

被动型氢原子钟单频调制的鉴频特性研究

郑贺斐^{1,2}, 李晶¹, 冯克明¹, 王文明¹, 高连山¹

¹北京无线电计量测试研究所, 北京 100854;

²中国航天科工集团二院研究生院, 北京 100854

摘要 基于调制转移光谱、吸收鉴频和色散鉴频技术的应用, 根据被动型氢原子钟的工作原理, 对单频调制的微波探测信号的氢原子跃迁鉴频和微波腔谐振鉴频过程进行了详细的理论分析和数学推导。在此基础上仿真得到了鉴频曲线与不同调制深度对应的误差信号幅值的关系, 并与实验测试结果进行对比分析, 验证了被动型氢原子钟单频调制的调制解调原理的推导过程, 得到了使被动型氢原子钟短期稳定度最好的调制深度; 上述分析过程为被动型氢原子钟单频调制技术提供了性能优化的理论基础和依据, 为电路方案改进提供了设计原理。

关键词 光谱学; 被动型氢原子钟; 单频调制技术; 鉴频; 理论分析; 优化

中图分类号 V411.8

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.0311001

Frequency Discrimination for Passive Hydrogen Maser Based on Single Frequency Modulation

Zheng Hefei^{1,2}, Li Jing¹, Feng Keming¹, Wang Wenming¹, Gao Lianshan¹

¹Beijing Institute of Radio Metrology and Measurement, Beijing 100854, China;

²The Second Academy of China Aerospace Science and Industry Corporation, Beijing 100854, China

Abstract On the basis of the technological application of modulation transfer spectroscopy, absorption frequency discrimination, and dispersion frequency discrimination, according to the operating theory of passive hydrogen maser, the theoretical analysis of the process where a single frequency modulation signal carries out frequency discrimination of hydrogen transition and of the microwave cavity resonance are mathematically derived in details. The relation of frequency discrimination curves and the error signal amplitudes with different modulation depths from simulation is obtained by simulation, and the simulated results are compared with the experimental results. The simulated and experimental results verify the effectiveness of the derivation process, and the modulation depth is acquired, which endows the short-term stability of passive hydrogen maser with the best performance. The analysis procedure provides the theoretical basis of performance optimization for passive hydrogen maser based on single frequency modulation, and it provides the design principle of project improvement for electronic circuit.

Key words spectroscopy; passive hydrogen maser; single frequency modulation; frequency discrimination; theoretical analysis; optimization

OCIS codes 300.1030; 300.2140; 300.6290; 300.6380

1 引言

被动型氢原子钟以其优异的中短期频率稳定度以及较小的体积、质量, 成为目前世界上应用广泛的

时间频率标准。被动型氢原子钟的应用已深入到许多方面, 例如守时授时、时间同步、时频计量、深空探测、导航定位等^[1]。由于新一代北斗导航系统部分卫星的主钟采用了被动型氢原子钟, 因此被动型氢

收稿日期: 2017-09-04; 收到修改稿日期: 2017-09-27

基金项目: 国家自然科学基金(GFZX0301020104)

作者简介: 郑贺斐(1991—), 女, 博士研究生, 主要从事空间和地面被动型氢原子钟方面的研究。

E-mail: zhenghefei@sina.com

导师简介: 冯克明(1966—), 男, 硕士, 研究员, 博士生导师, 主要从事原子钟技术方面的研究。

E-mail: kmfeng@sina.com

原子钟性能指标的好坏直接决定了导航定位系统的定位精确度^[2]。

被动型氢原子钟的频率调制解调技术是决定其锁频性能的关键技术。目前较为通用的是采用单频调制、相位鉴频的方法^[3],氢原子跃迁和微波腔两个鉴频器采用同一个信号调制,从微波腔输出的信号携带了包含晶振频率与跃迁频率以及微波腔频率与晶振频率两组频差信息的调幅信号^[4]。两组误差信号的大小是整钟短期频率稳定性和控腔能力的决定性因素之一,晶振频率锁定不准确会导致整钟标准信号的输出发生频偏以及频率稳定度变差。微波腔的谐振频率锁定不准确还会因微波腔对跃迁频率的牵引效应而使标准信号的输出发生频偏,进而导致整机温度系数增加,长期稳定度变差。

尽管被动型氢原子钟已经研制成功并得到了广泛应用,但目前对整钟的理论研究并不系统、完

善^[5]。因此本文具体分析了被动型氢原子钟单频调制的技术原理,并对数学推导的结果进行仿真,将仿真结果与实验测试结果进行对比分析验证,在一定程度上为被动型氢原子钟的技术方案提供研究基础和优化依据。

