

拉盖尔高斯光束矢量远场单球粒子的散射特性

徐强, 李金刚, 王旭, 韩一平, 吴振森

西安电子科技大学物理与光电工程学院, 陕西 西安 710071

摘要 运用空间矢量角谱法, 分析了低阶拉盖尔高斯光束(LGB)在空间中的非傍轴矢量传输特性, 得到了 LGB 远场矢量分布的解析式。基于广义 Mie 散射理论, 分析了单个均匀球形粒子对 LGB 的散射特性。研究表明, 随着 LGB 拓扑荷数的增大, 光斑中空的面积增大, 位于光轴上的微分散射截面减小; 随着粒子尺度参数的增大, 消光效率因子、散射效率因子和吸收效率因子出现峰值, 并且峰值随着拓扑荷数的增大向着粒子尺度增大的方向移动。

关键词 物理光学; 散射; 拉盖尔高斯光束; 矢量光场; 均匀球形粒子; 广义 Mie 理论

中图分类号 O436.2

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.0605003

Scattering Properties of Vectorial Far-Field Laguerre-Gaussian Beam by Single Spherical Particle

Xu Qiang, Li Jingang, Wang Xu, Han Yiping, Wu Zhensen

School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China

Abstract The non-paraxial vector propagation characteristics of low order Laguerre-Gaussian beam (LGB) in space are analyzed by the space vector angular spectrum method, and the analytic expression of vectorial far-field distribution of LGB is obtained. Based on the generalized Lorenz-Mie theory, the scattering property of LGB by a single homogeneous spherical particle is analyzed. The research results show that, with the increase of topological charge of LGB, its hollow spot area increases while its on-axis differential scattering cross section decreases. With the increase of particle size, there exist peaks for the absorption, scattering and extinction efficiency factors, meanwhile these peaks shift towards the increase direction of particle size when the topological charge increases.

Key words physical optics; scattering; Laguerre-Gaussian beam; vectorial optical field; homogeneous spherical particle; generalized Mie theory

OCIS codes 260.1960; 140.3295; 050.1960; 290.4020

1 引 言

涡旋光束由于具有独特的相位结构及空心的光强分布, 被广泛应用于诸多光学领域, 如光镊、光学扳手、量子信息处理、光学计算等。围绕着涡旋光束的产生、检测、传输以及应用等问题, 形成了一系列研究课题^[1-10]。

拉盖尔-高斯光束(LGB)是一种典型的涡旋光束, 研究这类独特光束的粒子散射特性有着重要意义。周国泉等^[11-12]运用矢量结构理论研究了 LGB 矢量结构相的横电(TE)项和横磁(TM)项及远场发散角; 丁攀峰等^[13-14]在衍射理论的基础上,

对离轴涡旋光束的传输性质进行了研究; van de Nes 等^[15]对通过高数值孔径透镜会聚 LGB 的粒子 Mie 散射进行了研究; Garbin 等^[16]用实验和数值法研究了具有不同拓扑荷数的会聚 LGB 的 Mie 散射特性; 吕宏等^[17]研究了具有轨道角动量的 LGB 单球粒子的散射; 赵继芝等^[18]研究了聚焦 LGB 中球形粒子的散射特性, 计算了粒子半径和拓扑荷数对散射强度的影响; Zambrana-Puyalto 等^[19]研究了各阶 LGB 球形粒子散射强度变化波纹结构的细节; 欧军等^[20]研究了椭球形粒子对 LGB 的散射特性; Kiselev 等^[21]研究了 LGB 的粒子散射近场分布; Al-Jarro 等^[22]研究了 LGB 硅纳

收稿日期: 2017-09-30; 收到修改稿日期: 2017-12-21

基金项目: 国家自然科学基金(61571355)

作者简介: 徐强(1973—), 男, 博士, 副教授, 主要从事激光传输、散射方面的研究。E-mail: qxu@xidian.edu.cn

米球簇团的散射特性; Qu 等^[23-24]将 LGB 展开成球面波, 计算了粒子散射。

目前, 大多数关于 LGB 粒子散射的研究未对传播方向上的电磁场分量进行详细分析, 而 LGB 高阶涡旋光束的光斑展宽大, 展宽比例与拓扑荷数模的平方成正比, 光斑展宽和光束发散角的增大使传播方向上的电场分量也相应增大, 这些情况下都需要考虑传播方向上的电磁场分量, 需利用更严格的衍射理论分析涡旋光场的传输, 进而分析散射特性。本文基于严格的角谱衍射理论, 分析了 LGB 的低阶模非傍轴矢量传输特性; 使用广义洛伦兹 Mie 理论 (GLMT), 研究了此类 LGB 矢量场的单个球形粒子散射特性, 数值计算了该 LGB 矢量场与均匀球形粒子间相互作用的微分散射截面 (DSCS) 随散射角的变化情况, 以及散射效率因子、消光效率因子和吸收效率因子随粒子尺度参数的变化情况。

