

# 大气湍流影响下基于自适应判决门限的逆向调制 自由空间光通信系统误码率性能分析

李晓燕<sup>1</sup>, 张鹏<sup>1,2\*</sup>, 佟首峰<sup>1</sup>

<sup>1</sup>长春理工大学空间光电技术国家地方联合工程研究中心, 吉林 长春 130022;

<sup>2</sup>长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022

**摘要** 推导了最优误码率(BER)性能对应的判决门限计算公式, 并在此判决门限基础上, 推导出大气湍流影响下基于自适应判决门限的逆向调制(MRR)自由空间光通信(FSOC)系统BER解析表达式, 推导过程考虑了判决门限本身的干扰和探测器噪声的影响。根据所推导的表达式, 仿真研究自适应判决门限参数和调制消光比对BER的影响, 仿真结果表明: 自适应判决门限系统BER性能优于固定判决门限17.5 dB(误码率为 $10^{-5}$ , 弱湍流), 并且当训练数据比特位数大于3时, 自适应判决门限系统的BER性能与根据瞬时信道状态信息计算判决门限系统的BER性能相近。

**关键词** 光通信; 自由空间光通信; 逆向调制器; 自适应判决门限; 大气湍流; 误码率

中图分类号 TN929.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.0606001

## Bit Error Rate Performance for Modulating Retro-Reflector Free Space Optical Communication System Based on Adaptive Threshold under Atmospheric Turbulence

Li Xiaoyan<sup>1</sup>, Zhang Peng<sup>1,2</sup>, Tong Shoufeng<sup>1</sup>

<sup>1</sup>National and Local Joint Engineering Research Center of Space Optoelectronics Technology,

Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China;

<sup>2</sup>School of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

**Abstract** Evaluation for decision threshold corresponding to the minimum bit error rate (BER) of modulating retro-reflector (MRR) free space optical communication (FSOC) system is presented. And based on this threshold, the closed form expression of the BER for MRR FSOC system is obtained, considering the effects of adaptive threshold noise and photodetector noise. According to the derived expressions, the effects of adaptive decision threshold parameters and modulation extinction ratio on BER are analyzed. Results show that the BER of MRR FSOC system with adaptive threshold precedes to that with fixed threshold 17.5 dB (BER is  $10^{-5}$ , weak turbulence), and when the number of training data bits is greater than 3, the BER performance of the adaptive decision threshold system is similar to the BER performance of the decision threshold system based on instantaneous channel state information.

**Key words** optical communications; free space optical communication; modulating retro-reflector; adaptive decision threshold; atmospheric turbulence; bit error rate

**OCIS codes** 060.2605; 060.4510

## 1 引言

近年来, 由于传输容量大、频带宽、速率高、保密

性强、部署快捷等优点, 自由空间光通信(FSOC)成为研究热点<sup>[1]</sup>。传统自由空间光通信系统的发射端与接收端均配有捕获跟踪装置, 增加了系统功耗、体

收稿日期: 2017-10-25; 收到修改稿日期: 2017-12-10

基金项目: 国家自然科学基金(61705019, 91438204)、吉林省青年人才托举工程(2017—2018)、吉林省优秀青年人才基金(20170520161JH)

作者简介: 李晓燕(1988—), 女, 硕士, 工程师, 主要从事空间激光通信方面的研究。E-mail: xiaoyanl15@mails.jlu.edu.cn

\*通信联系人。E-mail: zhangpeng@cust.edu.cn

积和质量。在特定应用中(小卫星或移动终端通信)光通信系统需满足功耗小、体积小和质量小等要求,但传统光通信系统中无法满足这些要求。逆向调制(MRR)光通信系统因仅有一端配置捕获跟踪装置,故可满足上述要求。

近年来,MRR 通信研究主要包括以下内容:MRR 器件研制<sup>[2-3]</sup>、MRR 光通信系统搭建和 MRR 光通信系统性能分析<sup>[4-8]</sup>。MRR 光通信系统性能对系统设计和优化至关重要,文献[9]研究了 MRR FSOC 系统链路预算,文献[10-11]研究了 MRR FSOC 系统接收信号特性,文献[12-13]研究了弱大气湍流影响下 MRR FSOC 系统的误码率(BER)和信道容量性能。上述针对 MRR 系统性能的分析,均假设已知通信信道状态信息(CSI),而实际应用中,很难获得 CSI。因此在实际应用中,传统强度调制/直接探测系统使用固定判决门限值与探测器输出数据进行比较,进而恢复出传输数据 0 和 1。由于受到大气湍流的影响,接收信号光强出现随机起伏<sup>[14-15]</sup>,这会导致光通信系统发生误判,进而导致通信系统 BER 性能下降,严重影响了空间光通信系统的可靠性。为此,文献[16]提出基于自适应判决门限的 MRR 空间激光通信系统。但是,该文献在构造能使 MRR FSOC 系统 BER 最小的判决门限时,未考虑判决门限本身的干扰和探测器噪声,并且基于此最佳自适应判决门限求解的 BER 性能,也未考虑探测器噪声的影响。此外,该文献仅在弱湍流条件下进行最优自适应判决门限求解和 BER 性能分析,而中强湍流条件下的 MRR FSOC 系统性能分析对 MRR FSOC 系统性能分析也比较重要,因此

有必要在中强湍流条件下,进行最优自适应判决门限求解和 BER 性能分析。

本文研究大气湍流影响下基于自适应判决门限的 MRR 空间光通信系统 BER 性能,在进行性能分析时同时考虑弱湍流、中等湍流和强湍流 3 种湍流强度条件,此外在求解最佳自适应判决门限和分析 BER 性能时,同时考虑了大气湍流和接收端探测器噪声的影响。log-normal 模型和 Gamma-Gamma 模型能够分别准确地描述弱大气湍流<sup>[17]</sup>和中强湍流<sup>[18]</sup>,因此采用 log-normal 模型和 Gamma-Gamma 模型分别对弱大气湍流和中强大气湍流进行模拟。首先在同时考虑大气湍流和接收端探测器噪声的影响下,推导 MRR FSOC 系统最佳自适应判决门限计算表达式。在此判决门限基础上推导大气湍流影响下 MRR FSOC 系统平均 BER 计算表达式。根据上述推导表达式,仿真分析自适应判决门限参数、调制消光比对 MRR FSOC 系统 BER 性能的影响;比较了采用 3 种不同判决门限的 MRR FSOC 系统的 BER 性能:固定判决门限值、所推导的自适应判决门限值和已知信道状态信息时求得的判决门限值。

