

# 激光跟踪多站分时测量基站布局研究

王金栋, 孙荣康, 曾晓涛, 王庆杰

西南交通大学机械工程学院, 四川 成都 610031

**摘要** 利用激光跟踪仪并采用多站分时测量方法检测机床精度时,为了减小激光跟踪仪所在基站位置分布对测量结果的影响,对基站布局优化开展研究。分析了激光跟踪多站分时测量中基站分布位置对基站标定精度的影响。引入全球定位系统(GPS)测量中的位置精度衰减因子(PDOP)作为评价基站分布位置是否合理的指标,并构建了基站布局优化函数。在此基础上,针对测量时机床的三种不同运动区域(1D 直线、2D 平面、3D 空间),依据建立的基站分布优化函数对最优基站位置进行确定,并分析了空间不同位置处 PDOP 的变化规律,为现场测量基站位置的合理分布提供了参考依据。

**关键词** 测量; 激光跟踪仪; 多站分时测量; 基站布局; 位置精度衰减因子

中图分类号 TH721

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.0404005

## Research on Base Station Layout of Multi-Station and Time-Sharing Measurement by Laser Tracker

Wang Jindong, Sun Rongkang, Zeng Xiaotao, Wang Qingjie

School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China

**Abstract** In order to reduce the influence of base station layout on the measurement result in the machine tool precision detection by multi-station and time-sharing measurement with laser tracker, the research on optimization of base station layout is conducted. The influence of location layout of base station on its calibration accuracy by multi-station and time-sharing measurement is analyzed. The positional dilution of precision (PDOP) in global positioning system (GPS) measurement is applied as an indicator to evaluate whether the layout distribution of base station is reasonable or not, and the optimization function of base station layout is established. On this basis, the optimal layout position of base station is determined according to the established base station distribution optimization function for three different motion regions (1D line, 2D plane, 3D space) of machine tool during measurement. The distribution law of PDOP at different space positions is also analyzed, which can provide a reference for the reasonable distribution of base station layout in field measurement.

**Key words** measurement; laser tracker; multi-station and time-sharing measurement; base station layout; positional dilution of precision

**OCIS codes** 120.3930; 120.3940

## 1 引言

随着大尺寸测量技术的不断发展,激光跟踪仪作为一种新型三维测量仪器在工业测量中得到了广泛的应用<sup>[1-5]</sup>。激光跟踪仪摆脱了传统坐标测量机精密导轨的限制,有精度高、范围大、非接触、可现场

测量等优点<sup>[6]</sup>,在航空、航天、轮船、汽车等领域的测量中发挥着重要的作用。

近年来,激光跟踪仪也被应用到机床精度测试上,用以实现机床误差的快速标定,为机床的精度补偿提供数据支持<sup>[7-8]</sup>。激光跟踪仪通常采用球坐标测量原理,对于这种测量方式来说,角度测量误差是

收稿日期: 2017-10-23; 收到修改稿日期: 2017-11-16

基金项目: 国家自然科学基金(51305370)、中国博士后科学基金(2015M572491)、中央高校基本科研业务费专项资金(2682017CX025)

作者简介: 王金栋(1982—),男,博士,讲师,硕士生导师,主要从事激光精密测量方面的研究。

E-mail: wangjindong198205@163.com

引起坐标测量误差的主要来源<sup>[9]</sup>,并且角度误差会随着测量距离的增大而被进一步放大。同时,角度本身也难于精确测量,与激光干涉的测距精度相差甚远,极大地影响了空间坐标整体测量精度。目前,对数控机床检测精度要求越来越高,现有的这种基于球坐标的测量方式已难以满足其检测要求。为了提高测量精度,并考虑测量成本,国内外一些学者开始对激光跟踪多站分时测量机床精度的方法开展研究,研究主要集中在激光跟踪多站分时测量算法以及机床单项误差辨识上<sup>[10-12]</sup>,而对测量中激光跟踪仪所在基站位置布局研究较少。事实上,由于激光跟踪多站分时测量方法采用全球定位系统(GPS)原理,现场测量时激光跟踪仪所在基站位置分布对最终的测量精度也有一定的影响。如果基站分布位置不合理,将会产生较大的布局误差,甚至导致激光跟踪仪的高精度测距失去意义。在测量区域一定的前提下,如何合理布置基站位置、减小测量布局对基站标定的影响<sup>[13-14]</sup>以获得较高的基站标定精度,这对于进一步提高多站分时测量精度具有重要的作用。

本文以利用激光跟踪多站分时测量方法检测数控机床精度为例,对测量过程中激光跟踪仪所在基站布局分布开展研究,探索合理的基站分布位置规律,为进一步提高该方法的测量精度奠定基础。本文分析了激光跟踪多站分时测量中基站分布位置对基站标定精度的影响。通过引入 GPS 测量中的位置精度衰减因子(PDOP)作为评价基站分布位置是否合理的依据,并构建了基站布局优化函数。在此基础上,针对测量时机床的三种不同运动区域(1D 直线、2D 平面、3D 空间),依据建立的基站布局优化函数对最优基站位置进行确定,并分析了空间不同基站位置处 PDOP 值的变化情况,为现场测量基站分布提供一定的参考依据。

