\delta(x,y)/2]$ 符号不敏感的相位测量方法,以便能从 $E_{\text{out}}(x,y)$ 中直接测量出 $\delta(x,y)$ 的分布。由后文的分析可以看出,TIE 方法满足测量要求。

2.2 TIE 方法计算双折射相位延迟

图 1 中经检偏器后的出射光 $E_{\text{out}}(x,y)$ 在传播过程中满足

$$-k \frac{\partial |E_{\text{out}}(x,y)|^2}{\partial z} = \nabla[|E_{\text{out}}(x,y)|^2 \nabla\varphi(x,y)], \quad (4)$$

若在样品像面聚焦位置附近采集两幅轻微离焦强度图 $I_{\text{out}}(x,y,-d_z)$ 和 $I_{\text{out}}(x,y,d_z)$ 以及一个聚焦像面的强度图 $I_{\text{out}}(x,y,0)$,其中 d_z 为很小的位移,则根据(4)式就可以得到 $\varphi(x,y)$ 的拉普拉斯变换形式为

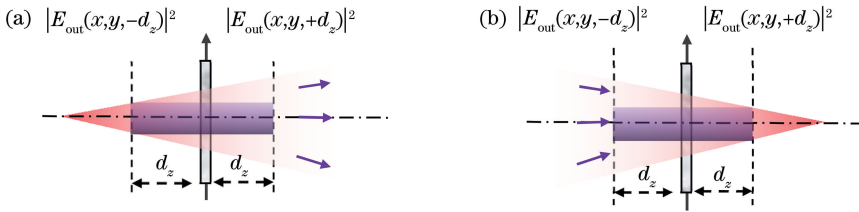


图 2 $E_{\text{out}}(x,y)$ 传播示意图。(a) 发散波;(b) 会聚波

Fig. 2 Propagation diagrams of $E_{\text{out}}(x,y)$. (a) Divergent wave; (b) convergent wave

(5)式中的相位信息 $\varphi(x,y)$ 可以用 TIE 方程傅里叶解法^[15-16] 直接得到:

$$\varphi(x,y) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{k_x^2 + k_y^2} \mathcal{F} \left\{ |\mathbf{k}_0| \frac{I_{\text{out}}(x,y,z_0 + d_z) - I_{\text{out}}(x,y,z_0 - d_z)}{2d_z [I_{\text{out}}(x,y,z_0) + \varepsilon]} \right\} \right\}, \quad (6)$$

式中: \mathcal{F} 表示傅里叶变换; \mathcal{F}^{-1} 表示傅里叶逆变换; k_x, k_y 分别为 x, y 方向上的空间频率; \mathbf{k}_0 为波矢量; ε 为一个很小的正的常数,其作用是避免 $I_{\text{out}}(x,y,d_z)=0$ 时计算溢出。在分子 $I_{\text{out}}(x,y,-d_z) - I_{\text{out}}(x,y,d_z) = 0$ 时,例如在

$$\Delta\varphi(x,y) = \frac{\pi}{\lambda_0 d_z} \left[\frac{I_{\text{out}}(x,y,-d_z) - I_{\text{out}}(x,y,d_z)}{I_{\text{out}}(x,y,0)} \right], \quad (5)$$

式中: λ_0 为测量光的波长。

(5)式的物理含义可以用图 2 中的旁轴光束传播来近似理解,图 2(a)中的光束为一个发散波,其中阴影部分负离焦面上每个点的强度值都大于相对应的正离焦面上的强度值,因此(5)式的分子 $I_{\text{out}}(x,y,-d_z) - I_{\text{out}}(x,y,d_z)$ 在中间阴影部分为正值,在阴影外的圆周部分为负值。当对(5)式进行积分求解时,所得中间部分的 $\varphi(x,y)$ 比边缘部分大,为发散的波前。同理,对于图 2(b)中的会聚波,可以计算得到中间部分的 $\varphi(x,y)$ 比边缘部分小。但无论何种情况,当波前存在幅度为 π 的跃变时, $I_{\text{out}}(x,y,-d_z)$ 和 $I_{\text{out}}(x,y,d_z)$ 均不会发生变化,因此(5)式对于系数正负不敏感。如果只考虑发生跃变的交界区域,理论上, $I_{\text{out}}(x,y,-d_z)$ 和 $I_{\text{out}}(x,y,d_z)$ 均应该发生变化,但就(5)式而言,跃变发生的交界处正好是 $\sin[2\beta(x,y)] = 0$ 处, $\varphi(x,y)$ 的分布不会对光场有实质性的影响。因此,TIE 方法可恢复暗场测量光路的出射光的相位,可以直接得到 $E_{\text{out}}(x,y)$ 的双折射相位延迟量 $\delta(x,y)$ 的分布,视场内不会出现(3)式系数所带来的跃变,这是该方法的一个突出优点。