## 2 信道和系统模型

MRR FSOC 系统框图如图 1 所示,分为主动端(Interrogator)和 MRR 两部分。其中主动端与 MRR 之间的通信链路为水平空间激光通信链路,主动端是一个收发分离系统(发射器和接收器分开一段距离放置)。在实际应用中,海军科学实验室(Naval Research Laboratory)采用收发分离设置的 MRR FSOC 系统开展距离为 16 km 的空间激光通信实验<sup>[8]</sup>。

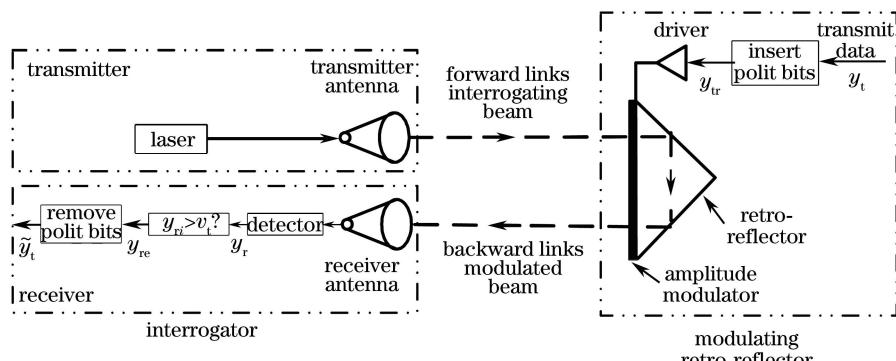


图 1 MRR FSOC 系统框图

Fig. 1 Diagram of MRR FSOC system

MRR FSOC 系统的工作流程为:首先将主动端激光器产生的光束发射至 MRR。MRR 接收到该光束之后,采用数据  $y_{tr}$  对该光束进行调制,调制方

式采用开关调制(OOK)方式,其中,  $y_{tr}$  是在发送数据  $y_t$  中插入训练数据得到的。在完成调制后,将调制后的光束反射回主动端。反射光束到达主动端

后,由主动端接收单元的光电探测器将光信号转换为电信号  $y_r$ ,并将  $y_r$  与构造的判决门限  $v_t$  进行比较,得到恢复数据  $y_{re}$ 。恢复数据  $y_{re}$  的规则是,若  $y_r$  幅度值大于  $v_t$ ,则将  $y_{re}$  判定为 1,反之则将  $y_{re}$  判定为 0。由于  $y_{re}$  中包含恢复的训练数据,因此需要移除  $y_{re}$  中恢复的训练数据,进而得到恢复的发送数据  $\tilde{y}_t$ 。

## 2.1 传输数据格式

为了实现基于自适应判决门限的通信方式,需要采用特殊的发送数据结构。因此,首先将发送数据  $y_t$  转换为数据  $y_{tr}$ ,然后再将  $y_{tr}$  传输至主动端接收单元。将  $y_t$  转换为  $y_{tr}$  的方法是,首先对  $y_t$  进行分组,每组包括  $N_{um}$  比特数据,然后在每组数据前插入  $N$  比特训练数据,并且  $N$  比特训练数据均为 1,经过上述操作后得到的每组  $y_{tr}$  数据的结构如图 2 所示。为了方便区分,在每组中,将插入的  $N$  比特训练数据称为训练数据,将  $N_{um}$  比特  $y_t$  数据称为传输数据。此外采用多比特训练数据( $N$  比特)构造自适应判决门限的目的是降低探测器噪声的影响,其中  $N$  的数值要通过后续仿真分析确定。至于一组数据的长度,将其设定为 1000 bit,此时传输数据的比特数为  $N_{um}=1000-N$ 。

在接收端接收到该组数据后,首先利用  $N$  比特训练数据构造判决门限  $v_t$ ,并将  $N_{um}$  比特传输数据与  $v_t$  进行比较,进而恢复出传送信息。从上述描述可知,自适应判决门限是实时调整的,因此将此判决门限称为自适应判决门限。此外,该自适应判决门限中包含了大气湍流对传输信号的衰减信息,因此与固定判决门限相比,利用自适应判决门限进行数据恢复更为合理。

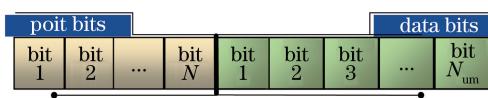


图 2 每组  $y_{tr}$  数据格式

Fig. 2 Transmission data format of  $y_{tr}$

## 2.2 系统模型

主动端接收单元的探测器输出的训练数据可表示为

$$y_{rpi} = \zeta h_{pi} I + n_{pi}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

式中: $y_{rpi}$  为探测器输出的训练数据; $h_{pi}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 为大气湍流对第  $i$  比特训练数据的随机衰减系数; $\zeta$  为光电转换系数; $I$  为当传输信号为 1 时对应的光强; $n_{pi}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 为探测器噪声,该噪声是均值为 0,方差为  $\sigma_n^2$  的高斯白噪声。值得注意的是, $n_{pi}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 对应不同时刻探测器产生的噪声,由于  $n_{pi}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 是由同一探测器产生,因此认为它们是参数相同的高斯白噪声是合理的。

主动端接收单元的探测器输出的传输数据可表示为

$$y_{rd} = \begin{cases} \epsilon \zeta h_d I + n_d, & y_t = 0 \\ \zeta h_d I + n_d, & y_t = 1 \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $y_{rd}$  为探测器输出的传输数据; $y_t$  为 MRR 端发送数据; $h_d$  为大气湍流对传输数据的随机衰减系数; $n_d$  为探测器噪声。 $n_d$  与  $n_{pi}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 是同一探测器产生的高斯白噪声,因此  $n_d$  也是均值为 0,方差为  $\sigma_n^2$  的高斯白噪声。值得注意的是,该训练数据和传输数据是由相同的探测器输出,因此二者采用相同的光电转换系数是合理的。