2 低阶 LGB 的矢量传输特性

如图 1 所示, 一束 x 轴方向线偏振的 LGB 沿 z 轴入射到均匀球形粒子上, 入射的低阶 LGB 在 $z = 0$ 处电场的表达式^[25]为

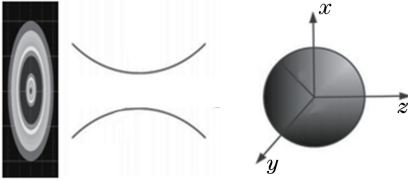


图 1 球形粒子对 LGB 散射的原理图

Fig. 1 Schematic of scattering of Laguerre-Gaussian beam by spherical particle

$$E_x(x, y, 0) = E_0 \left(\frac{x + iy}{\omega_0} \right)^l \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\omega_0^2}\right), \quad (1)$$

式中 E_0 为电场振幅, ω_0 为束腰半径, l 为拓扑荷数, x, y 为坐标。

使用空间矢量角谱法^[26], 将 LGB 展开:

$$E_x(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_x(p, q) \exp[ik(px + qy + m'z)] dp dq, \quad (2)$$

$$E_y(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_y(p, q) \exp[ik(px + qy + m'z)] dp dq, \quad (3)$$

$$E_z(r) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{p}{m'} A_x(p, q) + \frac{q}{m'} A_y(p, q) \right] \times \exp[ik(px + qy + m'z)] dp dq, \quad (4)$$

式中 E_x, E_y, E_z 分别为 x, y, z 方向的电场分量; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; k 为波数; $p = \cos \alpha, q = \cos \beta, m' = \cos \gamma, \alpha, \beta, \gamma$ 分别为波束传播三个方向角; A_x, A_y 为角谱展开系数。

$$m' = \begin{cases} (1 - p^2 - q^2)^{\frac{1}{2}}, & \text{if } p^2 + q^2 \leq 1 \\ i(p^2 + q^2 - 1)^{\frac{1}{2}}, & \text{if } p^2 + q^2 > 1 \end{cases}, \quad (5)$$

$$A_x(p, q) = \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_x(x, y, 0) \times \exp[-ik(px + qy)] dx dy, \quad (6)$$

$$A_y(p, q) = \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_y(x, y, 0) \times \exp[-ik(px + qy)] dx dy. \quad (7)$$

运用文献[27]中的方法计算积分, 可得 LGB 传输电场的解析表达式为

$$E_x(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_x(p, q) \exp[ik(px + qy + m'z)] dp dq = \frac{ik\omega_0^2 \cdot z \cdot E_0}{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \left(k\omega_0 \cdot \frac{y - ix}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right)^l \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k^2}{4} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}\right) \exp[ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}], \quad (8)$$

$$E_y(r) = 0, \quad (9)$$

$$E_z(r) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{p}{m'} A_x(p, q) + \frac{q}{m'} A_y(p, q) \right] \exp[ik(px + qy + m'z)] dp dq =$$

$$- \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p}{m'} A_x(p, q) \exp[ik(px + qy + m'z)] dp dq =$$

$$\frac{ik\omega_0^2 \cdot x \cdot E_0}{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \left(k\omega_0 \cdot \frac{y - ix}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right)^l \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k^2}{4} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}\right) \exp[ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}]. \quad (10)$$

进而计算空间磁场分布:

$$H_x(x, y, z) = \frac{-1}{(\mu/\epsilon)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{pq}{m'} A_x(p, q) + \frac{1-p^2}{m'} A_y(p, q) \right] \exp[ik(px + qy + m'z)] dp dq =$$

$$\frac{-ik\omega_0^2 \cdot x \cdot y \cdot E_0}{(\mu/\epsilon)^{\frac{1}{2}} (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(k\omega_0 \cdot \frac{y - ix}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right)^l \cdot \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k^2}{4} \times \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}\right) \exp[ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}], \quad (11)$$

$$H_y(x, y, z) = \frac{1}{(\mu/\epsilon)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1-q^2}{m'} A_x(p, q) + \frac{pq}{m'} A_y(p, q) \right] \exp[ik(px + qy + m'z)] dp dq =$$

$$\frac{ik\omega_0^2 \cdot (x^2 + z^2) \cdot E_0}{(\mu/\epsilon)^{\frac{1}{2}} (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(k\omega_0 \cdot \frac{y - ix}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right)^l \cdot \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k^2}{4} \times \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}\right) \exp[ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}], \quad (12)$$

$$H_z(x, y, z) = \frac{-1}{(\mu/\epsilon)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [qA_x(p, q) - pA_y(p, q)] \exp[ik(px + qy + m'z)] dp dq =$$

$$\frac{-ik\omega_0^2 \cdot y \cdot z \cdot E_0}{(\mu/\epsilon)^{\frac{1}{2}} (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left(k\omega_0 \cdot \frac{y - ix}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right)^l \cdot \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k^2}{4} \times \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}\right) \cdot \exp[ik\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}], \quad (13)$$

