

纳米金刚石氮空位中心耦合机械振子的纠缠动力学特性

廖庆洪^{1,2*}, 金鹏¹, 叶杨¹

¹南昌大学信息工程学院电子信息工程系, 江西 南昌 330031;

²中国科学院量子信息重点实验室, 安徽 合肥 230026

摘要 研究了二阶磁梯度诱导的纳米金刚石氮空位(NV)色心耦合机械振子系统中两机械模式与 NV 色心的纠缠动力学特性,分析了系统相干角、机械模式的衰减率、NV 色心的自发衰减率等对纠缠的影响。研究表明,选择合适的系统参数可以制备机械模式和 NV 色心之间的最大纠缠态;相干角对系统的纠缠动力学特性具有重要影响,当耗散存在时,通过控制相干角可以有效调节系统抵抗纠缠衰减的能力;相比于 NV 色心的自发衰减,机械模式的衰减使系统纠缠更快衰减和消失。

关键词 量子光学; 量子纠缠; 纳米金刚石机械振子; 氮空位(NV)色心; 负值度

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.1212001

Entanglement Dynamic Properties of Nitrogen-Vacancy Centers Coupled to Mechanical Resonators in Nanodiamond

Liao Qinghong^{1,2*}, Jin Peng¹, Ye Yang¹

¹Department of Electronic Information Engineering, Information Engineering School, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi 330031, China;

²CAS Key Laboratory of Quantum Information, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

Abstract The entanglement dynamic properties between two mechanical modes and nitrogen-vacancy(NV) centers in the system of second-order-magnetic-gradient induced nanodiamond NV center coupled to mechanical resonator are investigated. The influences of coherence angle, decay rate of mechanical modes and spontaneous decay rate of NV centers on entanglement are analyzed. The research results show that the maximum entangled state between mechanical modes and NV centers can be produced by the suitable choice of system parameters. In addition, the coherence angle has an important influence on the entanglement dynamics, and the coherence angle can be used to effectively adjust the resistance ability to entanglement attenuation when dissipation is considered. Moreover, compared to the spontaneous decay of NV centers, that of mechanical modes can make the system entanglement decay and disappear more quickly.

Key words quantum optics; quantum entanglement; nanodiamond mechanical oscillator; nitrogen vacancy (NV) center; negativity

OCIS codes 270.5580; 270.5585

收稿日期: 2018-06-07; 修回日期: 2018-07-09; 录用日期: 2018-07-30

基金项目: 国家自然科学基金(61368002)、江西省杰出青年人才资助计划项目(20162BCB23009)、江西省自然科学基金(20161BAB202046)、江西省教育厅科技项目(GJJ13051)、中国科学院量子信息重点实验室开放课题(KQI201704)、低维量子物理国家重点实验室开放研究基金(KF201711)

* E-mail: nculqh@163.com

1 引 言

金刚石是一种稳定的碳元素同素异形体,在室温下纳米金刚石悬臂质心运动的品质因子比单晶硅悬臂的大近一个数量级^[1]。纳米金刚石机械振子具有力学性能优异和耗散低^[2]等优势,属于微纳米机械振子系统。金刚石中的氮空位中心(NV色心)具有稳定的光学特性,是一种理想的固态量子比特^[3-4]。它具有量子态可操控^[5-6]、可进行高灵敏度物理量探测^[7-9]等优点,在超分辨成像中也发挥着巨大的作用^[10]。其电子自旋在常温下的相干时间可达毫秒量级^[11],被确定为光稳定的单光子源^[12],而且金刚石NV色心具有天然的自旋-光子纠缠性质^[13],在纠缠特性实验中可以被激光等光源操控。王靖茹等^[14]提出了一种精确探测金刚石中NV色心轴向信息的方法。结合纳米金刚石和NV色心的优势,Toklikishvili等^[15]研究了纳米谐振器耦合双金刚石NV色心系统的纠缠特性,所提模型在合理的假设下可解析。将金刚石NV色心耦合纳米机械振子的混合系统模型用于量子纠缠、量子信息处理等领域的研究受到了研究者的广泛关注。

