

# 复杂物体离轴-同轴复合数字全息高分辨率成像

王凤鹏<sup>1,2</sup>, 王大勇<sup>2</sup>, 王云新<sup>2</sup>, 戎路<sup>2</sup>, 赵洁<sup>2</sup>

<sup>1</sup>赣南师范大学物理与电子信息学院, 江西 赣州 341000;

<sup>2</sup>北京工业大学应用数理学院, 北京 100124

**摘要** 当被测物体不满足稀疏条件时,传统同轴数字全息相位恢复方法无法消除共轭像的干扰,也无法获得正确的相位重建结果;而离轴数字全息受最小记录距离的限制分辨率较低。为此,提出了一种将离轴和同轴数字全息相结合的复合数字全息成像方法。该方法只需记录一幅离轴全息图和一幅同轴全息图;采用约束最优化算法从离轴全息图中得到记录平面内物光波的近似相位分布;将此相位信息与同轴全息图的强度信息合成记录面内物光波复振幅的初始值;再利用迭代算法实现物体强度像和相位像的高分辨率重建,该方法的理论分辨率与图像传感器的分辨率相同。实验结果表明,该方法可以充分利用图像传感器的空间带宽积,能在对复杂物体成像时消除共轭像,实现大视场、高分辨率数字全息成像,实验成像分辨率接近理论分辨率。

**关键词** 全息; 相位恢复; 大视场; 高分辨率

中图分类号 TN26; O438

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.0609001

## In-Line and Off-Axis Hybrid Digital Holography for High Resolution Imaging of Complex Shape Objects

Wang Fengpeng<sup>1,2</sup>, Wang Dayong<sup>2</sup>, Wang Yunxin<sup>2</sup>, Rong Lu<sup>2</sup>, Zhao Jie<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Physics and Electronic Information, Gannan Normal University, Ganzhou, Jiangxi 341000, China;

<sup>2</sup>College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China

**Abstract** The traditional phase retrieval of in-line digital holography is invalid to eliminate the twin image and to get accurate phase when the object does not conform the sparsity, while the resolution of the off-axis digital holography is low due to the limitation of the minimum of the recording distance. An in-line and off-axis hybrid digital holography is proposed. The off-axis and in-line holograms are recorded respectively. The approximate phase distributions in the recording plane are obtained by constrained optimization approach from the off-axis hologram, and they are used as the initial value in the iterative procedure of the reconstruction of the in-line hologram, then the high quality amplitude and phase images are reconstructed. The ideal resolution of the hybrid digital holography is analyzed. The experimental results show that the proposed method can utilize the full spatial bandwidth of the image sensor, it can realize a large field of view and high resolution digital holographic imaging without the interference of the twin image when the objects have complex shape, and the resolution in the experiments approach the ideal resolution.

**Key words** holography; phase retrieval; large field of view; high resolution

**OCIS codes** 090.1995; 100.5070

收稿日期: 2017-11-17; 收到修改稿日期: 2017-12-04

基金项目: 国家自然科学基金(61675010,61475011)、江西省科技支撑计划(20143ACG70019)、江西省高等学校科技落地计划(KJLD14078)、北京市教委科技重点项目(KZ201610005008)、北京市自然科学基金(4162015)、北京市青年拔尖创新人才项目

作者简介: 王凤鹏(1981—),男,博士研究生,副教授,主要从事数字全息等新型成像光学检测技术方面的研究。

E-mail: wangfengpeng@163.com

导师简介: 王大勇(1968—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事光学信息处理和数字全息等方面的研究。

E-mail: wdyong@bjut.edu.cn(通信联系人)

# 1 引 言

数字全息是一种干涉成像技术,其利用数字图像传感器(CCD或CMOS)记录全息图,用计算机模拟光波的衍射传播过程来实现对物体的成像,具有全视场、无损伤、高精度、数字聚焦、可同时获得定量强度像和相位像等独特的优点<sup>[1-2]</sup>。目前,数字全息已被应用于生物样品成像、三维形貌检测、粒子场检测分析等领域<sup>[3-12]</sup>。

根据物光与参考光之间的夹角不同,可以将数字全息分为离轴数字全息和同轴数字全息两种。离轴数字全息可以使原始像、零级像,以及共轭像相互分离,但图像传感器的空间带宽积利用率较低,为使全息图的+1级、0级和-1级频谱相互分离,要求记录距离较大,因此系统的数值孔径(NA)较小,成像分辨率较低<sup>[13]</sup>。为提高分辨率,现有的数字全息显微术<sup>[14-15]</sup>一般采用显微物镜在光路中进行放大,但会缩小成像视场。2013年,Khare等<sup>[16]</sup>提出了一种基于约束最优化的数字全息方法,可以在+1级、0级和-1级频谱有重叠的情况下实现物体的再现并消除零级像和共轭像,但需要引入平均值滤波作为约束条件,不可避免地抑制了物光波的高频信息,因此,其成像分辨率仍然受到一定的限制。同轴数字全息可以充分利用图像传感器的空间带宽积,能在记录距离较小时进行数字全息成像,可获得较大的NA,以及较高的分辨率,但其再现得到的原始像、零级像和共轭像相互重叠。对于双光束同轴数字全息,常采用相移技术<sup>[17-18]</sup>消除共轭像,但需要精密相移装置,容易因为系统起伏引入相位误差,使其在实际应用中受到较大的限制。对于单光束同轴数字全息(即Gabor数字全息),常常采用迭代算法进行相位恢复<sup>[19-23]</sup>来消除共轭像,但这些方法一般只有在稀疏简单物体处于透明背景上或已知物体大致形状支持域时才具有较好的消除共轭像的效果,不能用于对复杂物体的成像。