$\sin[2\beta(x,y)] = 0$ 的位置,即在传统光弹法的等倾线位置处,测量的相位会受到影响,难以反映真实的双折射相位延迟 $\delta(x,y)$ 。这也是 TIE 方法直接用于暗场应力测量时存在的问题。

为解决该问题,由(3)式可知,设 I_1 为记录的强

度图像,则有

$$I_1 = |E_{\text{out}}(x, y, z_0 + d_z)|^2 = \sin^2[2\beta(x, y)] \sin^2[\delta(x, y)/2]. \quad (7)$$

如果将起偏器和检偏器的偏振方向同步旋转 $\pi/4$, 则记录的强度图像为 I_2 , 有

$$I_2 = |E_{\text{out}}(x, y, z_0 + d_z)|^2 = \cos^2[2\beta(x, y)] \sin^2[\delta(x, y)/2], \quad (8)$$

$$I = I_1 + I_2 = \sin^2[\delta(x, y)/2]. \quad (9)$$

因此, 如果将聚焦和离焦位置强度都换成同样的强度和, 即将(6)式中的 3 个强度值均替换为(9)式中的 2 个不同偏振方向强度值的和, 就可以避免等倾线附近强度为 0 引起的相位测量不准确问题的出现。

3 数值模拟

首先通过模拟验证该方法的有效性。设待测物体的相位延迟量 $\delta(x, y)$ 的分布如图 3(a) 所示, 方位角 $\beta(x, y)$ 的分布如图 3(b) 所示, $\delta(x, y)$ 的分布由内向外逐渐减小为 0, $\beta(x, y)$ 呈辐射状分布^[17]。为了对比方便并贴近实验情形, 将物体设置为环形。测量波长为 632.8 nm, CCD 像素尺寸为 7.4 μm , 像

素个数为 512×512 。图 3(c) 为直接采用(3)式计算所得的相位分布, 可以看出 1、3 象限相对于 2、4 象限有明显的相位跃变, 这在实际测量中很容易引起误判。使用 TIE 方法进行测量时, 聚焦位置的强度分布如图 3(d) 所示, 离焦位置 ($d = 200 \mu\text{m}$) 处的强度分布与聚焦位置处的差别不大, 图 3(e) 给出了两离焦位置的强度差 ΔI 。

利用(6)式可以通过 TIE 方法得出 $\delta(x, y)$ 的分布, 结果如图 4(a) 所示。与图 3(a) 相比, 获得的应力分布与初始设定的基本特征吻合, 同样由内向外逐渐减小, 且不存在图 3(c) 中的相位跃变现象, 说明 TIE 方法对系数符号不敏感, 这是该方法的优越之处。将图 4(a) 与图 3(a) 进行对比, 结果如图 4(b) 所示, 其中红色实线为在图 4(a) 红色虚线方向上利用 TIE 方法计算得到的相位值, 蓝色实线为图 3(a) 中该方向上原始设定的相位值, 可见在该方向上两者的拟合程度较高; 在图 4(a) 中黄色虚线方向上, 即传统的等倾线位置处, 图 4(a) 与图 3(a) 的对比如图 4(c) 所示, 其中黄色实线为在图 4(a) 黄色虚线方向上利用 TIE 方法计算得到的相位值, 在该方向上两者差别较大, 原因是该方向上的强度为 0。