Teissier等^[16]研究了嵌入NV色心电子自旋的单晶金刚石悬臂混合系统,发现在机械驱动下系统的耦合强度大于10 MHz。Bennett等^[17-19]通过应变诱导的有效电场来混合声子模式与NV色心的电子自旋以产生耦合,但这种耦合机制对纳米金刚石谐振器的尺寸非常敏感,很难实现强耦合。随着研究的发展,基于一阶磁场梯度实现NV色心和纳米金刚石谐振器的混合系统的强耦合机制被提出^[20-21],这种耦合机制的条件是超高磁梯度。在一阶磁梯度研究的基础上,研究者发现二阶磁梯度也可以耦合NV色心和纳米金刚石谐振器,而且该耦合机制易调节机械模式和电子自旋之间的有效耦合强度^[22]。NV色心和纳米金刚石谐振器组成的混合系统可以产生较强的耦合,这为量子纠缠领域的研究创造了较优越的条件。Ma等^[23]研究了纳米金刚石结构的双稳态和稳态自旋压缩,发现了室温下NV色心集合与磁化纳米机械谐振器的量子化运动之间的纠缠特点。Ma等^[22]研究了二阶磁梯度诱导机械模式与NV色心之间的耦合,提出用热库驱动一个较低频率的机械谐振器模式来冷却谐振器的另一个较高频率的机械模式。Cai等^[24]研究了纳米金刚石谐振器和NV色心的混合系统中的纠缠产生以及量子态的转移,提出了一种通过二阶磁场梯度实

现纳米金刚石谐振器与NV色心强耦合的方案。

本文研究了在二阶磁场梯度的作用下纳米金刚石机械振子与NV色心耦合系统中纠缠的动力学特性,讨论了在理想的环境和耗散环境下,各参数对系统纠缠动力学的影响。研究结果表明,理想条件下纳米金刚石NV色心和机械模式的纠缠随时间呈现周期性的振荡,可以制备最大纠缠态;耗散条件下纠缠会发生振荡衰减,直至解纠缠。

2 物理模型和基本方程

纳米金刚石悬臂耦合NV色心系统^[23]的模型示意图如图1所示,其中 xyz 为坐标系。纳米金刚石谐振器的尺寸为 $3\ \mu\text{m}\times 0.05\ \mu\text{m}\times 0.05\ \mu\text{m}$,末端沿 x 轴振动且有一个NV色心。纳米金刚石谐振器的两种机械模式 a 和 b ,频率分别为 ω_a 和 ω_b ,且满足 $\omega_a < \omega_b$ 。NV色心电子自旋有两种自旋状态,分别是 $| -1 \rangle$ 态和 $| 0 \rangle$ 态。通过施加适当的外部磁场,可以得到NV色心两电子自旋态之间的能量差等于两种机械模式 a 和 b 之间的能量差,即 $\Delta = \omega_b - \omega_a$ 。两个磁头位于NV色心下方,会产生二阶磁梯度,它们连接线的中点和NV色心之间的垂直距离 h 约为 $50\ \text{nm}$ ^[22]。沿 z 轴添加外部静磁场 B 以诱发Zeeman劈裂^[25],使 $| -1 \rangle$ 和 $| 0 \rangle$ 态更靠近。两个磁头产生的二阶磁梯度可以引发机械模式 a 或 b 与NV色心的耦合。

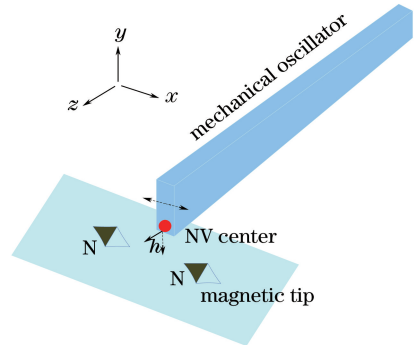


图1 纳米金刚石悬臂耦合NV色心的系统模型
Fig. 1 Physical system of nanodiamond cantilever coupled to NV center

机械谐振器耦合NV色心系统的哈密顿量为 $H = H_0 + H_1$,其中 H_0 为非相互作用哈密顿量, H_1 为机械谐振器和NV色心之间的相互作用哈密顿量^[22],其表达式分别为

$$\begin{cases} H_0 = \frac{\omega_z}{2} \sigma_z + \omega_a a^\dagger a + \omega_b b^\dagger b \\ H_1 = [g_a a^\dagger a + g_b b^\dagger b + g(a^\dagger b + ab^\dagger)] \sigma_x \end{cases}, \quad (1)$$