式中 μ 为磁导率, ϵ 为介电常数,

$$m' = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad p_0 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

$$q_0 = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}. \quad (14)$$

(8)~(14)式即为 LGB 经一段自由空间传输后的矢量解析表达式, 包含平行、垂直传播方向的分量及振幅和相位信息。

3 矢量 LGB 对单球形粒子的散射理论分析

将直角坐标系下 LGB 电磁场的表达式转化成球坐标系下 (r, θ, φ 为球坐标系坐标) 的表达式, 并利用积分局部近似方法^[28], 使 kr 趋近于 $n + 1/2$ (n 为整数), θ 趋近于 $\pi/2$, 可得到球坐标系下该光束电磁场各分量的表达式, 其中径向分量 E_r, H_r 的表达式分别为

$$E_r = E_x \sin \theta \cos \varphi + E_y \sin \theta \sin \varphi + E_z \cos \theta =$$

$$\frac{-(-i)^{l+1} k\omega_0^{l+2} (n + 1/2)^l z}{2^l (r^2 + z^2)^{l/2+1}} \exp(-il\varphi) \cdot$$

$$\exp[-\omega_0^2/4 \cdot (n + 1/2)^2/(r^2 + z^2)] \cdot$$

$$\exp(ik\sqrt{r^2 + z^2}) E_0 \cos \varphi, \quad (15)$$

$$H_r = H_x \sin \theta \cos \varphi + H_y \sin \theta \sin \varphi + H_z \cos \theta =$$

$$\left(\frac{2(n + 1/2)^2 \cos^2 \varphi}{k} - kz^2 \right) \cdot$$

$$\frac{(-i)^{l+1} \omega_0^{l+2} (n + 1/2)^l}{2^l (r^2 + z^2)^{(l+3)/2}} \exp(-il\varphi) \cdot$$

$$\exp[-\omega_0^2/4 \cdot (n + 1/2)^2/(r^2 + z^2)] \cdot$$

$$\exp(ik\sqrt{r^2 + z^2}) H_0 \sin \varphi, \quad (16)$$

式中 $\varphi = \arctan(y/x)$, H_0 为磁场振幅。

计算光束因子的积分表达式^[28]为

$$\begin{bmatrix} g_{n, TM}^m \\ g_{n, TE}^m \end{bmatrix} = \frac{Z_n^m}{2\pi} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} E_r^{\text{Loc}}(r, \theta, \varphi)/E_0 \\ H_r^{\text{Loc}}(r, \theta, \varphi)/H_0 \end{bmatrix} \exp(-im\varphi) d\varphi \quad (17)$$

式中 $g_{n, TM}^m, g_{n, TE}^m$ 分别为横电、横磁模式下的光束因子; $E_r^{\text{Loc}}, H_r^{\text{Loc}}$ 分别为径向电场分量和径向磁场分量; Z_n^m 为复合归一因子, 其表达式为

$$Z_n^m = \begin{cases} \frac{2n(n+1)i}{2n+1}, & m=0 \\ \left(\frac{-2i}{2n+1} \right)^{|m|-1}, & m \neq 0 \end{cases}. \quad (18)$$

将(15)、(16)式代入(17)式, 并利用指数函数与三角函数的正交性, 计算得到在轴入射的 LGB 的光束因子表达式, 即

$$\text{当 } m = \pm 1 - l \text{ 时,}$$

$$g_{n, TM}^m = \frac{-(-i)^{l+1} Z_n^m \omega_0^{l+2} (n + 1/2)^l k \cdot z}{2^{l+1} (r^2 + z^2)^{l/2+1}} \cdot$$

$$\exp[-\omega_0^2/4 \cdot (n + 1/2)^2/(r^2 + z^2)] \cdot$$

$$\exp(ik\sqrt{r^2 + z^2}), \quad (19)$$

$$g_{n, TE}^m = \pm \left[\frac{(n + 1/2)^2}{2k} - k \cdot z^2 \right] \cdot$$

$$\frac{(-i)^{l+2} Z_n^m \omega_0^{l+2} (n + 1/2)^l}{2^{l+1} (r^2 + z^2)^{(l+3)/2}} \cdot$$

