

# 成像掩模探测器信号与波前相位平均梯度平方和 线性关系验证

王斌<sup>1</sup>, 马良<sup>1</sup>, 杨慧珍<sup>2</sup>, 龚成龙<sup>2</sup>

<sup>1</sup>中国矿业大学信息与控制工程学院, 江苏 徐州 221116;

<sup>2</sup>淮海工学院电子工程学院, 江苏 连云港 222005

**摘要** 基于模型的无波前探测自适应光学系统具有收敛速度快、校正效果好的优势,在实时波前校正中具有较大的应用潜力。成像掩模探测器信号  $S_{MD}$  与波前相位的平均梯度平方和  $S_{MG}$  之间的线性关系是系统控制算法设计的基础。为了验证  $S_{MD}$  和  $S_{MG}$  之间的线性关系,使用 37 单元压电变形镜、CCD 相机和哈特曼传感器等主要元件建立自适应光学系统实验平台,其中利用变形镜产生波前畸变信息,利用 CCD 探测远场光强分布,利用哈特曼获取波前信息。基于获得的光强信息和波前畸变信息,分别计算  $S_{MD}$  值和  $S_{MG}$  值。实验结果验证了  $S_{MD}$  和  $S_{MG}$  之间的线性关系,且线性值为 0.018,非常接近理论值  $1/(4\pi^2)$ 。

**关键词** 自适应光学; 远场光斑; 波前像差; 线性关系

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.0605001

## Verification of Linear Dependence Between Imaging Masked Detector Signal and Mean Square Gradient of Wavefront Phase

Wang Bin<sup>1</sup>, Ma Liang<sup>1</sup>, Yang Huizhen<sup>2</sup>, Gong Chenglong<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology,  
Xuzhou, Jiangsu 221116, China;

<sup>2</sup>Department of Electronic Engineering, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang, Jiangsu 222005, China

**Abstract** The model-based wavefront sensorless adaptive optics (AO) system has a great potential in real-time correction because of its fast convergence and good correction. The linear relationship between imaging masked detector signal  $S_{MD}$  and mean square gradient of wavefront phase  $S_{MG}$  is the theoretical basis of the system control algorithm. To verify the linear relationship, we establish an AO system experiment platform with a 37-element piezoelectric deformable mirror(DM), a CCD camera and a Shack Hartmann sensor, in which the DM is used to generate wavefront aberration, the CCD camera is used to grab the distribution of far-field intensity and the Hartmann is used to get the information of wavefront. Based on the collected information of far-field intensity and the wavefront aberration, we calculate values of  $S_{MD}$  and  $S_{MG}$ , respectively. Experiment results show that  $S_{MD}$  is linear to  $S_{MG}$  and the slop is 0.018, which is very close to the theoretical value  $1/(4\pi^2)$ .

**Key words** adaptive optics; far-field spot; wavefront aberration; linear relationship

**OCIS codes** 110.1085; 110.6915; 010.7350; 220.1080

收稿日期: 2017-10-31; 收到修改稿日期: 2017-12-07

基金项目: 国家自然科学基金(11573011,61601194)、江苏省高校“青蓝工程”中青年学术带头人资助项目、连云港市港城微·博双创计划(GCWB2007009)

作者简介: 王斌(1991—),男,硕士研究生,主要从事自适应光学技术方面的研究。E-mail: 1096142993@qq.com

导师简介: 杨慧珍(1973—),女,博士,硕士生导师,主要从事自适应光学技术及其应用方面的研究。

E-mail: yanghz526@126.com(通信联系人)

