

# 圆艾里高斯涡旋光在各向异性非 Kolmogorov 湍流大气中的传输

狄颖萍, 张淇博, 周木春\*, 辛煜, 赵琦

南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094

**摘要** 采用非均匀采样与功率谱反演法产生与湍流尺度相关的各向异性非 Kolmogorov 湍流随机相位屏, 进而利用空间光调制器模拟研究圆艾里高斯涡旋光束在大气湍流中的漂移特性和轨道角动量态变化。数值模拟和光学实验结果均表明, 圆艾里高斯涡旋光束的漂移值随光束衰减系数、光束主半径、大气湍流外尺度和传输距离的增大而增大, 随湍流各向异性系数和光束拓扑荷值的增大而减小, 并且在湍流幂律值为 3.3 附近有极大值。此外, 通过对比圆艾里高斯涡旋光束经过大气湍流前后的干涉条纹图样, 发现整数阶拓扑荷值越小, 光束经过湍流之后拓扑荷值稳定性就越好。

**关键词** 大气光学; 非均匀采样; 圆艾里高斯涡旋光束; 空间光调制器; 漂移

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.0305001

## Propagation of Ring Airy Gaussian Vortex Beams in Anisotropic Non-Kolmogorov Turbulence Atmosphere

Di Haoping, Zhang Qibo, Zhou Muchun, Xin Yu, Zhao Qi

School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China

**Abstract** The random phase screens in anisotropic non-Kolmogorov turbulence are generated by the non-uniform sampling and power spectral inversion method, and the spatial optical modulator is adopted to simulate the drift characteristics and the changes of the orbital angular momentum of ring Airy Gaussian vortex beams in atmospheric turbulence. Numerical simulation and optical experiment results show that the drift values of ring Airy Gaussian vortex beams increase with the increasing beam attenuation coefficients, radius of the primary ring, outer scale of the atmospheric turbulence, and transmission distance, and decrease with the increasing turbulent anisotropic coefficients and topological charge of the beams. There exists a maximum drift value near the turbulent power-law value of 3.3. Moreover, comparing the interference fringe patterns of ring Airy Gaussian vortex beams before and after propagating through the atmospheric turbulence, we find that the smaller the topological charge is, the better the stability of topological charge after beam propagating in the turbulence is.

**Key words** atmospheric optics; non-uniform sampling; ring Airy Gaussian vortex beams; spatial optical modulator; drift

**OCIS codes** 010.1290; 050.4865; 230.6120

## 1 引言

艾里光束是一种无衍射光束, 具有自修复和自

横向加速等特性, 是近些年的研究热点之一, 同时这些特性也使其在大气湍流中传输时受影响较小。涡旋光束是一种具有螺旋相位分布的光束, 其中心光

收稿日期: 2017-07-18; 收到修改稿日期: 2017-09-30

基金项目: 中国博士后科学基金(2016M601817)、国家自然科学基金(61675098)

作者简介: 狄颖萍(1992—), 女, 硕士研究生, 主要从事光传输方面的研究。E-mail: dhping930@163.com

导师简介: 赵琦(1961—), 男, 博士, 教授, 主要从事光场调控、传输及应用方面的研究。E-mail: zhaoqi@njjust.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: zhoumuchun@njjust.edu.cn

强为零并且在中心处出现相位奇点,每个光子都携带轨道角动量<sup>[1]</sup>,轨道角动量在一定传输距离内的稳定性较好。艾里光束具有无限大的能量,在实验中无法获得,本文研究具有有限能量的圆艾里高斯涡旋光束,它是艾里光束的衍生光束,并且携带涡旋相位,因此该光束同时具有无衍射和涡旋光束的传播特点。这些特性使圆艾里高斯涡旋光束在大气湍流中传输时具有相对于其他光束更高的稳定性,在远距离空间光通信和军事信息传输等领域具有重要的应用前景。

Eyyuboglu<sup>[2]</sup>研究了不同衰减系数对湍流中艾里光束闪烁特性的影响;Tao等<sup>[3]</sup>分析了大气湍流强度和内外尺度对艾里光束扩展的影响;王晓章等<sup>[4]</sup>从仿真和实验方面对比了圆艾里光束与艾里光束的漂移特性,证明圆艾里光束在湍流中传输受扰动影响产生的漂移量最小;程振等<sup>[5]</sup>采用多层相位屏法,研究了艾里涡旋光束在大气湍流中传输时的漂移特性;Zhi等<sup>[6]</sup>提出了基于高斯光束阵列相干合成理论生成圆艾里高斯涡旋光束的方法,并在理论上得到了其在各向异性非Kolmogorov湍流中传输时的均方根束宽表达式。

Kolmogorov湍流模型描述的是理想、均匀各向同性的大气湍流,但是越来越多的理论和实验数据证明,自由大气层的实际大气湍流不再是均匀各向同性的,而是表现出各向异性的特性,并且其功率谱幂律在对流层顶和平流层底偏离了3/11,遵循非Kolmogorov湍流模型<sup>[7-8]</sup>。

本文采用功率谱反演与非均匀采样相结合的方法,引入与湍流尺度相关的各向异性因子 $\mu_x(x)$ 、 $\mu_y(y)$ ,生成指数模型的湍流相位屏,研究圆艾里高斯涡旋光束经过各向异性非Kolmogorov湍流大气

后的漂移特性和轨道角动量态的变化情况,同时利用空间光调制器(SLM)对上述条件下圆艾里高斯涡旋光束的传输性质进行理论和实验研究。

## 2 理论分析

### 2.1 SLM

SLM能对光束的空间分布进行实时调制,可通过SLM调制高斯光束来产生一些相位分布较复杂的新型光束。对于大气湍流的模拟,有研究者利用水或空气作为介质建立湍流模拟池,但一般是采用一个或多个随机相位板来模拟大气湍流的扰动<sup>[4]</sup>,而利用SLM代替随机相位板,将计算机数值模拟生成的随机相位屏载入SLM,可以方便、高效地生成湍流随机相位。

### 2.2 圆艾里高斯涡旋光束

在 $z=0$ 平面上,圆艾里高斯涡旋光束可表示为<sup>[9]</sup>

$$U(r, \phi, z=0) = A_0 A_i(R/b) \exp(aR/b) \exp(-R^2) r^n \exp(in\phi), \quad (1)$$

$$R = (r_0 - r)/\omega_0, \quad (2)$$

式中 $(r, \phi)$ 是柱坐标系下的径向和角向坐标, $A_0$ 是振幅, $A_i(\cdot)$ 是艾里函数, $a$ 是指数截断因子(即衰减系数), $0 \leq a < 1$ , $r_0$ 是柱坐标系下艾里环的主半径, $\omega_0$ 是任意的横向尺度, $n$ 是光学涡旋的拓扑荷数, $b$ 是分布参数,其取值较小时初始光束演变为圆艾里涡旋光束,取值较大时初始光束演变为空心高斯涡旋光束。利用MATLAB软件仿真得到 $n=1$ 的圆艾里高斯涡旋光束的相位分布图,如图1(a)所示,利用生成全息图的方法<sup>[10]</sup>得到加载到SLM上的相位信息图,如图1(b)所示。

