自聚焦阵列艾里光束的实验实现

吴鹏飞, 柯熙政, 宋强强

西安理工大学自动化与信息工程学院,陕西西安 710048

摘要 具有自聚焦性的阵列艾里光束的光束强度较强,光束密度较大,对大气湍流和大气散射的抑制优势明显,可 在接收端接收到较强的光信号,提高大气激光通信质量。将多个可产生艾里光束的立方相位膜片进行有序排列可 生成多相位膜片,利用多相位膜片可产生具有自聚焦性的阵列艾里光束。仿真和实验说明了阵列艾里光束的自聚 焦过程及光斑尺寸对其自聚焦性能的影响。结果表明,基于多相位膜片产生的阵列艾里光束具有自聚焦性,且其 自聚焦的聚焦位置随光斑尺寸的变大而变大。因此,通过控制阵列中每个艾里光束的光斑尺寸,可有效控制艾里 光束的自聚焦位置。

关键词 大气光学; 自聚焦; 艾里光束; 多相位膜片; 光束密度 中图分类号 TN929.12 **文献标识码** A

doi: 10.3788/CJL201845.0605002

Realization of Experiment on Auto-Focusing Array Airy Beam

Wu Pengfei, Ke Xizheng, Song Qiangqiang

College of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China

Abstract Self-focused array Airy beam has properties of high strength and large beam density, which makes it have strong inhibition for atmospheric turbulence and atmospheric scattering. Thus it can be used to receive much stronger signals on the receiver side and greatly improve the quality of atmospheric laser communication. A plurality of cubic phase masks that can produce Airy beams are orderly arranged to produce a multiphase diaphragm, which then can produce an array Airy beam with self-focusing. The simulation and experiment explain the auto-focusing process of Airy beams and the effect of spot size on its auto-focusing performance. The experimental results show that the array Airy beam, based on multiphase diaphragms, can be auto-focus, and the auto-focusing size gets larger as the spot size gets larger. Thus, by means of adjusting the spot size of each Airy beam in the array, the Airy's auto-focusing position can be controlled effectively.

Key words atmospheric optics; auto-focusing; Airy beams; multiphase diaphragm; beam density OCIS codes 010.1330; 060.2605; 060.4080

1引言

艾里光束是一种无衍射光束,并且具有独特的 自弯曲特性,有关艾里光束的研究大多只是针对单 个一维艾里光束或者单个二维艾里光束的特性及应 用。单个光束经远距离传输后,受光束衍射与大气 湍流的影响,光束界面将出现光束弯曲、漂移与扩 展、强度起伏及相干性退化等现象^[1-3],光束强度变 低,密度变小,导致接收端的光电转换器由于接收的 光信号较弱而使通信质量变差,所以单个光束的光 束强度、光束密度以及对大气湍流的抑制优势并不 大^[4]。因此,使用无衍射、具有更高光束强度及更大 密度的光束对于抵御大气湍流、提高通信效率,将更 具有优势^[5]。

通过透镜或多光束合成的方式可提高光束功 率和密度^[6]。利用透镜提高光束功率时,因透镜 焦距固定不变,所以整个系统聚焦位置和功率密 度基本确定,若改变聚焦位置需进行机械移动,这 极大地降低了光束聚焦的灵敏度和精度,而且由 于透镜材料的限制,其接受的功率阈值也将收到

收稿日期: 2017-08-09; 收到修改稿日期: 2017-11-19

基金项目:陕西省重点产业创新链计划(2017ZDCXL-GY-06-01)、陕西省工业攻关项目(2016GY-086)、西安市高校院所 人才服务企业工程计划[2017080CG/RC043(XALG001)]、西安理工大学科技创新计划(2016CX041)

作者简介:吴鹏飞(1980—),男,博士,讲师,主要从事无线光通信方面的研究。E-mail: wupengf@xaut.edu.cn

限制,系统能够承受的功率强度降低。多光束合 成是通过合成多个光束、生成阵列光束来提高光 束功率和功率密度,该方法不受材料限制,可最大 限度地提高系统的承受功率强度,且阵列光束具 有更高的光束强度与更大的光束密度,所以很有 必要研究阵列艾里光束^[7]。