## 1 引 言

无波前探测自适应光学(AO)系统<sup>[1]</sup>的应用越来越广泛,如光束整形<sup>[2]</sup>、天文观测<sup>[3]</sup>、自由空间光通信<sup>[4]</sup>等。根据控制算法的不同,无波前探测自适应光学系统分为无模型(model-free)的自适应光学系统和基于模型<sup>[5-7]</sup>(model-based)的自适应光学系统。随机并行梯度下降(SPGD)算法<sup>[8-10]</sup>和遗传算法<sup>[2]</sup>是常见的无模型 AO 系统的控制算法。SPGD 算法容易陷入局部极值,且校正效果依赖于选取的性能指标函数<sup>[9]</sup>。遗传算法的收敛速度相对较慢,且易受种群数量及进化代数的影响<sup>[2]</sup>。与基于模型的 AO 系统相比,无模型 AO 系统优势在于不需要建立系统模型,但收敛速率相对较低,不适用于对波前像差的实时校正<sup>[10]</sup>。基于模型的 AO 系统是根据不同的原理建立系统模型的,常见的基于模型的 AO 控制算法有:模式法<sup>[11-12]</sup>、非线性优化算法<sup>[5]</sup>和几何光学原理近似算法<sup>[13-15]</sup>。文献[11-12]采用 Lukosz-Zernike 模式法来实现波前像差的校正。文献[5]根据变形镜上施加的控制信号与光强分布的非线性关系,建立像差估计、校正的静态模型,但校正效果有待改善。文献[13-15]给出了一种基于几何光学原理的无波前探测自适应光学系统。对于  $N$  阶 Zernike 像差校正,模式法最少需要  $N+1$  次远场光斑测量,非线性优化算法需要  $N+4$  次远场光斑测量,几何光学原理近似算法需要  $N+1$  次远场光斑测量。

基于几何光学原理的 AO 系统很容易实现,其不依赖具体的基函数模型,也不需要事先清除系统像差<sup>[13]</sup>。基于模型的无波前探测自适应光学系统是基于成像掩模探测信号  $S_{MD}$  与波前相位平均梯度平方和  $S_{MG}$  的线性关系而建立的。Huang 等<sup>[13]</sup>基于几何光学原理,率先提出二者间的线性关系,指出线性关系近似存在,但线性值不固定,且受探测半径的影响。Yang 等<sup>[15]</sup>基于物理光学知识从数学上推导出二者间的线性关系,线性值固定,并将其推广至扩展目标成像。以上研究成果处在理论研究及模拟仿真阶段,本文搭建 AO 系统实验平台,对  $S_{MD}$  与  $S_{MG}$  的线性关系进行验证,为基于模型的无波前探测自适应光学系统的实际应用提供支持。

## 2 理论基础

文献[13]提出成像掩模探测信号  $S_{MD}$  与波前相位平均梯度平方和  $S_{MG}$  存在近似线性关系,由文

献[13]可知

$$\iint \left\{ \left[ \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial y} \right]^2 \right\} dx dy = R^2 \iint I(u, v) \frac{(u^2 + v^2)}{R^2} du dv = R^2 \left\{ \iint I(u, v) du dv - \iint I(u, v) \left[ 1 - \frac{(u^2 + v^2)}{R^2} \right] du dv \right\}, \quad (1)$$

式中: $\Phi(x, y)$ 为待校正的波前像差; $(x, y)$ 为波平面坐标; $I(u, v)$ 为在像平面点 $(u, v)$ 处的远场光强分布; $R$ 为适宜的检测半径。假定光源为均匀照明,振幅为1。(1)式的左侧反映了波平面上波前信息,右侧代表像平面上远场光强分布信息。

掩模检测信号  $S_{MD}$  定义为

$$S_{MD} = \frac{\iint I(u, v) \left[ 1 - \frac{(u^2 + v^2)}{R^2} \right] du dv}{\iint I(u, v) du dv}, \quad (2)$$

式中: $u^2 + v^2 \leq R^2$ ,易知  $S_{MD}$  值总小于1。

波前相位的平均梯度平方和  $S_{MG}$  定义为

$$S_{MG} = D^{-1} \iint_D \left[ \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial y} \right]^2 dx dy, \quad (3)$$