## 2 激光跟踪多站分时测量原理及算法

激光跟踪仪到目标点的距离  $L$  由干涉测量得到,两个电机驱动时带动两个角度编码器转动实现水平角  $\varphi$  和俯仰角  $\theta$  的测量,从而可由下式得到目标点的空间坐标:

$$\begin{cases} x = L \sin \varphi \cdot \cos \theta \\ y = L \sin \varphi \cdot \sin \theta \\ z = L \cos \varphi \end{cases} \quad (1)$$

对于这种测量方法来说,角度测量误差是引起坐标测量误差的主要来源。为了减小测角误差对整体测量精度的影响,通过一台激光跟踪仪先后在不

同基站位置对目标点进行测量,通过综合不同位置处的激光测距信息,实现目标点空间坐标的确定。图 1 为采用激光跟踪多站分时测量方法检测机床精度的原理图。图 2 为测量时基站和测量点的分布,其中  $P_1、P_2、P_3、P_4$  为测量时激光跟踪仪所在的基站位置,机床运动区域按正方体给出,其中  $A_0$  为初始测量点,同时在正方体运动区域的每条边上设置一定数目的测量点。测量时把猫眼安装在机床刀具附近,控制机床按设定的路径进给,一台激光跟踪仪分别在不同基站位置对机床运动进行测量,利用测量得到的大量点云数据,标定出激光跟踪仪所在的基站位置,然后基于 GPS 原理,确定出机床运动过程中测量点的空间坐标。

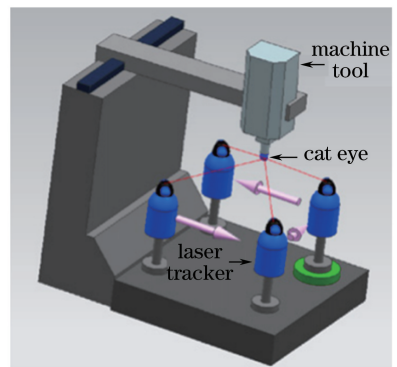


图 1 激光跟踪多站分时测量机床精度原理  
Fig. 1 Precision detection principle of machine tool by multi-station and time-sharing measurement by a laser tracker

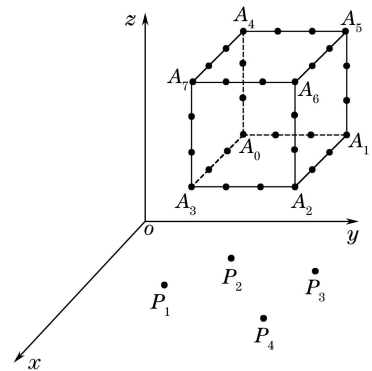


图 2 基站和测量点的分布  
Fig. 2 Distribution of base stations and measuring points

采用激光跟踪多站分时测量方法时,其测量算法主要涉及激光跟踪仪所在基站位置的标定和测量点空间坐标的确定。机床沿着预先设定好的路径运动,在其运动路径上设置一定数目的测量点,且各测量点的理论坐标  $A_i(x_i, y_i, z_i) (i=1, 2, \dots, n)$  是已知的,测量过程中测量点  $A_i$  到基站  $P_1$  的距离记为  $l_{1i}$ 。

设基站  $P_1(x, y, z)$  与测量点  $A_i(x_i, y_i, z_i)$  按

两点距离公式可以建立如下方程组：

$$\begin{cases} \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2}=l_{11} \\ \sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2}=l_{12} \\ \vdots \\ \sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2}=l_{1i} \end{cases} \quad (2)$$

(2)式是一个非线性冗余方程组,具体求解过程见参考文献[15],其求解结果如下式所示,其中  $C = x^2 + y^2 + z^2$ 。

$$\begin{bmatrix} 2\sum_{i=1}^n x_i^2 & 2\sum_{i=1}^n x_i y_i & 2\sum_{i=1}^n x_i z_i & -\sum_{i=1}^n x_i \\ 2\sum_{i=1}^n x_i y_i & 2\sum_{i=1}^n y_i^2 & 2\sum_{i=1}^n y_i z_i & -\sum_{i=1}^n y_i \\ 2\sum_{i=1}^n x_i z_i & 2\sum_{i=1}^n y_i z_i & 2\sum_{i=1}^n z_i^2 & -\sum_{i=1}^n z_i \\ -\sum_{i=1}^n x_i & -\sum_{i=1}^n y_i & -\sum_{i=1}^n z_i & \frac{n}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - l_{1i}^2) \\ \sum_{i=1}^n y_i(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - l_{1i}^2) \\ \sum_{i=1}^n z_i(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - l_{1i}^2) \\ -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - l_{1i}^2) \end{bmatrix} \quad (3)$$