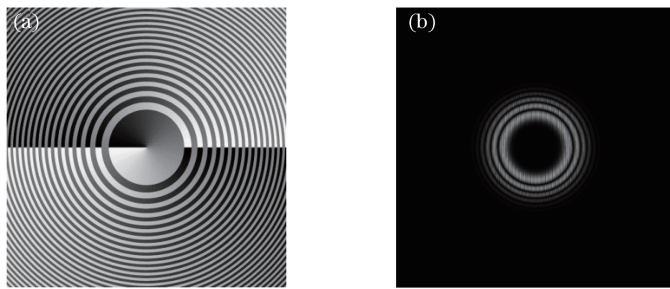


图1 圆艾里高斯涡旋光束。(a)相位分布图;(b)加载到SLM上的全息图

Fig. 1 Ring Airy Gaussian vortex beams. (a) Phase patterns; (b) holograms for SLM

### 2.3 各向异性非Kolmogorov大气湍流谱模型

各向异性大气湍流中,湍流涡旋(简称湍涡)在水平方向上的尺度远远大于垂直方向,一般情况下

在光传播方向的正交平面 $x-y$ 上,湍涡不再是圆对称的<sup>[11]</sup>,因此引入两个各向异性因子 $\mu_x > 1$ 、 $\mu_y > 1$ 来描述。非Kolmogorov大气湍流功率谱幂律 $\alpha$ 不

再是常数 11/3,而是在区间(3,5)内变化,为了保证波结构函数的连续性,通常将其限定在(3,4)之间。考虑湍流的内外尺度,各向异性非 Kolmogorov 模型指数谱形式为<sup>[12]</sup>

$$\Phi(\kappa_x, \kappa_y, \alpha, \mu_x, \mu_y) = \frac{A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \mu_x \mu_y}{(\mu_x^2 \kappa_x^2 + \mu_y^2 \kappa_y^2 + \kappa_z^2)^{\alpha/2}} \times \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\mu_x^2 \kappa_x^2 + \mu_y^2 \kappa_y^2 + \kappa_z^2}{\kappa_0^2}\right) \right] \times \exp\left(-\frac{\mu_x^2 \kappa_x^2 + \mu_y^2 \kappa_y^2 + \kappa_z^2}{\kappa_l^2}\right), 3 < \alpha < 4, \quad (3)$$

$$\kappa_0 = \frac{4\pi}{L_0}, \kappa_l = \frac{c(\alpha)}{l_0}, \quad (4)$$

$$A(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha - 1)}{4\pi^2} \sin\left[\frac{\pi}{2}(\alpha - 3)\right], \quad (5)$$

$$c(\alpha) = \left[ \pi A(\alpha) \Gamma\left(\frac{-\alpha + 3}{2}\right) \left(\frac{3 - \alpha}{3}\right) \right]^{\frac{1}{\alpha-3}}, \quad (6)$$

式中  $\tilde{C}_n^2$  为广义折射率结构参数,  $\mu_x$ 、 $\mu_y$  分别为水平和垂直方向上的各向异性系数,  $\alpha$  为功率谱幂律,  $L_0$ 、 $l_0$  分别为湍流内、外尺度,  $\Gamma(\cdot)$  为伽马函数,  $A(\alpha)$ 、 $c(\alpha)$  为功率谱幂律  $\alpha$  的函数。  $\kappa_x$ 、 $\kappa_y$ 、 $\kappa_z$  均表示空间波数, 根据 Markov 近似, 当光沿  $z$  方向传播时, 在垂直于传播方向的平面内  $\kappa_z = 0$ , 后文相关公式均省略  $\kappa_z$  这一项。

根据 Italo Toselli 的理论<sup>[13]</sup>, 各向异性主要出

现在较大尺度的湍涡上, 在湍流惯性子区间  $[l_0, L_0]$  内, 随着能量从大尺度湍涡向小尺度湍涡传输, 湍涡的各向异性也会变小, 直到在一个特定的尺度  $R_{iso} = \sqrt{x_{iso}^2 + y_{iso}^2}$  上湍流变成各向同性,  $x_{iso}$ 、 $y_{iso}$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的边界值。在  $x$  方向上,  $\mu_x$  是湍涡尺度  $x$  的函数, 可表示为

$$\mu_x(x) = \begin{cases} 1, & l_{0x} < x < x_{iso} \\ \mu_x(x), & x_{iso} < x < L_{0x} \end{cases} \quad (7)$$

与以往的湍流谱模型相比, 这种与湍流尺度相关的各向异性非 Kolmogorov 模型能更好地描述大气的实际情况。

为了降低计算难度, 引入有效各向异性湍涡尺度  $x_{eff}$  和有效各向异性参数  $\mu_{x,eff} = \mu(x_{eff})$ , 并用  $\mu_{x,eff}$  来替代  $\mu_x(x)$ 。根据文献<sup>[14]</sup>可以得到  $\mu_{x,eff} = \frac{\mu_{x,max} + 1}{2}$ , 其中  $\mu_{x,max} = \mu(L_{0x})$ , 参数  $x_{iso} = 0.1$  m。  $y$  方向同理, 且对应各参数取值与  $x$  方向相同。此时, 有

$$\begin{cases} \mu_x(x) = \begin{cases} 1, & l_{0x} < x < x_{iso} \\ \mu_{x,eff}, & x_{iso} < x < L_{0x} \end{cases} \\ \mu_y(y) = \begin{cases} 1, & l_{0y} < y < y_{iso} \\ \mu_{y,eff}, & y_{iso} < y < L_{0y} \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

将(8)式代入(3)式可以得到各向异性非 Kolmogorov 湍流功率谱的表达式:

$$\Phi(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z) =$$

$$\begin{cases} \frac{A(\alpha) \tilde{C}_n^2}{(\kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{\alpha/2}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}{\kappa_0^2}\right) \right] \exp\left(-\frac{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}{\kappa_l^2}\right), & l_{0x} < x < x_{iso}, l_{0y} < y < y_{iso} \\ \frac{A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \mu_{y,eff}}{(\kappa_x^2 + \mu_{y,eff}^2 \kappa_y^2)^{\alpha/2}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\kappa_x^2 + \mu_{y,eff}^2 \kappa_y^2}{\kappa_0^2}\right) \right] \exp\left(-\frac{\kappa_x^2 + \mu_{y,eff}^2 \kappa_y^2}{\kappa_l^2}\right), & l_{0x} < x < x_{iso}, y_{iso} < y < L_{0y} \\ \frac{A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \mu_{x,eff}}{(\mu_{x,eff}^2 \kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{\alpha/2}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\mu_{x,eff}^2 \kappa_x^2 + \kappa_y^2}{\kappa_0^2}\right) \right] \exp\left(-\frac{\mu_{x,eff}^2 \kappa_x^2 + \kappa_y^2}{\kappa_l^2}\right), & x_{iso} < x < L_{0x}, l_{0y} < y < y_{iso} \\ \frac{A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \mu_{x,eff} \mu_{y,eff}}{(\mu_{x,eff}^2 \kappa_x^2 + \mu_{y,eff}^2 \kappa_y^2)^{\alpha/2}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\mu_{x,eff}^2 \kappa_x^2 + \mu_{y,eff}^2 \kappa_y^2}{\kappa_0^2}\right) \right] \exp\left(-\frac{\mu_{x,eff}^2 \kappa_x^2 + \mu_{y,eff}^2 \kappa_y^2}{\kappa_l^2}\right), & x_{iso} < x < L_{0x}, y_{iso} < y < L_{0y} \end{cases} \quad (9)$$