2 被动型氢原子钟的工作原理

被动型氢原子钟由电路部分和物理部分组成。电路部分产生频率调制的微波信号并处理两路锁频环路的误差信号,物理部分作为量子鉴频可提供频率为 1.420405751 GHz 的标准频率^[6]。被动型氢原子钟的方案框图如图 1 所示。

为了消除物理系统内因腔温不稳定产生微波腔谐振频率变化而引起跃迁频率变化的牵引效应,除了晶振锁频环外,还需要采用温控电路来稳定腔温,并用另一个锁频环去控制微波腔的频率。因此,被动型氢原子钟需要两个锁频环路^[7]。

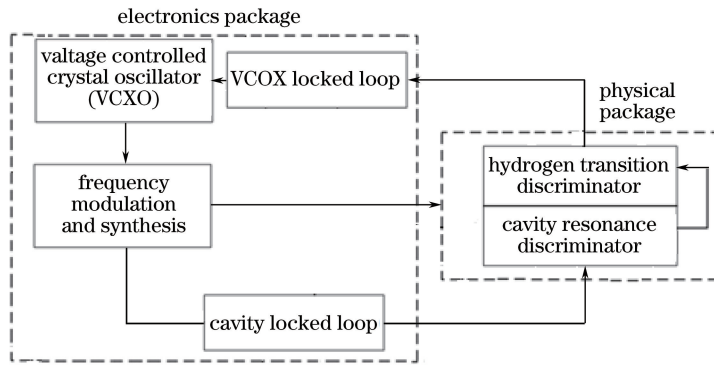


图 1 被动型氢原子钟的方案框图

Fig. 1 Schematic of passive hydrogen maser

电路部分对 10 MHz 晶振输出的信号进行频率合成和频率调制,产生中心频率与氢原子超精细能级跃迁频率接近的微波探测信号,将该信号作为物理部分的激励信号注入腔内。在氢原子跃迁和微波腔两个鉴频器的作用下,微波信号携带含有两个频差信息的调幅信号。电路部分对出腔信号进行放大、下变频以及检波处理,通过两路移相分离且各自携带误差信息的信号分别控制晶振和微波腔,完成两个锁频环路^[8]。被动型氢原子钟的工作原理框图如图 2 所示。最终,微波腔的谐振频率锁定在晶振频率处,以减小腔牵引效应对跃迁频率的影响。晶振频率锁定在氢原子超精细能级跃迁频率处,可输出准确、稳定的频率信号^[9]。

物理部分用于实现氢原子超精细能级跃迁,为整钟提供作为标准的原子鉴频信号。其中,微波腔为氢

原子超精细能级跃迁提供电磁场环境和储能机构,其谐振特性作为带宽较宽的鉴频谱线^[10]。用网络分析仪测试得到的氢原子超精细能级跃迁谱线和微波腔的谐振曲线如图 3 和图 4 所示。图 3 曲线的中心频率为 1420405751 Hz,频率范围为 10 Hz。图 4 曲线的中心频率为 1420405751 Hz,频率范围为 1 MHz,两个鉴频谱线的带宽分别为 4 Hz 和 180000 Hz。当调制频率大于氢原子跃迁的带宽时,得到的鉴频谱线称为色散谱线,误差信号的相位与调制信号的相位相同;当调制频率小于微波腔谐振的带宽时,得到的鉴频谱线称为吸收谱线,误差信号的相位比调制信号的相位滞后约 90°。因此,采用一个大于氢原子跃迁带宽且小于微波腔谐振带宽的调制频率,可以使两个鉴频过程产生的误差信号相位差接近 90°^[11]。通过正交分离两个误差信号,可以分别实现两个环路的锁定^[12]。