通过上述过程,可以标定出基站  $P_1$  的坐标,重复上述过程即可确定出其他基站位置  $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$  的坐标。当确定出各基站位置后,基于 GPS 测量原理便可确定出测量过程中各测量点的实际坐标。

### 3 基站分布位置对基站标定精度的影响

采用激光跟踪多站分时测量方法时,测量点的整体测量精度在很大程度上取决于各基站位置的标定精度,因此准确标定出基站位置是一个关键问题。

下面通过数值仿真的方式对基站分布位置对基站标定精度的影响进行分析。仿真时,首先假定各基站位置为  $P_1(500, 600, 600)$ 、 $P_2(1200, 1400, 400)$ 、 $P_3(-300, 200, 1600)$ 、 $P_4(-300, 1400, 1600)$ 。机床运动区域按正方体  $1000 \text{ mm} \times 1000 \text{ mm} \times 1000 \text{ mm}$  给出,且初始目标点为  $A_0(0, 0, 0)$ ,同时在正方体的每条边上均匀分布着 4 个测量点。仿真过程中,在每一个测量点位置处加上机

床运动中的随机误差和系统误差。其中机床运动过程中的随机误差服从  $N(0, 3 \mu\text{m})$  的正态分布,而系统误差主要考虑机床在各测量点处的系统定位误差,为了简化计算,在各测量点处加上一个线性的系统定位误差,在机床运动  $1000 \text{ mm}$  的范围内,最大系统定位误差为  $5 \mu\text{m}$ 。当机床沿坐标轴运动最大距离为  $1000 \text{ mm}$  时,该位置处对应最大的系统定位误差  $5 \mu\text{m}$ ,机床运动到其他位置处的系统误差可根据其运动距离量线性计算得到。同时,在仿真过程中激光跟踪仪的测距误差服从  $N(0, 1 \mu\text{m})$  正态分布。通过前面推导出的基站标定结果[(3)式]即可确定出各基站的位置,并与假定的基站位置进行对比,即可得到基站位置的标定偏差。为了评价基站位置的整体标定精度,这里定义基站位置的整体标定偏差为:

$$M = \sqrt{(x'_p - x_p)^2 + (y'_p - y_p)^2 + (z'_p - z_p)^2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}, \quad (4)$$

式中  $(x'_p, y'_p, z'_p)$  为标定得到的基站位置,  $(x_p, y_p, z_p)$  为假定的基站位置;  $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 、 $\Delta z$  分别为不同基站位置处  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的偏差。

表 1 给出了在该工况下利用激光跟踪仪分别在不同基站位置对机床运动进行三次测量后,标定得到的不同基站位置处  $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 、 $\Delta z$  以及整体偏差  $M$  的平均值。

表 1 不同基站标定偏差的平均值

Table 1 Average calibration deviations of different

| Base station | base stations |            |            | $\mu\text{m}$ |
|--------------|---------------|------------|------------|---------------|
|              | $\Delta x$    | $\Delta y$ | $\Delta z$ | $M$           |
| $P_1$        | -2.1          | -1.2       | -1.2       | 2.7           |
| $P_2$        | 1.7           | 2.8        | -2.9       | 4.4           |
| $P_3$        | -3.9          | -3.0       | 3.8        | 5.8           |
| $P_4$        | 4.6           | 2.8        | 3.6        | 6.5           |

从表 1 可以看出,在相同的误差分布和测量过程中仅涉及距离测量而不涉及角度测量的前提下,不同基站位置处的标定偏差存在明显的差异,这些差异是由基站分布位置不同引起的,从而说明了激光跟踪多站分时测量时基站分布位置对基站标定精度的确有一定的影响。

### 4 基于 PDOP 的基站布局优化

如何确定一个指标对基站布局进行合理评价是一个关键问题。首先可以利用基站位置的整体标定偏差量最小为基站分布位置优化的目标函数,如下式所示:

$$H = \min \left[ \sqrt{(x'_p - x_p)^2 + (y'_p - y_p)^2 + (z'_p - z_p)^2} \right]. \quad (5)$$

采用该目标函数求解时,通常需要采用穷举法对大量的基站分布位置进行分析,求解过程较为繁琐,同时也不易求得准确的最优基站位置。在 GPS 测量中,通常采用 PDOP 来评价布局对测量的影响程度。通常 PDOP 值越大,表明该几何布局对测量结果影响较大,这种布局在测量点位置处将产生较大的计算位置误差。PDOP 的值取决于测量点到各基站构成矢量的方向余弦<sup>[16]</sup>。假定测量点为  $A(x, y, z)$ ,各基站位置为  $P_i(x_{pi}, y_{pi}, z_{pi})$ , $a_i$  为测量点到各基站位置的方向向量,如图 3 所示。