张泽等^[8]在实验和仿真中通过计算全息图生成 了具有自聚焦特性的阵列艾里光束,此阵列中的光 束均为一维艾里光束。王晓章^[9]将 Dammann 光栅 与产生艾里光束的立方相位膜片相结合,生成的复 合灰度图在实验上实现了阵列艾里光束。分析对比 这两种方法可知,基于计算全息图产生的阵列艾里 光束具有自聚焦性,但每个光束都是一维艾里光束, 而同样具有无衍射、自弯曲传输特性的二维艾里光 束具有更高的光束强度和更大的光束密度,且二维 艾里光束在两个横向维度上,可提高自聚焦光束的 总功率,具有良好的功率可扩展性,因此二维艾里光 束更具有实际应用性。另外,利用 Dammann 光栅 产生的阵列艾里光束中,虽然每个光束都是二维艾 里光束,但光束主瓣都指向同一方向,所以并无自聚 焦性。

本文利用多个二维艾里光束生成了具有自聚焦 性的阵列二维艾里光束,通过增加或减少光束个数, 来调节阵列光束的总功率。将各光束的主瓣中心都 指向阵列中心,由于艾里光束的自弯曲性,阵列艾里 光束还可实现自聚焦。通过调节相位膜片参数,控 制艾里光束的自弯曲轨迹,可有效调节阵列艾里光 束的自聚焦位置。

2 理论基础

利用多个二维艾里光束可实现具有自聚焦特性 的阵列二维艾里光束,所以首先对二维艾里光束的 理论基础进行分析。

(1+1)维情况下的旁轴衍射方程为[10]

$$i\frac{\partial\phi}{\partial\xi} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2} = 0, \qquad (1)$$

式中: $s = x/x_0$ 为一维无量纲横向坐标, x_0 为横向 尺度,即主瓣的束腰半径; $\xi = z/k_0 x_0^2$ 为归一化传播 距离, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 为波数。由(1)式可得艾里函数的 非色散解^[10]:

$$\phi(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{s}) = A_{i} \left[\boldsymbol{s} - \left(\frac{\boldsymbol{\xi}}{2}\right)^{2} \right] \exp\left[i\boldsymbol{s} \ \frac{\boldsymbol{\xi}}{2} - i \left(\frac{\boldsymbol{\xi}^{3}}{12}\right) \right],$$
(2)

式中:A_i(*)为无限能量艾里函数,该函数包含无

穷大能量,现实中无法产生,无实际意义,是理想情况下的光束。因此对无限能量艾里函数乘以指数函数,使其能量得到限制,如^[11]

$$\phi(s,\xi=0) = A_i(s)\exp(as), \qquad (3)$$

式中:指数函数的系数 *a* 为衰减因子,*a*>0 且 *a*≪ 1,指数函数使艾里函数的尾部被快速削弱,从而保证艾里函数的能量是有限的。

将(3)式代入(1)式可得有限能量艾里函数的 解^[11]:

$$\phi(s,\xi) = A_{i} \left[s - \left(\frac{\xi}{2}\right)^{2} + ia\xi \right] \times \exp\left[as - \left(\frac{a\xi^{2}}{2}\right) - i\left(\frac{\xi^{3}}{12}\right) + i\left(\frac{a^{2}\xi}{2}\right) + i\left(\frac{s\xi}{2}\right) \right],$$
(4)

式中:一维无量纲横向坐标 s 代表变量 x 或 y,且 x 和 y 在(1+1)维旁轴衍射方程即(1)式中的地位平 等,所以通过一维艾里函数可构建二维艾里函数,二 维艾里函数的数学表达式是两个分别以 x 和 y 为 变量的一维艾里函数相乘得到,即^[11]

$$\phi(x, y, z) = \phi(x, z) \times \phi(y, z) =$$

$$A_{i} \left[\frac{x}{x_{0}} - \left(\frac{z}{2z_{0}} \right)^{2} + ia \frac{z}{z_{0}} \right] \times A_{i} \left[\frac{y}{y_{0}} - \left(\frac{z}{2z_{0}} \right)^{2} + ia \frac{z}{z_{0}} \right] \times$$

$$\exp \left[a \frac{x}{x_{0}} - \frac{a}{2} \left(\frac{z^{2}}{z_{0}} \right)^{2} - i \frac{1}{12} \left(\frac{z}{z_{0}} \right)^{3} + i \frac{a^{2}}{2} \left(\frac{z}{z_{0}} \right) + i \left(\frac{1}{2} \frac{x}{x_{0}} \frac{z}{2z_{0}} \right) \right] \times \exp \left[a \frac{y}{y_{0}} - \frac{a}{2} \left(\frac{z^{2}}{z_{0}} \right)^{2} - i \frac{1}{12} \left(\frac{z}{z_{0}} \right)^{3} + i \frac{a^{2}}{2} \left(\frac{z}{z_{0}} \right) + i \left(\frac{1}{2} \frac{y}{y_{0}} \frac{z}{2z_{0}} \right) \right] \right]. \quad (5)$$