本文提出一种将离轴数字全息和同轴数字全息相结合的方法,将离轴数字全息图中得到的低分辨率相位信息作为同轴全息图相位恢复再现中的初始值,该方法可以在对复杂物体成像时很好地消除其共轭像,并具有与同轴数字全息一样的空间带宽积,可以获得较高分辨率。

## 2 离轴-同轴复合数字全息成像方法

如图1所示,假设一单位振幅的平面波垂直于

物体所在的 $(x_0, y_0)$ 平面入射,物体的振幅透过率用 $t(x_0, y_0)$ 表示,物体引起的相位分布用 $\phi_0(x_0, y_0)$ 表示。则物面内的复振幅可表示为

$$O_0(x_0, y_0) = t(x_0, y_0) \exp[j\phi_0(x_0, y_0)], \quad (1)$$

利用角谱传播理论,物光传播距离 $z$ 后,到达记录面的复振幅可表示为

$$O(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F} \{ O_0(x_0, y_0) \} H(f_x, f_y, z) \}, \quad (2)$$

式中 $\mathcal{F}$ 和 $\mathcal{F}^{-1}$ 分别为傅里叶变换和傅里叶逆变换, $H(f_x, f_y, z) = \exp[jkz \sqrt{1 - \lambda^2(f_x^2 + f_y^2)}]$ 为频域传递函数, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数。CCD所记录的光强分布(同轴全息图)可表示为

$$I_G = |O(x, y)|^2. \quad (3)$$

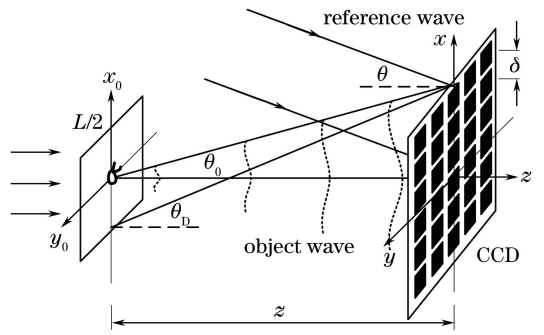


图1 数字全息光路示意图

Fig. 1 Schematic of digital holography.

设一束与物光相干的平面参考光以入射角 $\theta$ 照射记录面,此时记录面的干涉光强分布(离轴全息图)可表示为

$$I_{\text{off}} = |O|^2 + |R|^2 + OR^* + O^*R, \quad (4)$$

式中 $*$ 为复振幅的共轭,并省略了物光 $O(x, y)$ 与参考光 $R(x, y)$ 的坐标 $(x, y)$ 。假设参考光在 $x-z$ 平面内传播,则参考光 $R$ 可表示为

$$R = R_0 \exp(jkx \sin \theta), \quad (5)$$

式中 $R_0$ 为参考光的振幅(等于参考光强度的平方根),入射角 $\theta$ 可以从全息图的频谱中求出,计算公式如下

$$\theta = \arcsin\left(\frac{D\lambda}{2N\delta}\right), \quad (6)$$

式中 $D$ 为全息图频谱中+1级与-1级频谱中心之间的距离, $\lambda$ 为光波波长, $N$ 为全息图在 $x$ 方向的像素数, $\delta$ 为全息图的采样间隔。

在已知参考光复振幅的情况下,可以利用约束最优化方法<sup>[16]</sup>实现对记录面内物光波复振幅的重建,具体可采用如下迭代过程实现

$$O^{(n+1)} = G \otimes \{ O^{(n)} + \alpha [ I_{\text{off}} - ( |O^{(n)}|^2 + |R|^2 + O^{(n)}R^* + O^{(n)*}R ) ] (O^{(n)} + R) \}, \quad (7)$$

式中  $O^{(n)}$  为物光波复振幅的第  $n$  次迭代结果,其初始值通常设为 0。 $G$  为平均值滤波器,  $\otimes$  为相关符号,  $\alpha$  为迭代步长,一般取 0.001~0.01。然后利用角谱法反向传播到物平面即可得到物体的再现像。由于在平均值滤波过程中,物光的高频信息会受到抑制,由离轴数字全息直接得到的再现像的分辨率较低。在同轴数字全息再现的相位恢复算法中,初始值和约束条件是算法是否有效的重要因素,因此,将从离轴数字全息图中得到的低分辨率相位信息作为同轴数字全息图相位恢复迭代重建的初始值,以得到高分辨率的再现像。如图 2 所示,具体方法如下。