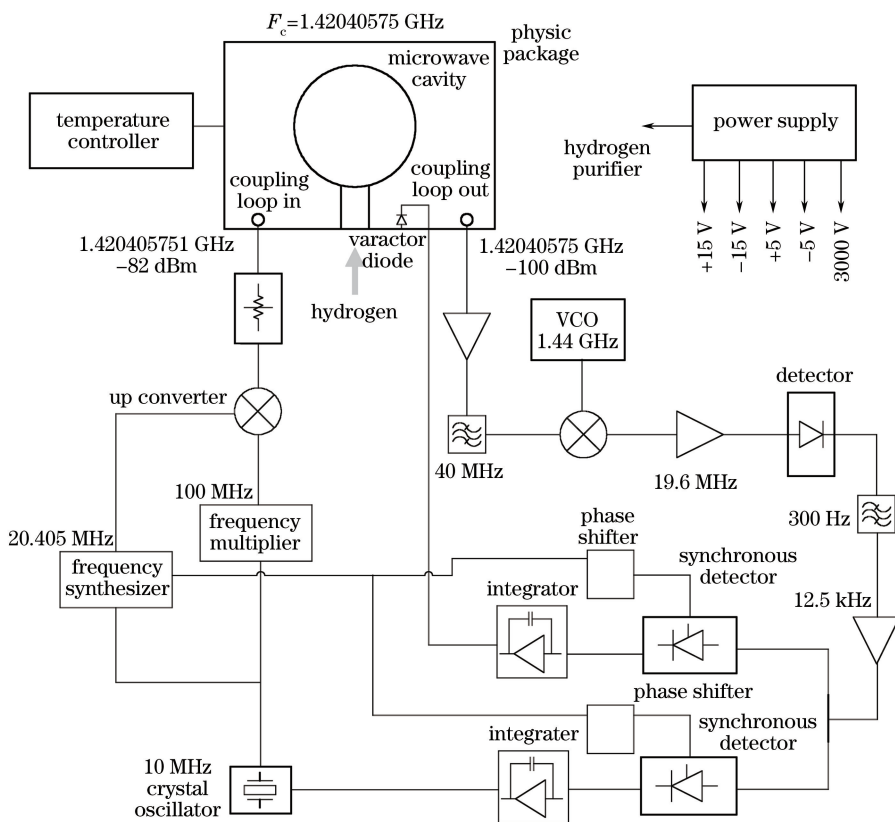


图 2 被动型氢原子钟工作原理图

Fig. 2 Operating principle of passive hydrogen maser

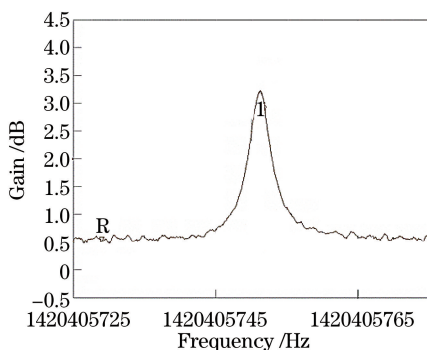


图 3 氢原子超精细能级跃迁谱线

Fig. 3 Transition spectrum curve of hydrogen atoms

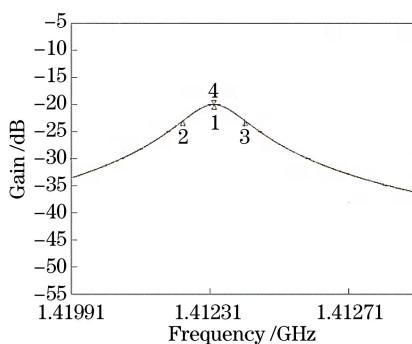


图 4 微波腔谐振曲线

Fig. 4 Resonance curve of microwave cavity

3 被动型氢原子钟单频调制技术理论分析

被动型氢原子钟通常采用单频调制和相位分离技术,在特定的调制频率下,这种方法可确定合适的调制深度,使误差信号的幅值变大,从而提高信噪比,得到较好的频率稳定度^[13]。

用指数函数形式表示电路部分产生的频率调制的探测信号^[14]:

$$E_{inc} = E_0 \exp\{i[\omega + \phi(t)]t\} = E_0 \exp\{i[\omega t + mg(t)]\}, \quad (1)$$

式中 E_0 为探测信号的幅度, ω 为探测信号的频率, $\phi(t)$ 为微波调制信号的函数, t 为时间, m 为调制指数, $g(t)$ 为调制函数。

对于正弦波调制,调制函数为

$$\begin{cases} \phi(t) = \Delta\omega \cos(\omega_m t) \\ m = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} \\ g(t) = \sin(\omega_m t) \end{cases}, \quad (2)$$

式中 $\Delta\omega$ 为调制深度, ω_m 为调制频率。

引入第一种贝塞尔函数:

$$A(i\omega) = A_R(\omega) + iA(i\omega) = \exp[img(t)] =$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) \exp(in\omega_m t) = J_0(m) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p}(m) \cos(2p\omega_m t) + 2i \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p-1}(m) \sin[(2p-1)\omega_m t] + iA_1(\omega), \quad (3)$$

式中 $A(i\omega)$ 为鉴频器的频率响应传递函数, $A_R(\omega)$ 为鉴频器的频率响应函数的实部, $A_I(\omega)$ 为鉴频器的频率响应函数的虚部, p 为正整数, $J_n(m)$ 为 n 阶贝塞尔函数^[15]。