式中约化普朗克常量 $\hbar = 1$; $a(a^\dagger)$ 和 $b(b^\dagger)$ 分别为两个振子声子场的湮灭(产生)算符; ω_z 为金刚石氮空位中心的基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 之间的跃迁频率; $\sigma_x = \sigma_+ + \sigma_-$ 为泡利自旋算符, 其中 $\sigma_+ = |e\rangle\langle g|$ 为 NV 色心的上升算符, $\sigma_- = |g\rangle\langle e|$ 为 NV 色心的下降算符, $|e\rangle$ 为激发态, $|g\rangle$ 为基态; g_a, g_b 分别为机械模式 a, b 与 NV 色心间的耦合强度; g 为两种机械模式与 NV 色心间的耦合强度, $g = g_s \mu_B G_2 x_a x_b$, 其中 g_s 为朗德因子, μ_B 为玻尔磁子, $G_2 = \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$ 为两磁针产生的二阶磁梯度, $x_a = \sqrt{\frac{1}{2m_a \omega_a}}$ ($x_b = \sqrt{\frac{1}{2m_b \omega_b}}$) 为机械模式 a (b) 的零场涨落, m_a 为机械模式 a 的有效质量, m_b 为机械模

式 b 的有效质量。

在旋波近似下, 相互作用绘景中系统的哈密顿量为

$$H_I = g(a^\dagger b \sigma_+ + ab^\dagger \sigma_-). \quad (2)$$

ω_z 为 $2\pi \times 10^7$ Hz 量级, g 为 2π Hz 量级的情形已经在实验上成功实现^[22]。

在该模型系统中, 考虑机械模式 a, b 和纳米金刚石 NV 色心的初态分别为

$$\begin{cases} |\psi(0)\rangle_a = \cos \theta_1 |0_a\rangle + \sin \theta_1 |1_a\rangle \\ |\psi(0)\rangle_b = \cos \theta_2 |0_b\rangle + \sin \theta_2 |1_b\rangle, \\ |\psi(0)\rangle_{NV} = \cos \theta_3 |e\rangle + \sin \theta_3 |g\rangle \end{cases} \quad (3)$$

式中下标 a, b, NV 分别代表机械模式 a, b 和纳米金刚石 NV 色心; $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 分别为机械模式 a, b 和 NV 色心的相干角。则系统的初态为

$$\begin{aligned} |\psi(0)\rangle = & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 |0_a, 0_b, e\rangle + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 |0_a, 1_b, e\rangle + \\ & \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 |1_a, 0_b, e\rangle + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 |1_a, 1_b, e\rangle + \\ & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 |0_a, 0_b, g\rangle + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 |0_a, 1_b, g\rangle + \\ & \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 |1_a, 0_b, g\rangle + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 |1_a, 1_b, g\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

在哈密顿量作用下, 任意时刻 t 的态矢量为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & M_1(t) |0_a, 0_b, e\rangle + M_2(t) |0_a, 1_b, e\rangle + M_3(t) |1_a, 0_b, e\rangle + M_4(t) |1_a, 1_b, e\rangle + \\ & M_5(t) |0_a, 0_b, g\rangle + M_6(t) |0_a, 1_b, g\rangle + M_7(t) |1_a, 0_b, g\rangle + M_8(t) |1_a, 1_b, g\rangle + M_9(t) |2_a, 0_b, e\rangle + \\ & M_{10}(t) |0_a, 2_b, g\rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

根据薛定谔方程, 求得各概率幅 $M_1(t), M_2(t), \dots, M_{10}(t)$ 的解析解分别为

$$\begin{cases} M_1(t) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \\ M_2(t) = \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \\ M_3(t) = -i \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \sin(gt) + \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \cos(gt) \\ M_4(t) = \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \cos(\sqrt{2}gt) \\ M_5(t) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\ M_6(t) = -i \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \sin(gt) + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \cos(gt)^\circ \\ M_7(t) = \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\ M_8(t) = \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \cos(\sqrt{2}gt) \\ M_9(t) = -i \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \sin(\sqrt{2}gt) \\ M_{10}(t) = -i \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \sin(\sqrt{2}gt) \end{cases} \quad (6)$$