$$\exp[-\omega_0^2/4 \cdot (n + 1/2)^2/(r^2 + z^2)] \cdot$$

$$\exp(ik\sqrt{r^2+z^2}); \quad (20)$$

当 $m = \pm 3 - l$ 时,

$$\begin{aligned} g_{n,\text{TM}}^m &= 0, \quad (21) \\ g_{n,\text{TE}}^m &= \pm \frac{(-i)^{l+1} Z_n^m \omega_0^{l+2} (n+1/2)^{l+2}}{2^{l+2} k (r^2+z^2)^{(l+3)/2}} \cdot \\ &\exp[-\omega_0^2/4 \cdot (n+1/2)^2/(r^2+z^2)] \cdot \\ &\exp(ik\sqrt{r^2+z^2}); \quad (22) \end{aligned}$$

当 $m \neq \pm 1 - l$ 且 $m \neq \pm 3 - l$ 时,

$$\begin{cases} g_{n,\text{TM}}^m = 0 \\ g_{n,\text{TE}}^m = 0 \end{cases} \quad (23)$$

在计算远场散射时,散射场只有 θ 和 φ 分量,故散射电场的总场 $|E^{\text{sca}}|^2 = |E_{\theta}^{\text{sca}}|^2 + |E_{\varphi}^{\text{sca}}|^2$,其散射电场的 θ 和 φ 分量^[29]可以表示为

$$\begin{bmatrix} E_{\theta}^{\text{sca}} \\ E_{\varphi}^{\text{sca}} \end{bmatrix} = \frac{E_0 \exp(-ikr)}{kr} \begin{bmatrix} iS_2 \\ -S_1 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

式中 S_1 和 S_2 为散射电场的振幅,其表达式分别为

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \times$$

$$(ma_n g_{n,\text{TM}}^m \pi_n^{|m|} \cos \theta + ib_n g_{n,\text{TE}}^m \tau_n^{|m|} \cos \theta) \exp(im\varphi), \quad (25)$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \times \\ &(a_n g_{n,\text{TM}}^m \tau_n^{|m|} \cos \theta + imb_n g_{n,\text{TE}}^m \pi_n^{|m|} \cos \theta) \exp(im\varphi), \quad (26) \end{aligned}$$

式中 a_n 和 b_n 为 Mie 系数, $\pi_n = \frac{p_n^{(1)} \cos \theta}{\sin \theta}$, $\tau_n = \frac{d}{d\theta} p_n^{(1)} \cos \theta$, $p_n^{(1)} \cos \theta$ 为一阶 n 次第一类勒让德函数。

根据散射截面 C_{sca} 、消光截面 C_{ext} 和吸收截面 C_{abs} 的定义^[29],其表达式分别为

$$\begin{aligned} C_{\text{sca}} &= \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} (I_{\theta}^+ + I_{\varphi}^+) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \\ &\frac{\lambda^2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!} \times \\ &(|a_n|^2 |g_{n,\text{TM}}^m|^2 + |b_n|^2 |g_{n,\text{TE}}^m|^2), \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{\text{ext}} &= \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \text{Re}(E_{\varphi}^i H_{\theta}^{i*} + E_{\varphi}^s H_{\theta}^{i*} - E_{\theta}^i H_{\varphi}^{i*} - E_{\theta}^s H_{\varphi}^{i*}) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \\ &\frac{\lambda^2}{\pi} \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!} (a_n |g_{n,\text{TM}}^m|^2 + b_n |g_{n,\text{TE}}^m|^2) \right], \quad (28) \end{aligned}$$

$$C_{\text{abs}} = C_{\text{ext}} - C_{\text{sca}}, \quad (29)$$

式中 λ 为波长, Re 代表取实部, I_{θ}^+ 、 I_{φ}^+ 分别为散射能量密度球坐标系 θ 分量和 φ 分量, E_{φ}^i 、 E_{φ}^s 分别为入射电场和散射电场球坐标系 φ 分量, E_{θ}^i 、 E_{θ}^s 分别为入射电场和散射电场球坐标系 θ 分量, H_{θ}^{i*} 、 H_{θ}^{s*} 分别为散射磁场和入射磁场球坐标系 θ 分量的共轭量, H_{φ}^{i*} 、 H_{φ}^{s*} 分别为散射磁场和入射磁场球坐标系 φ 分量的共轭量,上角标 i 、 s 分别表示入射和散射。

通过散射截面 C_{sca} 与系数 Q_{Δ} 的关系 $Q_{\Delta} = C_{\text{sca}}/(\pi r^2)$, 同样可以计算出散射效率因子、消光效率因子和吸收效率因子的值。