式中: $D$ 为波前相位分布区域。

简化(1)式、(2)式和(3)式可得

$$M_{SG} \approx c_0 (1 - M_{DS}), \quad (4)$$

式中: $c_0$ 为线性关系的斜率。从(4)式可见, $M_{SG}$ 和  $M_{DS}$ 是近似成比例的。

文献[15]通过物理原理、数学推导,获得如下更准确的线性关系:

$$S_{MD} = 1 - \frac{\iint I(u, v) (u^2 + v^2) du dv}{R^2 \iint I(u, v) du dv} = S_{MD0} - \frac{1}{4\pi^2} (R^2)^{-1} \iint_{R^2} \left\{ \left[ \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial y} \right]^2 \right\} dx dy = S_{MD0} - \frac{1}{4\pi^2} S_{MG}, \quad (5)$$

式中: $S_{MD0}$ 为波前像差为零时的  $S_{MD}$  值。掩模  $m(r)$  定义为

$$m(r) = \begin{cases} 1 - r^2/R^2, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}, \quad (6)$$

式中: $r = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ ,掩模还可以定义为

$$m(r) = \begin{cases} r^2/R^2, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases} \quad (7)$$

当选用(7)式时,(5)式转换为

$$S_{MD} = S_{MD0} + \frac{1}{4\pi^2} S_{MG} \quad (8)$$

(5)式和(8)式明确显现了  $S_{MD}$  与  $S_{MG}$  的一次线性关系,且线性值为常数  $1/(4\pi^2)$ 。当选取不同的掩模时,  $S_{MD}$  与  $S_{MG}$  的线性趋势相反。

### 3 实 验

#### 3.1 37 单元无波前探测自适应光学系统

图 1 为 37 单元变形镜无波前传感自适应光学系统光路图。该系统主要包含波长 532 nm 的激光源、空间滤波器、37 单元变形镜、CCD 相机、哈特曼传感器、透镜(5 个)和分光棱镜(2 个)。哈特曼传感器的微透镜阵列呈正交分布,共有 128 个单元微透镜阵列,其相机是型号为 uEye UI-1540SE-M-GL 的 CMOS 相机;变形镜为荷兰 OKO 公司的 37 单元压电变形反射镜,镜面直径为 30 mm,驱动器最大形变量程为 8  $\mu\text{m}$ ; CCD 相机由嘉恒制造,型号为 0K-AM1101,这是一款逐行扫描黑白摄像头,最高帧频为 1000 frame/s,有效视频像元数为  $640 \times 480$ 。

由图 1 可知,激光源发出的光束经透镜 1 变为平行光束,透镜 2 和透镜 3 组合用于光束放大,光束经变形镜反射,经分光棱镜 2,一光束用于 CCD 相机成像,另一光束至哈特曼传感器。变形镜用于产生波前相差,CCD 相机用于采集远场光强分布信息,哈特曼传感器用于采集波前信息。

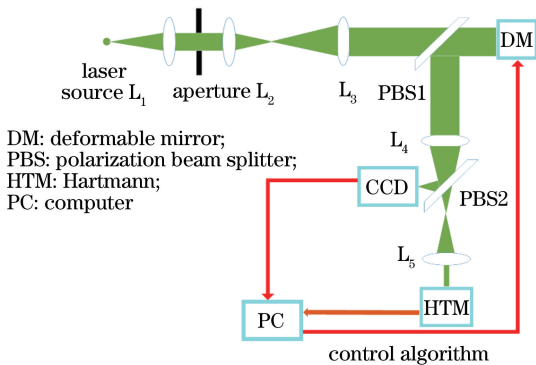


图 1 基于 37 单元变形镜无波前传感的自适应光学系统光路  
 Fig. 1 Optical path of the wavefront sensorless AO system based on 37-element deformable mirror

图 2 给出了变形镜 37 个驱动器的位置排布图,其中小图对应当前位置每个驱动器的影响函数。

图 3 给出了 37 单元变形镜对各 Zernike 单阶像差的拟合能力曲线图。定义拟合误差为残余波前方均根值(RMS)与原始波前 RMS 的比值,以此衡量对各单阶像差的拟合能力。