因为贝塞尔函数的高阶较小,可以忽略,所以探测信号仅考虑由 $J_0(m)$ 和 $J_1(m)$ 定义的基带和一阶边带确定。为方便计算,令 $E_0 = 1$ 。因此频率调制的探测信号表达式可近似化简为^[16]

$$E_{\text{int}} \approx [J_0(m) + 2iJ_1(m) \sin(\omega_m t)] \exp(i\omega t) = J_0(m) \exp(i\omega t) + J_1(m) \exp[i(\omega + \omega_m)t] - J_1(m) \exp[i(\omega - \omega_m)t]. \quad (4)$$

设鉴频器的频率响应传递函数为

$$A(i\omega) = A_R(\omega) + iA_I(\omega). \quad (5)$$

对于被动型氢原子钟的物理部分,作为鉴频器的氢原子超精细能级跃迁的传递函数的表达式为^[17]

$$A_{\text{HR}}(\omega) = \frac{\gamma_H^2(1-z) + (\omega - \omega_0) \left[\omega - \omega_0 + \frac{\gamma_H}{\gamma_C}(\omega - \omega_C) \right]}{[\gamma_H(1-z)]^2 + \left[\omega - \omega_0 + \frac{\gamma_H}{\gamma_C}(\omega - \omega_C) \right]^2}, \quad (6)$$

$$A_{\text{HI}}(\omega) = \frac{\gamma_H \left[\omega - \omega_0 + \frac{\gamma_H}{\gamma_C}(\omega - \omega_C) \right]}{[\gamma_H(1-z)]^2 + \left[\omega - \omega_0 + \frac{\gamma_H}{\gamma_C}(\omega - \omega_C) \right]^2}, \quad (7)$$

式中 $A_{\text{HR}}(\omega)$ 为氢原子超精细能级跃迁的频率响应函数的实部; $A_{\text{HI}}(\omega)$ 为氢原子超精细能级跃迁的频率响应函数的虚部; γ_H 为氢原子超精细能级跃迁谱线的带宽; γ_C 为微波腔谐振曲线的带宽; z 为归一化粒子数差,对于被动型氢原子钟, $0 < z < 1$; ω_0 为氢原子超精细能级跃迁的中心频率; ω_C 为微波腔谐振的中心频率。

在被动型氢原子钟的物理部分,作为鉴频器的微波腔谐振的传递函数的具体表达式为^[18]

$$\omega_C A_{\text{CR}}(\omega) = \frac{\gamma_C^2}{\gamma_C^2 + (\omega - \omega_C)^2}, \quad (8)$$

$$A_{\text{CI}}(\omega) = \frac{\gamma_C \times (\omega - \omega_C)}{\gamma_C^2 + (\omega - \omega_C)^2}, \quad (9)$$

式中 $A_{\text{CR}}(\omega)$ 为微波腔谐振的频率响应函数的实部, $A_{\text{CI}}(\omega)$ 为微波腔谐振的频率响应函数的虚部。

通过鉴频器后,输出信号的表达式为^[19]

$$E_{\text{out}} \approx J_0(m) [A_R(\omega) + iA_I(\omega)] \exp(i\omega t) + J_1(m) [A_R(\omega + \omega_m) + iA_I(\omega + \omega_m)] \times \exp[i(\omega + \omega_m)t] - J_1(m) [A_R(\omega - \omega_m) + iA_I(\omega - \omega_m)] \exp[i(\omega - \omega_m)t]. \quad (10)$$

电路部分对输出信号进行幅度检波和中心频率为 ω_m 的带通滤波,对应计算的数学表达式为对输出信号的表达式进行平方,并只保留频率为 ω_m 的表项。当探测信号的频率与鉴频器的中心频率相等时,误差信号的值为零,其表达式为

$$S(\omega_0, \omega_m) = 2 \times J_0(m) J_1(m) [\epsilon(\omega_0, \omega_m) \times \cos(\omega_m t) + \lambda(\omega_0, \omega_m) \sin(\omega_m t)], \quad (11)$$

其中,

$$\epsilon(\omega_0, \omega_m) = A_R(\omega_0) \times [A_R(\omega_0 + \omega_m) - A_R(\omega_0 - \omega_m)] + A_I(\omega_0) \times [A_I(\omega_0 + \omega_m) - A_I(\omega_0 - \omega_m)], \quad (12)$$

$$\lambda(\omega_0, \omega_m) = A_R(\omega_0) \times [A_I(\omega_0 + \omega_m) + A_I(\omega_0 - \omega_m)] - A_I(\omega_0) \times [A_R(\omega_0 + \omega_m) + A_R(\omega_0 - \omega_m)]. \quad (13)$$

令探测信号与鉴频器中心频率的频差为 $x = \omega - \omega_0$, 则误差信号为

$$\xi(x, \omega_m) = 2 \times J_0(m) J_1(m) [\epsilon(x, \omega_m) \cos(\omega_m t) + \lambda(x, \omega_m) \sin(\omega_m t)], \quad (14)$$