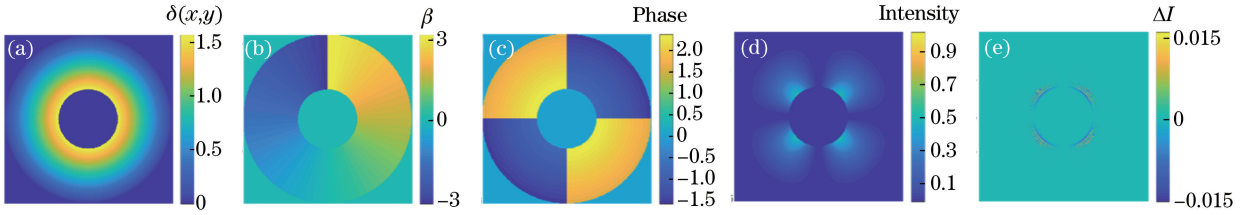


图 3 (a) 原始设定的相位延迟量 $\delta(x, y)$ 的分布; (b) 方位角 $\beta(x, y)$ 的分布; (c) 出射光相位分布; (d) 聚焦强度分布; (e) 离焦和欠焦强度差分布

Fig. 3 (a) Distribution of original phase retardation $\delta(x, y)$; (b) distribution of azimuthal angle $\beta(x, y)$; (c) distribution of emergent light; (d) distribution of focusing strength; (e) phase distribution of the intensity difference between off-focus and on-focus

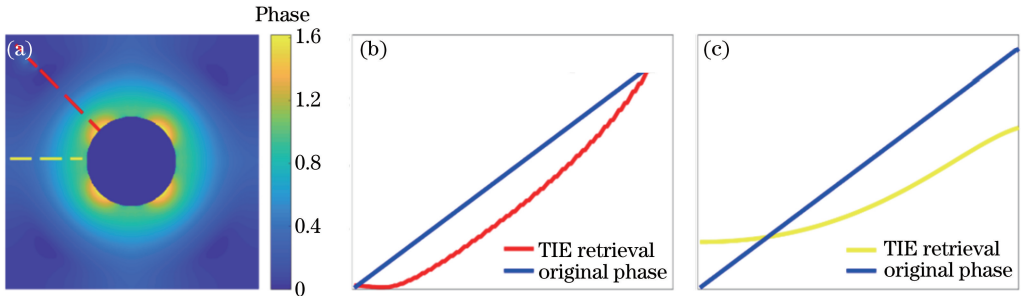


图 4 (a) TIE 恢复相位分布; (b) 图 4(a) 中红色虚线方向上恢复相位值与原始相位延迟的对比; (c) 图 4(a) 中黄色虚线方向上恢复相位值与原始相位延迟的对比

Fig. 4 (a) TIE retrieval phase map; (b) comparison between retrieval phase and original phase delay in the direction of red dotted line in Fig. 4 (a); (c) comparison between retrieval phase and original phase delay in the direction of yellow dotted line in Fig. 4 (a)

为了解决等倾线分布对测量结果的影响,将起偏器和检偏器同步旋转 $\pi/4$,得到另外三幅离焦、聚焦和欠焦位置处的强度图像,其中聚焦位置处的强度图如图 5(a)所示。然后将其分别与旋转前对应位置处强度图相加,得到三幅合并后的强度图,其中聚焦位置处的合成强度图如图 5(b)所示。根据(6)

式计算得到的相位延迟分布如图 5(c)所示,其与假定的原始相位延迟量差[图 3(a)]对比如图 5(d)所示,其中黄色实线为计算分布,蓝色实线为原始分布,两者分布几乎完全一致,实现了应力诱致双折射的定量测量,可以对高功率激光装置中光学元件的损伤情况进行准确评估。