考虑机械模式的衰减率和 NV 色心的自发辐射衰减率时, 系统的哈密顿量为

$$H_{II} = g(a^\dagger b \sigma_+ + ab^\dagger \sigma_-) - i\kappa_1 a^\dagger a - i\kappa_2 b^\dagger b - i\frac{\gamma}{2} |e\rangle\langle e|, \quad (7)$$

式中 κ_1 为机械模式 a 的衰减率; κ_2 为机械模式 b 的衰减率; γ 为 NV 色心的自发辐射衰减率。

存在损耗时各概率幅的表达式满足微分方程组:

$$\begin{cases}
 \dot{M}_1(t) = -\frac{\gamma}{2}M_1(t) \\
 \dot{M}_2(t) = -\left[M_2(t)\kappa_1 + \frac{\gamma}{2}M_2(t)\right] \\
 \dot{M}_3(t) = -\left[\text{ig}M_6(t) + M_3(t)\kappa_1 + \frac{\gamma}{2}M_3(t)\right] \\
 \dot{M}_4(t) = -\left[\text{ig}\sqrt{2}M_{10}(t) + M_4(t)\kappa_1 + M_4(t)\kappa_2 + \frac{\gamma}{2}M_4(t)\right] \\
 \dot{M}_5(t) = 0 \\
 \dot{M}_6(t) = -\left[\text{ig}M_3(t) + M_6(t)\kappa_2\right] \\
 \dot{M}_7(t) = -M_7(t)\kappa_1 \\
 \dot{M}_8(t) = -\left[\text{ig}\sqrt{2}M_9(t) + M_8(t)\kappa_1 + M_8(t)\kappa_2\right] \\
 \dot{M}_9(t) = -\left[\text{ig}\sqrt{2}M_8(t) + 2M_9(t)\kappa_1 + \frac{\gamma}{2}M_9(t)\right] \\
 \dot{M}_{10}(t) = -\left[\text{ig}\sqrt{2}M_4(t) + 2M_{10}(t)\kappa_1\right]
 \end{cases} \quad (8)$$

求解此微分方程,得到

$$\begin{cases}
 M_1(t) = \exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right) \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \\
 M_2(t) = \exp\left[-\frac{1}{2}(2\kappa + \gamma)t\right] \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \\
 M_3(t) = \frac{1}{\beta} \exp\left[-\frac{1}{4}(4\kappa + \gamma)t\right] \left[\sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \beta \cos\left(\frac{1}{4}\beta t\right) - \right. \\
 \left. (4\text{ig} \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \gamma) \sin\left(\frac{1}{4}\beta t\right) \right] \\
 M_4(t) = \exp\left[-\frac{1}{4}(8\kappa + \gamma)t\right] \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \left[\cos\left(\frac{1}{4}\alpha t\right) - \frac{\gamma}{\alpha} \sin\left(\frac{1}{4}\alpha t\right) \right] \\
 M_5(t) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\
 M_6(t) = \frac{1}{\beta} \exp\left[-\frac{1}{4}(4\kappa + \gamma)t\right] \left[\cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \beta \cos\left(\frac{1}{4}\beta t\right) - \right. \\
 \left. (4\text{ig} \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \gamma) \sin\left(\frac{1}{4}\beta t\right) \right] \\
 M_7(t) = \exp(-\kappa t) \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\
 M_8(t) = \exp\left[-\frac{1}{4}(8\kappa + \gamma)t\right] \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \left[\cos\left(\frac{1}{4}\alpha t\right) + \frac{\gamma}{\alpha} \sin\left(\frac{1}{4}\alpha t\right) \right] \\
 M_9(t) = -\text{i} \frac{4\sqrt{2}g \exp\left[-\frac{1}{4}(8\kappa + \gamma)t\right] \sin\left(\frac{1}{4}\alpha t\right) \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3}{\alpha} \\
 M_{10}(t) = -\text{i} \frac{4\sqrt{2}g \exp\left[-\frac{1}{4}(8\kappa + \gamma)t\right] \sin\left(\frac{1}{4}\alpha t\right) \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3}{\alpha}
 \end{cases} \quad (9)$$

式中 $\alpha = \sqrt{32g^2 - \gamma^2}$, $\beta = \sqrt{16g^2 - \gamma^2}$ 。

由(6)式和(9)式可分别求出理想和耗散条件下任意时刻的态矢量 $|\psi(t)\rangle$, 由 $|\psi(t)\rangle$ 可得到系统的密度矩阵为

$$\rho(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|. \quad (10)$$

在纳米金刚石谐振器的机械模式 a 与 NV 色心构成的两体系统中, 取 $\{|1\rangle = |2, e\rangle, |2\rangle = |1, e\rangle, |3\rangle =$