式中 $\epsilon(x, \omega_m)$ 为 $\cos(\omega_m t)$ 的系数,其谱线为吸收谱线; $\lambda(x, \omega_m)$ 为 $\sin(\omega_m t)$ 的系数,其谱线为色散谱线。因为 $\cos(\omega_m t)$ 和 $\sin(\omega_m t)$ 的相位相差 90° , 所以吸收谱线和色散谱线鉴频代表的误差信号的相位也相差 90° 。

4 被动型氢原子钟单频调制技术仿真及实验验证

目前,被动型氢原子钟单频调制的调制频率 $\omega_m = 12.5$ kHz。频率调制的探测信号进入物理部分后,会与氢原子跃迁和微波腔谐振同时作用,使其产生鉴频特性。由于其调制频率远大于氢原子跃迁的带宽且小于微波腔谐振的带宽,故而氢原子跃迁对探测信号的鉴频为色散谱线起主要作用。当存在频差时,滤波得到的误差信号与探测信号的相位相同,微波腔谐振对探测信号的鉴频为色散谱线起主要作用;当存在频差时,滤波得到的误差信号比探测信号的相位滞后 90° ^[20]。

将实测得到的氢原子超精细能级跃迁谱线的参

数($\gamma_H = 4 \text{ Hz}$ 和 $z = 0.4$)代入(14)式,得到了氢原子超精细能级跃迁鉴频谱线的吸收谱线和色散谱线,如图 5 所示。

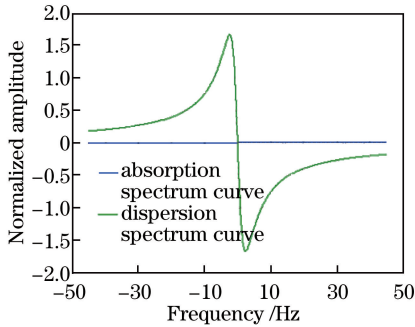


图 5 氢原子超精细能级跃迁鉴频谱线

Fig. 5 Frequency discrimination spectrum curve of hydrogen atoms

将实测得到的微波腔谐振曲线的参数(180 kHz)代入(14)式,得到了微波腔谐振鉴频谱线的吸收谱线和色散谱线,如图 6 所示。

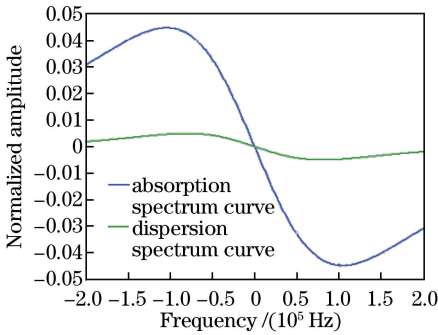


图 6 微波腔谐振鉴频谱线

Fig. 6 Frequency discrimination spectrum curve of microwave cavity

图 5 表明氢原子超精细能级跃迁鉴频的主要影响因素是色散谱线,其误差信号的相位与 $\sin(\omega_m t)$ 的相位接近;图 6 表明微波腔谐振鉴频的主要影响因素是吸收谱线,其误差信号的相位与 $\cos(\omega_m t)$ 的相位接近。因此,两路鉴频的误差信号的相位相差接近 90° ,这样可以通过移相器使晶振环路中同时附带的微波腔误差信号相位与解调的同步方波的相位正交,而此时晶振的误差信号的相位与同步方波的相位基本相同,故可由同步检波分离出晶振的误差信号。同理,微波腔环路中的移相器使晶振的误差信号的相位与同步方波的相位正交,经过同步开关后乘积为零,故可单独分离出微波腔的误差信号。

在实验调试中,通过改变压控晶振电压控制晶振频率,探测频率扫过跃迁频率,误差信号的幅度先是基本不变,当接近氢原子超精细能级跃迁频率时

急剧增大。当晶振电压达到使探测信号与跃迁频率一致时,误差信号接近零。误差信号的变化过程与仿真得到的氢原子超精细能级跃迁鉴频谱线变化趋势一致,如图 7 所示。当通过改变微波腔内的变容二极管来控制微波腔谐振频率时,误差信号的幅度变化逐渐减小,当变容二极管电压设置为使探测信号与微波腔频率一致时,误差信号接近零。随着变容二极管电压继续增大,误差信号反相,误差信号幅度逐渐变大。误差信号的变化过程与仿真得到的微波腔谐振鉴频谱线变化趋势一致,如图 8 所示。