### 3 数值模拟及分析

#### 3.1 湍流相位屏的模拟

相位屏的数值模拟方法有功率谱反演法<sup>[15-16]</sup>、泽尼克多项式法<sup>[17]</sup>和分形法<sup>[18]</sup>等, 采用功率谱反演法并利用非均匀采样进行低频补偿。由于均匀采

样没有将频率范围为  $(-\Delta\kappa/2, \Delta\kappa/2)$  的功率谱包含进去, 模拟时将会丢失这部分低频信息( $\Delta\kappa$  为均匀采样的频率间隔)。根据湍流功率谱的特征采用非均匀采样, 即在低频区(信息较多)密集采样, 高频区稀疏采样, 以改善功率谱反演法低频的不足。文献<sup>[19]</sup>在理论上比较了两种采样模型下功率谱反演生成的大

气湍流随机相位屏,证明非均匀采样生成的相位屏具有明显的倾斜(低频)和突出的相位起伏(高频),较均匀采样在低频区和高频区与理论值更相符。

功率谱反演法生成的大气湍流相位屏  $\varphi(x, y)$  为<sup>[20]</sup>

$$\varphi(x, y) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \sum_{m=-M/2}^{M/2-1} h(\kappa_{xn}, \kappa_{ym}) \times \sqrt{2\pi k^2 \Delta z \Phi(\kappa_{xn}, \kappa_{ym}) \Delta \kappa_{xn} \Delta \kappa_{ym}} \exp(i\kappa_{xn}x + i\kappa_{ym}y), \quad (10)$$

式中  $N, M$  是  $x, y$  方向的采样点数,  $h(\kappa_{xn}, \kappa_{ym})$  是均值为 0 且方差为 1 的复高斯随机矩阵元素,  $\kappa_{xn}, \kappa_{ym}$  是  $x, y$  方向上非均匀采样的采样频率,  $\Delta \kappa_{xn}, \Delta \kappa_{ym}$  是对应的采样间隔, 因为采样频率是非均匀的, 所以  $\Delta \kappa_{xi} \neq \Delta \kappa_{xj}, \Delta \kappa_{yi} \neq \Delta \kappa_{yj}$ , 且  $n, m$  越接近零,  $\Delta \kappa_{xn}, \Delta \kappa_{ym}$  就越小。在  $x, y$  方向上,  $L$  为相位屏的长度,  $\kappa_{\max}, \kappa_{\min}$  分别为采样的最大、最小空间频率, 非均匀采样频率间隔  $\Delta \kappa_n$  是关于采样频率  $\kappa_n$  的函数,  $d$  为比例系数, 即

$$\kappa_{\max} = \frac{N}{2L} \cdot 2\pi, \quad \kappa_{\min} = \frac{1}{L} \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi, \quad (11)$$

$$d = \left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\kappa_{\max}}{\kappa_{\min}}}, \quad (12)$$

$$\kappa_n = d\kappa_{n-1}, \quad \Delta \kappa_n = \frac{1}{2} \left(d - \frac{1}{d}\right) \kappa_n. \quad (13)$$

模拟时取  $\tilde{C}_n^2 = 5 \times 10^{-17} \text{ m}^{3-\alpha}$ , 波长  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , 相位屏的长度  $L = 2 \text{ m}$ , 采样点数  $N = M = 256$ , 相位屏间隔  $\Delta z = 150 \text{ m}$ ,  $x, y$  方向上湍流外尺度  $L_{0x} = L_{0y} = 50 \text{ m}$ , 内尺度  $l_{0x} = l_{0y} = 0.01 \text{ m}$ , 各向异性系数  $\mu_{x_{\max}} = \mu_{y_{\max}} = 10$ 。由于大气湍流模拟的随机性, 对条件完全相同的相位屏都进行了 10 次仿真。图 2(a)、(b) 是  $\alpha$  分别取 3.2 和 3.9 时得到的湍流相位屏; 图 3 是图 2 对应的加载到 SLM 上、归一化到  $2\pi$  的相位屏。

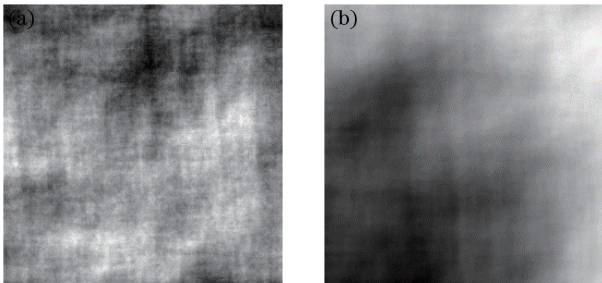


图 2 湍流相位屏。(a)  $\alpha = 3.2$ ; (b)  $\alpha = 3.9$

Fig. 2 Turbulence phase screens.

(a)  $\alpha = 3.2$ ; (b)  $\alpha = 3.9$

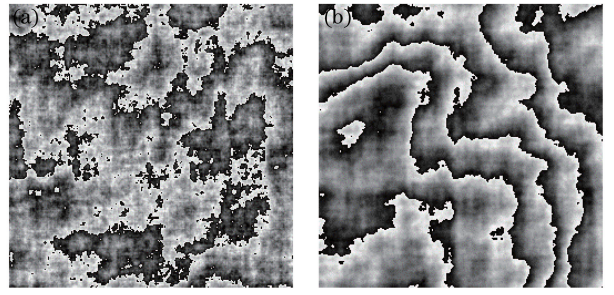


图 3 加载到 SLM 上、归一化到  $2\pi$  的相位屏。

(a)  $\alpha = 3.2$ ; (b)  $\alpha = 3.9$

Fig. 3 Phase screens normalized to  $2\pi$  for SLM.