$|0, e\rangle, |4\rangle = |2, g\rangle, |5\rangle = |1, g\rangle, |6\rangle = |0, g\rangle$ 为基矢, 则该两体系统的约化密度矩阵为

$$\rho_{aNV}(t) = \text{Tr}_b \rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & 0 & \rho_{15} & \rho_{16} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 & \rho_{25} & \rho_{26} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 & \rho_{35} & \rho_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{51} & \rho_{52} & \rho_{53} & 0 & \rho_{55} & \rho_{56} \\ \rho_{61} & \rho_{62} & \rho_{63} & 0 & \rho_{65} & \rho_{66} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

式中 Tr 代表求迹。各矩阵元的表达式分别为

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= M_9 M_9^*, \rho_{12} = M_9 M_3^*, \rho_{13} = M_9 M_1^*, \rho_{15} = M_9 M_7^*, \rho_{16} = M_9 M_5^*, \\ \rho_{21} &= \rho_{12}^*, \rho_{22} = M_3 M_3^* + M_4 M_4^*, \rho_{23} = M_3 M_1^* + M_4 M_2^*, \rho_{25} = M_3 M_7^* + M_4 M_8^*, \rho_{26} = M_3 M_5^* + M_4 M_6^*, \\ \rho_{31} &= \rho_{13}^*, \rho_{32} = \rho_{23}^*, \rho_{33} = M_1 M_1^* + M_2 M_2^*, \rho_{35} = M_1 M_7^* + M_2 M_8^*, \rho_{36} = M_1 M_5^* + M_2 M_6^*, \\ \rho_{51} &= \rho_{15}^*, \rho_{52} = \rho_{25}^*, \rho_{53} = \rho_{35}^*, \rho_{55} = M_7 M_7^* + M_8 M_8^*, \rho_{56} = M_7 M_5^* + M_8 M_6^*, \\ \rho_{61} &= \rho_{16}^*, \rho_{62} = \rho_{26}^*, \rho_{63} = \rho_{36}^*, \rho_{65} = \rho_{56}^*, \rho_{66} = M_5 M_5^* + M_6 M_6^* + M_{10} M_{10}^*, \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $*$ 代表求共轭。

在纳米金刚石谐振器的机械模式 b 与 NV 色心构成的两体系统中, 取 $\{|1\rangle = |2, e\rangle, |2\rangle = |1, e\rangle, |3\rangle = |0, e\rangle, |4\rangle = |2, g\rangle, |5\rangle = |1, g\rangle, |6\rangle = |0, g\rangle\}$ 为基矢, 则该两体系统的约化密度矩阵为

$$\rho_{bNV}(t) = \text{Tr}_a \rho(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} & \rho_{25} & \rho_{26} \\ 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} & \rho_{35} & \rho_{36} \\ 0 & \rho_{42} & \rho_{43} & \rho_{44} & \rho_{45} & \rho_{46} \\ 0 & \rho_{52} & \rho_{53} & \rho_{54} & \rho_{55} & \rho_{56} \\ 0 & \rho_{62} & \rho_{63} & \rho_{64} & \rho_{65} & \rho_{66} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

式中各矩阵元的表达式为

$$\begin{aligned} \rho_{22} &= M_2 M_2^* + M_4 M_4^*, \rho_{23} = M_2 M_1^* + M_4 M_3^*, \rho_{24} = M_2 M_{10}^*, \rho_{25} = M_2 M_6^* + M_4 M_8^*, \rho_{26} = M_2 M_5^* + M_4 M_7^*, \\ \rho_{32} &= \rho_{23}^*, \rho_{33} = M_1 M_1^* + M_3 M_3^* + M_9 M_9^*, \rho_{34} = M_1 M_{10}^*, \rho_{35} = M_1 M_6^* + M_3 M_8^*, \rho_{36} = M_1 M_5^* + M_3 M_7^*, \\ \rho_{42} &= \rho_{24}^*, \rho_{43} = \rho_{34}^*, \rho_{44} = M_{10} M_{10}^*, \rho_{45} = M_{10} M_6^*, \rho_{46} = M_{10} M_5^*, \\ \rho_{52} &= \rho_{25}^*, \rho_{53} = \rho_{35}^*, \rho_{54} = \rho_{45}^*, \rho_{55} = M_6 M_6^* + M_8 M_8^*, \rho_{56} = M_6 M_5^* + M_8 M_7^*, \\ \rho_{62} &= \rho_{26}^*, \rho_{63} = \rho_{36}^*, \rho_{64} = \rho_{46}^*, \rho_{65} = \rho_{56}^*, \rho_{66} = M_5 M_5^* + M_7 M_7^*. \end{aligned} \quad (14)$$