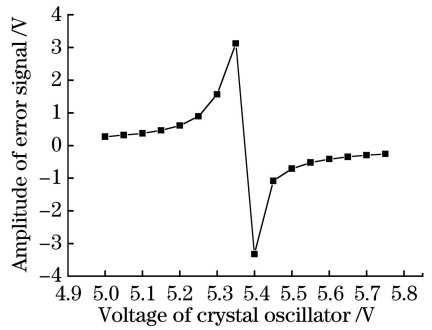


图 7 由测试误差信号幅度得到的氢原子跃迁鉴频谱线

Fig. 7 Frequency discrimination spectrum curve of hydrogen atoms from error signal

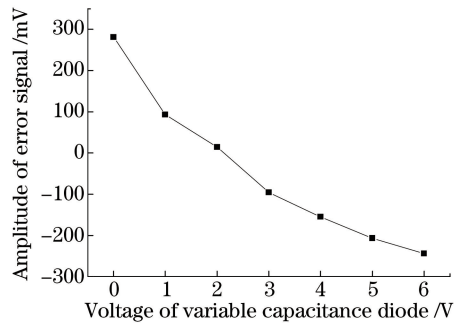


图 8 由测试误差信号幅度得到的微波腔谐振鉴频谱线

Fig. 8 Frequency discrimination spectrum curve of microwave cavity from error signal

由(14)式可知,归一化鉴频谱线的系数与 $J_0(m) \times J_1(m)$ 成正比,即其大小决定误差信号幅度的大小。用 MATLAB 仿真得到 $J_0(m) \times J_1(m)$ 随 m 变化的曲线如图 9 所示,曲线呈振荡衰减的趋势^[21]。在实验中改变调制深度,即调制指数,用示波器测量最大误差信号的幅值,得到的测量数据曲线如图 10 所示,其变化趋势与计算得到的仿真曲线趋势一致。当调制指数 $m = 1.2$ 时,误差信号的幅度最大。因此,对于 12.5 kHz 的调制频率,选择调制深度为 15 kHz 可使误差信号的幅值达到最大。

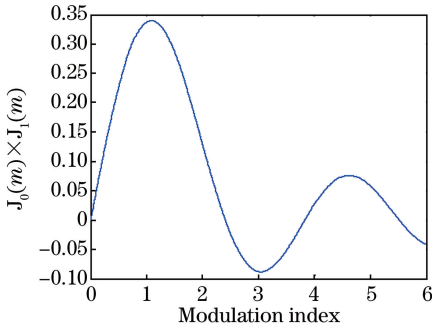


图 9 $J_0(m) \times J_1(m)$ 曲线
Fig. 9 Curve of $J_0(m) \times J_1(m)$

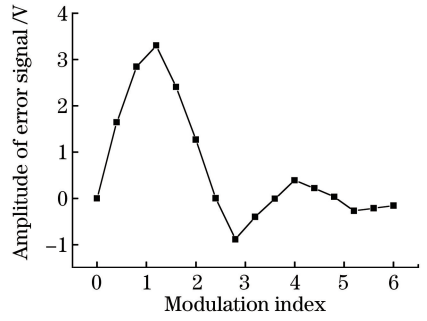


图 10 晶振最大误差信号幅值随调制指数变化曲线
Fig. 10 Amplitude of error signals with different modulation indexes

频率对比器采用频率准确度及稳定度指标高于被动型氢原子钟 3 倍以上的原子频率标准;以主动型大氢钟作为频率基准,测量被动型氢原子钟输出频率的稳定度。调制指数分别为 0.8、1.2、1.6 时,即对于 12.5 kHz 调制频率的调制深度分别为 10、15、20 kHz 时,被动型氢原子钟环路锁定的输出信号的频率稳定度如图 11 所示。图中横坐标为时间,单位为 min,纵坐标为相对频率差,无量

纲,每一个小格代表 2×10^{-12} 的相对频率差。图 11(b)中的线形波动最小,表明当调制深度为使误差信号幅度最大的 15 kHz 时,被动型氢原子钟的短期稳定度好。

表 1 为 10、15、20 kHz 调制深度时的阿伦偏差,对比平均时间分别为 1、2、4、10 s 时这三种不同调制深度的阿伦偏差可知,调制深度为 15 kHz 时,被动型氢原子钟输出的短期频率稳定度较好。