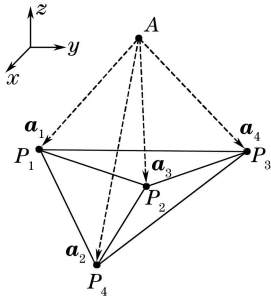


图 3 测量点到各基站位置的方向向量

Fig. 3 Direction vectors between a measuring point and different base stations

定义系数矩阵:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} \\ a_{x2} & a_{y2} & a_{z2} \\ a_{x3} & a_{y3} & a_{z3} \\ a_{x4} & a_{y4} & a_{z4} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中:

$$\begin{cases} a_{xi} = \frac{x_{pi} - x}{\sqrt{(x_{pi} - x)^2 + (y_{pi} - y)^2 + (z_{pi} - z)^2}} \\ a_{yi} = \frac{y_{pi} - y}{\sqrt{(x_{pi} - x)^2 + (y_{pi} - y)^2 + (z_{pi} - z)^2}} \\ a_{zi} = \frac{z_{pi} - z}{\sqrt{(x_{pi} - x)^2 + (y_{pi} - y)^2 + (z_{pi} - z)^2}} \end{cases}, \quad (7)$$

则 PDOP 可表示为  $\sqrt{\text{Trace}[(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}]}$ , 这里 Trace 表示矩阵的迹,即求矩阵主对角线元素之和。

为了验证 PDOP 能否准确反映激光跟踪多站分时测量中基站布局对基站标定精度的影响,表 2 给出了表 1 数据所在仿真工况下各基站整体标定偏差以及各基站位置处的 PDOP 值。

通过表 2 可以看出,随着基站位置处 PDOP 值的增大,基站整体标定偏差也随之增大,基站整体标

定偏差与其 PDOP 值的变化规律是一致的,因此可以采用基站位置处的 PDOP 值作为评价基站分布是否合理的指标。

表 2 不同基站整体标定偏差与其 PDOP 值

Table 2 Overall calibration deviations and PDOP values of different base stations

| Base station | $M / \mu\text{m}$ | PDOP  |
|--------------|-------------------|-------|
| $P_1$        | 2.7               | 0.405 |
| $P_2$        | 4.4               | 0.501 |
| $P_3$        | 5.8               | 0.654 |
| $P_4$        | 6.5               | 0.755 |

下面构建基于 PDOP 的激光跟踪多站分时测量基站布局优化函数。对于一给定的机床运动区域,假定测量点坐标为  $A_i(x_i, y_i, z_i) (i=1, 2, \dots, n)$ , 基站坐标为  $P(x_p, y_p, z_p)$ , 则最优基站位置处应满足如下条件:

$$H = \min \left\{ \sqrt{\text{Trace}[(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}]} \right\}, \quad (8)$$

要使  $H$  为极小,则应满足如下条件:

$$\frac{\partial H}{\partial x_p} = 0, \frac{\partial H}{\partial y_p} = 0, \frac{\partial H}{\partial z_p} = 0, \quad (9)$$

同时,(8)式中二阶偏导数应恒正,即满足:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x_p^2} > 0, \frac{\partial^2 H}{\partial y_p^2} > 0, \frac{\partial^2 H}{\partial z_p^2} > 0. \quad (10)$$

通过上述过程即可确定出最优基站位置的空间坐标。

## 5 不同测量区域下最优基站位置确定及分析

下面对机床不同测量区域(1D 直线、2D 平面、3D 空间)下最优基站位置进行确定,并对空间不同位置处的 PDOP 值的变化规律进行分析。

### 1) 测量区域为 1D 直线

假定机床运动区域为 1D 直线,直线长度为 1000 mm,初始目标点为  $A_0(0, 0, 0)$ ,同时在该直线上均匀分布着 54 个测量点。

当所有测量点共线时是不能确定出基站位置的,在这种情况下,基站可以处于一个以测量点所在直线为法线的圆周上任一点。进一步研究发现,在该测量区域下,无论基站分布在空间任何位置,其 PDOP 值都很大,表 3 给出了空间 4 个不同位置处基站位置的 PDOP 值。

通过表 3 可以看出,不同基站位置处的 PDOP 值都很大,表明该几何布局对测量结果的影响非常大。在该测量区域下,无论基站分布在哪个位置,都

无法实现对基站位置的准确标定,因此也就不存在最优基站位置。

表 3 测量区域为 1D 直线时不同基站位置的 PDOP 值  
Table 3 PDOP values of different base stations at 1D measuring area

| Base station | $P_1$             | $P_2$             | $P_3$             | $P_4$    |
|--------------|-------------------|-------------------|-------------------|----------|
| PDOP         | $3.7 \times 10^7$ | $4.9 \times 10^7$ | $8.3 \times 10^8$ | $\infty$ |