在由机械模式 a 与 b 构成的两体系统中, 研究基于 2×2 阶的约化密度矩阵, 故可以选取相干角 $\theta_2 = 0$, 并设基矢为 $\{|1\rangle = |1, 1\rangle, |2\rangle = |1, 0\rangle, |3\rangle = |0, 1\rangle, |4\rangle = |0, 0\rangle\}$, 则该两体系统的约化密度矩阵为

$$\rho_{ab}(t)_{2 \times 2} = \text{Tr}_{NV} \rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & \rho_{44} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

式中各矩阵元的表达式为

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= M_4 M_4^* + M_8 M_8^*, \rho_{12} = M_4 M_3^* + M_8 M_7^*, \rho_{13} = M_4 M_2^* + M_8 M_6^*, \rho_{14} = M_4 M_1^* + M_8 M_5^*, \\ \rho_{21} &= \rho_{12}^*, \rho_{22} = M_3 M_3^* + M_7 M_7^*, \rho_{23} = M_3 M_2^* + M_7 M_6^*, \rho_{24} = M_3 M_1^* + M_7 M_5^*, \\ \rho_{31} &= \rho_{13}^*, \rho_{32} = \rho_{23}^*, \rho_{33} = M_2 M_2^* + M_6 M_6^*, \rho_{34} = M_2 M_1^* + M_6 M_5^*, \\ \rho_{41} &= \rho_{14}^*, \rho_{42} = \rho_{24}^*, \rho_{43} = \rho_{34}^*, \rho_{44} = M_1 M_1^* + M_5 M_5^*. \end{aligned} \quad (16)$$

使用负值度^[26-29]度量机械模式和金刚石 NV 色心之间的纠缠。纠缠的负值度定义为系统约化密度矩阵部分转置后负特征值之和的绝对值, 表达

$$N(\rho) = 2 \sum_i |\mu_i|, \quad (17)$$

式中 μ_i 为 ρ^{Tx} 的负特征值, T_x 为相对于系统 X 的部分转置。负值度的变化范围为 $0 \leq N(\rho) \leq 1$, 负值度等于 0 和 1 分别对应解纠缠态和最大纠缠态。

3 结果与讨论

负值度随时间的变化规律反映了机械模式和 NV 色心之间的纠缠演化特性, 机械模式 a 和 NV 色心之间的负值度和任意时刻态矢量布局数 $M_7M_7^*, M_8M_8^*$ 和 $M_9M_9^*$ 的变化规律如图 2 所示。可以看出, 当耦合系数 $g=1$ 、两种机械模式和 NV 色心的相干角分别为 $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2$ 时, 负值度可化简为 $N_{aNV}(t) = 2 \left| \sin(\sqrt{2}gt) \right|$ 。两机械模式和 NV 色心之间一旦发生相互作用, 机械模式和 NV 色心之间的能量和信息就会发生交换, 机械模式 a 和 NV 色心之间就产生纠缠, 纠缠随着时间的演化呈周期性振荡行为, 周期为 $T_a = \frac{\pi}{\sqrt{2}g}$ 。

相互作用继续进行, 在时刻 $t_m = \frac{7\pi}{20g} + kT_a$ ($k=0, 1, \dots$) 负值度达到最大值 ($N_{aNV} = 1$), 此时机械模式 a 和 NV 色心之间达到最大纠缠态, 结果可由任意时刻态矢量的布局数来解释。在 t_m 时刻, 由(5)式可知, 布局数 $M_7M_7^*$ 和 $M_9M_9^*$ 的值为 0.5, $M_8M_8^*$ 为零, 机械模式 a 和 NV 色心之间处于最大纠缠态。由(5)式计算可得, 机械模式与 NV 色心的态矢量为 $|\psi(t_m)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_a, 0_b, g\rangle + |2_a, 0_b, e\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_a, g\rangle + |2_a, e\rangle) \otimes |0_b\rangle$, 制备了机械模式 a 和 NV 色心之间的最大纠缠态。