从 MRR FSOC 通信系统工作过程可知,主动端激光器发出的光信号,首先由主动端传输至 MRR(前向链路),经 MRR 调制并反射,由 MRR 传回主动端(后向链路,Backward link),并由接收器中探测器接收。根据上述可知,大气湍流对传输信号的衰减包括两部分:前向链路大气湍流衰减和后向链路大气湍流衰减。因此有  $h_d = h_{d1} h_{d2}$ ,  $h_{pi} = h_{p1i} h_{p2i}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),其中  $h_{p1i}$  和  $h_{p2i}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 分别是 MRR FSOC 系统前向链路和后向链路对训练数据的大气湍流衰减系数, $h_{d1}$  和  $h_{d2}$  分别是 MRR FSOC 系统前向链路和后向链路对传输数据的大气湍流衰减系数。

在考虑水平激光通信链路条件下,大气湍流的时间相干长度  $T_c$  为  $1 \sim 10$  ms<sup>[19]</sup>,大气湍流对两个不同时刻  $t_1, t_2$  传输信号强度衰减的相关系数为<sup>[20]</sup>

$$C_{t_1, t_2} = \exp \left[ - \left( \frac{T_{t_1, t_2}}{T_c} \right)^{5/3} \right], \quad (3)$$

式中: $T_{t_1, t_2}$  为两个传输信号间的时间间隔。当  $T_{t_1, t_2} = 1 \times 10^{-5}$  s 时,可以得到  $C_{t_1, t_2} = 0.9995 \approx 1$  ( $T_c = 1$  ms)。这个结果表明,当数据处于时间间隔小于  $1 \times 10^{-5}$  s 的时间段内时,可以认为大气湍流对该时间段内数据的衰减系数相同。光通信的通信速率通常在百兆以上,所以在  $1 \times 10^{-5}$  s 时间间隔内至少包含  $1000(10^{-5} \text{ s}/10^{-8} \text{ s})$  比特数据信息。从 2.1 节内容可知,一组发送数据中包含 1000 比特数据,因此可以认为前向链路大气湍流和后向链路大气湍流对一组传输数据的衰减系数相同,即  $h_{d1} = h_{p11} = \dots = h_{p1N}$ ,  $h_{d2} = h_{p21} = \dots = h_{p2N}$ 。而  $h_d = h_{d1} h_{d2}$ ,  $h_{pi} = h_{p1i} h_{p2i}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),因此有  $h_d =$

$h_{p1} = \dots = h_{pN}$ 。在后文中,将  $h_d$  和  $h_{pi}$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) 统一表示为  $h$ 。那么探测器输出的训练数据即(1)式,可转换为

$$y_{rpi} = \zeta h I + n_{pi}, \quad i=1,2,\dots,N. \quad (4)$$

探测器输出的传输数据即(2)式可表示为

$$y_{rd} = \begin{cases} \epsilon \zeta h I + n_d, & y_t = 0 \\ \zeta h I + n_d, & y_t = 1 \end{cases}. \quad (5)$$

### 2.3 信道模型

在弱湍流条件下,采用 log-normal 模拟前向链路和后向链路大气湍流衰减。当主动端采用收发分离结构时,  $h$  的概率密度函数可表示为<sup>[16]</sup>

$$f(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ln}h} \exp\left\{-\frac{[\ln(h) + \sigma_{ln}^2/2]^2}{2\sigma_{ln}^2}\right\}, \quad (6)$$

式中: $\sigma_{ln}^2$  为对数幅度起伏方差。对于平面波, $\sigma_{ln}^2$  的计算方法如下<sup>[16,21]</sup>:

$$\sigma_{ln}^2 = 2 \left\{ \exp \left[ \frac{0.49\delta^2}{(1+0.65d^2+1.11\delta^{12/5})^{7/6}} + \frac{0.51\delta^2(1+0.69\delta^{12/5})^{-5/6}}{(1+0.9d^2+0.62d^2\delta^{12/5})^{5/6}} \right] - 1 \right\}, \quad (7)$$

式中: $d = \sqrt{\frac{kD^2}{4L}}$ ,  $D$  为接收端接收口径; $L$  为传输距离; $k$  为波数,其计算方法为  $k = 2\pi/\lambda$ ; $\lambda$  为传输光波长; $\delta^2$  为利托夫方差,其计算方法为  $\delta^2 = 1.23C_n^2k^{7/6}L^{11/6}$ ; $C_n^2$  为大气折射率结构常数。

在中强湍流条件下,采用 Gamma-Gamma 分布模拟前向链路和后向链路大气湍流衰减。当主动端采用收发分离结构时,  $h$  的概率密度函数可表示为<sup>[22]</sup>

$$f(h) = \frac{(\alpha\beta)^{\alpha+\beta}}{[\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)]^2} h^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} \times G_{0,4}^{4,0} \left[ \alpha^2 \beta^2 h \left| \begin{array}{c} - \\ \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2}, \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \end{array} \right. \right], \quad (8)$$

式中: $G_{p,q}^{m,n} [\cdot]$  为 MeijerG 函数<sup>[23]</sup>; $\Gamma(\cdot)$  为 Gamma 函数。当传输激光为平面波时,  $\alpha$  和  $\beta$  的表达式为<sup>[21]</sup>

$$\alpha = \left\{ \exp \left[ \frac{0.49\delta^2}{(1+0.18d^2+0.56\delta^{12/5})^{7/6}} \right] - 1 \right\}^{-1}, \quad (9)$$

$$\beta = \left\{ \exp \left[ \frac{0.51\delta^2(1+0.69\delta^{12/5})^{-5/6}}{(1+0.9d^2+0.62d^2\delta^{12/5})^{5/6}} \right] - 1 \right\}^{-1}, \quad (10)$$

式中: $d$  和  $\delta^2$  的计算方法与(7)式相同。

### 3 最优自适应判决门限推导

#### 3.1 自适应判决门限构造方法

利用探测器输出的训练数据,提出了一种新的构造判决门限的方法:

$$v_t = \frac{\kappa}{N} \sum_{i=1}^N y_{rpi} = \kappa \left( \zeta h I + \sum_{i=1}^N n_{pi} / N \right), \quad (11)$$

式中: $N$  为训练数据比特数; $\kappa$  为自适应判决门限加权系数。 $\kappa$  取不同值时,对应不同的系统平均 BER 性能。为了得到最好的系统 BER 性能,有必要求出能使系统平均 BER 最小的  $\kappa$  值,与该  $\kappa$  值对应的自适应判决门限称为最优自适应判决门限。