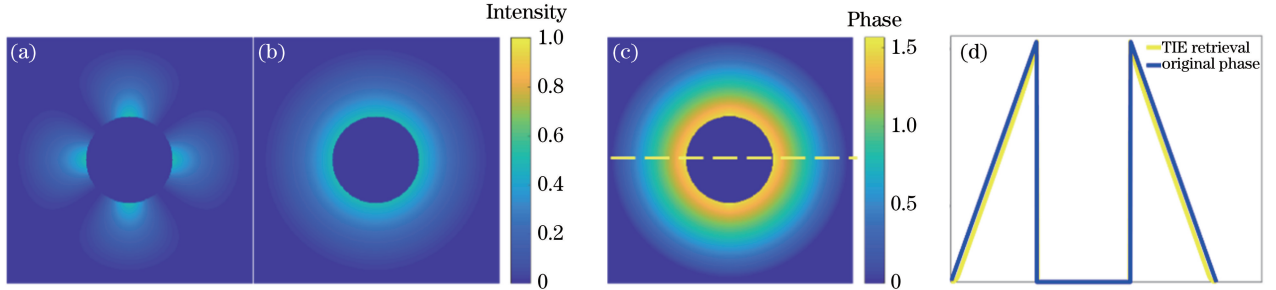


图 5 (a)偏振片旋转 $\pi/4$ 后聚焦位置处的强度图;(b)两偏振方向强度相加得到的聚焦位置强度图;
(c)由合并后的强度图计算得到的相位延迟量图;(d)计算得到的相位延迟量与原始相位延迟信息的对比

Fig. 5 (a) Intensity map in on-focus position after polarizer rotating $\pi/4$; (b) two different polarization directions integrated intensity map in on-focus position; (c) phase delay map calculated by the combined intensity map; (d) comparison between the calculated phase delay with the original phase delay information

4 实验验证

为了验证 TIE 用于激光损伤测量的有效性。利用 CO_2 激光器在不同条件下制备了一系列损伤点样品。样品参数如表 1 所示。借助显微镜(MT-

12 型,广州明美科技有限公司,中国)自身成像光路,并在光路中按顺序放入起偏器、损伤样品、检偏器,利用 CCD 相机(AVT-F421-b 型)记录强度图像,CCD 相机的分辨率为 $2048 \text{ pixel} \times 2048 \text{ pixel}$,像素大小为 $7.4 \mu\text{m}$,显微物镜放大倍率为 2 倍。

表 1 损伤点样品参数

Table 1 Sample parameters of damage points

Number	Beam diameter / μm	Wavelength of the CO_2 laser / μm	Power of the CO_2 laser / W	Radiation time / s	Damage diameter / mm
1	300	10.4	15	4	0.71
2	300	10.4	15	8	0.77
3	300	10.4	18	8	0.81
4	300	10.4	18	12	0.87
5	300	10.4	20	12	0.89
6	300	10.4	20	15	0.94

按照上述方法,对每个样品分别在距离聚焦位置 $200, 0, -200 \mu\text{m}$ 处采集三幅强度图像。在图 6 中,第一行图像显示了每个样品的聚焦强度像,可以看出由于点损伤的旋转对称性,应力双折射的光轴也是旋转对称的,因此等倾线将整个视场分为 4 瓣,而且随着损伤程度的增加,光强分布面积明显增大。图 6 中的第二行图像给出了相应的应力双折射测量结果,由于重点关注的是损伤点周围而不是其内部区域的应力大小,而且在测量时是聚焦样品表面成像,加之损伤点自身具有一定的深度,因此损伤点内的计算结果并不准确。根据图 6 的计算结果可以看

出,虽然受到等倾线的影响,损伤点以外的应力分布呈现 4 瓣的分布模式,但 4 瓣间并没有跃变现象发生,从而进一步验证了 TIE 方法对等倾线的符号变化不敏感。此外,从图 6 中还可以发现,随着激光器功率不断增强和激光辐照时间不断增加,应力双折射分布范围越来越广,产生的相位延迟也越来越大,这与预期完全符合。

为了解决强度零值附近测量不准确的问题,将图 1 中的检偏器和起偏器同步旋转 $\pi/4$,得到图 7 中第一行显示的强度图像,将其与图 6 中的强度图像相加,得到图 7 中第二行显示的聚焦复合强度图