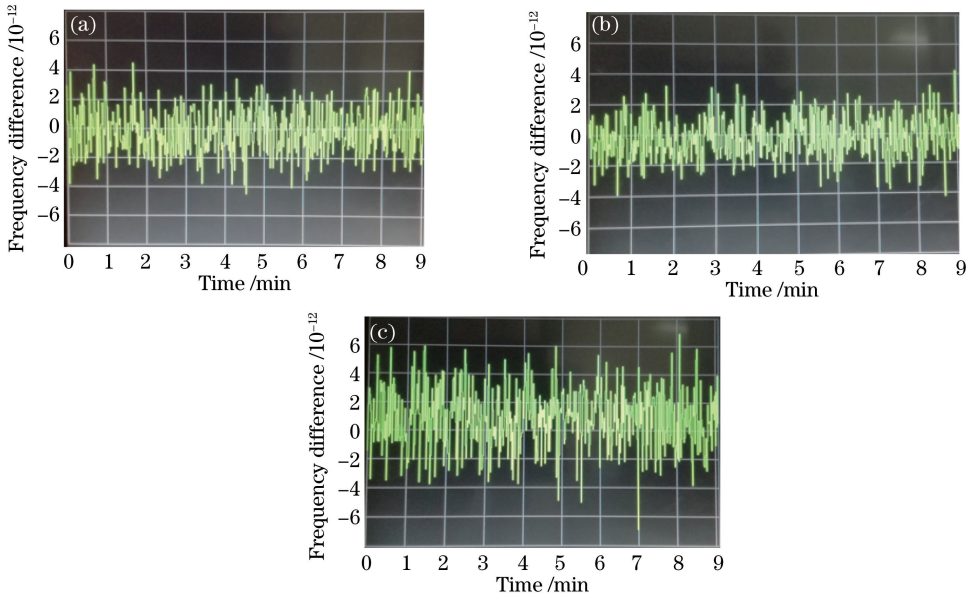


图 11 不同调制深度下输出信号的稳定度。(a) 10 kHz; (b) 15 kHz; (c) 20 kHz

Fig. 11 Stability of output signal at different modulation depths. (a) Modulation depth of 10 kHz; (b) modulation depth of 15 kHz; (c) modulation depth of 20 kHz

表 1 调制深度为 10、15、20 kHz 时的阿伦偏差

Table 1 Allan deviation with modulation depths of 10 kHz, 15 kHz, and 20 kHz

Average time / s	Modulation depth of 10 kHz	Modulation depth of 15 kHz	Modulation depth of 20 kHz
1	2.51×10^{-12}	1.85×10^{-12}	2.73×10^{-12}
2	1.70×10^{-12}	1.24×10^{-12}	1.78×10^{-12}
4	1.23×10^{-12}	8.32×10^{-13}	1.15×10^{-12}
10	8.3×10^{-13}	5.01×10^{-13}	7.8×10^{-13}

5 结 论

详细分析了被动型氢原子钟单频调制的技术原理。被动型氢原子钟的频率调制技术是被动型氢原子钟工作原理的关键技术,目前采用单频调制、相位鉴频的方法,从微波腔输出的信号携带了包含晶振频率与跃迁频率以及微波腔频率与晶振频率两组频差信息的调幅信号,通过移相正交将两路误差信号分离,分别控制晶振频率和微波腔谐振频率。对单频调制的微波探测信号的氢原子跃迁和微波腔谐振鉴频过程进行了详细的理论分析和数学推导。在此基础上仿真得到了鉴频曲线和不同调制深度对应的误差信号幅值曲线,并将其与实验测试结果进行了对比分析,验证了被动型氢原子钟工作原理的推导过程,得到了使被动型氢原子钟短期稳定度最好的调制深度。上述分析过程为被动型氢原子钟单频调制技术提供了性能优化的理论基础和依据,为电路方案改进提供了设计原理和仿真方法。