对(5)式进行模拟仿真,仿真参数设定为:波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 、横向尺度 $x_0 = 10 \text{ nm}$ 、衰减因子 a = 0.05,可得到二维艾里光束的光强分布图,如图 1 所示。



图 1 二维艾里光束图像 Fig. 1 Two-dimensional Airy beam image

阵列艾里光束由 4 个艾里光束组成,通过改变 4 个艾里函数相位可使每个光束的主瓣指向阵列中 心,得到阵列艾里函数为

$$\psi(x, y, z) = \phi(x, y, z) + \phi(-x, y, z) + \phi(x, y, z) + \phi(x, -y, z) = A_{i}(x, z) \times A_{i}(y, z) + A_{i}(-x, z) \times A_{i}(y, z) + A_{i}(-x, z) \times A_{i}(-y, z) + A_{i}(-x, z) \times A_{i}(-y, z)$$
(6)

对(6)式进行仿真,仿真参数设定为:波长 λ = 632.8 nm、横向尺度 x_0 = 10 mm、衰减因子 a = 0.05,可得到如图 2 所示的阵列艾里光束。



图 2 阵列艾里光束的仿真图

Fig. 2 Simulation chart of array Airy beam

从图 2 可以看出,图中的阵列艾里光束由 4 个 二维艾里光束组成,且4个艾里光束的主瓣都指向



阵列中心,每个艾里光束的参数相同,所以这4个光 束到阵列中心的距离相同,并且这4个艾里光束相 互独立,可单独设置每个光束的参数。

3 阵列二维艾里光束自焦距性的模拟 仿真

3.1 阵列二维艾里光束的自聚焦性

通过观察阵列艾里光束的传播过程来验证阵列 二维艾里光束是否具有自聚焦性。图 3 为阵列二维 艾里光束自聚焦过程的光强分布图。图 3(a)为阵 列艾里光束在传播距离z=0 m处,即初始面处的光 强分布图,可以看出,阵列艾里光束的主瓣都指向阵 列中心,且每束光的主瓣中心到阵列中心的距离相 同;阵列光束继续向前传播,当 z = 300 m 时,如 图 3(b)所示,这 4 束二维艾里光束的主瓣和旁瓣已 经相互接触但未融合;当 z = 700 m 时,阵列光束的 光强分布如图 3(c)所示,这 4 束二维艾里光已经开 始融合,但其光束主瓣未完全融合;当 z = 1000 m 时,如图 3(d)所示,这 4 束二维艾里光已完全融合, 表明阵列艾里光束已完成自聚焦。



图 3 阵列二维艾里光束自聚焦性的模拟验证。(a) z=0 m;(b) z=300 m;(c) z=700 m;(d) z=1000 m Fig. 3 Simulation of self-focusing of two-dimensional array Airy beam. (a) z=0 m; (b) z=300 m; (c) z=700 m; (d) z=1000 m

阵列艾里光束具有自聚焦特性是因为阵列二维 艾里光束初始界面处的光强分布是4个相互独立的 二维艾里光束,且主瓣方向都朝向中心。艾里光束 具有自弯曲特性,其自弯曲偏移轨迹如图4所示。

图 4 为艾里光束在传播距离 0 m、1000 m 处的

光强分布图。由图 4 可知,当艾里光束向 z 方向传 输时,其光束主瓣在 x-y 平面沿 45°方向偏移,在阵 列艾里光束中,由于这 4 束艾里光束参数相同,每个 艾里光束自弯曲的偏移量相同,所以当阵列光束传 输一段距离之后,这4束艾里光束将慢慢向中心偏