(a)  $\alpha = 3.2$ ; (b)  $\alpha = 3.9$

### 3.2 分步傅里叶算法模拟光束在大气湍流中的传输

分步傅里叶法可以实现计算机模拟光在大气湍流中传输的随机过程, 其基本原理是<sup>[21]</sup>

$$U(r, z_i) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \exp \left[ -\frac{i\Delta z}{2k} (\kappa_x^2 + \kappa_y^2) \right] \times \mathcal{F} \{ \exp[i\varphi(r, z_i)] U(r, z_{i-1}) \} \right\}, \quad (14)$$

式中  $\mathcal{F}(\cdot)$  和  $\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$  分别为傅里叶变换和傅里叶逆变换,  $\varphi(r, z_i)$  是  $z = z_i$  处的相位屏,  $U(r, z_{i-1})$  和  $U(r, z_i)$  分别为被第  $i$  层相位屏调制前后的光场。这一过程将相位屏的相位调制和在真空中的衍射传输分为独立但同时进行的两部分, 每进行一次运算相当于光束经过了一层相位屏和一段真空传输。模拟光在一定距离的大气湍流中传输, 相位屏层数越多, 模拟的准确度就越高。

### 3.3 数值模拟结果与分析

利用分步傅里叶法仿真圆艾里高斯涡旋光束在大气湍流中的传输, 湍流参数与 3.1 节所述相同,  $\alpha = 3.2$ , 模拟结果如图 4 所示。图 4(a)~(c) 是根据 (1) 式得到的  $z = 0$  平面上拓扑荷值  $n$  分别为 1, 3, 5 的圆艾里高斯涡旋光束, 参数分别为:  $r_0 = 0.1 \text{ m}$ ,  $\omega_0 = 0.2 \text{ m}$ ,  $a = 0.5$ ,  $b = 0.2$ 。图 4(d)~(f) 和图 4(g)~(i) 分别为图 4(a)~(c) 对应的光束经过真空、各向异性非 Kolmogorov 大气湍流传输 1050 m 的光强分布图, 对比发现光束经过大气湍流之后明显受到扰动, 光强分布不再是对称的。

为研究圆艾里高斯涡旋光束经过大气湍流后轨道角动量态的变化情况, 分别将经过大气湍流前后的圆艾里高斯涡旋光束与平面波进行干涉来测量该光束经过大气湍流前后的拓扑荷值。涡旋光束与平面波干涉, 干涉条纹中心处会出现分叉, 拓扑荷值的绝对值等于分叉数<sup>[22-23]</sup>。图 5(a) 所示为拓扑荷值为 1 的圆艾里高斯涡旋光束, 中心处出现了一个分

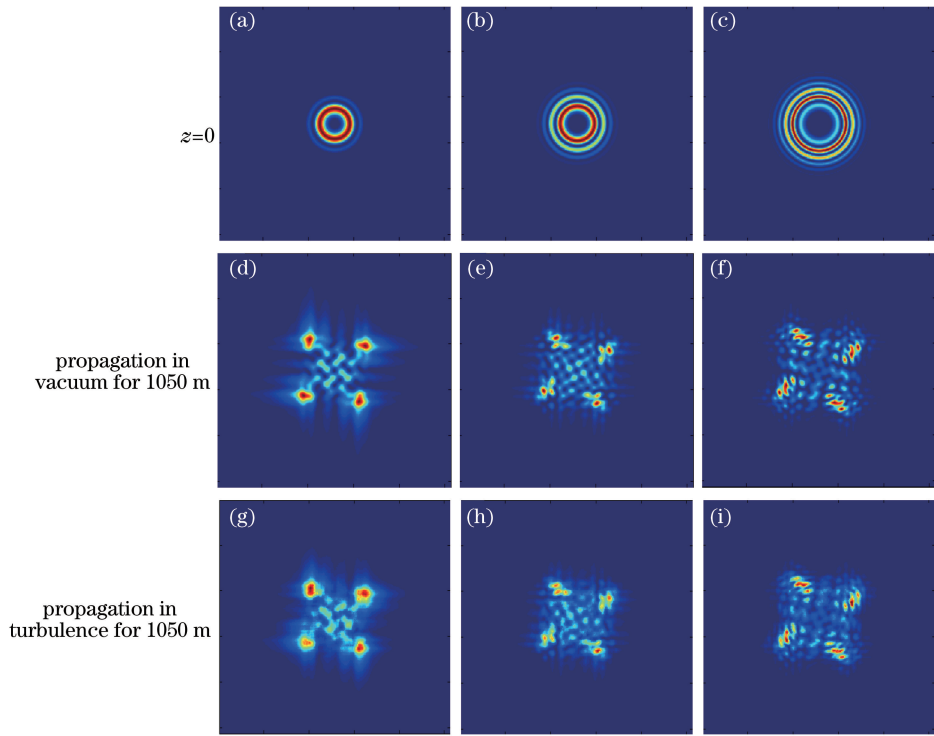


图 4 圆艾里高斯涡旋光束。(a)(d)(g)  $n=1$ ; (b)(e)(h)  $n=3$ ; (c)(f)(i)  $n=5$   
 Fig. 4 Ring Airy Gaussian vortex beams. (a)(d)(g)  $n=1$ ; (b)(e)(h)  $n=3$ ; (c)(f)(i)  $n=5$

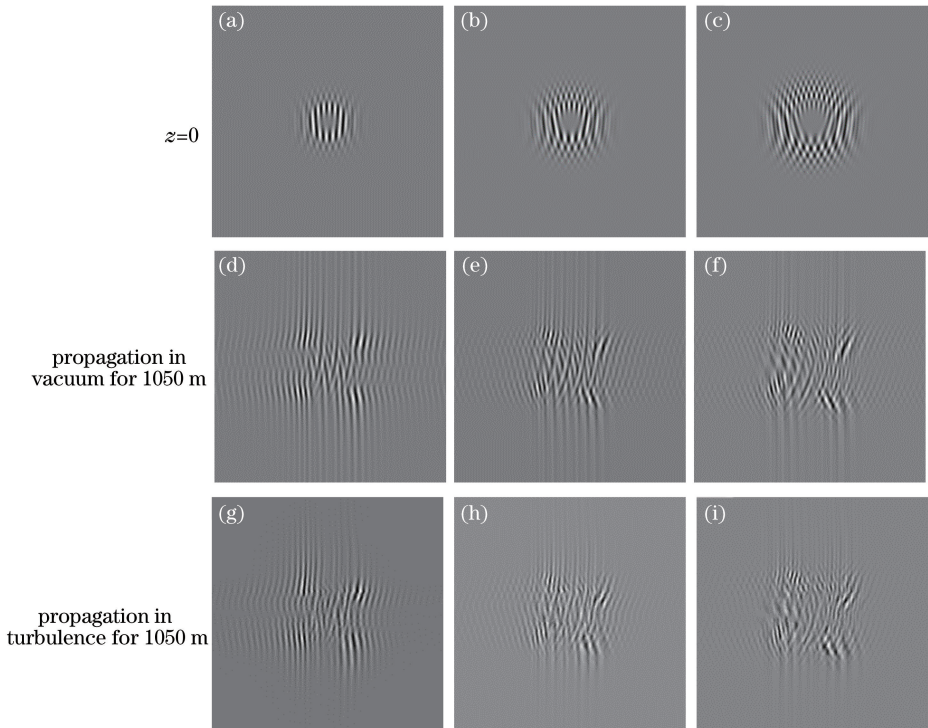


图 5 圆艾里高斯涡旋光束与平面波干涉条纹图。(a)(d)(g)  $n=1$ ; (b)(e)(h)  $n=3$ ; (c)(f)(i)  $n=5$   
 Fig. 5 Interference fringe patterns of ring Airy Gaussian vortex beams with plane waves.