4 数值计算结果

基于以上理论介绍,对数值仿真计算的程序进行验证,对低阶 LGB 与球形粒子的散射特性进行数值计算,并详细分析。DSCS 的定义^[30]为

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|E_{\text{far}}^{\text{sca}}|^2}{|E_0|^2} = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|H_{\text{far}}^{\text{sca}}|^2}{|H_0|^2}, \quad (30)$$

式中 $E_{\text{far}}^{\text{sca}}$ 、 $H_{\text{far}}^{\text{sca}}$ 分别为远场的总散射电、磁场,具体的表达式为(24)~(26)式。

当 LGB 的拓扑荷数 $l=0$ 时,LGB 退化为高斯光束,将推导的在轴入射的零阶($l=0$)远场 LGB 及 x 轴方向极化的高斯光束与均匀球形粒子作用的 DSCS 进行比较,以验证程序的正确性。取波长 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$,束腰半径 $\omega_0 = 1.0 \mu\text{m}$,均匀球形粒子的半径 $r'' = 1.0\lambda$,复折射率为 $1.55 + i0.0$, $z = 10 \mu\text{m}$ 。图 3 所示为二者的 DSCS 随散射角变化的对比图。

由图 2 可知,在入射光束光斑相同的情况下,两类光束的粒子 DSCS 随散射角的变化曲线能较好吻合,从而验证了理论的正确性。

下面进行数值仿真,计算在轴非零阶 LGB 与均匀球形粒子相互作用的散射特性。同样取入射 LGB 的波长 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$,束腰半径 $\omega_0 = 1.0 \mu\text{m}$,均匀球形粒子的半径 $r'' = 1.0\lambda$,复折射率为 $1.55 + i0.0$,取 $z = 10 \mu\text{m}$ 。图 3 所示为非零阶 LGB 与均匀球形粒子相互作用的 DSCS 随散射角的变化曲线。

从图 3 可以看出,随着拓扑荷数 l 的增大,DSCS 出现较大幅度的减小,尤其对于 $l=2,3$ 的 LGB,其 DSCS 已经非常小,这主要与 LGB 的电磁场分布有关。高阶 LGB 是一种中空的光束,随着拓

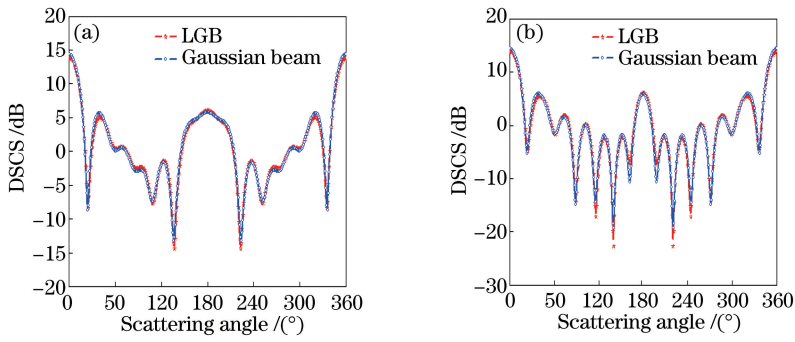


图 2 零阶 LGB 和高斯光束与均匀球形粒子散射的 DSCS 随散射角变化的对比。(a) 电场平面; (b) 磁场平面
Fig. 2 DSCS versus scattering angle when zero order LGB and Gaussian beam scattered by spherical particles.
(a) Electric plane; (b) magnetic plane