从图 3 可见,前 15 阶 Zernike 模式的拟合误差

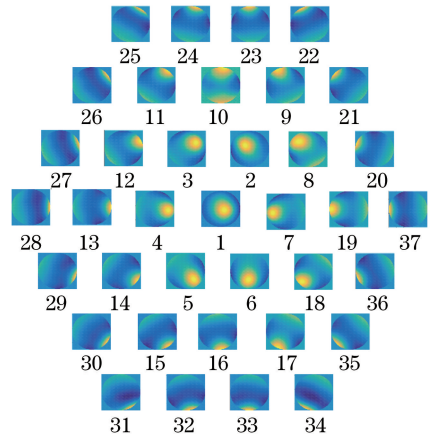


图 2 37 单元变形镜驱动器位置排布  
 Fig. 2 Actuators location of 37-element deformable mirror

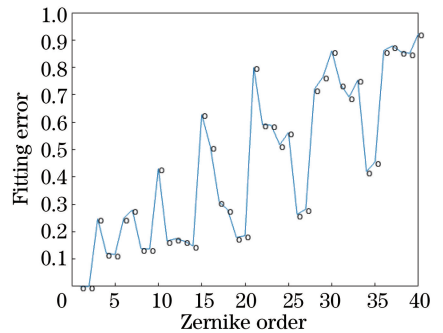


图 3 37 单元变形镜校正能力  
 Fig. 3 Correction capability of 37-element deformable mirror  
 小于 50%,说明 37 单元压电变形镜对 Zernike 多项式前 15 阶有较好的拟合效果。

#### 3.2 线性关系实验及结果分析

从理论基础部分可以看出,  $S_{MD}$  和  $S_{MG}$  存在线性关系,且线性值为常数。当取不同的掩模时,拟合直线的趋势不同。

为确保实验数据有足够的说服力,实验分为两部分,一部分选择变形镜的某一个驱动器作为被控对象,另一部分将全部驱动器作为控制对象,分别研究  $S_{MD}$  与  $S_{MG}$  的关系。

$S_{MG}$  的精度与波前探测器的精度有关,哈特曼分辨率越高,  $S_{MG}$  越精确。实验中分辨率取  $64 \times 64$ 。最终线性拟合结果不仅与波前探测器的精度有关,还受 CCD 相机位深的影响,位深越大,  $S_{MD}$  越精确。

首先,选取一种掩模,通过对变形镜驱动器施加控制信号向光路引入像差,同时 CCD 相机获取远场光强分布信息,哈特曼获取波前信息,采用(2)式和(3)式分别计算  $S_{MD}$  和  $S_{MG}$ 。将计算得到的  $S_{MD}$  和  $S_{MG}$  的实验数据进行一次线性拟合,最后得到  $S_{MD}$  和  $S_{MG}$  的对应分布关系。