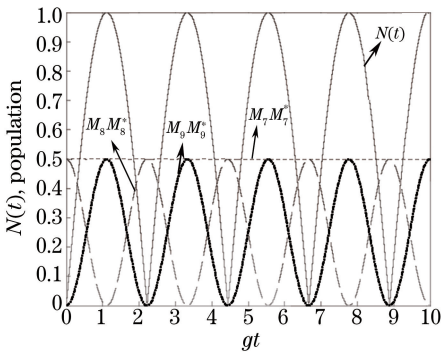


图 2 机械模式 a 和 NV 色心之间的负值度和态矢量布局数的演化

Fig. 2 Time evolution of negativity between mechanical model a and NV center and state populations

由(3)式可知, 系统任意时刻的态矢量与相干角有关, 故相干角会对纠缠产生影响。图 3 和图 4 所示分别为在理想 ($k_1 = k_2 = \gamma = 0$) 和耗散 ($k_1 = 0.1g, k_2 = 0.1g, \gamma = 0.1g$) 条件下, 相干角取不同值时, 利用模拟仿真分析的机械模式 a 与 NV 色心之间的负值度随时间的演化。比较图 3 和图 4 可以看出, 机械模式 a 与 NV 色心之间负值度的振幅随着相干角的减小而减小, 可以达到最大纠缠态的相干角是 $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2$ 。如图 4 所示, 当耗散存在时, 负值度呈振荡衰减, 这是因为机械模式 a 和 NV 色心之间的能量和信息不断交换, 直到能量完全泄漏。相干角 θ_2 不会影响机械模式 a 与 NV 色心之间负值度的周期性, 如图 3(b) 所示, 相干角 θ_1 和 θ_3 不仅会影响负值度的周期性, 还会影响解纠缠的时间, 如 4(a)、(b) 所示。在实验中可以通过控制相干角 θ_1, θ_3 来控制系统的解纠缠, 这就提供了一个调控机械模式 a 与 NV 色心之间的纠缠方法。

假设机械模式 a 和 b 的衰减率相同, 即 $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ 。两机械模式存在衰减时, 机械模式 a 与 NV 色心的纠缠随时间的动力学特性如图 5(a) 所示。可以看出, 当相干角为 $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2$ 时, 负值度可化简为 $N(t) = \left| \frac{8g}{\sqrt{2}\alpha} \exp\left[-\frac{1}{4}(12\kappa + \gamma)t\right] \sin\left(\frac{1}{4}at\right) \right|$ 。其中 $\alpha = \sqrt{32g^2 - \gamma^2}$, 耦合系数 $g=1$, NV 色心的自发辐射率 $\gamma=0$, 机械模式的衰减率分别为 $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.1, 0.3, 0.6$ 。随着衰减率 κ_1, κ_2 的增大, 机械模式 a 与 NV 色心的负值度的最大值减小, 负值度的振幅减小, 纠缠消失的时间缩短。当 NV 色心的自发辐射率存在时, 机械模式 a 与 NV 色心的纠缠随时间的演化特性如图 5(b) 所示。其中机械模式的衰减率 $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$, NV 色心的衰减率 $\gamma = 0.1, 0.5, 1$, 其他条件与图 5(a) 的相同。可以看出, 随着时间的增长, 负值度的振荡行为减弱, 且减弱的程度越来越大。比较图 5(a)、(b) 可以发现, 机械模式的衰减率对纠缠的影响比 NV 色心衰减率的更明显, 前者更易削弱纠缠的振荡性, 更易使系统解纠缠, 而且两者取相同值时, 前者对应的负值度振幅小于后者的。

在 $N(t) = \left| \frac{8g}{\sqrt{2}\alpha} \exp\left[-\frac{1}{4}(12\kappa + \gamma)t\right] \sin\left(\frac{1}{4}at\right) \right|$ 的衰减指数中, κ 的系数比 γ 的系数大, 故机械模式的衰减率对纠缠的影响要大于 NV 色心的自发辐射率的。