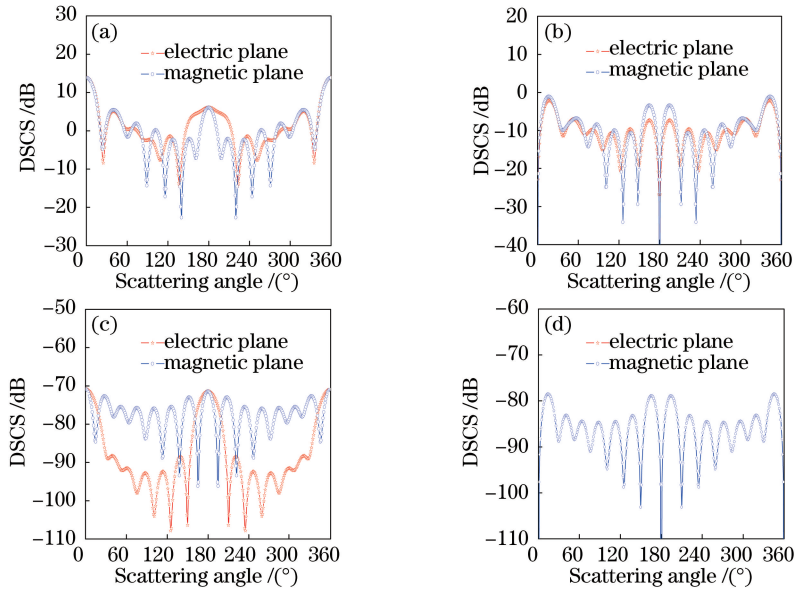


图 3 不同拓扑荷数下 LGB 与均匀球形粒子散射的 DSCS 随散射角变化的分布。(a) $l=0$; (b) $l=1$; (c) $l=2$; (d) $l=3$
Fig. 3 DSCS versus scattering angle when LGBs with different topological charges scattered by spherical particles.
(a) $l=0$; (b) $l=1$; (c) $l=2$; (d) $l=3$

扑荷数的增大,其光斑中空的面积也在不断增大,故随着拓扑荷数的增大,DSCS 不断减小。

下面进行数值仿真,计算在轴入射的 LGB 与均匀球形粒子相互作用的消光效率因子 Q_{ext} 、散射效率因子 Q_{sca} 和吸收效率因子 Q_{abs} 随尺度参数的变化,其中尺度参数 $x'' = 2\pi r''/\lambda$ 。选取 $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$ 时的碳质气溶胶球形粒子作为研究对象,粒子在该波长下的复折射率为 $1.75 + i0.44$ 。同样取 $\omega_0 = 1.0 \mu\text{m}$, $z = 10 \mu\text{m}$,消光、散射和吸收效率因子随尺度参数的变化曲线如图 4 所示。

从图 4(a)可以看出,当 $l=0$ 时,光束为高斯光束,光强峰值在光束中心,随着尺度参数的增大,消光效率因子、散射效率因子和吸收效率因子从 0 开始迅速增大,当尺度参数约为 2 时(对应于 $\lambda =$

$0.55 \mu\text{m}$, $r \approx 0.18 \mu\text{m}$),各因子基本一致达到峰值,随后各效率因子开始逐渐减小;当 $l=1$ 时,LGB 中空,光强峰值为环状分布,其半径为 $1.5 \mu\text{m}$,消光效率因子的峰值大约出现在 $x''=18$ ($\lambda=0.55 \mu\text{m}$, $r \approx 1.58 \mu\text{m}$) 处;当 $l=2$ 时,光强峰值为环状分布,其半径为 $2.0 \mu\text{m}$,消光效率因子的峰值约在 $x''=24$ ($\lambda=0.55 \mu\text{m}$, $r \approx 2.10 \mu\text{m}$) 处;当 $l=3$ 时,光强峰值为环状分布,其半径为 $2.6 \mu\text{m}$,消光效率因子的峰值约在 $x''=30$ ($\lambda=0.55 \mu\text{m}$, $r \approx 2.63 \mu\text{m}$) 处。光强峰值分布对消光效率因子的曲线峰值位置影响明显,当光束为高斯光束($l=0$)时,光强峰值在光束中心,其峰值对应的粒子尺度参数很小;当 $l \geq 1$ 时,由于 LGB 独特的中空光强分布,光强峰值为环状分布,同时随着 l 的增大,光束光斑面积增大,消光效率因