2) 测量区域为 2D 平面

假定机床运动区域为 2000 mm×2000 mm 的正方形,初始目标点为  $A_0(0, 0, 0)$ ,同时在每条边上均匀分布三个点。通过求解,可得到各最优基站位置如下: $P_1(352.41, 352.41, 733)$ 、 $P_2(352.41, 1647.59, 733)$ 、 $P_3(1647.59, 352.41, 733)$ 、 $P_4(1647.59, 1647.59, 733)$ 、 $P_5(352.41, 352.41, -733)$ 、 $P_6(352.41, 1647.59, -733)$ 、 $P_7(1647.59, 352.41, -733)$ 、 $P_8(1647.59, 1647.59, -733)$ 。最优基站位置共有 8 个,其中  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$  分别与  $P_5$ 、 $P_6$ 、 $P_7$ 、 $P_8$  关于  $z=0$  对称; $P_1$  与  $P_2$ 、 $P_3$  与  $P_4$  关于  $y=1000$  对称; $P_1$  与  $P_3$ 、 $P_2$  与  $P_4$  关于  $x=1000$  对称。

为了验证上述方法求解出的最优基站位置是否正确,同时分析在最优基站位置附近 PDOP 的变化情况,以最优基站  $P_1$  为例,对基站  $P_1$  分别沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴正向和负向移动一定距离时其 PDOP 变化规律进行分析。由于基站  $P_1$  沿  $x$ 、 $y$  轴运动时的 PDOP 曲线具有对称性,这里分别给出最优基站  $P_1$  分别沿  $x$ 、 $z$  轴正向和负向移动 3500 mm 时其 PDOP 的变化曲线,分别如图 4、图 5 所示。

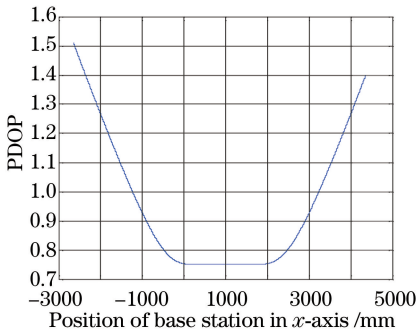


图 4 基站  $P_1$  沿  $x$  轴正负向移动 3500 mm 的 PDOP 变化曲线  
Fig. 4 PDOP variation curve of base station  $P_1$  which moves 3500 mm along the positive and negative directions of  $x$ -axis

从图 5 可以看出,最优基站位置在  $z$  方向有两个位置处的 PDOP 值最小,从图 5 确定出最优基站的  $z$  坐标与前面求解出最优基站位置的  $z$  坐标是一致的。同时,当激光跟踪仪所在基站位置分别从上

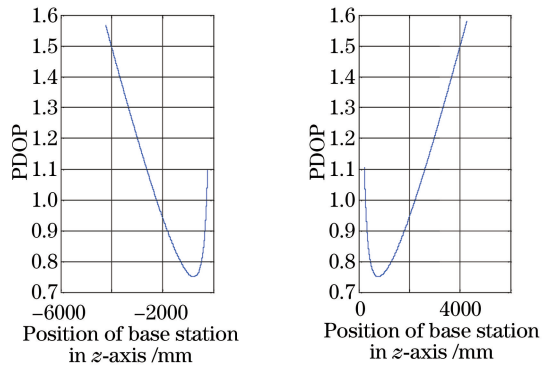


图 5 基站  $P_1$  沿  $z$  轴正负向移动 3500 mm 的 PDOP 变化曲线  
Fig. 5 PDOP variation curve of base station  $P_1$  which moves 3500 mm along the positive and negative directions of  $z$ -axis

下两侧接近被测点所在平面直至共面时,将会引起计算得到的 PDOP 发生奇异,从而导致在接近测量区域时 PDOP 剧增,且不连续。

从图 4 可以看出,当基站的  $x$  坐标位于  $[0, 2000]$  内时,其 PDOP 值变化很小,基本位于 PDOP 值为 0.75 的直线上,因此进行了细化测量。图 6 给出了最优基站  $P_1$  沿  $x$  轴正负向分别移动 900 mm 时,其 PDOP 变化曲线。

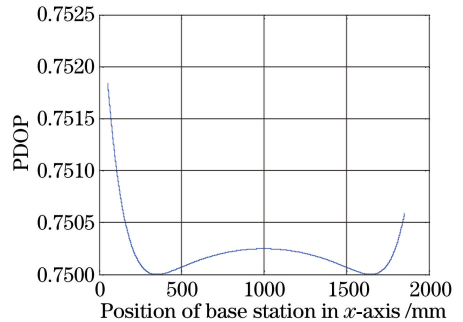


图 6 基站  $P_1$  沿  $x$  轴正负向移动 900 mm 的 PDOP 变化曲线  
Fig. 6 PDOP variation curve of base station  $P_1$  which moves 900 mm along the positive and negative directions of  $x$ -axis

从图 6 可以明显看出,最优基站位置在  $x$  方向分别有两个位置处的 PDOP 值最小,从图 6 确定出最优基站的  $x$  坐标与前面求解出最优基站位置的  $x$  坐标是一致的,从而验证了上述求解最优基站位置算法的准确性。同时,基站对该范围内测量点相对位置前移和后移是对称的,当基站到测量点距离离散度最小时,对应一个 PDOP 最小的位置。