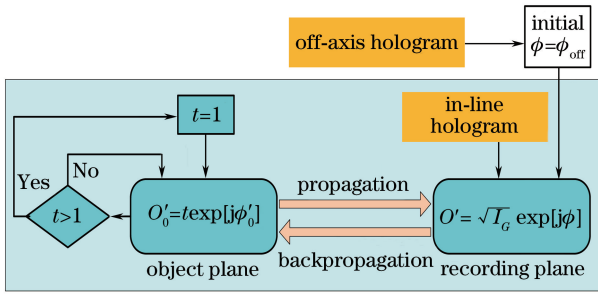


图 2 复合数字全息再现算法

Fig. 2 Schematic of hybrid phase retrieval algorithm

- 1) 根据(7)式由离轴数字全息图重建记录面内的物光波复振幅分布  $O_{\text{off}}$ , 并计算出记录面内的物光相位分布为  $\phi_{\text{off}}$ 。
- 2) 利用同轴全息图的强度与第 1) 步得到的记录面物光相位  $\phi_{\text{off}}$ , 合成记录面初始物光场复振幅  $O' = \sqrt{T_G} \exp[j\phi_{\text{off}}]$ 。
- 3) 利用角谱传播法将记录面内的复振幅  $O'$  反向传播到物平面, 得到物平面上的复振幅分布  $O'_0$ 。
- 4) 查找  $O'_0$  的振幅大于 1 的点, 将其振幅更新为 1。
- 5) 利用角谱传播法将更新后的物平面复振幅  $O'_0$  正向传播至记录面, 并用  $\sqrt{T_G}$  替换它的振幅, 得到新的记录面复振幅  $O'$ 。
- 6) 重复 3)~5) 步进行迭代运算, 直到收敛。输出物平面上的复振幅分布  $O'_0$ , 即可得到高分辨率的再现像。

### 3 成像分辨率分析

数字全息成像系统的分辨率取决于 CCD 能获取的物光波最高空间频率。当 CCD 与物体之间的距离  $z$  较大时, 受 NA 的限制, CCD 能接收到的最高空间频率为

$$f_{\text{NA}} = \frac{\sin \theta_0}{\lambda} \approx \frac{N\delta}{2\lambda z}, \quad (8)$$

当 CCD 与物体之间的距离  $z$  较小时, 受奈奎斯特采样定理的限制, CCD 能接收到的最高空间频率为

$$f_s = \frac{1}{2\delta}, \quad (9)$$

当  $f_s = f_{\text{NA}}$  时,

$$z_c = \frac{N\delta^2}{\lambda}. \quad (10)$$

因此系统能达到的理论分辨率, 用最小分辨距表示为

$$r = \begin{cases} \lambda z, & z > z_c \\ \delta, & z \leq z_c \end{cases}. \quad (11)$$

由此可见, 在无预放大的数字全息成像系统中, 分辨率取决于光波波长、记录距离、CCD 的像素尺寸, 以及像素数量。在传统的离轴数字全息成像系统中, 为使全息图的 +1 级、0 级和 -1 级频谱相互分离, 记录距离应满足<sup>[13]</sup>:

$$z > \frac{4\delta(L + N\delta)}{\lambda}, \quad (12)$$

式中  $L$  为物面尺寸。因此, 传统离轴数字全息的理论最小分辨距为

$$r = \frac{\lambda z}{N\delta} = \frac{4(L + N\delta)}{N}. \quad (13)$$

本文方法利用约束最优化方法从离轴全息图中重建物光波在记录面内的初略相位, 记录距离不必受(12)式的限制。成像系统最终的分辨率取决于同轴全息图能获取的最高空间频率。根据(11)式可知系统的最小分辨距为  $\delta$ 。根据角谱传播算法的特性, 本文方法的成像视场大小等于图像传感器的面积。

## 4 成像方法验证

### 4.1 计算机模拟验证

为验证离轴-同轴复合数字全息方法的有效性, 本文首先进行了计算机模拟验证。模拟物体为 1024 pixel × 1024 pixel 的分辨率板图, 如图 3(a) 所示。其采样间隔为 5.2 μm。物体白色背景部分的振幅透过率为 1, 相位为 0 rad, 黑色线条和数字部分的振幅透过率为 0.2, 相位为 -2 rad。光波长为 532 nm, 记录距离为 5 cm, 参考光的入射角为 22 mrad。模拟生成的同轴全息图和离轴全息图分别如图 3(b) 和 (c) 所示。



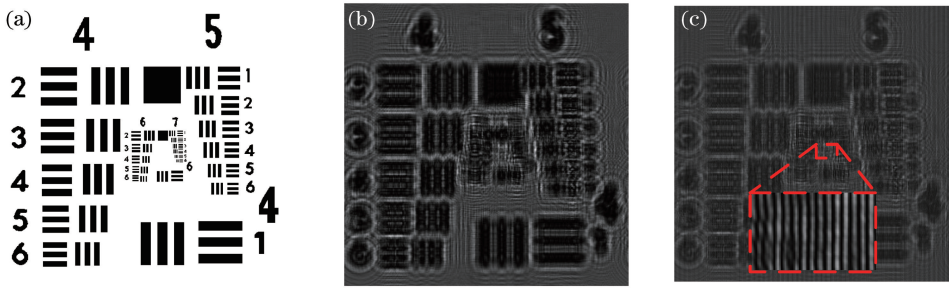


图 3 两种方法的模拟验证。(a)物体;(b)同轴全息图;(c)离轴全息图

Fig. 3 Simulation verification of two methods. (a) Object; (b) in-line hologram; (c) off-axis hologram.