#### 3.2 最优自适应判决门限推导

瞬时 BER 是求解最优自适应判决门限和平均 BER 的基础,瞬时 BER 的计算公式为

$$R_{BE} = P(0)R_{BE}(0) + P(1)R_{BE}(1), \quad (12)$$

式中: $P(0)$  和  $P(1)$  分别为发送数据 0 和 1 的概率,其值均为 0.5; $R_{BE}(0)$  和  $R_{BE}(1)$  分别为发送数据 0 和 1 条件下的瞬时 BER。 $R_{BE}(0)$  和  $R_{BE}(1)$  的计算方法分别为

$$R_{BE}(0) = P(y_d > v_t | 0) = P \left[ \epsilon \zeta h I + n_d > \kappa \left( \zeta h I + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_{pi} \right) \right] = P \left[ (\epsilon - \kappa) \zeta h I + n_d - \frac{\kappa}{N} \sum_{i=1}^N n_{pi} > 0 \right], \quad (13)$$

$$R_{BE}(1) = P(y_d < v_t | 1) = P \left[ \zeta h I + n_d < \kappa \left( \zeta h I + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_{pi} \right) \right] = P \left[ (1 - \kappa) \zeta h I + n_d - \frac{\kappa}{N} \sum_{i=1}^N n_{pi} < 0 \right]. \quad (14)$$

$n_d$  和  $n_{pi}$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) 对应不同采样时刻的

探测器噪声,二者之间相互独立,故  $n_d - \frac{\kappa}{N} \sum_{i=1}^N n_{pi}$  服从均值为 0,方差为  $\sigma^2 = \left(1 + \frac{\kappa^2}{N}\right) \sigma_n^2$  的高斯分布。

进一步有  $(\epsilon - \kappa) \zeta h I + n_d - \frac{\kappa}{N} \sum_{i=1}^N n_{pi} \sim \mathcal{N} \left[ (\epsilon - \kappa) \zeta h I, \left(1 + \frac{\kappa^2}{N}\right) \sigma_n^2 \right]$ ,  $(1 - \kappa) \zeta h I + n_d - \frac{\kappa}{N} \sum_{i=1}^N n_{pi} \sim \mathcal{N} \left[ (1 - \kappa) \zeta h I, \left(1 + \frac{\kappa^2}{N}\right) \sigma_n^2 \right]$ , 其中  $\mathcal{N}(\psi, \tau^2)$  表示均值为  $\psi$ ,方差为  $\tau^2$  的高斯分布。根据上述结论,可以将(13)式和(14)式进一步表示为

$$R_{BE}(0) = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{[x - (\epsilon - \kappa) \zeta h I]^2}{2\sigma^2} \right\} dx =$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{(\kappa - \epsilon) h \zeta I}{\sqrt{2} \sigma} \right], \quad (15)$$

$$R_{BE}(1) = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[x - (1-\kappa)\zeta h I]^2}{2\sigma^2} \right\} dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{(1-\kappa)h\zeta I}{\sqrt{2}\sigma} \right]. \quad (16)$$

根据瞬时 BER, 可以求得平均 BER 的表达式为

$$\langle R_{BE} \rangle = \int_0^\infty f(h) R_{BE} dh. \quad (17)$$

$$\frac{d \left\{ \frac{1}{4} \int_0^\infty f(h) \left\{ \operatorname{erfc} \left[ \frac{(\kappa - \epsilon) h \zeta I}{\sqrt{2} \sigma} \right] + \operatorname{erfc} \left[ \frac{(1-\kappa)h\zeta I}{\sqrt{2}\sigma} \right] \right\} dh \right\}}{d\kappa} = 0, \quad (19)$$

由于  $f(h) > 0$ , 因此为使(19)成立, 只需满足

$$\frac{d \left\{ \operatorname{erfc} \left[ \frac{(\kappa - \epsilon) h \zeta I}{\sqrt{2} \sigma} \right] + \operatorname{erfc} \left[ \frac{(1-\kappa)h\zeta I}{\sqrt{2}\sigma} \right] \right\}}{d\kappa} = 0, \quad (20)$$

根据  $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$  和  $\frac{d}{dx} \operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \times \exp(-x^2)$ , 可以将(20)式化简为

$$\kappa = \frac{\epsilon + 1}{2}, \quad (21)$$

将(21)式代入(11)式可得最优自适应判决门限的计算公式为

$$v_t = \frac{\epsilon + 1}{2N} \sum_{i=1}^N y_{\text{rpi}}. \quad (22)$$

## 4 平均 BER 公式推导

### 4.1 弱湍流条件下平均 BER 公式推导

根据第 3 节推导的瞬时 BER 表达式和最优自适应判决门限表达式, 可以推导出 MRR FSOC 系统平均 BER 计算公式。将(6)式代入(18)式可得弱湍流条件下, MRR FSOC 系统平均 BER 计算表达式为

$$\langle R_{BE} \rangle = \int_0^\infty \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_{ln}h} \exp \left\{ -\frac{[\ln h + \sigma_{ln}^2/2]^2}{2\sigma_{ln}^2} \right\} \times \operatorname{erfc} \left[ \frac{(1-\epsilon)h\zeta I}{2\sqrt{2}\sigma} \right] dh. \quad (23)$$

根据  $\operatorname{erfc} \left[ \frac{(1-\epsilon)h\zeta I}{2\sqrt{2}\sigma} \right] = 2Q \left[ \frac{(1-\epsilon)h\zeta I}{2\sigma} \right]$  和

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp \left( -\frac{x^2}{2\sin^2 \theta} \right) d\theta^{[24]}, \text{ 并对上述积分进}$$

行变量代换  $x = (\ln h + \sigma_{ln}^2/2)/(\sqrt{2}\sigma_{ln})$ , 可将(23)式

在弱湍流条件下,  $f(h)$  如(6)式所示; 在中强湍流条件下,  $f(h)$  如(8)式所示。将(12)、(15)、(16)式代入(17)式可得

$$\langle R_{BE} \rangle = \frac{1}{4} \int_0^\infty f(h) \left\{ \operatorname{erfc} \left[ \frac{(\kappa - \epsilon) h \zeta I}{\sqrt{2} \sigma} \right] + \operatorname{erfc} \left[ \frac{(1-\kappa)h\zeta I}{\sqrt{2}\sigma} \right] \right\} dh. \quad (18)$$

为了得到使  $\langle R_{BE} \rangle$  最小的判决门限值  $\kappa$ , 令  $d\langle R_{BE} \rangle / d\kappa = 0$ , 即