图 7 给出了在该测量区域下 3D 空间不同位置处的 PDOP 值的分布情况。

从图 7 可以看出,当测量区域为 2D 平面时,空间不同位置处的 PDOP 值关于该测量区域呈对称分布,且接近被测点平面处对应的 PDOP 激增,远

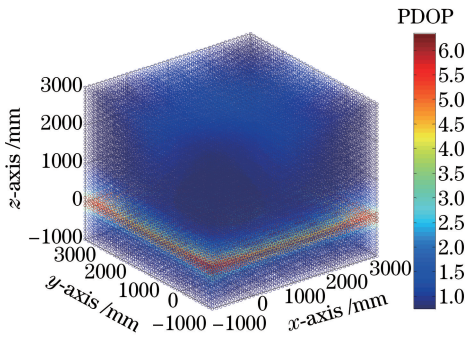


图 7 测量区域为 2D 平面时不同位置处 PDOP 的三维分布

Fig. 7 3D distribution of PDOP at different positions with 2D measuring area

离被测点平面处对应的 PDOP 相对较小。

### 3) 测量区域为 3D 空间

假定机床运动区域为  $1000\text{ mm} \times 1000\text{ mm} \times 1000\text{ mm}$  的正方体, 初始目标点为  $A_0(0, 0, 0)$ , 同时在每条边上均匀分布 4 个点。通过求解, 可得 PDOP 最小的最优基站位置为  $P_1(500, 500, 500)$ , 即机床运动区域的中心位置。图 8 给出了 3D 空间不同位置处的 PDOP 值的分布情况。

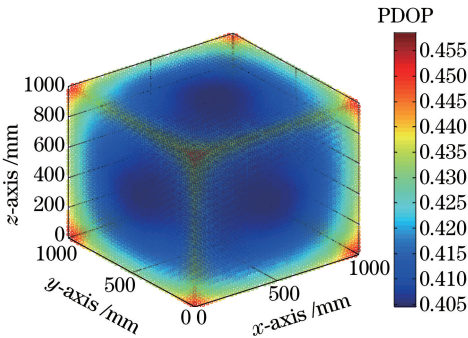


图 8 测量区域为 3D 空间时不同位置处 PDOP 的三维分布

Fig. 8 3D distribution of PDOP at different positions in 3D measuring area

从图 8 可以看出, 在机床运动区域各顶点位置附近对应的 PDOP 值较大。为了获得在机床运动区域内部不同位置处的 PDOP 值分布情况, 图 9 分别给出了机床运动区域内部不同截面处的 PDOP 分布情况。

从图 9 可以看出, 不同截面上 PDOP 分布的规律是一致的。在截面区域边缘的顶点位置附近 PDOP 值较大, 在截面区域的中心位置附近 PDOP 较小。从截面区域中心位置向四周移动时, 其 PDOP 值是逐步增大的。同时, 随着截面远离运动区域的中心, 其上 PDOP 值较大的区域逐步增大。进一步分析发现, 当基站位置位于机床运动区域外部时, 基站相对被测点距离离散程度增大, 其 PDOP

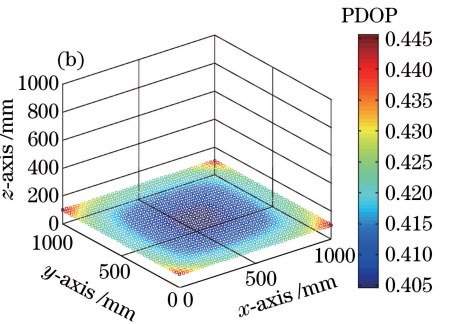
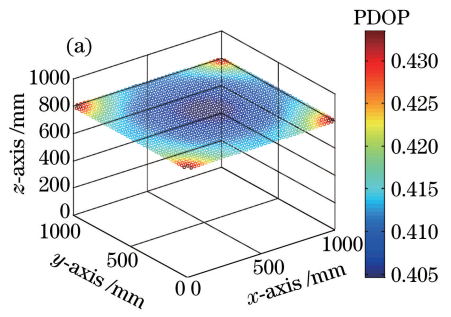


图 9 机床运动区域内部不同截面的 PDOP 分布。

(a)  $z=800\text{ mm}$ ; (b)  $z=100\text{ mm}$

Fig. 9 PDOP distribution on different sections inside the moving area of machine tool.