利用角谱法<sup>[24-25]</sup>对同轴全息图进行再现,然后再利用相位恢复算法<sup>[19-21]</sup>消除共轭像,其结果如图 4 所示。从强度像和相位像中都可以看出,在物体比较稀疏的区域,共轭像的消除效果较好;但在物体比较密集的区域,由于物体挡住了大部分的光,物光波复振幅的相位信息丢失严重,使得

传统的相位恢复算法无法很好地消除其中的共轭像。

采用约束最优化算法<sup>[16]</sup>对离轴全息图进行再现,其结果如图 5 所示。从图 5 可以看出,再现像中不存在共轭像的影响,但由于引入了平均约束条件,再现像的分辨率比较低。

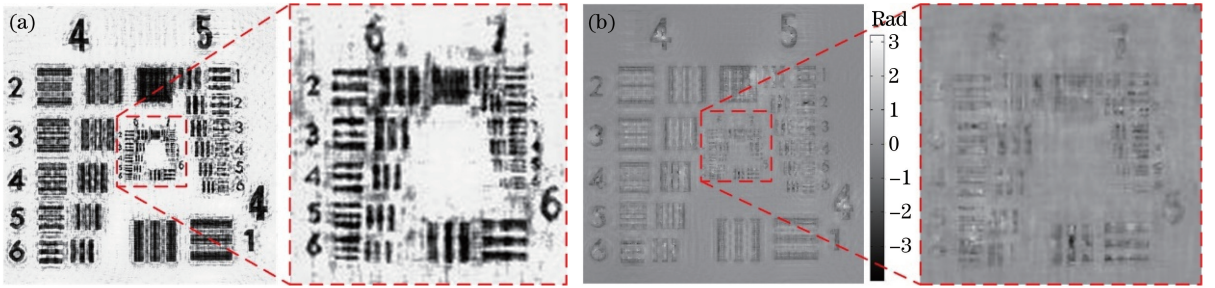


图 4 同轴全息图再现结果。(a)强度像;(b)相位像

Fig. 4 Reconstructed results of in-line hologram. (a) Amplitude image; (b) phase image.

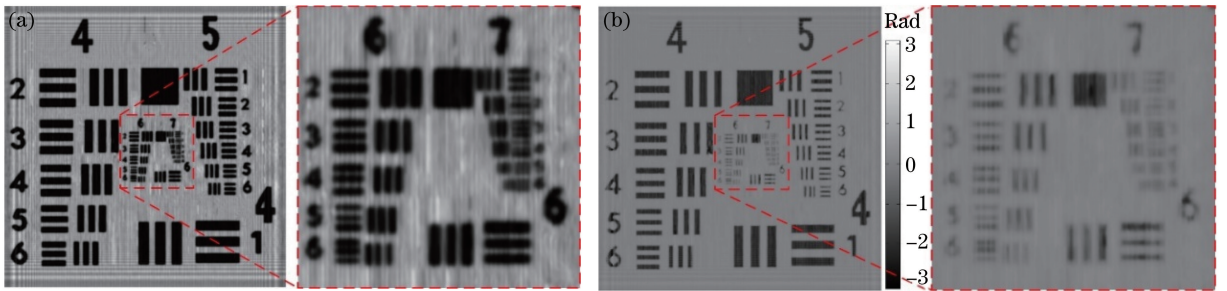


图 5 离轴全息图再现结果。(a)强度像;(b)相位像

Fig. 5 Reconstructed results of off-axis hologram. (a) Amplitude image; (b) phase image.

采用本文离轴-同轴复合数字全息再现算法利用离轴全息图和同轴全息图进行迭代重建,利用均方误差对算法的收敛性进行评价,计算公式表示为

$$M_{SE} = \frac{1}{M \times N} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [O_0(x, y) - O'_0(x, y)]^2, \quad (14)$$

式中  $M$  和  $N$  为原始图和再现像  $x$  和  $y$  方向的像素数,  $O_0$  为原始图,  $O'_0$  为再现像。在迭代过程中,再现强度像和相位像的  $M_{SE}$  随迭代次数的变化如图 6

所示,从图 6 可以看出,经过 20 次迭代后,算法达到收敛。得到的再现结果如图 7 所示,从图 7 可以看出,再现像中基本消除了共轭像的干扰,具有很高的分辨率。从再现相位像中可以看出,背景部分重建相位值约为 0,线条和数字部分相位值约为  $-2$  rad,相位重建结果基本准确。