图 4 二维艾里光束主瓣偏移轨迹



移,最终达到自聚焦的目的。

3.2 横向尺度 x₀ 对自焦距的影响

阵列艾里光束是由4个独立二维艾里光束组 成,且自聚焦的聚焦位置是由每个艾里光束的自弯 曲程度决定,可见聚焦位置是可控的。单个艾里光 束的自弯曲轨迹受横向尺度 x₀ 的影响,但不受衰 减因子 a 的影响,所以通过改变 x₀ 可控制阵列艾 里光束的自聚焦位置。

为了验证 x₀ 对阵列艾里光束自聚焦焦距的影响,设定阵列艾里光束的其他参数不变,通过改变 x₀ 值来分析阵列光束完成聚焦需要的传播距离,如 图 5 所示。



图 5 不同横向尺度 x_0 下的阵列艾里光束的初始光强分布。(a) $x_0 = 5 \text{ mm}$; (b) $x_0 = 7 \text{ mm}$;

(c) $x_0 = 10 \text{ mm};$ (d) $x_0 = 12 \text{ mm};$ (e) $x_0 = 15 \text{ mm};$ (f) $x_0 = 20 \text{ mm};$

Fig. 5 Initial light intensity distribution of the array Airy beam at different lateral scales.

(a) $x_0 = 5$ mm; (b) $x_0 = 7$ mm; (c) $x_0 = 10$ mm; (d) $x_0 = 12$ mm; (e) $x_0 = 15$ mm; (f) $x_0 = 20$ mm

由图 5 可见,随着 x₀的增大,阵列艾里光束中 每个光束的光斑逐渐变大,光束的光场强度增大。 通过模拟仿真可知,当 x₀取不同值时,阵列艾里光 束分别继续向前传播 820,1580,3150,4590,6940, 13890 m 后可实现自聚焦,4 束光束的主瓣合成一 束。根据上述结果拟合出 x₀与自聚焦所需传播距 离的关系如图 6 所示。

由图 6 可知,随着 x₀ 的增大,阵列艾里光束自



图 6 横向尺度 x₀ 对自聚焦的影响



聚焦所需传播距离 z 也不断增大,这可用艾里光束 自弯曲的轨迹函数解释^[12],如

$$x = \frac{\lambda^2 z^2}{16\pi^2 x_0^3},$$
 (7)

$$y = \frac{\lambda^2 z^2}{16\pi^2 y_0^3} \,. \tag{8}$$

(7)式和(8)式为横向尺度、横向自弯曲偏移及传播 距离的关系式。由于二维艾里光束中横向尺度 x₀ 和 y₀ 的意义相同,所以只针对 x₀进行讨论。由 (7)式可以看出,随着传播距离 z 的增加,艾里光束 主瓣偏移坐标 x 与横向尺度 x₀成反比,在自弯曲 偏移量 x 不变的情况下,即主瓣中心离阵列中心的 距离不变,随着 x₀变大,z 也变大,而且由于横向尺 度 x₀是 3 次方,所以当 x₀ 增大时,z 增大得更快。

4 基于相位膜片的阵列艾里光束的 实验产生

利用多相位膜片在实验中产生阵列艾里光束, 多相位膜片是利用多个参数相同的二维艾里光束的

立方相位膜片叠加而成。图7展示了实验产生阵列 艾里光束的方法。

图 7(a)为实验装置图,图 7(b)为阵列艾里光束 的相位膜片图,将其加载到图7(a)中的液晶空间光 调制器上便可产生如图 7(c) 所示的阵列艾里光束。 从图 7(c)可以看出,此阵列二维艾里光束光强分布 是4个主瓣方向都指向阵列中心的二维艾里光束, 而且4个艾里光束的光强分布、光束强度相同,且和 仿真结果一致。



图 7 实验产生阵列艾里光束。(a)实验装置图;(b)多相位膜片;(c)阵列艾里光束

Fig. 7 Experiment generation of array Airy beam. (a) Experimental setup; (b) multiphase diaphragm; (c) array Airy beam

4.1 实验验证艾里光束自聚焦性

文中的阵列艾里光束是由 4 个相互独立且参数 相同的二维艾里光束组合生成的,每个光束具有自 弯曲特性,所以当艾里光束向 z 方向传输时,其光 束主瓣在 x-y 平面沿 45°方向偏移且偏移量相同。 因此,当阵列光束向前传输一段距离之后,这4束艾 里光束将慢慢向阵列中心融合,最终达到自聚焦的 目的。前文已通过仿真验证了阵列二维艾里光束的 自聚焦性,下面将通过实验对其自聚焦性进行验证。 图 8 为阵列艾里光束的自聚焦过程的实验图。



图 8 阵列二维艾里光束的自聚焦过程实验图。(a) z=0 mm;(b) z=100 mm;(c) z=180 mm;(d) z=250 mm

Fig. 8 Experimental diagram of self-focusing of two-dimensional array Airy beam.