当选取(7)式作为掩模时,通过一次线性拟合得到  $S_{MD}$  与  $S_{MG}$  的对应关系,如图 4 和图 5 所示。

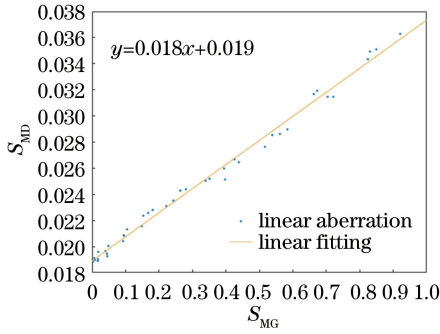


图 4 线性增加随机像差

Fig. 4 Linearly increasing random wavefront aberrations

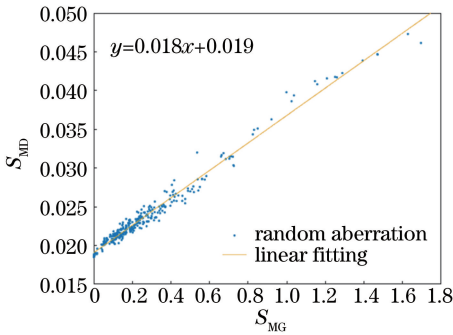


图 5 300 帧任意波前像差

Fig. 5 300 frames random wavefront aberrations

图 4 和图 5 中的点代表  $S_{MG}$  与  $S_{MD}$  的映射关系。图 4 选取一个驱动器作为受控对象,并线性增大控制信号,图 5 选取全部驱动器作为受控对象,并施加任意随机控制信号。两种设置下  $S_{MD}$  和  $S_{MG}$  大致分布在拟合直线的两侧,实线是所有分布点的一次线性拟合直线,拟合线性方程为  $y = 0.018x + 0.019$ 。容易看出,随着  $S_{MG}$  的增大,  $S_{MD}$  也逐渐增大,且  $S_{MD}$  总是大于无像差时的  $S_{MD0}$ 。

选取(6)式作为掩模时,  $S_{MD}$  与  $S_{MG}$  的对应关系如图 6 和图 7 所示。当选取一个驱动器作为受控对象时,  $S_{MG}$  与  $S_{MD}$  的映射关系如图 6 所示;当选取全部驱动器作为受控对象时,  $S_{MG}$  与  $S_{MD}$  的映射关系如图 7 所示。从图 6 和图 7 可以看出,  $S_{MD}$  和  $S_{MG}$  总是大致分布在一次线性拟合直线两侧,拟合线性方程为  $y = -0.018x + 0.98$ 。容易看出,随着  $S_{MG}$  的增大,  $S_{MD}$  逐渐减小,且  $S_{MD}$  总是小于无像差时的  $S_{MD0}$ 。

综上所述,无论选取(6)式还是(7)式作为掩模,  $S_{MD}$  与  $S_{MG}$  总存在线性关系,且斜率为常数 0.018,非常接近理论值  $1/(4\pi^2)$ 。以上结果验证了成像掩模探测器信号  $S_{MD}$  和波前相位的平均梯度平方和  $S_{MG}$  之间的线性关系,且与理论结果一致。

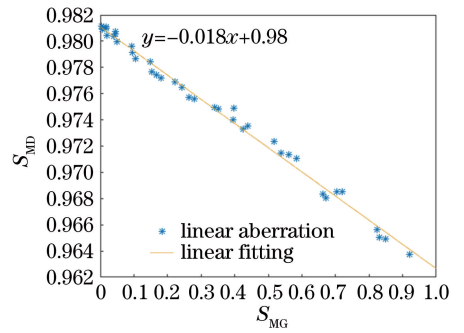


图 6 线性增加随机像差

Fig. 6 Linearly increasing random wavefront aberrations

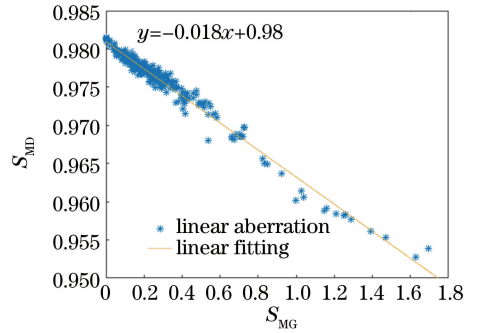


图 7 300 帧任意波前像差

Fig. 7 300 frames random wavefront aberrations

## 4 结 论

基于模型的无波前传感自适应光学系统是近年来研究的热点,前期研究成果大都基于理论分析和仿真模拟,因此有必要建立无波前探测自适应光学系统,验证成像掩模探测器信号  $S_{MD}$  与波前相位的平均梯度平方和  $S_{MG}$  之间的线性关系。使用 37 单元压电变形镜、CCD 相机和哈特曼传感器等主要元件建立实验平台,其中变形镜产生波前畸变信息,CCD 提供远场光强分布,哈特曼获取波前畸变信息。实验采用了两种不同的掩模方法,结果表明:不论采用哪种掩模,成像掩模探测器信号  $S_{MD}$  和波前相位的平均梯度平方和  $S_{MG}$  之间总具有线性关系,且线性值为 0.018,非常接近理论值  $1/(4\pi^2)$ 。以上研究结果为无波前探测自适应光学系统的实际应用提供了理论基础。