转换为

$$\langle R_{BE} \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^\infty \exp \left\{ -\frac{[(1-\epsilon)\zeta I]^2}{8\sin^2 \theta \sigma^2} \times \exp(2\sqrt{2}\sigma_{ln}x - \sigma_{ln}^2) \right\} \exp(-x^2) dh \right\} d\theta, \quad (24)$$

式中  $\int_{-\infty}^\infty \exp \left\{ -\frac{[(1-\epsilon)\zeta I]^2}{8\sin^2 \theta \sigma^2} \exp(2\sqrt{2}\sigma_{ln}x - \sigma_{ln}^2) \right\} \exp(-x^2) dh$  可以采用如下方法计算<sup>[24]</sup>:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^\infty \exp \left\{ -\frac{[(1-\epsilon)\zeta I]^2 \exp(2\sqrt{2}\sigma_{ln}x - \sigma_{ln}^2)}{8\sin^2 \theta \sigma^2} \right\} \times \\ & \quad \exp(-x^2) dh = \\ & \sum_{i=1}^n w_i \exp \left\{ -\frac{[(1-\epsilon)\zeta I]^2 \exp(2\sqrt{2}\sigma_{ln}x_i - \sigma_{ln}^2)}{8\sin^2 \theta \sigma^2} \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

其中文献[25]中表 25.10 给出  $w_i$  和  $x_i$  的取值。将(25)式代入(24)式, 并根据  $Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp \left( -\frac{x^2}{2\sin^2 \theta} \right) d\theta^{[26]}$ ,  $\sigma^2 = (1 + \kappa^2/N)\sigma_n^2$  和  $\kappa = (\epsilon + 1)/2$ , 可将(25)式化简为

$$\begin{aligned} & \langle R_{BE} \rangle = \\ & \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n w_i Q \left[ \frac{(1-\epsilon)\zeta \sqrt{\gamma_0}}{\sqrt{2 + (1+\epsilon)^2/2N}} \exp \left( \sqrt{2}\sigma_{ln}x_i - \frac{\sigma_{ln}^2}{2} \right) \right], \end{aligned} \quad (26)$$

式中:  $\gamma_0 = I^2/(2\sigma_n^2)$  表示信噪比。

### 4.2 中强湍流条件下平均 BER 公式推导

将(8)式代入(18)式可得中强湍流条件下, MRR FSOC 系统平均 BER 计算表达式为

$$\langle R_{BE} \rangle = \int_0^\infty \frac{(\alpha\beta)^{\alpha+\beta}}{2[\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)]^2} h^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} G_{0,4}^{4,0} \left[ \alpha^2 \beta^2 h \left| \begin{array}{c} - \\ \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2}, \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2}; \end{array} \right. \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{(1-\varepsilon)h\zeta I}{2\sqrt{2}\sigma} \right] dh. \quad (27)$$

将  $\sigma^2 = \left(1 + \frac{\kappa^2}{N}\right) \sigma_n^2$ ,  $\kappa = \frac{\varepsilon+1}{2}$  和  $\operatorname{erfc}(\sqrt{x}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} G_{1,2}^{2,0} \left[ x \left| \begin{array}{c} 1 \\ 0, \frac{1}{2} \end{array} \right. \right]$ <sup>[26]</sup> 代入(27)式可得

$$\langle R_{BE} \rangle = \frac{(\alpha\beta)^{\alpha+\beta}}{2\sqrt{\pi}[\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)]^2} \times \int_0^\infty h^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} G_{0,4}^{4,0} \left[ \alpha^2 \beta^2 h \left| \begin{array}{c} - \\ \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2}, \frac{\alpha-\beta}{2}, -\frac{\alpha-\beta}{2} \end{array} \right. \right] G_{1,2}^{2,0} \left[ \frac{(1-\varepsilon)^2 \zeta^2 I^2 h^2}{8[1+(\varepsilon+1)^2/(4N)]\sigma_n^2} \left| \begin{array}{c} 1 \\ 0, \frac{1}{2} \end{array} \right. \right] dh. \quad (28)$$

根据文献[23]中的(21)式和  $\gamma_0 = \frac{I^2}{2\sigma_n^2}$ , 可以将(28)式进一步化简, 进而得到  $\langle R_{BE} \rangle$  的闭合表达式为

$$\langle R_{BE} \rangle = \frac{2^{2\alpha+2\beta-5}}{\pi^{5/2} \Gamma(\alpha)^2 \Gamma(\beta)^2} G_{9,2}^{2,8} \left[ \frac{2^6 (1-\varepsilon)^2 \zeta^2 \gamma_0}{\alpha^4 \beta^4 \left[ 1 + \frac{(\varepsilon+1)^2}{4N} \right]} \left| \begin{array}{c} \frac{1-\alpha}{2}, \frac{2-\alpha}{2}, \frac{1-\beta}{2}, \frac{2-\beta}{2}, \frac{1-\alpha}{2}, \frac{2-\alpha}{2}, \frac{1-\beta}{2}, \frac{2-\beta}{2}; 1 \\ 0, \frac{1}{2} \end{array} \right. \right]. \quad (29)$$

## 5 数值分析

仿真中采用的参数及详细数值见表 1。在弱湍流条件下,令  $C_n^2 = 2 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ , 此时采用(26)式计算 BER; 中、强湍流条件下,  $C_n^2$  的取值分别为  $2 \times 10^{-14}$  和  $5 \times 10^{-14}$ , 此时采用(29)式分析 BER 性能。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

Parameter	Value
Wavelength $\lambda$ / nm	1550;
Receiver aperture diameter $D$ / m	0.02; 0.05; 0.1;
Refractive-index structure constant $C_n^2$ / $\text{m}^{-2/3}$	$2 \times 10^{-15}; 2 \times 10^{-14}; 5 \times 10^{-14}$ ;
Photo-current conversion ratio $\zeta$ / ( $\text{A} \cdot \text{W}^{-1}$ )	1
Link distance $L$ / m	1000-5000;
Modulation parameter $\varepsilon$	0-0.9;
Signal to noise ratio $\gamma_0$ / dB	0-80
Pilot data bits $N$	1-11

### 5.1 推导公式正确性验证

采用 Monte Carlo 方法, 验证推导的 MRR FSOC 系统 BER 计算公式是否正确, 即(26)式和(29)式。数值方法采用的参数见表 1, Monte Carlo 方法采用的一部分参数如表 1 所示, 此外 Monte Carlo 中用到的参数还有发送信号为 1 时, 对应的光强  $I=1$ ; 循环次数  $C_{ir}=5000000$ 。