(a)  $z=800\text{ mm}$ ; (b)  $z=100\text{ mm}$

值大于机床内部位置处对应的值, 并且随着基站位置离确定出最优基站位置距离的增大, 其对应的 PDOP 值也逐步增大。

在表 1 数据所在的仿真工况下, 表 4 给出了最优基站位置以及其他位置处(图 10)的 PDOP 值和相应的整体标定偏差, 其中基站  $P_1$  位于确定出的最优基站位置处, 在机床运动区域的中心位置, 基站  $P_2$  位于最优基站位置的附近, 基站  $P_3$  位于机床运动区域的顶点附近, 基站  $P_4$  位于机床运动区域的外部。

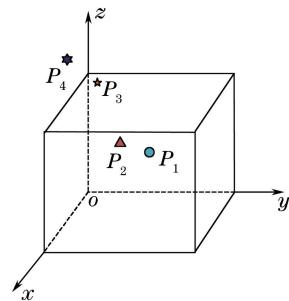


图 10 基站位置的分布

Fig. 10 Distribution of base stations

从表 4 可以看出, 在最优基站  $P_1$  位置处基站整体标定偏差最小, 在该位置处基站的标定偏差主要受机床误差、激光跟踪仪测距误差的影响。基站  $P_2$  距最优基站  $P_1$  较近, 其整体标定偏差也较小。随着离最优基站距离的增大, 对应位置处基站的标

定偏差受基站布局影响程度也逐步增大。基站  $P_3$ 、 $P_4$  距最优基站  $P_1$  较远, 基站整体标定偏差明显增大。这里需要说明的是表 4 中给出的基站位置标定偏差是在该工况下确定出的。随着设置机床运动区域的大小、测量点数的多少以及机床误差和激光跟踪仪测量误差大小的改变, 得到的基站位置 PDOP 值以及基站位置的标定偏差也会有所不同。

表 4 不同基站整体标定偏差与其 PDOP 值

Table 4 Overall calibration deviations and their PDOP values at different base stations

| Base station | M /mm | PDOP  |
|--------------|-------|-------|
| $P_1$        | 2.3   | 0.401 |
| $P_2$        | 2.5   | 0.401 |
| $P_3$        | 4.2   | 0.462 |
| $P_4$        | 5.2   | 0.586 |

测量时, 根据设置的机床运动区域以及测量点数, 应首先构建基于 PDOP 的基站布局优化函数, 然后按照(8)式的求解方法, 确定出最优基站位置。现场测量时, 激光跟踪仪的安装位置会受到机床结构、测量过程猫眼挡光等问题的限制, 一般难以将激光跟踪仪放置在确定出的最优基站位置处, 此时应尽量将激光跟踪仪放置在离最优基站位置较近的区域内, 以减小基站分布位置对测量结果的影响。

## 6 不同测量区域对基站标定影响程度分析

利用激光跟踪仪采用多站分时测量方法检测机床精度时, 可以设置不同的机床运动区域。机床不同的运动区域对基站标定影响程度也有所不同。下面着重分析在测量点数相同的前提下, 机床运动区域分别为 3D 空间、2D 平面和 1D 直线时对基站标定的影响程度。表 5 给出了在上述不同测量区域下, 基站  $P_1$  处的 PDOP 值。

表 5 不同测量区域下基站  $P_1$  处的 PDOP 值

Table 5 PDOP values of base station  $P_1$  at different measuring areas

| Item                         | PDOP     |                   |                   |                   |                   |
|------------------------------|----------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Number of measurement points | 20       | 32                | 44                | 56                |                   |
|                              | 3D space | 0.732             | 0.571             | 0.494             | 0.432             |
| Measuring area               | 2D plane | 1.054             | 0.833             | 0.712             | 0.635             |
|                              | 1D line  | $2.8 \times 10^8$ | $1.1 \times 10^8$ | $7.7 \times 10^7$ | $5.8 \times 10^7$ |

从表 5 可以看出, 在测量点数相同的前提下, 当机床运动区域为 3D 空间时, 基站  $P_1$  处的 PDOP 值较小, 表明该几何布局对测量结果的影响程度较小, 基站位置易于获得较高的标定精度。当机床运动区

域为 1D 直线时, 基站  $P_1$  处的 PDOP 值非常大, 表明该几何布局对测量结果影响程度很大, 已无法实现基站位置的准确标定。由此可以看出, 随着测量区域维数的降低, 该布局对基站标定的影响程度变得越大。

此外, 测量过程中测量点数目对基站位置处 PDOP 值也会产生一定的影响。从表 5 可以看出, 在相同的测量区域下, 随着测量点数的增多, 确定出基站位置处的 PDOP 值减小, 这表明在测量区域一定的条件下, 增加测量点数可以减小系统布对基站标定精度的影响程度。

## 7 结 论

1) 分析了利用激光跟踪仪采用多站分时测量方法检测机床精度时, 激光跟踪仪所在的基站位置分布对基站标定精度的确有一定的影响。通过仿真计算发现基站位置处的整体标定偏差与其 PDOP 值存在着对应关系, 随着基站位置处的 PDOP 值增大, 基站整体标定偏差也随之增大。

2) 构建了基于 PDOP 的激光跟踪多站分时测量基站布局优化函数, 给出了最优基站位置的求解方法, 并验证了该求解方法的准确性。

3) 针对测量时机床的三种不同运动区域, 对最优基站位置进行确定, 分析了空间不同位置处 PDOP 值的变化规律, 并对不同测量区域对基站标定影响程度进行了分析, 为现场测量基站分布提供一定的参考依据。

## 参 考 文 献

[1] Wang Y X, Min J, Liu G. Application of laser tracker in assembly jig manufacturing for aircraft[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2010(19): 84-86.  
王彦喜, 闵俊, 刘刚. 激光跟踪仪在飞机型架装配中的应用[J]. 航空制造技术, 2010(19): 84-86.