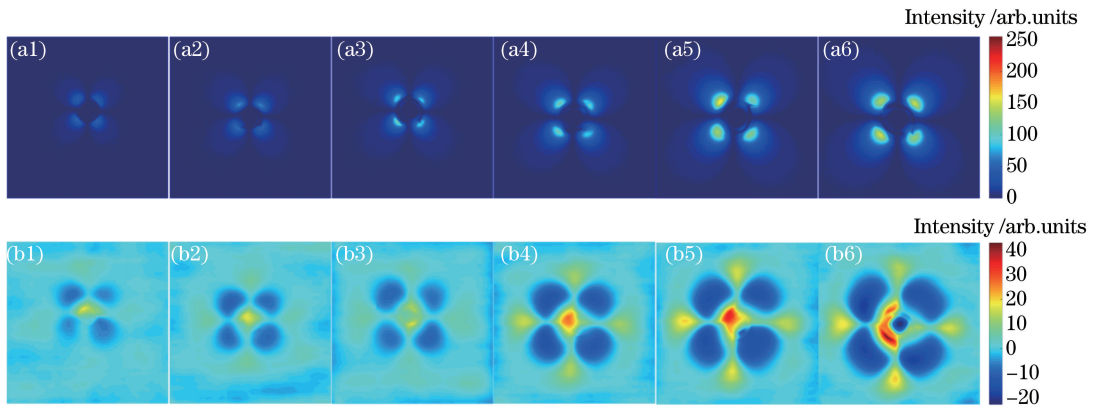


图 6 显微镜下样品线偏振光 TIE 恢复相位差信息。(a)聚焦强度图;(b)应力双折射测量结果

Fig. 6 TIE retrieval phase maps of samples under microscope with linear polarization.

(a) Focus intensity maps; (b) stress birefringence measurement results

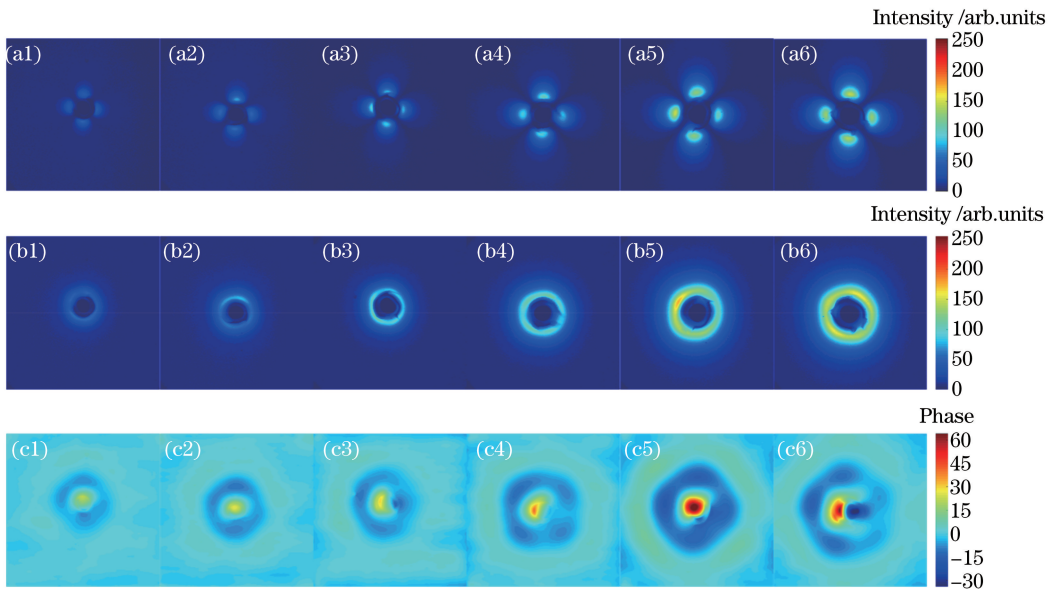


图 7 强度图及恢复相位。(a)偏振片旋转 $\pi/4$ 后的强度图;(b)两偏振方向强度图相加;(c) TIE 恢复相位

Fig. 7 Intensity maps and retrieval phase maps. (a) Intensity maps after polarizer rotating $\pi/4$;

(b) two different polarization directions integrated intensity maps; (c) TIE retrieval phase maps

像。将这些复合图像代入(6)式进行计算,得到图 7 中第三行所示的相位分布,可以明显看出:等倾线附近由于强度为零而导致的测量不准确问题得以解决,测量结果可以直观地反映出应力的分布情况。