## 参 考 文 献

- [1] Muller R A, Buffington A. Real-time correction of atmospherically degraded telescope images through image sharpening[J]. Journal of the Optical Society of America, 1974, 64(9): 1200-1210.
- [2] Yang P, Liu Y, Yang W, et al. An adaptive laser

- beam shaping technique based on a genetic algorithm [J]. Chinese Optics Letters, 2007, 5(9): 497-500.
- [3] Zhao L N, Dai Y, Zhao J L, *et al.* Super-resolution imaging of pupil filter using deformable mirror [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(4): 041801.  
赵丽娜, 戴云, 赵军磊, 等. 基于变形反射镜的光瞳滤波超分辨成像 [J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(4): 041801.
- [4] Han L Q, You Y H. Performance of multiple input multiple output free space optical communication under atmospheric turbulence and atmospheric attenuation [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(7): 0706004.  
韩立强, 游雅晖. 大气衰减和大气湍流效应下多输入多输出自由空间光通信的性能 [J]. 中国激光, 2016, 43(7): 0706004.
- [5] Song H, Fraanje R, Schitter G, *et al.* Model-based aberration correction in a closed-loop wavefront-sensor-less adaptive optics system [J]. Optics Express, 2010, 18(23): 24070-24084.
- [6] Yang H Z, Wu J, Gong C L. Model-based sensorless adaptive optics system [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(8): 0801002.  
杨慧珍, 吴健, 龚成龙. 基于模型的无波前探测自适应光学系统 [J]. 光学学报, 2014, 34(8): 0801002.
- [7] Wang Z Q, Zhang P F, Qiao C H, *et al.* Simulation and analysis of general model-based wave-front sensorless adaptive optics system [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(9): 0905002.  
王志强, 张鹏飞, 乔春红, 等. 基于普适模型的无波前探测自适应光学系统仿真与分析 [J]. 中国激光, 2016, 43(9): 0905002.
- [8] Jiang P Z, Ma H T, Yuan L F, *et al.* Shaped beam of arbitrary size with adaptive optics based on stochastic parallel gradient descent algorithm [J]. Chinese Journal of Lasers, 2011, 38(12): 1202008.  
蒋鹏志, 马浩统, 袁凌峰, 等. 基于并行梯度下降算法的自适应任意口径光束整形 [J]. 中国激光, 2011, 38(12): 1202008.
- [9] Zhang J B, Chen B, Wang C X, *et al.* Dynamical wave-front distortion correction experiment based on stochastic parallel gradient descent algorithm for 61-element adaptive optics system [J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(3): 668-674.  
张金宝, 陈波, 王彩霞, 等. 61 单元自适应光学系统随机并行梯度下降算法动态实验研究 [J]. 中国激光, 2010, 37(3): 668-674.
- [10] Wu J, Yang H Z, Gong C L. Research of stochastic parallel gradient descent algorithm based on segmentation random disturbance amplitude [J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(7): 0712001.  
吴健, 杨慧珍, 龚成龙. 基于分段随机扰动幅值的随机并行梯度下降算法研究 [J]. 中国激光, 2014, 41(7): 0712001.
- [11] Booth M J. A model-based approach to wave front sensorless adaptive optics [C]. SPIE, 2007, 6306: 63060M.
- [12] Booth M J. Wavefront sensorless adaptive optics for large aberrations [J]. Optics Letters, 2007, 32(1): 5-7.
- [13] Huang L H, Rao C H. Wavefront sensorless adaptive optics: a general model-based approach [J]. Optics Express, 2011, 19(1): 371-379.
- [14] Huang L H. Coherent beam combination using a general model-based method [J]. Chinese Physics Letters, 2014, 31(9): 094205.
- [15] Yang H Z, Soloviev O, Verhaegen M. Model-based wavefront sensorless adaptive optics system for large aberrations and extended objects [J]. Optics Express, 2015, 23(19): 24587-24601.