参 考 文 献

- [1] Wang W M. The current development of atomic hydrogen clock and the future technology development trends in China [J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2015, 2(6): 48-54.
王文明. 国内外氢钟最新发展及我国氢钟未来发展趋势[J]. *导航定位与授时*, 2015, 2(6): 48-54.
- [2] Li Y Y, Liu T X, Zhai Z C. The current situation of satellite navigation system and the new development of space borne clock [J]. *Digital Communication World*, 2010(s1): 45-48.
李玉莹, 刘铁新, 翟造成. 卫星导航定位系统的现状与星载钟的新发展[J]. *数字通信世界*, 2010(s1): 45-48.
- [3] Busca G, Wang Q, Belloni M, *et al.* Cavity pulling in Galileo passive hydrogen maser [C]//*IEEE International Frequency Control and the European Frequency and Time Forum (FCS) Proceedings*, 2003: 86-89.
- [4] Li Y Y, Liu T X. Digital servo to single frequency locking of passive hydrogen maser [J]. *Journal of Astronautic Metrology and Measurement*, 2011, 31(2): 31-33.
李玉莹, 刘铁新. 利用数字伺服实现被动型氢钟单频锁定[J]. *宇航计测技术*, 2011, 31(2): 31-33.
- [5] Kleppner D, Berg H C, Crampton S B, *et al.* Hydrogen-maser principles and techniques [J]. *Physical Review*, 1965, 138: 972-982.
- [6] Mattioni L, Belloni M, P Berthoud, *et al.* The development of a passive hydrogen maser clock for the Galileo navigation system [C]. *Annual Precise Time and Time Interval Meeting*, 2001: 161-170.
- [7] Li J, Zhang J H, Bu Y N, *et al.* Space passive hydrogen maser a passive hydrogen maser for space applications [C]. *IEEE International Frequency Control Symposium*, 2016: 30-34.
- [8] Busca G, Ebauches S A. Passive H maser [C]. *Annual Frequency Control Symposium*, 1979: 563-568.
- [9] Wang Y Q, Wang Q J, Fu J S, *et al.* Frequency standards theory [M]. Beijing: Science Publishing Company, 1986: 405-433.
王义道, 王庆吉, 傅济时, 等. 量子频标原理[M]. 北京: 科学出版社, 1986: 405-433.
- [10] Belloni M, Gioia M, Beretta S, *et al.* Space mini passive hydrogen maser [C]. *Joint Conference of the IEEE International Frequency Control and the European Frequency and Time Forum (FCS) Proceedings*, 2011: 1-5.
- [11] Black E D. An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization [J]. *American Journal of Physics*, 2001, 69(1): 79-87.
- [12] Fan X L, Jin S Z, Zhang S, *et al.* Active suppression of residual amplitude modulation in laser frequency stabilization by multi-frequency mixing [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(4): 0402001.
范夏雷, 金尚忠, 张枢, 等. 多频率合成主动抑制激光稳频的剩余幅度调制 [J]. *中国激光*, 2016, 43(4): 0402001.
- [13] Yang L, Zheng J J, Hao L Y, *et al.* Influence of signal spectral width characteristic on SBS threshold of single frequency fiber amplifier [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(9): 0901009.
杨磊, 郑加金, 郝丽云, 等. 信号光谱宽特性对单频光纤放大器 SBS 阈值的影响 [J]. *中国激光*, 2017, 44(9): 0901009.
- [14] Bi Z Y, Ding L E, Ma L S, *et al.* Measuring reflection of optical cavity by optical heterodyne detection [J]. *Journal of East China Normal University (Natural Science Edition)*, 1989, 3(1): 41-46.
毕志毅, 丁良恩, 马龙生, 等. 光学谐振腔反射特性的光外差探测 [J]. *华东师范大学学报(自然科学版)*, 1989, 3(1): 41-46.
- [15] Cao Y, Lü S W, Feng K M, *et al.* The influence of modulation function to frequency stability of passive hydrogen maser [J]. *Journal of Astronautic Metrology and Measurement*, 2006, 26(1): 1-5.
曹昱, 吕善伟, 冯克明, 等. 调制函数对被动型氢原子频标频率稳定度影响分析 [J]. *宇航计测技术*,

- 2006, 26(1): 1-5.
- [16] Bi Z Y, Ding L E, Ma L S, *et al.* Theoretical calculation for modulation transfer spectroscopy[J]. *Acta Physica Sinica*, 1993, 42(4): 582-591.
毕志毅, 丁良恩, 马龙生, 等. 调制转移光谱线型的理论计算[J]. *物理学报*, 1993, 42(4): 582-591.
- [17] Shirley J H. Dynamics of a simple maser model[J]. *American Journal of Physics*, 1968, 36(11): 949-963.
- [18] Li J C. Frequency modulation theory and emulation of resonator fiber optic gyro [J]. *Aerospace Shanghai*, 2002, 2(1): 24-26.
李佳程. 谐振腔光纤陀螺频率调制原理及仿真[J]. *上海航天*, 2002, 2(1): 24-26.
- [19] Peng Y X, Li W B, Zuo A B. Theoretical calculation of modulation signal in iodine absorption laser frequency stabilization[J]. *Optical Technique*, 2004, 30(1): 95-98.
彭月祥, 李文博, 左爱斌. 碘吸收激光稳频中调制信号的理论计算[J]. *光学技术*, 2004, 30(1): 95-98.
- [20] Xue X T, Zhao Y Y, Li R F, *et al.* Effects of spectral modulation on time-domain characteristics of pulses in amplifier[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(5): 0501001.
薛兴泰, 赵研英, 李荣凤, 等. 光谱调制对放大器脉冲时域特性的影响[J]. *中国激光*, 2017, 44(5): 0501001.
- [21] 小柴典居, 植田佳典. 振荡/调制解调电路[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 122-135.