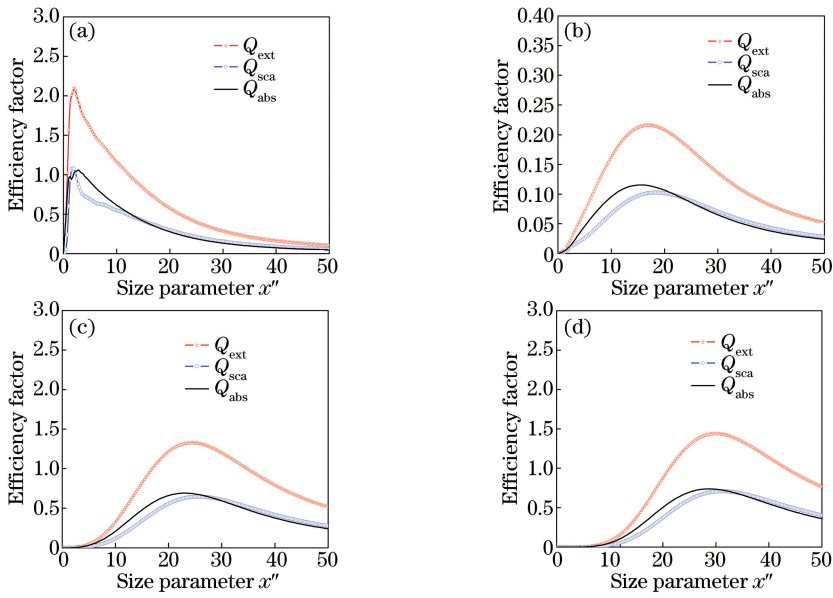


图 4 不同拓扑荷数下 LGB 与均匀球形粒子散射的消光效率因子、散射效率因子、吸收效率因子随尺度参数变化的分布。

(a) $l=0$; (b) $l=1$; (c) $l=2$; (d) $l=3$

Fig. 4 Absorption, scattering and extinction efficiency factors versus size parameter when LGBs with different topological charges scattered by spherical particles. (a) $l=0$; (b) $l=1$; (c) $l=2$; (d) $l=3$

子的峰值对应的尺度参数明显增大,此时的粒子实际半径与光束峰值环的半径在数值上较为接近。

5 结 论

运用角谱法研究了低阶 LGB 光场,分析了其非傍轴传输特性,得到了光束的矢量远场分布,基于广义 Mie 理论计算了在轴入射的低阶 LGB 与均匀球形粒子作用的散射特性,分析了消光效率因子、散射效率因子和吸收效率因子随尺度参数的变化规律。研究表明,随着 LGB 拓扑荷数的增大,其光斑中空面积增大, DSCS 减小;消光效率因子、散射效率因子和吸收效率因子随着粒子尺度参数的增大而出现峰值,随后不断减小,且效率因子的峰值随着拓扑荷数的增大向粒子尺度参数增大的方向移动。这表明随着 LGB 拓扑荷数的增大,光斑中空面积增大,环状光强峰值分布的半径增大,消光效率因子、散射效率因子和吸收效率因子的峰值发生移动。

参 考 文 献

- [1] Vallone G. Role of beam waist in Laguerre-Gauss expansion of vortex beams[J]. Optics Letters, 2017, 42(6): 1097-1100.
- [2] Cheng Z D, Liu Z D, Luo X W, *et al.* Degenerate cavity supporting more than 31 Laguerre-Gaussian modes[J]. Optics Letters, 2017, 42(10): 2042-2045.
- [3] Yang T, Xu Y, Tian H, *et al.* Propagation of partially coherent Laguerre Gaussian beams through inhomogeneous turbulent atmosphere[J]. Journal of Optical Society of America A, 2017, 34(5): 713-720.
- [4] Zhang J, Huang S J, Zhu F Q, *et al.* Dimensional properties of Laguerre-Gaussian vortex beams[J]. Applied Optics, 2017, 56(12): 3556-3561.
- [5] Kovalev A A, Kotlyar V V, Porfirev A P. Optical trapping and moving of microparticles by using asymmetrical Laguerre-Gaussian beams[J]. Optics Letters, 2016, 41(11): 2426-2429.
- [6] Xie G, Ren Y, Yan Y, *et al.* Experimental demonstration of a 200-Gbit/s free-space optical link by multiplexing Laguerre-Gaussian beams with different radial indices[J]. Optics Letters, 2016, 41(15): 3447-3450.
- [7] Herne C M, Capuzzi K M, Sobel E, *et al.* Rotation of large asymmetrical absorbing objects by Laguerre-Gauss beams[J]. Optics Letters, 2015, 40(17): 4026-4029.
- [8] Qu T, Wu Z S, Shang Q C, *et al.* Analysis of the radiation force of a Laguerre Gaussian vortex beam exerted on an uniaxial anisotropic sphere[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 2015, 162: 103-113.
- [9] Zhu S W, Guo L N, Ni B, *et al.* A Study of the characteristics of a canonical phase target with the Laguerre-Gaussian beam[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(2): 022601.