(a) z=0 mm; (b) z=100 mm; (c) z=180 mm; (d) z=250 mm

由图 8 可以看出,图 8(a)是初始界面处即 z= 0 mm的光强分布,4 束二维艾里光束主瓣都指向阵 列中心;当z=100 mm时,图8(b)中的4束二维艾 里光束逐渐向中心靠拢,但没有融合;当 z =180 mm时,图 8(c)中的 4 束二维艾里光束已经慢 慢融合,但其旁瓣之间还有间距,未完全融合;当 z=250 mm时,图 8(d)中的4 束二维艾里光束已经 完全融合,表明阵列二维艾里光束已经完成自聚焦。 图 8 所示实验中的自聚焦过程很好地验证了图 3 中 模拟仿真的自聚焦过程,证明利用多相位膜片产生 的阵列二维艾里光束具有自聚焦性。

4.2 实验验证光斑尺寸对艾里光束自聚焦性的影响 前文通过模拟仿真分析了横向尺度 x₀ 对阵列

艾里光束自聚焦性的影响,且已说明 x₀ 影响光斑 尺寸,以下将通过实验研究阵列艾里光束的光斑大 小对自聚焦性的影响。实验中艾里光束的光斑大小 是由立方相位膜片中圆形部分占整个相位屏的比例 决定的,圆形部分的面积越大,实验产生艾里光束的 光斑面积也越大。文中的立方相位膜片通过 Matlab产生,圆形部分大小通过改变程序中比例系 数 η 实现。图9为不同比例系数下多相位膜片图。

从图 9 可以看出,随着 η 变大,多相位膜片中的 圆形部分逐渐变小,表明用此相位膜片生成的阵列 艾里光束的光斑尺寸逐渐缩小。实验中为了验证不 同光斑尺寸对阵列艾里光束自聚焦性的影响,将 图9中的多相位膜片分别加载到实验系统中产生不



图 9 不同比例系数下的多相位膜片。(a) $\eta=8 \mu m$;(b) $\eta=10 \mu m$;(c) $\eta=13 \mu m$;(d) $\eta=15 \mu m$ Fig. 9 Multiphase diaphragms with different scale factors. (a) $\eta=8 \mu m$; (b) $\eta=10 \mu m$; (c) $\eta=13 \mu m$; (d) $\eta=15 \mu m$

同大小光斑的阵列艾里光束,最后对比分析不同光 斑尺寸的阵列艾里光束的自聚焦性。图 10 为不同 相位膜片下的阵列艾里光束的自聚焦过程。



图 10 不同相位膜片下的阵列艾里光束的自聚焦过程。 (a1)~(a4) $\eta=8 \mu m$;(b1)~(b4) $\eta=10 \mu m$; (c1)~(c4) $\eta=13 \mu m$;(d1)~(d4) $\eta=15 \mu m$ Fig. 10 Self-focusing process of the array Airy beam under different phase diaphragms. (a1)-(a4) $\eta=8 \mu m$; (b1) -(b4) $\eta=10 \mu m$; (c1)-(c4) $\eta=13 \mu m$;

(d1)-(d4) $\eta = 15 \ \mu m$

由图 10 可知,随着 η 的增大,阵列艾里光束的 光斑尺寸越来越小,光束的强度也越来越低,由此可 知,比例系数影响艾里光束的光斑尺寸,即相位膜片 中圆形区域的大小决定艾里光束的光斑尺寸。