(a)(d)(g)  $n=1$ ; (b)(e)(h)  $n=3$ ; (c)(f)(i)  $n=5$

又,条纹数由 1 变成 2;图 5(d)~(f)所示为圆艾里高斯涡旋光束在真空中传输 1050 m 后与平面波干

涉得到的条纹。图 5(g)~(i)所示为经过湍流传输 1050 m 后的圆艾里高斯涡旋光束与平面波干涉得

到的条纹,相比图 5(d)~(f)的干涉条纹更模糊。拓扑荷值为 1 的光束能清楚地分辨出中心处出现一个分叉[图 5(g)],拓扑荷值为 3 的光束中心已经不够清晰[图 5(h)],拓扑荷值为 5 的光束中心变得非常模糊,无法分辨分叉的个数[图 5(i)]。因此,在相同的大气扰动环境下,低拓扑荷值的圆艾里高斯涡旋光束轨道角动量态具有更好的稳定性。

由于受到大气湍流折射率随机起伏的影响,光束在传输时会产生光强闪烁、扩展、漂移等行为,其中漂移是考察光束质量的指标之一,它反映了光束受大气湍流的影响程度。根据光束质心 $(x_c, y_c)$ 的定义<sup>[5]</sup>

$$\begin{cases} x_c = \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N x_i |u(x_i, x_j)|^2}{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N |u(x_i, x_j)|^2} \\ y_c = \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N y_i |u(y_i, y_j)|^2}{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N |u(y_i, y_j)|^2} \end{cases}, \quad (15)$$

依次计算光束在真空和湍流中传输一定距离后的质心坐标 $(x_0, y_0)$ 、 $(x_1, y_1)$ ,即可得到光束经过大气湍流后的漂移值:

$$\sigma_{\text{drift}} = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}. \quad (16)$$

每一个漂移值都是将光束经过 10 次传输模拟计算得到的平均值。50 次传输的平均值与 10 次传输的平均值得到的曲线趋势相同,为了节省运算时间,计算都取 10 次传输的平均值。

图 6(a)、(b)所示为圆艾里高斯涡旋光束在不同拓扑荷值 $(n=1\sim 5)$ 时,传输 1050 m 后的漂移值随功率谱幂律 $\alpha$ 的变化曲线,图 6(b)除去了 $n=1$ 的情况,且 $r_0=0.1$  m,  $a=0.5$ ,  $\mu_{x_{\text{max}}}=\mu_{y_{\text{max}}}=10$ 。可以看出,光束的漂移值随着拓扑荷值的增大而减小,说明光束受湍流的影响逐渐减小。若只观察其中 1 条曲线,随着功率谱幂律 $\alpha$ 的增大,光束的漂移值先增大后减小再增大,且在 3.3 附近出现了极大值点。

图 6(c)所示为衰减系数 $a$ 不同时,圆艾里高斯涡旋光束传输 1050 m 后的漂移值随功率谱幂律 $\alpha$ 的变化曲线,其中 $r_0=0.1$  m,  $\mu_{x_{\text{max}}}=\mu_{y_{\text{max}}}=10$ 。可以看出, $a$ 不同时,曲线的变化规律是相同的,但是漂移值随着 $a$ 的增大而增大。图 6(d)所示为主半径 $r_0$ 不同时,圆艾里高斯涡旋光束传输 1050 m 后的漂移值随功率谱幂律 $\alpha$ 的变化曲线,其中 $a=0.5$ ,  $\mu_{x_{\text{max}}}=\mu_{y_{\text{max}}}=10$ 。同样地,漂移值随着 $r_0$ 的增大而增大。

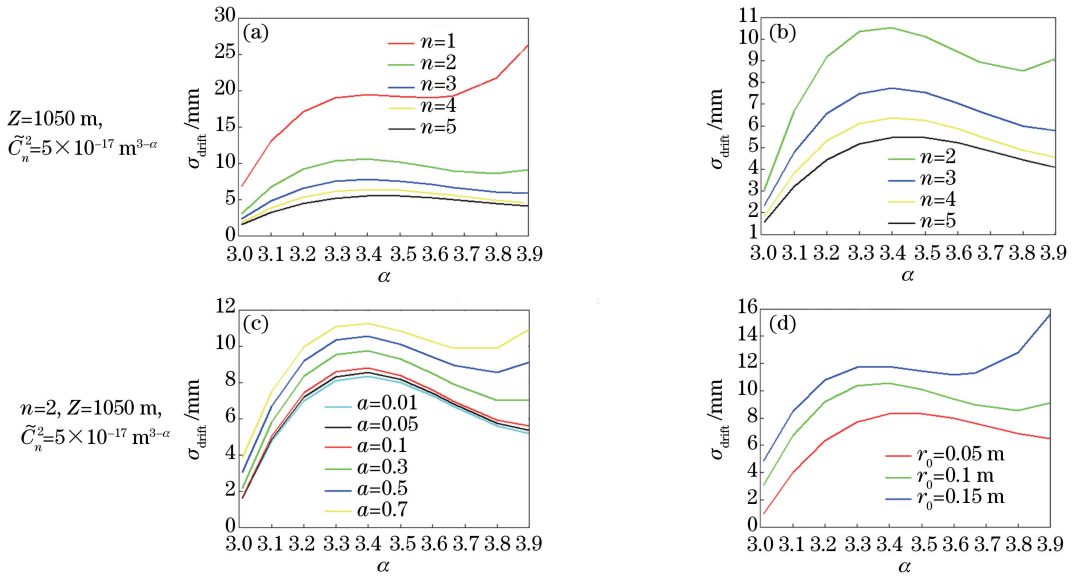


图 6 圆艾里高斯涡旋光束的漂移值随功率谱幂律 $\alpha$ , (a)(b)拓扑荷值, (c)衰减系数和(d)主半径的变化

Fig. 6 Drift values of ring Airy Gaussian vortex beams changed with the power laws  $\alpha$ , (a)(b) topological charge, (c) attenuation coefficient and (d) radius of primary ring

图 7 所示为各向异性系数不同时,圆艾里高斯涡旋光束的漂移值随传输距离的变化情况。其中 $r_0=0.1$  m,  $a=0.5$ , 功率谱幂律 $\alpha=3.2$ 。当传输距离小于 500 m 时,光束在不同各向异性系数的湍流中传输时

受湍流的影响较小,漂移值较接近。当传输距离较大时,漂移值随着传输距离的增大而迅速增大,各向同性湍流对光束的影响大于各向异性湍流,且各向异性系数越小则受湍流影响越大,漂移值也越大。