#### 4.2 实验验证

实验装置采用马赫-曾德尔干涉光路,如图 8 所示。激光器波长为 532 nm,光束经过偏振片(P),再



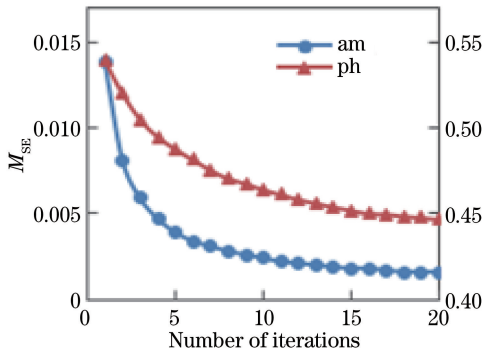


图 6 再现像误差随迭代次数的变化

Fig. 6 Mean squared errors at each iteration

经过扩束准直器(BE)进行空间滤波并准直成平行光,利用偏振分光棱镜(PBS)将光束分成两束。其中透射光偏振方向与入射面平行,经过待测物体后再透过分光棱镜(BS)后照射到数码相机的图像传感器上,作为物光。反射光偏振方向与入射面垂直,经过半波片(HWP)将偏振方向变为与物光偏振方向相同,再经过分光棱镜(BS)反射到数码相机的图像传感器上,作为参考光,物参光夹角约为 18 mrad。图像传感器的像素数为 1024 pixel × 1280 pixel,像素大小为 5.2 μm。设成像物体大小与 CCD 面积相同,若采用传统离轴数字全息方法,

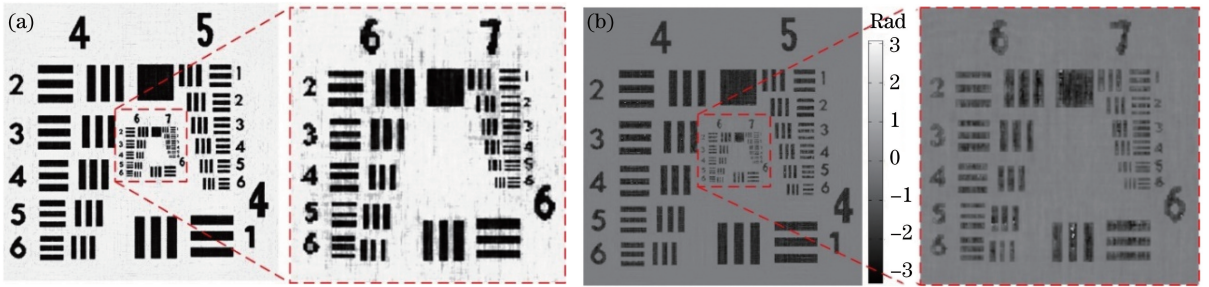


图 7 离轴-同轴复合数字全息再现结果。(a)强度像;(b)相位像

Fig. 7 Reconstructed results obtained by the in-line and off-axis hybrid digital holography.

(a) Amplitude image; (b) phase image

由(12)式得记录距离应大于 0.416 m,由(13)式得其最小分辨距为 41.6 μm。为得到更高的分辨率,实验中的记录距离为 0.051 m,根据(11)式得系统的理论最小分辨距为 5.2 μm。实验时,先记录一幅离轴全息图,再挡住参考光记录一幅 Gabor 同轴全息图。

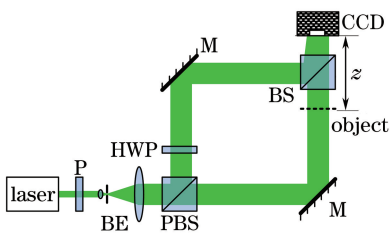


图 8 实验光路示意图

Fig. 8 Schematic of the experimental setup

首先利用 USAF 分辨率板作为待测物体进行实验,其结果如图 9 所示,由于分辨率板为振幅型物体,本实验中只给出了强度再现像。在挡住参考光的情况下记录的同轴全息图如图 9(a)所示,加入参考光之后记录的离轴全息图如图 9(b)所示。利用角谱法对同轴全息图进行再现,并采用传统相位恢复方法<sup>[19]</sup>消除共轭像之后的结果如图 9(c)所示,由图可知,在物体较稀疏的区域(如其中的数字 2、3 的

位置),消除共轭像的效果很好,但在物体较密的区域,共轭像的消除效果很差。图 9(d)是采用约束最优化算法对离轴全息图进行再现得到的再现强度像。由图可知,再现像中没有共轭像的干扰,但分辨率仍然不高,仅能分辨出第 4 组的第 4 元素,其线宽为 22.1 μm。采用本文方法得到的再现像如图 9(e)所示。由图 9 可知,在物体较密的区域也能够很好地消除共轭像的影响,而且可以在没有预放大的情况下获得较高分辨率的图像,图中识别出第 6 组的第 2 元素,其线宽为 6.96 μm,接近系统的理论最小分辨距。