在不同通信距离和调制器参数条件下, 图 3(a)和图 3(b)给出当大气湍流分别为弱湍流和强湍流时, 使用(26)式和(29)式计算得到的和使用 Monte Carlo 方法得到的 MRR FSOC 系统平均 BER。从仿真结果可以得出, 数值计算与 Monte Carlo 仿真

流条件下, 令  $C_n^2 = 2 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ , 此时采用(26)式计算 BER; 中、强湍流条件下,  $C_n^2$  的取值分别为  $2 \times 10^{-14}$  和  $5 \times 10^{-14}$ , 此时采用(29)式分析 BER 性能。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

曲线重合,由此可知,(26)式和(29)式推导正确。

### 5.2 训练数据比特位数对 MRR FSOC 系统 BER 性能影响分析

图 4 和图 5 分析弱湍流和中强湍流条件下, 训练数据比特位数  $N$  对 MRR FSOC 系统 BER 性能的影响。从仿真结果可以得到, 在  $C_n^2 = 2 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $L = 1000 \text{ m}$ ,  $D = 0.1 \text{ m}$  和  $\gamma_0 = 12 \text{ dB}$  条件下, 当  $N$  从 1 增加到 3 时, BER 从 0.0059 降低至 0.0034, 当  $N$  提高到 5 和 11 时, BER 分别为 0.0030 和 0.0028; 在  $C_n^2 = 5 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $L = 3000 \text{ m}$ ,  $D = 0.02 \text{ m}$  和  $\gamma_0 = 45 \text{ dB}$  条件下, 当  $N$  从 1 增加到 3 时, BER 从  $8 \times 10^{-4}$  降低到  $7 \times 10^{-4}$ ,  $N$

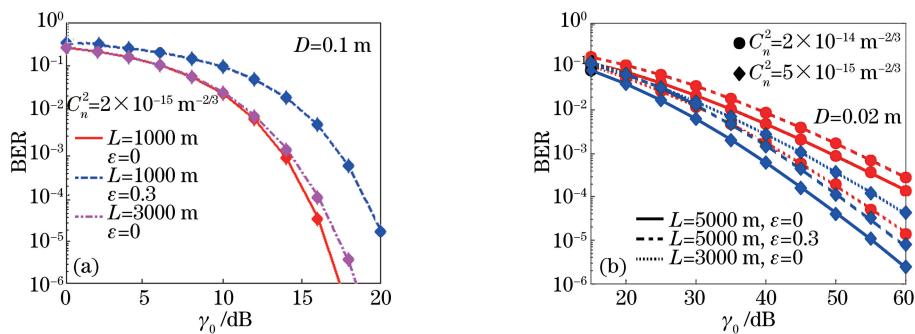


图 3 由数值计算(曲线)与 Monte Carlo 仿真(点)得到的 MRR FSOC 系统平均 BER。(a)弱湍流; (b)中强湍流

Fig. 3 Average bit error rate for MRR FSOC system by analytical calculation (lines) and Monte Carlo simulation (markers).

(a) Weak turbulence; (b) moderate turbulence and strong turbulence

增加到 5 和 11 时, BER 分别为  $6.8 \times 10^{-4}$  和  $6.7 \times 10^{-4}$ 。从上述仿真数据可知,当训练数据比特位数从 1 增加到 3 时,BER 性能具有较大提升,继续增加  $N$  时,BER 性能提升不明显。而且,  $N$  值越大, 相同时间内传输的有用信息越少, 数据传输效率下降。因此从 BER 性能和数据传输效率两方面权衡,  $N$  值取 3 更为合适。

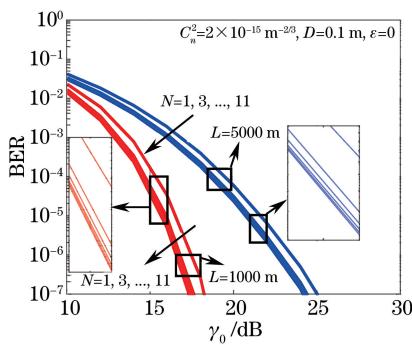


图 4 弱湍流条件下,MRR FSOC 系统平均 BER

Fig. 4 Average bit error rate of MRR FSOC system under weak turbulence

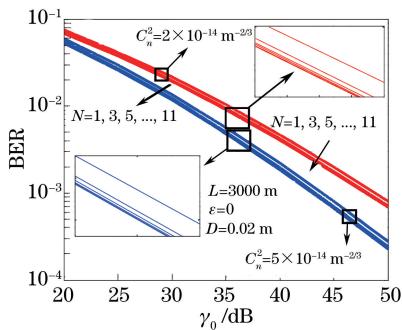


图 5 中强湍流条件下,MRR FSOC 系统平均 BER

Fig. 5 Average bit error rate of MRR FSOC system under moderate turbulence and strong turbulence

### 5.3 $\epsilon$ 对 MRR FSOC 系统 BER 性能影响分析

图 6 和图 7 分别给出弱湍流和中强湍流条件

下,  $\epsilon$  对 MRR FSOC 系统 BER 的影响曲线。在  $C_n^2 = 2 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $L = 5000 \text{ m}$ ,  $D = 0.1 \text{ m}$  和  $\gamma_0 = 16 \text{ dB}$  条件下, 当  $\epsilon$  从 0 增加到 0.1 时,BER 从  $1.8 \times 10^{-3}$  增加到  $3.8 \times 10^{-3}$ , 增加了 1.1 倍; 当  $\epsilon$  增加到 0.2 和 0.5 时,BER 分别为  $7.7 \times 10^{-3}$  和  $5.6 \times 10^{-2}$ , 分别增加了 3.3 倍和 30 倍。在  $C_n^2 = 2 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $L = 5000 \text{ m}$ ,  $D = 0.02 \text{ m}$  和  $\gamma_0 = 55 \text{ dB}$  条件下, 当  $\epsilon$  从 0 增加到 0.1, 0.2, 0.4 时,BER 从  $3.6 \times 10^{-4}$  增加到  $4.0 \times 10^{-4}$ ,  $5.4 \times 10^{-4}$  和  $6.9 \times 10^{-4}$ , 分别增加了 11%, 50%, 92%。从上述结果可知, 系统 BER 性能随  $\epsilon$  的增大而下降, 且与中强湍流相比,  $\epsilon$  增加对弱湍流条件下系统 BER 性能的影响更大。而  $1/\epsilon$  表征调制器消光比, 为了保证 MRR FSOC 系统 BER 增长不超过 1 倍, 在弱湍流条件下应选择消光比大于 10 的调制器, 在中强湍流条件下应选择消光比大于 2.5 的调制器。