[2] Yao L B, Sun H L, Wang X, et al. Detecting system of track static regularities basic on the laser tracker[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2016, 44(8): 1260-1265.  
姚连璧, 孙海丽, 王璇, 等. 基于激光跟踪仪的轨道静态平顺性检测系统[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2016, 44(8): 1260-1265.

[3] Zhang C F, Zhang J, Tang W Y, et al. Application of laser tracker on geometric parameters measurement of large dimensional workpieces [J]. Tool Engineering, 2002, 36(5): 26-28.  
张春富, 张军, 唐文彦. 激光跟踪仪在大尺寸工件几何参数测量中的应用[J]. 工具技术, 2002, 36(5): 26-28.

- [4] Li J, Wu F, Wu S B, *et al.* Using a laser tracker to measure the surface of off-axis aspheric mirror during grinding[J]. *Acta Optical Sinica*, 2012, 32(1): 0112002.  
李杰, 伍凡, 吴时彬, 等. 使用激光跟踪仪测量研磨阶段离轴非球面面形[J]. *光学学报*, 2012, 32(1): 0112002.
- [5] Shi Z Y, Zhang B, Lin J C, *et al.* Principle and critical technology of in site measurement system with laser tracker for mega gear[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(9): 2340-2347.  
石照耀, 张白, 林家春, 等. 特大型齿轮激光跟踪在位测量原理及关键技术[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(9): 2340-2347.
- [6] Yin J. Real-time tool pose measurement based on two path laser tracking of five-axis machine tool[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(12): 121207.  
殷建. 基于两路激光实时跟踪的机床刀具位姿误差测量[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(12): 121207.
- [7] Schwenke H, Schmitt R, Jatzkowski P, *et al.* On-the-fly calibration of linear and rotary axes of machine tools and CMMs using a tracking interferometer[J]. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 2009, 58(1): 477-480.
- [8] Yan Y G, Ouyang J F, Yang H G, *et al.* Calibration of laser tracker and its application in detection of machining tool[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(s1): 158-161.  
闫勇刚, 欧阳健飞, 杨红果, 等. 激光跟踪仪校准技术及在机床检测中的应用[J]. *红外与激光工程*, 2008, 37(s1): 158-161.
- [9] Liu L, Chen X D, Xiong L, *et al.* Angle error investigation in laser tracker testing large aspheric mirrors[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(11): 1104003.  
刘力, 陈新东, 熊玲, 等. 大口径非球面检测中激光跟踪仪测角误差研究[J]. *中国激光*, 2016, 43(11): 1104003.
- [10] Aguado S, Santolaria J, Samper D, *et al.* Empirical analysis of the efficient use of geometric error identification in a machine tool by tracking measurement techniques[J]. *Measurement Science and Technology*, 2016, 27(3): 1-12.
- [11] Zhang Z J, Hu H, Liu X. Measurement of geometric error of machine tool guide way system based on laser tracker[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, 38(9): 0908002.  
张振久, 胡泓, 刘欣. 基于激光跟踪仪的机床导轨系统误差检测[J]. *中国激光*, 2011, 38(9): 0908002.
- [12] Schwenke H, Franke M, Hannaford J. Error mapping of CMMs and machine tools by a single tracking interferometer [J]. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 2005, 54(1): 475-478.
- [13] Zhang G X, Lin Y B, Li X H, *et al.* Four-beam laser tracking interferometer system for three-dimensional coordinate measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, 23(9): 1030-1036.  
张国雄, 林永兵, 李杏华, 等. 四路激光跟踪干涉三维坐标测量系统[J]. *光学学报*, 2003, 23(9): 1030-1036.
- [14] Hu J Z, Yu X F, Peng P, *et al.* Layout optimization of three-dimensional coordinate measurement system based on laser multi-lateration[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, 41(1): 0108006.  
胡进忠, 余晓芬, 彭鹏, 等. 基于激光多边法的坐标测量系统布局优化[J]. *中国激光*, 2014, 41(1): 0108006.
- [15] Wang J D, Guo J J, Deng Y F, *et al.* Geometric precision detection for numerical control machine tool based on laser tracker[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2011, 45(3): 85-90.  
王金栋, 郭俊杰, 邓玉芬, 等. 应用激光跟踪仪的数控机床几何精度检测[J]. *西安交通大学学报*, 2011, 45(3): 85-90.
- [16] Lin Y B, Zhang G X, Li Z, *et al.* Four-beam laser tracking interferometer system for three-dimensional coordinate measurement [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2002, 29(11): 1000-1005.  
林永兵, 张国雄, 李真, 等. 四路激光跟踪三维测量系统最佳布局[J]. *中国激光*, 2002, 29(11): 1000-1005.