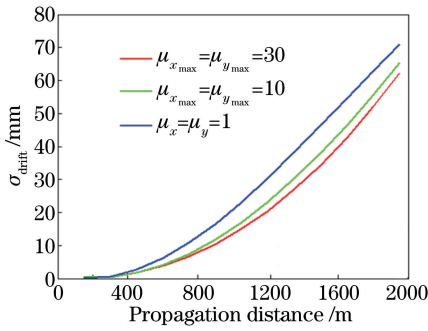


图 7  $n=1, \alpha=3.2, \tilde{C}_n^2=5 \times 10^{-17} \text{ m}^{3-\alpha}$  时

圆艾里高斯涡旋光束的漂移值随传播距离的变化

Fig. 7 Drift values of ring Airy Gaussian vortex beams changed with propagation distance when  $n=1$ ,

$$\alpha=3.2, \tilde{C}_n^2=5 \times 10^{-17} \text{ m}^{3-\alpha}$$

## 4 实验研究及分析

### 4.1 实验装置

实验光路和实验装置分别如图 8 和图 9 所示, 实验中采用的是德国 holoeye 反射式 SLM, 分辨率为  $1920 \text{ pixel} \times 1080 \text{ pixel}$ , 每个像素的大小为  $8 \mu\text{m} \times 8 \mu\text{m}$ , 实际尺寸为  $15.36 \text{ mm} \times 8.64 \text{ mm}$ . CCD 的分辨率为  $1280 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ , 像素大小为  $4.36 \mu\text{m} \times 4.36 \mu\text{m}$ . 实验中采用的是波长为  $532 \text{ nm}$  的氦氖激光器. 激光光源经过扩束系统和小孔光阑入射到带有圆艾里高斯涡旋光相位信息的  $\text{SLM}_1$  上, 反射出来的光被调制成圆艾里高斯涡旋光并入射到加载有湍流相位屏的  $\text{SLM}_2$  上, 此时接收的是正一级衍射光. 经过大气湍流后的光束由 CCD 接收, CCD 位于透镜后  $6.5 \text{ cm}$ .

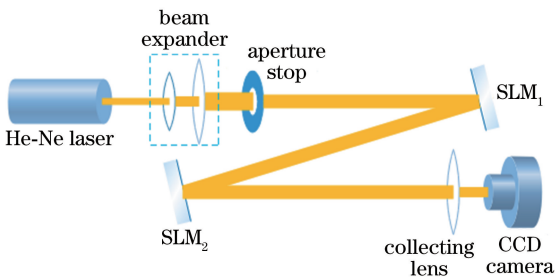


图 8 实验光路图

Fig. 8 Optical path

### 4.2 实验结果

实验中采用的相位屏参数分别为: 大气广义折射率结构参数  $\tilde{C}_n^2=5 \times 10^{-17} \text{ m}^{3-\alpha}$ ,  $x, y$  方向上的湍流内外尺度分别为  $l_{0x}=l_{0y}=0.01 \text{ m}, L_{0x}=L_{0y}=50 \text{ m}, \mu_{x_{\max}}=\mu_{y_{\max}}=10$ , 传输距离 ( $\text{SLM}_1$ — $\text{SLM}_2$ —CCD 的距离) 为  $1.5 \text{ m}$ .

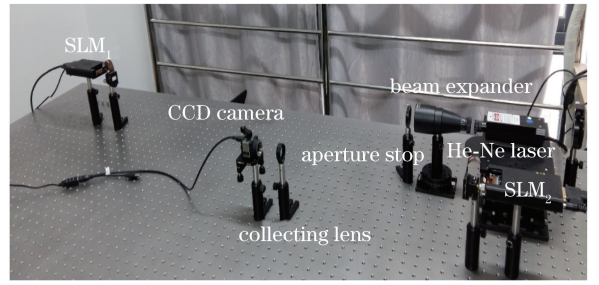


图 9 实验装置图

Fig. 9 Optical setup in laboratory

图 10 所示为 CCD 采集到的圆艾里高斯涡旋光束的光强分布, 其中图 10(a)~(c) 所示分别为拓扑荷值  $n=1, 3, 5$  的未经过湍流的圆艾里高斯涡旋光束的光强分布, 图 10(d)~(f) 所示分别为对应的经过一次湍流之后的光强分布. 从图 10 可以看出, 经过湍流扰动之后的光束都受到了破坏, 光斑被明显打散.

实验同样利用干涉法测量圆艾里高斯涡旋光束的拓扑荷值. 需要在实验光路(图 8) 中增加两个分束器. 干涉条纹如图 11 所示. 图 11(a)~(c) 所示为未经过湍流的圆艾里高斯涡旋光束的干涉条纹, 拓扑荷值  $n$  分别为  $1, 3, 5$ , 干涉条纹出现的分叉数分别为  $1, 3, 5$ . 图 11(d)~(f) 所示为对应光束经过湍流之后的干涉条纹, 其中图 11(d) 为拓扑荷值为 1 的圆艾里高斯涡旋光束的干涉图, 能清晰地看到中心处出现了 1 个分叉; 图 11(e) 为拓扑荷值为 3 的圆艾里高斯涡旋光束的干涉图, 中心也能分辨出分叉数为 3; 图 11(f) 为拓扑荷值为 5 的圆艾里高斯涡旋光束的干涉图, 中心已经变得模糊, 无法分辨出分叉个数. 因此, 经过相同条件的大气湍流传输相同的距离, 低拓扑荷值的圆艾里高斯涡旋光束轨道角动量具有更好的稳定性.

### 4.3 实验结果分析

实验研究圆艾里高斯涡旋光束通过各向异性非 Kolmogorov 大气湍流的漂移特性, 方法是将相同条件下生成的 10 个随机相位屏依次加载到 SLM 上, 得到 10 个传输的光束光斑, 分别计算其质心坐标, 将其与未经过湍流的光斑质心坐标进行对比, 得到 10 个漂移值并取其平均值.

图 12(a) 所示为拓扑荷值  $n=1, 2, 3, 4, 5$  时圆艾里高斯涡旋光束在大气湍流中传输后漂移值随功率谱幂律  $\alpha$  的变化曲线, 其中  $L_{0x}=L_{0y}=50 \text{ m}, \mu_{x_{\max}}=\mu_{y_{\max}}=10$ . 从图 12(a) 可以看出, 5 条曲线的变化规律相同, 随着功率谱幂律  $\alpha$  的增大, 光束的