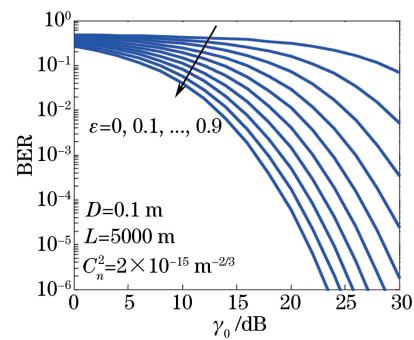


图 6 弱湍流条件下,MRR FSOC 系统平均 BER

Fig. 6 Average bit error rate of MRR FSOC system under weak turbulence

### 5.4 不同判决门限取值条件下, MRR FSOC 系统 BER 性能对比

图 8 和图 9 分别在弱湍流和中强湍流条件下, 比较 MRR FSOC 通信系统采用以下 3 种判决门限的 BER 性能: 固定判决门限值( $I/20$ ); 所提自适应

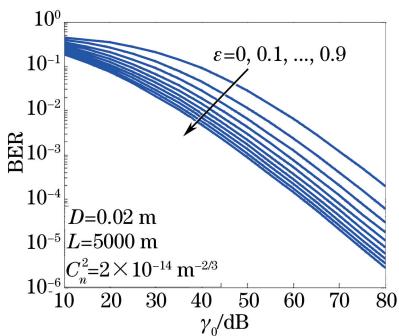


图 7 中等湍流条件下, MRR FSOC 系统平均 BER

Fig. 7 Average bit error rate of MRR FSOC system under moderate turbulence

判决门限[由公式(22)计算]和已知 CSI 时求得的判决门限( $hI/2$ )。

值得注意的是,基于自适应判决门限的方式需要插入训练数据,这使该方法的有效传输速率下降。为了确保对比的客观性,应该在相等有效传输速率条件下,对比采用上述 3 种判决门限的系统的 BER 性能。

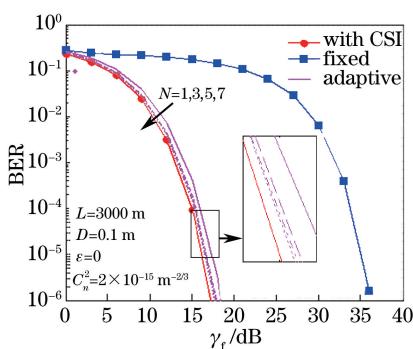


图 8 弱湍流条件下, MRR FSOC 系统采用不同判决门限的 BER 性能对比

Fig. 8 Average bit error rate with different thresholds under weak turbulence

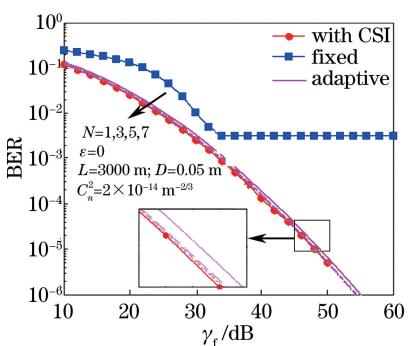


图 9 中等湍流条件下, MRR FSOC 系统采用不同判决门限的 BER 性能对比

Fig. 9 Average bit error rate with different threshold over moderate turbulence

当系统有效传输速率为  $R_n$  时,基于固定判决门限的系统实际传输速率  $R_f$  和基于已知 CSI 时求得的判决门限的系统实际传输速率  $R_c$  均为  $R_n$ ,基于自适应判决门限的实际系统传输速率为  $R_p = 1000R_n/(1000 - N)$ 。在上述实际传输速率条件下,传输信号所占的带宽分别为  $B_f = B_c = 2R_n$  和  $B_p = 2000R_n/(1000 - N)$ ,因此有  $B_p = 1000/(1000 - N)B_f$ 。当传输信号受到高斯白噪声影响时,上述带宽条件下,噪声的平均功率分别为  $P_f = N_0B_f$ ,  $P_c = N_0B_f$  和  $P_p = N_0B_p$ 。又由于高斯白噪声的平均功率与其方差相等,因此有  $\sigma_f^2 = \sigma_c^2 = N_0B_f$ ,  $\sigma_p^2 = N_0B_p$ 。根据(26)式和(29)式对信噪比的定义可知,固定判决门限系统信噪比为  $\gamma_f = I^2/\sigma_c^2 = I^2/(N_0B_f)$ 。同理,自适应判决门限系统信噪比为  $\gamma_p = I^2/(N_0B_p)$ ,基于 CSI 的判决门限系统信噪比为  $\gamma_c = I^2/(N_0B_f)$ 。又由于  $B_p = 1000/(1000 - N)B_f$ ,因此有  $\gamma_c = \gamma_f$ ,  $\gamma_p = (1000 - N)/1000\gamma_f$ 。在图 8 和图 9 中,横坐标为  $\gamma_f$ ,在计算基于固定判决门限的系统 BER 时,直接采用  $\gamma_f$  计算即可。计算基于自适应判决门限的系统 BER 时,首先令  $\gamma_p = (1000 - N)/1000\gamma_f$ ,然后采用  $\gamma_p$  计算其 BER,同理可以计算基于 CSI 求得判决门限的系统 BER。

从图 8 可知,当湍流强度为弱湍流时,在 BER 为  $10^{-5}$  条件下,MRR FSOC 系统对应的信噪比分别为 16 dB(CSI)、17.5 dB(自适应判决门限@ $N = 1$ )和 35 dB(固定判决门限)。因此利用 CSI 求得判决门限的系统 BER 性能最好;采用所提自适应判决门限的系统 BER 次好,采用固定判决门限的系统 BER 性能较差。从图 9 结果还可以看出,在 BER 为  $10^{-5}$  的条件下,利用 CSI 求得判决门限的系统 BER 性能优于采用自适应判决门限的系统 0.05 dB。因此当训练数据比特数增加到 3 以上时,采用自适应判决门限的系统 BER 性能和利用 CSI 求得判决门限的系统 BER 性能接近。