为进一步验证本文算法的优越性,利用蜻蜓翅膀作为待测物体进行了实验。蜻蜓翅膀由复杂的翅脉结构和透明的翅膜组成。图 10(a)为利用普通显微镜拍摄的翅尖部分图片,其中的标尺为 0.5 mm,在放大部分的翅膜中有 4 个直径为 30~50 μm 的气泡。利用传统相位恢复算法对同轴全息图进行再现得到的强度像和相位像如图 10(b)、(c)所示。由图 10 可知,在强度再现像中仍然存在严重的共轭像干扰;在相位像中,翅膀区域的相位与背景相位没有明显区别,说明没有得到正确的相位分布信息。这是因为翅脉结构比较复杂稠密,且翅膜连续分布,不

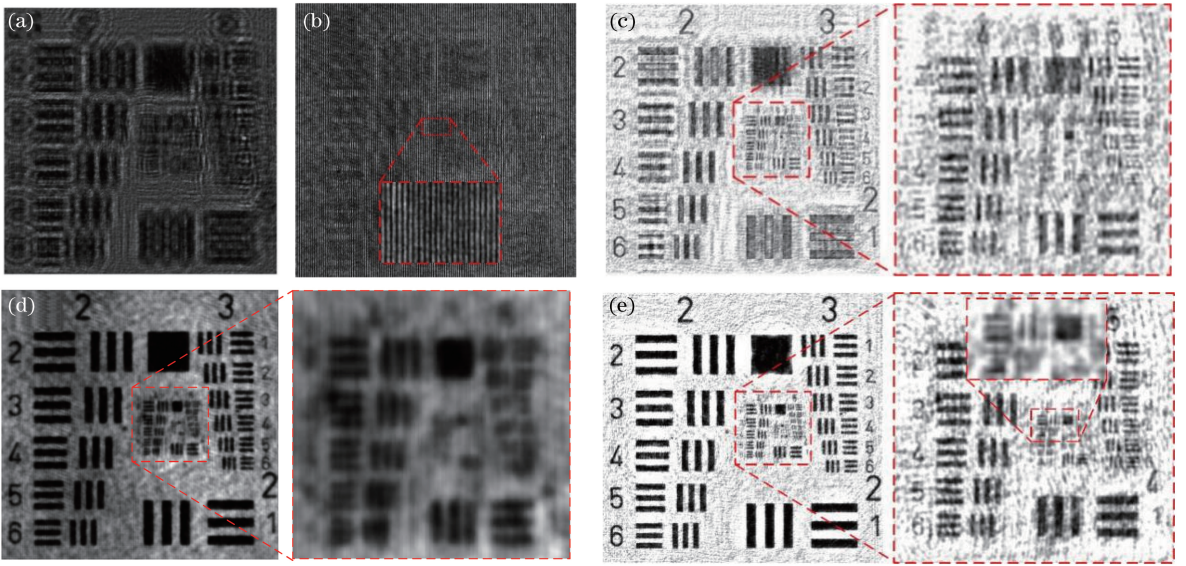


图 9 分辨率板实验结果。(a)同轴全息图;(b)离轴全息图;(c)同轴全息图传统相位恢复算法再现;  
(d)离轴全息图约束最优化算法再现;(e)复合数字全息再现

Fig. 9 Experimental results of resolution target. (a) In-line hologram; (b) off-axis hologram;  
(c) reconstructed by the traditional phase retrieval with the in-line hologram; (d) reconstructed by the constrained optimization algorithm with the off-axis hologram; (e) reconstructed by the in-line and off-axis hybrid digital holography

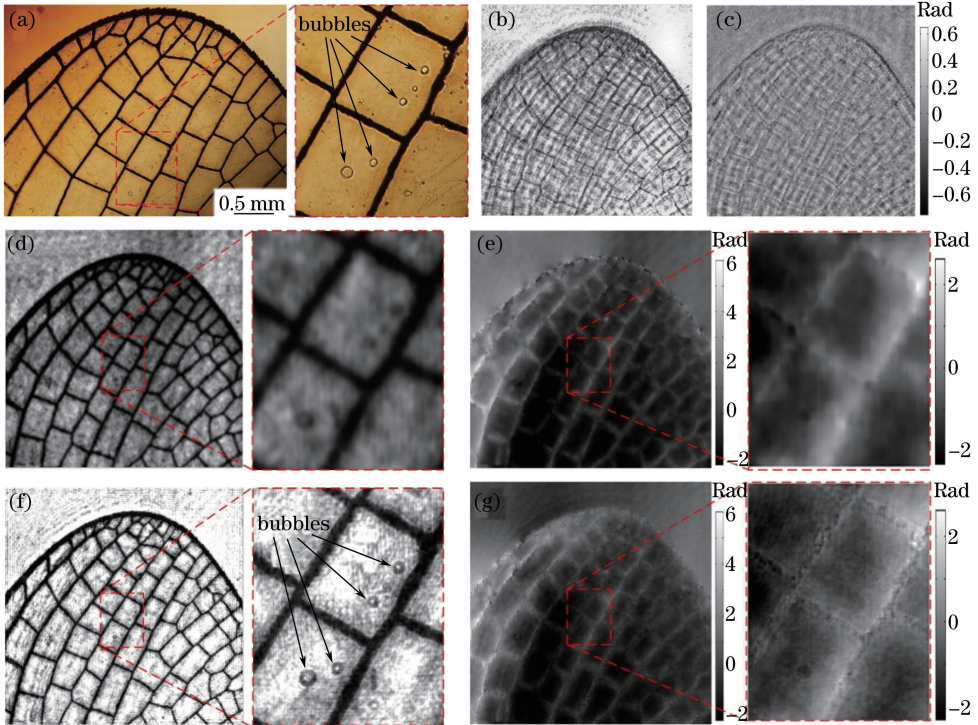


图 10 蜻蜓翅尖实验结果。(a)显微镜成像;(b)同轴数字全息再现强度像;(c)同轴数字全息再现相位像;(d)离轴数字全息再现强度像;(e)离轴数字全息再现相位像;(f)复合数字全息再现强度像;(g)复合数字全息再现相位像