图 10 中每组图的前 3 幅图都是传播距离分别 为 0 mm、100 mm 和 180 mm 时阵列艾里光束的光 强分布图,第 4 幅图是阵列艾里光束完成自聚焦时 的光强分布图,而且每组图完成聚焦的传播距离不 同。分析比较每组图中的前 3 幅图可知,随着光斑 尺寸的变小,经过相同传播距离后的阵列艾里光束 中每个光束离阵列中心越近,表明其能更快地完成 自聚焦。分析图 10 可知,光斑尺寸越小,阵列艾里 光束完成自聚焦的距离越小。比例系数值为 8 μm 时,阵列艾里光束在 z = 270 mm 处完成聚焦;而比 例系数值为 15 μm 时,阵列艾里光束在 z = 200 mm 处完成自聚焦。可以得出,自聚焦阵列艾里光束的 聚焦位置是可以控制的,通过改变不同比例系数的 相位膜片便可控制阵列艾里光束的自聚焦位置,而 且这种控制方式是非机械的,也不用改变实验装置, 仅通过计算机变换相位膜片即可。

5 结 论

利用多个二维艾里光束合成了阵列艾里光束, 并利用艾里光束的自弯曲性,使阵列艾里光束中每 个光束的弯曲轨迹都朝向阵列中心,从而使其具有 自聚焦性。通过数值模拟和实验对阵列艾里光束的 自聚焦性进行了验证,结果表明,基于二维艾里光束 生成的阵列光束具有自聚焦性。由于艾里光束的自 弯曲轨迹受横向尺度 x₀,即光斑尺寸的影响,笔者 通过改变阵列艾里光束的光斑尺寸来改变阵列艾里 光束的聚焦位置,随着光斑尺寸的变大,阵列艾里光 束聚焦位置越远。

参考文献

 Chen M, Ke X Z. Effect of atmospheric turbulence on the performance of laser communication system
 [J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(8): 108-114.

陈牧, 柯熙政. 大气湍流对激光通信系统性能的影响 研究[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(8): 108-114.

[2] Ke X Z, Wang J. Comparison of polarization property of partially coherent beam between propagating along an uplink path and a downlink path in atmospheric turbulence [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(22): 144-151.
柯熙政, 王姣. 大气湍流中部分相干光束上行和下行 传输偏振特性的比较[J].物理学报, 2015, 64(22): 144-151.

- [3] Ke X Z, Zhang Y. Scintillation of partially coherent beam in atmospheric turbulence [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0106001.
 柯熙政,张宇.部分相干光在大气湍流中的光强闪烁 效应[J].光学学报, 2015, 35(1): 0106001.
- Ke X Z, Zhang Y. Propagation properties of partially coherent array beams in free space optics system [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53 (10): 100601.

柯熙政,张雅.无线光通信系统中部分相干阵列光束的传输特性研究[J].激光与光电子学进展,2016,53(10):100601.

- [5] Tian B G, Zhu W Y, Rao R Z, et al. Research progress on propagation of laser array beams in turbulent atmosphere [J]. Journal of Atmospheric and Environmental Optics, 2013, 8(2): 81-90.
 田宝刚,朱文越,饶瑞中,等. 阵列合成激光束在湍流大气中传输的研究进展[J]. 大气与环境光学学报, 2013, 8(2): 81-90.
- [6] Efremidis N K, Christodoulides D N. Observation of abruptly autofocusing waves [J]. Optics Letters, 2011, 36(10): 1842-1844.
- Qian Y X, Li D H. Tunable optical bottle beam generated via self-bending Airy beam arrays [J].
 Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(9): 0909002.

钱义先,李登辉.自弯曲艾里光束阵列产生的可调局 域空心光束[J].中国激光,2015,42(9):0909002.

- [8] Zhang Z, Liu J J, Zhang P, et al. Generation of autofocusing beams with multi-Airy beams[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(3): 180-185.
 张泽,刘京郊,张鹏,等. 多艾里光束合成自聚焦光 束的实验实现[J].物理学报, 2013, 62(3): 180-185.
- [9] Wang X Z. Research on genera of Airy beams and propagation controlled by using spatial light modulator [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013.
 王晓章.基于相位空间光调制器的艾里光束产生和 传输控制研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2013.
- [10] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets [J]. American Journal of Physics, 1979, 47(3): 264-267.
- [11] Christodoulides D N, Siviloglou G A. Accelerating finite energy Airy beams [J]. Optics Letters, 2007, 32(8): 979-981.
- [12] Zhang B F. Properties and applications of general Airy-Like beams[D]. Nanjing: Nanjing University, 2012.
 张柏富. Airy-Like 光束的性质及应用[D].南京:南 京大学, 2012.