## 6 结 论

推导并分析了弱湍流和中强湍流影响下,基于自适应判决门限的 MRR FSOC 系统平均 BER 性能,在分析中,同时考虑大气湍流和探测器噪声对系统 BER 的影响。通过仿真分析得出以下结论:1)采用所提自适应判决门限的系统 BER 性能优于采用固定判决门限的系统 BER,并且当采用 3 bit 以上训练数据计算自适应判决门限时,所提自适应判决

门限的系统 BER 性能与利用信道状态信息计算判决门限的系统 BER 性能接近;2)当 MRR FSOC 系统采用 3 bit 以上训练数据计算自适应判决门限时, MRR FSOC 系统 BER 性能提升不明显,因此从数据传输效率和通信性能两方面权衡,采用 3 bit 训练数据更为合适;3)调制器消光比越高, MRR FSOC 系统平均 BER 性能越好,并且与中强湍流相比,调制器消光比在弱湍流条件下对系统 BER 性能的影响更明显。

## 参 考 文 献

- [1] Han L Q, You Y H. Performance of multiple input multiple output free space optical communication under atmospheric turbulence and atmospheric attenuation[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(7): 0706004.
- [2] Rosenkrantz E, Arnon S. 1550 nm modulating retroreflector based on coated nanoparticles for free-space optical communication [J]. Applied Optics, 2015, 54(17): 5309-5313.
- [3] Goetz P G, Rabinovich W S, Mahon R, et al. Modulating retro-reflector devices and current link performance at the naval research laboratory[C] // Military Communications Conference, 2007. MILCOM 2007. IEEE, 2007: 1-7.
- [4] Goetz P G, Rabinovich W S, Mahon R, et al. Modulating retro-reflector lasercom systems for small unmanned vehicles [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2012, 30(5): 986-992.
- [5] Gil Y, Rotter N, Arnon S. Feasibility of retroreflective transdermal optical wireless communication[J]. Applied Optics, 2012, 51(18): 4232-4239.
- [6] Rabinovich W S, Mahon R, Ferraro M, et al. Reduction of scintillation in optical modulating retro-reflector links[J]. Optics Express, 2014, 22(23): 28553-28565.
- [7] Rabinovich W S, Mahon R, Ferraro M S, et al. Diversity effects in modulating retro-reflector links [C]. SPIE, 2014, 9080: 90801B.
- [8] Plett M, Rabinovich W S, Mahon R, et al. Free-space optical communication link across 16 kilometers over the Chesapeake Bay to a modulated retroreflector array [J]. Optical Engineering, 2008, 47 (4): 045001.
- [9] Rosenkrantz E, Arnon S. An innovative modulating retro-reflector for free-space optical communication [C]. SPIE, 2013, 8874: 88740D.
- [10] Mahon R, Ferraro M S, Goetz P G, et al. Irradiance correlations in retro-reflected beams [J]. Applied Optics, 2015, 54(31): F96-F102.
- [11] Mahon R, Moore C I, Ferraro M, et al. Atmospheric turbulence effects measured along horizontal-path optical retro-reflector links [J]. Applied Optics, 2012, 51(25): 6147-6158.
- [12] Yang G W, Li Z P, Bi M H, et al. Channel modeling and performance analysis of modulating retroreflector FSO systems under weak turbulence conditions[J]. IEEE Photonics Journal, 2017, 9(2): 16755236.
- [13] Avlonitis N, Charlesworth P B. Performance of retro-reflector-modulated links under weak turbulence[J]. IET Optoelectronics, 2012, 6(6): 290-297.
- [14] Wu X J, Wang H X, Li B F, et al. Affect analysis of atmospheric turbulence on fading characteristics in free-space optical system over different environments [J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42 (5): 0513001.
- [15] 吴晓军, 王红星, 李笔锋, 等. 不同传输环境下大气湍流对无线光通信衰落特性影响分析[J]. 中国激光, 2015, 42(5): 0513001.
- [16] Zhang H Y, Li H Z, Xiao D Y, et al. Performance analysis of spatial-diversity reception over combined effects of atmospheric turbulence[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(4): 0405002.
- [17] 张慧颖, 李洪祚, 肖冬亚, 等. 大气湍流综合效应下空间分集接收性能研究[J]. 中国激光, 2016, 43(4): 0405002.
- [18] Geng D X, Du P F, Wang W, et al. Single laser free-space duplex communication system with adaptive threshold technique and BER analysis in weak turbulent atmosphere [J]. Optics Letters, 2014, 39(13): 3950-3953.
- [19] Nistazakis H E, Karagianni E A, Tsigopoulos A D, et al. Average capacity of optical wireless communication systems over atmospheric turbulence channels [J]. Journal of Lightwave Technology, 2009, 27(8): 974-979.
- [20] Liu C, Yao Y, Sun Y X, et al. Analysis of average capacity for free-space optical links with pointing errors over gamma-gamma turbulence channels [J]. Chinese Optics Letters, 2010, 8(6): 537-540.
- [21] Song T Y, Kam P Y. A robust GLRT receiver with implicit channel estimation and automatic threshold adjustment for the free space optical channel with IM/DD[J]. Journal of Lightwave Technology, 2014, 32(3): 369-383.

- [20] Moradi H, Refai H H, LoPresti P G. Thresholding-based optimal detection of wireless optical signals [J]. Journal of Optical Communications and Networking, 2010, 2(9): 689-700.
- [21] Majumdar A K. Free-space laser communication performance in the atmospheric channel [J]. Journal of Optical and Fiber Communications Reports, 2005, 2(4): 345-396.
- [22] Li X Y, Zhao X H, Zhang P, *et al.* Probability density function of turbulence fading in MRR free space optical link and its applications in MRR free space optical communications [J]. IET Communications, 2017, 11(16): 2476-2481.
- [23] Adamchik V S, Marichev O I. The algorithm for calculating integrals of hypergeometric type functions and its realization in REDUCE system [C] // Proceedings of the International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, 1990: 212-224.
- [24] Simon M K, Alouini M S. Digital communication over fading channels [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005.
- [25] Abramowitz M, Stegun I A. Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables [M]. New York: Dover Publications, 1965.
- [26] Prudnikov A P, Brychkov Y A, Marichev O I. Integrals and series, vol 3: more special functions [M]. New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1986.