Fig. 10 Experimental results of the wing of a dragonfly. (a) Image obtained by microscopy;  
(b) amplitude reconstructed image of the in-line hologram; (c) phase reconstructed image of the in-line hologram;  
(d) amplitude reconstructed image of the off-axis hologram; (e) phase reconstructed image of the off-axis hologram;  
(f) amplitude reconstructed image of the in-line and off-axis hybrid digital holography; (g) phase reconstructed image of the in-line and off-axis hybrid digital holography



满足传统相位恢复算法的稀疏性条件。图 10(d)、(e)为利用约束最优化算法对离轴全息图进行再现得到的强度像和相位像,虽然没有共轭像的干扰,翅脉结构清晰可见,但其分辨率比较低,无法分辨出翅膜上的 4 个气泡。图 10(f)、(g)为采用本文离轴-同轴复合数字全息再现得到的强度像和相位像,其基本消除了共轭像的干扰并具有较高的分辨率,翅膜上的 4 个气泡清晰可见。图 10(e)、(g)的相位像说明,蜻蜓翅膀不同位置的翅膜厚度是不同的,在翅室

的边缘靠近翅脉的位置翅膜较厚,在翅室中部翅膜较薄。

为更好地说明本文方法的相位重建效果,对两步相移法<sup>[13,26]</sup>和本文方法进行了比较,实验样品仍为蜻蜓翅膀,实验结果如图 11 所示。由图 11 可知,本文所提出的离轴-同轴复合数字全息再现的相位像与两步相移数字全息再现的相位像是一致的。说明本文所提出的方法能有效获取物体的相位像,其相位重建精度及分辨率与两步相移法相当。

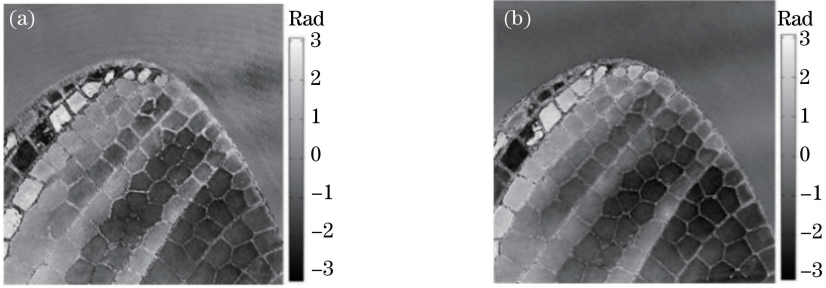


图 11 蜻蜓翅尖实验结果对比。(a)两步相移数字全息再现相位像;(b)复合数字全息再现相位像

Fig. 11 Comparison of experimental results of dragonfly wing tips. (a) Phase reconstructed image of the two-step phase-shifting digital holography; (b) phase reconstructed image of the in-line and off-axis hybrid digital holography

## 5 结 论

当被测物体不满足稀疏条件时,传统的相位恢复技术无法消除同轴数字全息再现像中共轭像的干扰,且不能得到正确的相位结果。离轴数字全息可以消除共轭像的干扰,但因记录距离较大或在再现过程中需要平均值滤波作为约束条件,得到的再现像的分辨率较低。采用同轴数字全息与离轴数字全息相结合的方法,将由离轴数字全息获取的低分辨率相位信息作为同轴数字全息图迭代重建的相位初始值,在迭代过程中使物平面内的光场分布不断接近真实值,可以实现对复杂物体强度像和相位像的高分辨率重建,成像系统的最小分辨距等于图像传感器的像素大小,成像视场等于图像传感器的面积。目前,该方法采用单色光源和单色图像传感器,需要分别记录离轴全息图和同轴全息图。将来若采用两种颜色的激光和彩色图像传感器,可以实现同时记录离轴全息图和同轴全息图,有望实现动态检测。

### 参 考 文 献

[1] Schnars U, Juptner W. Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction[J]. Applied Optics, 1994, 33(2): 179-181.  
 [2] Schnars U, Falldorf C, Watson J, et al. Digital

holography and wavefront sensing- principles, techniques and applications [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2015.