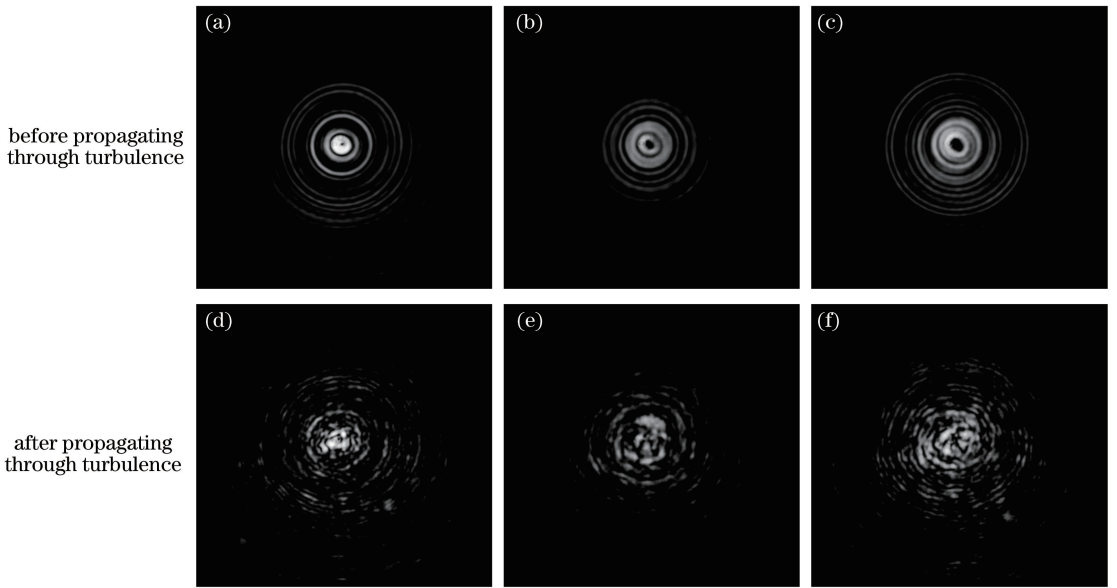


图 10 圆艾里高斯涡旋光束的光强分布。(a)(d)  $n=1$ ; (b)(e)  $n=3$ ; (c)(f)  $n=5$

Fig. 10 Light intensity distributions of ring Airy Gaussian vortex beams. (a)(d)  $n=1$ ; (b)(e)  $n=3$ ; (c)(f)  $n=5$

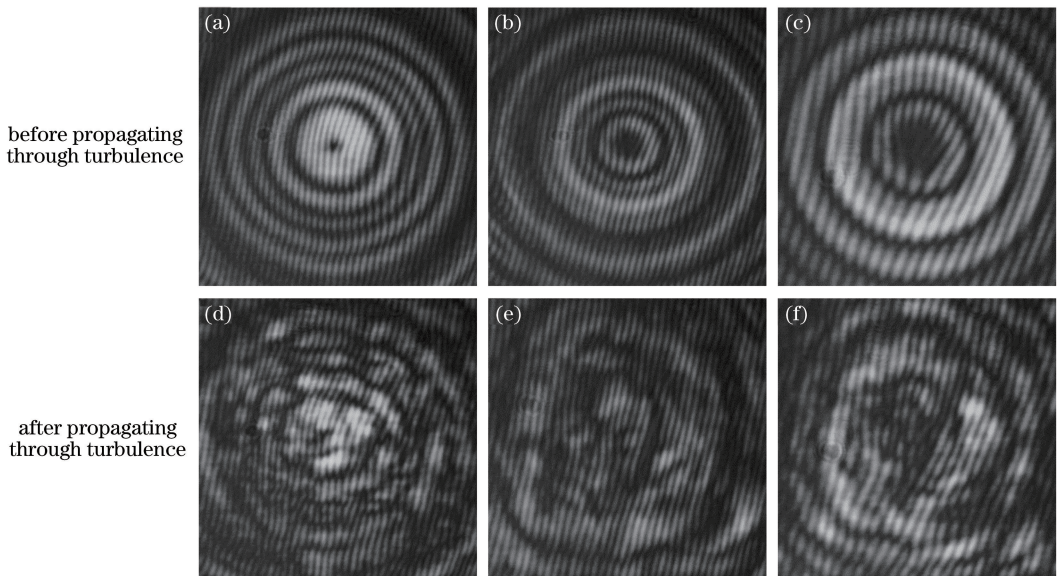


图 11 圆艾里高斯涡旋光束的干涉条纹图。(a)(d)  $n=1$ ; (b)(e)  $n=3$ ; (c)(f)  $n=5$

Fig. 11 Interference fringe patterns of ring Airy Gaussian vortex beams. (a)(d)  $n=1$ ; (b)(e)  $n=3$ ; (c)(f)  $n=5$

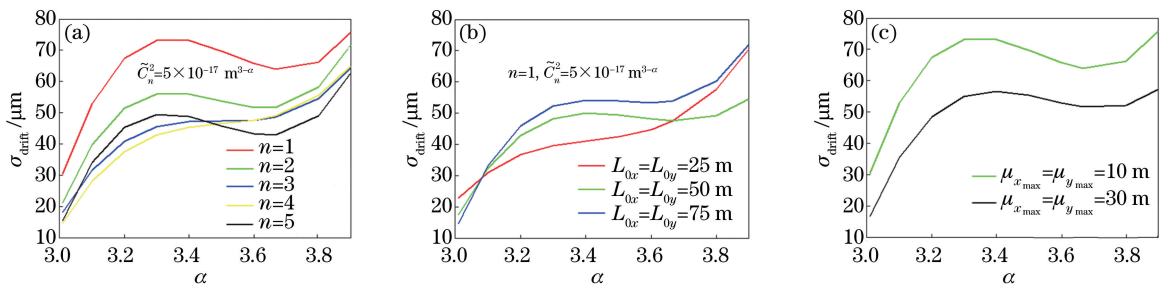


图 12 圆艾里高斯涡旋光束的漂移值随功率谱幂律  $\alpha$ , (a) 拓扑荷值, (b) 湍流外尺度和 (c) 各向异性系数的变化

Fig. 12 Drift values of ring Airy Gaussian vortex beams changed with the power laws  $\alpha$ , (a) topological charge, (b) outer scale of the turbulence and (c) anisotropic coefficient



漂移值先增大后减小再增大,极大值点出现在 3.3 附近。随着拓扑荷值的增大,光束的漂移值依次减小,光束受湍流的影响逐渐减小。

图 12(b)所示为湍流外尺度  $L_{0x} = L_{0y} = 25, 50, 75$  m 时,圆艾里高斯涡旋光束的漂移值随功率谱幂律  $\alpha$  的变化曲线,拓扑荷值  $n = 1, \mu_{x_{\max}} = \mu_{y_{\max}} = 10$ 。由图 12(b)可知,光束的漂移值随着湍流外尺度的增大而增大。

图 12(c)所示为各向异性系数  $\mu_{x_{\max}} = \mu_{y_{\max}} = 10, 30$  时,圆艾里高斯涡旋光束的漂移值随功率谱幂律  $\alpha$  的变化情况,拓扑荷值  $n = 1, L_{0x} = L_{0y} = 50$  m。显然,各向异性系数越大,漂移值越小,光束受湍流的影响也越小。