- 朱思韦, 郭利娜, 倪波, 等. 拉盖尔-高斯光束探测标准相位型物体特性的研究[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(2): 022601.
- [10] Jiang Q W, Xin Y, Zhang Q B, *et al.* Aero-optical effect of Laguerre-Gaussian vortex beams around a turret[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(4): 040101.
蒋倩雯, 辛煜, 张淇博, 等. 拉盖尔-高斯光束在凸台周围的气动光学效应[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(4): 040101.
- [11] Zhou G Q. Far-field divergent properties of linearly polarized Laguerre-Gauss beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(2): 024208.
周国泉. 线偏振拉盖尔高斯光束的远场发散特性[J]. 物理学报, 2012, 61(2): 024208.
- [12] Zhou G Q. Analytical vectorial structure of Laguerre-Gaussian beam in the far field[J]. *Optics Letters*, 2006, 31(17): 2616-2618.
- [13] Ding P F, Pu J X. Propagation of Laguerre-Gaussian vortex beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(9): 094204.
丁攀峰, 蒲继雄. 拉盖尔高斯涡旋光束的传输[J]. 物理学报, 2011, 60(9): 094204.
- [14] Ding P F, Pu J X. Change of the off-center Laguerre-Gaussian vortex beam while propagation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(6): 064103.
丁攀峰, 蒲继雄. 离轴拉盖尔-高斯涡旋光束传输中的光斑演变[J]. 物理学报, 2012, 61(6): 064103.
- [15] van de Nes A S, Török P. Rigorous analysis of spheres in Gauss-Laguerre beams[J]. *Optics Express*, 2007, 15(20): 13360-13374.
- [16] Garbin V, Volpe G, Ferrari E. Mie scattering distinguishes the topological charge of an optical vortex: A homage to Gustav Mie[J]. *New Journal of Physics*, 2009, 11(1): 013046.
- [17] Lü H, Ke X Z. Scattering of a beam with orbital angular momentum by a single sphere [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(12): 8302-8308.
吕宏, 柯熙政. 具有轨道角动量光束入射下单球粒子散射研究[J]. 物理学报, 2009, 58(12): 8302-8308.
- [18] Zhao J Z, Jiang Y S, Ou J, *et al.* Scattering of the focused Laguerre-Gaussian beams by a spherical particle [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(6): 064202.
赵继芝, 江月松, 欧军, 等. 球形粒子在聚焦拉盖尔高斯光束中的散射特性研究[J]. 物理学报, 2012, 61(6): 064202.
- [19] Zambrana-Puyalto X, Molina-Terriza G. The role of the angular momentum of light in Mie scattering. Excitation of dielectric spheres with Laguerre-Gaussian modes[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2012, 126(5): 50-55.
- [20] Ou J, Jiang Y S, Shao Y W, *et al.* Scattering of the Laguerre-Gaussian beam by a homogeneous spheroid [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(11): 114201.
欧军, 江月松, 邵宇伟, 等. 均匀椭球粒子对拉盖尔高斯光束的散射特性研究[J]. 物理学报, 2013, 62(11): 114201.
- [21] Kiselev A D, Plutenko D O. Mie scattering of Laguerre-Gaussian beams: Photonic nanojets and near-field optical vortices [J]. *Physical Review A*, 2014, 89(4): 043803.
- [22] Al-Jarro A, Biris C G, Panoiu N C. Strong optical angular momentum dependence of scattering of Laguerre-Gaussian beams from silicon nano-sphere clusters [C]. *International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics*, 2014: 7-9.
- [23] Qu T, Wu Z S, Shang Q C, *et al.* Light scattering of a Laguerre-Gaussian vortex beam by a chiral sphere[J]. *Journal of Optical Society of America A*, 2016, 33(4): 475-482.
- [24] Qu T, Wu J J, Wu Z S, *et al.* Scattering of a uniaxial anisotropic sphere incident by a Laguerre-Gaussian vortex beam[C]. *International Symposium on Antennas, Propagation and Em Theory*, 2016: 557-560.
- [25] Ding P F, Pu J X. Relation of momentum and orbital angular momentum of Gaussian vortex beam with topological charge and their propagation in free space [J]. *Scientia Sinica*, 2013, 43(6): 725-731.
丁攀峰, 蒲继雄. 高斯涡旋光束的动量及轨道角动量与拓扑电荷数的关系及其在自由空间中的传输[J]. 中国科学, 2013, 43(6): 725-731.
- [26] Carter W H. Electromagnetic field of a Gaussian beam with an elliptical cross section [J]. *Journal of Optical Society of America A*, 1972, 62(10): 1195-1201.
- [27] Xu Q, Pan F, Huang L, *et al.* Analyzing of the optical field of vectorial structure of Laguerre-Gaussian beams by angular spectrum method [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(8): 0805001.
徐强, 潘丰, 黄莉, 等. 拉盖尔高斯光束矢量远场特性的角谱法分析[J]. 中国激光, 2017, 44(8): 0805001.
- [28] Ren K F, Gouesbet G, Grehan G. Integral localized approximation in generalized Lorenz-Mie theory[J]. *Applied Optics*, 1998, 37(19): 4218-4225.
- [29] Gouesbet G, Gréhan G. *Generalized Lorenz-Mie theories*[M]. Berlin: Springer, 2011: 37-48.
- [30] Cui Z W, Han Y P, Lu H. Scattering of a zero-order Bessel beam by arbitrarily shaped homogeneous dielectric particles [J]. *Journal of Optical Society of America A*, 2013, 30(10): 1913-1920.