[3] Zhang J W, Dai S Q, Ma C J, et al. Compact surface plasmon holographic microscopy for near-field film mapping[J]. Optics Letters, 2017, 42(17): 3462-3465.  
 [4] Jourdain P, Becq F, Lenqacher S, et al. The human CFTR protein expressed in CHO cells activates an aquaporin-3 in a cAMP dependent pathway: study by digital holographic microscopy [J]. Journal of Cell Science, 2014, 127(3): 546-556.  
 [5] Yourassowsky C, Dubois F. High throughput holographic imaging-in-flow for the analysis of a wide plankton size range [J]. Optics Express, 2014, 22(6): 6661-6673.  
 [6] Memmolo P, Miccio L, Paturzo M, et al. Recent advances in holographic 3D particle tracking [J]. Advances in Optics and Photonics, 2015, 7(4): 713-755.  
 [7] Saglimbeni F, Bianchi S, Gibson G, et al. Holographic tracking and sizing of optically trapped microprobes in diamond anvil cells [J]. Optics Express, 2016, 24(23): 27009-27015.  
 [8] Donnarumma D, Brodoline A, Alexandre D, et al. 4D holographic microscopy of zebrafish larvae microcirculation[J]. Optics Express, 2016, 24(23): 26887-26900.



- [9] Wang Y X, Wang D Y, Yang Y S, *et al.* Application and analysis in the biomedicine field using digital holographic technology[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(2): 0209002.  
王云新, 王大勇, 杨怡姝, 等. 数字全息技术在生物医学成像和分析中的应用[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209002.
- [10] Gu T T, Huang S J, Yan C, *et al.* Refractive index measurement research for optical fiber based on digital hologram[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(6): 064204.  
谷婷婷, 黄素娟, 闫成, 等. 基于数字全息图的光纤折射率测量研究[J]. 物理学报, 2015, 64(6): 064204.
- [11] Zeng Y N, Lu J S, Liu Y, *et al.* Particle tracking in three dimensional based on digital holographic microscopy[J]. Chinese Journal of Lasers. 2017, 44(12): 1204001.  
曾雅楠, 卢钧胜, 刘源, 等. 基于数字全息显微微粒三维位移跟踪测量技术[J]. 中国激光, 2017, 44(12): 1204001.
- [12] Lei H, Chang X Y, Xie X J, *et al.* Deconvolution in digital holographic reconstruction for high-accuracy position of microsphere tracking technology[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(4): 0409001.  
雷海, 常新宇, 谢湘军, 等. 去卷积数字全息重构的微球位置精确测量[J]. 光学学报, 2015, 35(4): 0409001.
- [13] Poon T C, Liu J P. Introduction to modern digital holography with MATLAB [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
- [14] Wang H Y, Liu F F, Liao W, *et al.* Optimized digital micro-holographic imaging system [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(5): 054208.  
王华英, 刘飞飞, 廖薇, 等. 优化的数字全息显微成像系统[J]. 物理学报, 2013, 62(5): 054208.
- [15] Yang J, Wu X C, Wu Y C, *et al.* Study on extending the depth of field in reconstructed image for a micro digital hologram [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(11): 114209.  
阳静, 吴学成, 吴迎春, 等. 数字显微全息重建图像的景深扩展研究[J]. 物理学报, 2015, 64(11): 114209.
- [16] Khare K, Ali P T S, Joseph J. Single shot high resolution digital holography [J]. Optics Express, 2013, 21(3): 2581-2591.
- [17] Yamaguchi I, Zhang T. Phase-shifting digital holography[J]. Optics Letters, 1997, 22(16): 1268-1270.
- [18] Oshima T, Matsudo Y, Kakue T, *et al.* Twin-image reduction method for in-line digital holography using periphery and random reference phase-shifting techniques[J]. Optics Communications, 2015, 350: 270-275.
- [19] Litychevskaia T, Fink H W. Solution to the twin image problem in holography [J]. Physical Review Letters, 2007, 98(23): 233901.
- [20] Rong L, Li Y, Liu S, *et al.* Iterative solution to twin image problem in in-line digital holography [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(5): 553-559.
- [21] Zhao J, Wang D Y, Zhang F C, *et al.* Hybrid phase retrieval approach for reconstruction of in-line digital holograms without twin image [J]. Optical Engineering, 2011, 50(9): 091310.
- [22] Feng S D, Wang M J, Wu J G. Lensless in-line holographic microscope with Talbot grating illumination [J]. Optics Letters, 2016, 41(14): 3157-3160.
- [23] Zhou M L, Min J W, Gao P, *et al.* Single-beam phase retrieval with partially coherent light illumination [J]. Journal of Optics, 2016, 18(1): 015701.
- [24] Li J C. Diffraction calculation and digital holography [M]. Beijing: Science Press, 2014.  
李俊昌. 衍射计算及数字全息[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
- [25] Qian X F. Optical digital laboratory (matlab version) [M]. Beijing: Science Press, 2015.  
钱晓凡. 信息光学数字实验室[M]. 北京: 科学出版社; 2015.
- [26] Chen B X, Tian Y Z, Zhao N N, *et al.* Optimization of two-step phase-shifting digital hologram algorithm and experimental verification [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(8): 080903.  
陈宝鑫, 田勇志, 赵楠楠, 等. 两步相移数字全息算法的优化及实验验证[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(8): 080903.