由图 12(a)可以发现,拓扑荷值  $n = 5$  时,当  $\alpha < 3.4$  时,该曲线位于  $n = 3$  的曲线上方,这与数值模拟结果稍有不同;而图 12(b)中外尺度为 25 m 的曲线左右两端都高于其他曲线。原因主要是:1)数值模拟采用多层相位屏的方法,而实验中只有 1 个 SLM 可以用于加载湍流相位屏,实验中的 1 个相位屏完成了数值模拟中多个相位屏的工作;2)实验中使用了孔径光阑,对光束有截断作用;3)实验中将 CCD 放在透镜后 6.5 cm 位置接收远场的光强分布,而数值模拟过程是不加透镜的,因此会有实验误差。另外,数值模拟和实验计算得到的漂移值都是取 10 次传输的平均值,若传输次数更多,得到的结果会更精确。

## 5 结 论

利用非均匀采样与功率谱反演法生成与湍流尺度相关的各向异性非 Kolmogorov 大气湍流随机相位屏,来研究圆艾里高斯涡旋光束在弱湍流中的漂移特性和拓扑荷值的变化。数值模拟和光学实验结果表明,在各向异性非 Kolmogorov 大气湍流中传输时,圆艾里高斯涡旋光束的拓扑荷值越大,光束的漂移值越小,轨道角动量态的稳定性就越差。改变大气湍流外尺度、各向异性系数和功率谱幂律,发现湍流外尺度越大,各向异性系数越小,圆艾里高斯涡旋光束的漂移值越大,且极大值点出现在功率谱幂律为 3.3 附近。圆艾里高斯涡旋光束的漂移值随着衰减系数  $a$  和主半径  $r_0$  的增大而增大,并且传输距离越大,光束的漂移值也越大。在实际应用中,可以通过改变光束的衰减系数  $a$  和主半径  $r_0$  来降低圆艾里高斯涡旋光束受大气湍流的影响。

## 参 考 文 献

[1] Gao J, Zhu Y, Wang D, *et al.* Bessel-Gauss photon

beams with fractional order vortex propagation in weak non-Kolmogorov turbulence[J]. *Photonics Research*, 2016, 4(2): 30-34.

[2] Eyyuboğlu H T. Scintillation behavior of Airy beam [J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 47: 232-236.

[3] Tao R M, Si L, Ma Y X, *et al.* Average spreading of finite Airy beams in non-Kolmogorov turbulence [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2013, 51(4): 488-492.

[4] Wang X Z, Tang F, Yuan M J, *et al.* Experimental simulation of circular-Airy beam drift in atmospheric turbulence[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(8): 0813001.  
王晓章,唐峰,原勤捷,等.实验模拟环形艾里光束在大气扰动中的光束漂移[J].*中国激光*, 2015, 42(8): 0813001.

[5] Cheng Z, Chu X C, Zhao S H, *et al.* Study of the drift characteristics of Airy vortex beam in atmospheric turbulence[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(12): 1213002.  
程振,楚兴春,赵尚弘,等.艾里涡旋光束在大气湍流中的漂移特性研究[J].*中国激光*, 2015, 42(12): 1213002.

[6] Zhi D, Tao R, Zhou P, *et al.* Propagation of ring Airy Gaussian beams with optical vortices through anisotropic non-Kolmogorov turbulence [J]. *Optics Communications*, 2017, 387: 157-165.

[7] Toselli I, Agrawal B, Restaino S. Light propagation through anisotropic turbulence [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2011, 28(3): 483-488.

[8] Toselli I, Korotkova O, Xiao X, *et al.* SLM-based laboratory simulations of Kolmogorov and non-Kolmogorov anisotropic turbulence[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(15): 4740-4744.

[9] Chen B, Chen C, Peng X, *et al.* Propagation of sharply autofocused ring Airy Gaussian vortex beams [J]. *Optics Express*, 2015, 23(15): 19288-19298.

[10] Clark T W, Offer R F, Franke-Arnold S, *et al.* Comparison of beam generation techniques using a phase only spatial light modulator[J]. *Optics Express*, 2016, 24(6): 6249-6264.

[11] Andrews L C, Phillips R L. Propagation of a Gaussian-beam wave in general anisotropic turbulence [J]. *SPIE*, 2014, 9224: 922402.

[12] Cui L, Xue B, Zhou F. Generalized anisotropic turbulence spectra and applications in the optical waves' propagation through anisotropic turbulence [J]. *Optics Express*, 2015, 23(23): 30088-30103.

[13] Toselli I. Introducing the concept of anisotropy at

- different scales for modeling optical turbulence [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2014, 31(8): 1868-1875.
- [14] Toselli I, Korotkova O. General scale-dependent anisotropic turbulence and its impact on free space optical communication system performance [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(6): 1017-1025.
- [15] Cheng W, Haus J W, Zhan Q. Propagation of vector vortex beams through a turbulent atmosphere [J]. *Optics Express*, 2009, 17(20): 17829-17836.
- [16] Xiao X, Voelz D G, Toselli I, *et al.* Gaussian beam propagation in anisotropic turbulence along horizontal links: Theory, simulation, and laboratory implementation [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(15): 4079-4084.
- [17] Roddier N. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials [J]. *Optical Engineering*, 1990, 29(10): 1174-1181.
- [18] Wu H L, Yan H X, Li X Y. Generation of rectangular turbulence phase screens based on fractal characteristics of distorted wavefront [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(1): 114-119.  
吴晗玲, 严海星, 李新阳. 基于畸变相位波前分形特征产生矩形湍流相屏 [J]. *光学学报*, 2009, 29(1): 114-119.
- [19] Cai D M, Wang K, Jia P, *et al.* Sampling methods of power spectral density method simulating atmospheric turbulence phase screen [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(10): 104217.  
蔡冬梅, 王昆, 贾鹏, 等. 功率谱反演大气湍流随机相位屏采样方法的研究 [J]. *物理学报*, 2014, 63(10): 104217.
- [20] Li Y J, Zhu W Y, Rao R Z. Simulation of random phase screen of non-Kolmogorov atmospheric turbulence [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(12): 1211001.  
李玉杰, 朱文越, 饶瑞中. 非 Kolmogorov 大气湍流随机相位屏模拟 [J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(12): 1211001.
- [21] Qian X M, Rao R Z. Spatial distribution of Gaussian-beam scintillation in atmosphere by numerical simulation [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2006, 23(3): 320-324.  
钱仙妹, 饶瑞中. 高斯光束大气闪烁空间分布的数值模拟研究 [J]. *量子电子学报*, 2006, 23(3): 320-324.
- [22] Zhou Y, Li X Z, Wang J G, *et al.* The method of interferometry to measure the topological charge of vortex beams [J]. *Journal of Henan University of Science & Technology (Natural Science)*, 2016, 37(3): 95-99.  
周洋, 李新忠, 王静鸽, 等. 涡旋光束拓扑荷值的干涉测量方法 [J]. *河南科技大学学报(自然科学版)*, 2016, 37(3): 95-99.
- [23] Guo M J, Zeng J, Li J H. Generation and interference of vortex beam based on spiral phase plate [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(9): 092602.  
郭苗军, 曾军, 李晋红. 基于螺旋相位板的涡旋光束的产生与干涉 [J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(9): 092602.