5 结 论

提出了基于 TIE 的激光损伤应力测量方法,并从理论分析、数值模拟和实验验证等方面对其进行研究。利用 TIE 测量激光损伤的双折射相位延迟时,测量结果对等倾线系数的符号变化不敏感,因此不存在相位跃变的问题,测量结果更容易判读。采用将起偏器和检偏器同步旋转 $\pi/4$ 后再采集两组数据的方法,可以避免等倾线附近因强度为零而出现

的测量不准的问题。TIE 方法具有所需光路结构简单、操作方便且能够用非相干光进行测量等优点,可以满足初步评估使用的要求,非常适合在高功率激光领域对大型光学元件的激光损伤应力进行现场测量。

参 考 文 献

- [1] Demos S G, Staggs M, Kozlowski M R. Investigation of processes leading to damage growth in optical materials for large-aperture lasers [J]. Applied Optics, 2002, 41(18): 3628-3633.
- [2] Rubenchik A M, Feit M D. Initiation, growth, and mitigation of UV-laser-induced damage in fused silica [J]. Proceedings of SPIE, 2002, 4679: 79-95.

- [3] Moses E I. The National Ignition Facility high-energy ultraviolet laser system[J]. *Optical Materials*, 2004, 26(4): 515-521.
- [4] Feit M D, Matthews M J, Soules T F. Densification and residual stress induced by CO₂ laser-based mitigation of SiO₂ surfaces[J]. *Proceedings of SPIE*, 2010, 7842: 78420O.
- [5] Patterson E A, Wang Z F. Towards full field automated photoelastic analysis of complex components[J]. *Strain*, 1991, 27(2): 49-53.
- [6] Kebbel V, Hartmann H J, Jueptner W P O. Characterization of micro-optics using digital holography[J]. *Proceedings of SPIE*, 2006, 4101: 459-469.
- [7] Doualle T, Ollé A, Cormont P, *et al.* Laser-induced birefringence measurements by quantitative polarized-phase microscopy[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(8): 1616-1619.
- [8] Zuo C, Chen Q, Sun J S, *et al.* Non-interferometric phase retrieval and quantitative phase microscopy based on transport of intensity equation: a review[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(6): 0609002.
左超, 陈钱, 孙佳嵩, 等. 基于光强传输方程的非干涉相位恢复与定量相位显微成像: 文献综述与最新进展[J]. *中国激光*, 2016, 43(6): 0609002.
- [9] Cheng H. Study on deterministic phase retrieval based on the intensity measurement [D]. Hefei: Anhui University, 2012.
程鸿. 基于强度测量的确定性相位检索[D]. 合肥: 安徽大学, 2012.
- [10] Roddier F. Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics [J]. *Applied Optics*, 1988, 27(7): 1223-1225.
- [11] Nugent K A, Gureyev T E, Cookson D J, *et al.* Quantitative phase imaging using hard X rays [J]. *Physical Review Letters*, 1996, 77(14): 2961-2964.
- [12] McMahon P J, Allman B E, Jacobson D L, *et al.* Quantitative phase radiography with polychromatic neutrons [J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(14): 145502.
- [13] Theocaris P S, Gdoutos E E. Matrix theory of photoelasticity [M]. Yang J H, transl. Beijing: Science Press, 1987.
西奥卡里斯 P S, 格道托斯 E E. 光测弹性学矩阵理论 [M]. 杨霁辉, 译. 北京: 科学出版社, 1987.
- [14] Zhao Q C. Photodynamic mechanics [M]. Shanghai: Shanghai Scientific & Technical Publishers, 1982.
赵清澄. 光测力学 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1982.
- [15] Allen L J, Oxley M P. Phase retrieval from series of images obtained by defocus variation [J]. *Optics Communications*, 2001, 199(1/2/3/4): 65-75.
- [16] Zuo C, Chen Q, Huang L, *et al.* Phase discrepancy analysis and compensation for fast Fourier transform based solution of the transport of intensity equation [J]. *Optics Express*, 2014, 22(14): 17172-17186.
- [17] Zhang X J, Cheng B, Liu C, *et al.* Quantitative birefringence distribution measurement using mixed-state ptychography [J]. *Optics Express*, 2017, 25(25): 30851-30861.