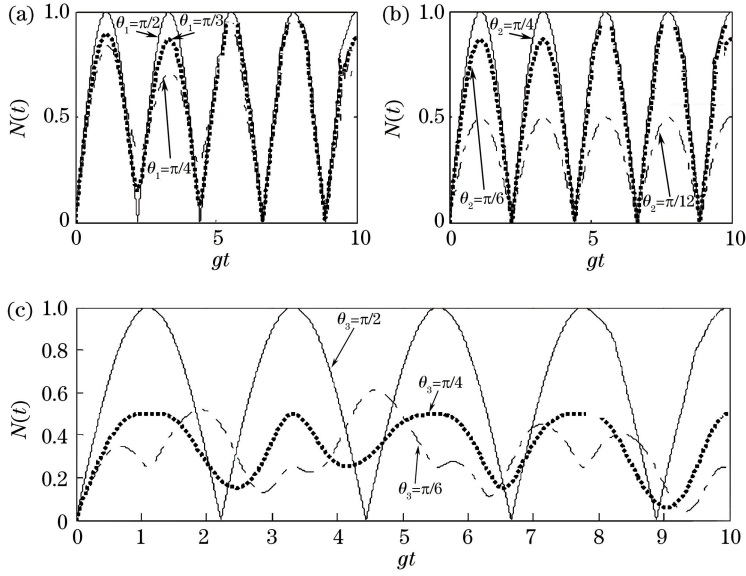


图 3 理想情况下机械模式 a 与 NV 色心的纠缠随时间的演化特性 ($g=1, \kappa_1=\kappa_2=\gamma=0$)。

(a) $\theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2$; (b) $\theta_1 = \pi/2, \theta_3 = \pi/2$; (c) $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi/4$

Fig. 3 Time evolution of entanglement between mechanical mode a and NV center under ideal conditions ($g=1$ and $\kappa_1=\kappa_2=\gamma=0$). (a) $\theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2$; (b) $\theta_1 = \pi/2, \theta_3 = \pi/2$; (c) $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi/4$

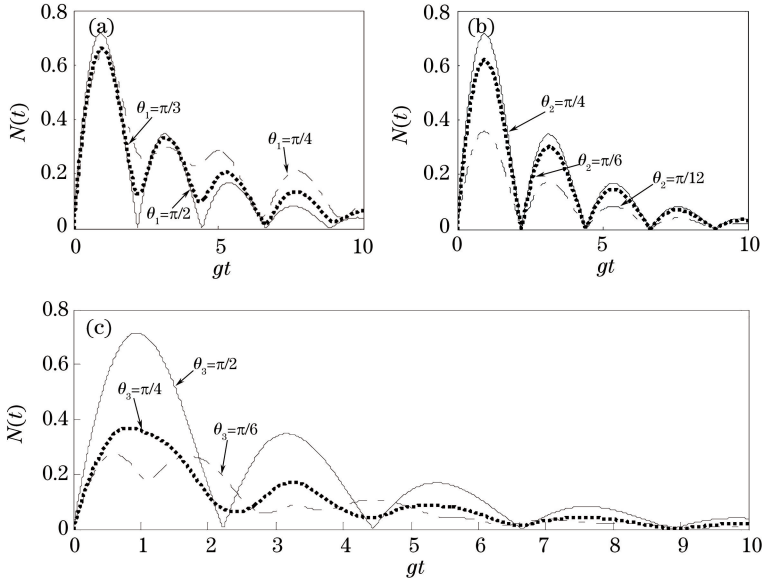


图 4 耗散情况下机械模式 a 与 NV 色心的纠缠随时间的演化特性 ($g=1, \kappa_1=0.1g, \kappa_2=0.1g, \gamma=0.1g$)。

(a) $\theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2$; (b) $\theta_1 = \pi/2, \theta_3 = \pi/2$; (c) $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi/4$

Fig. 4 Time evolution of entanglement between mechanical mode a and NV center under condition that dissipation is considered ($g=1, \kappa_1=0.1g, \kappa_2=0.1g, \gamma=0.1g$). (a) $\theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2$; (b) $\theta_1 = \pi/2, \theta_3 = \pi/2$; (c) $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi/4$

接着,研究机械模式 b 和 NV 色心之间的纠缠随时间的演化特性,其中耦合系数 $g=1$, 相干角 $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2$, 对应负值度的表达式为 $N_{bNV}(t) = 2 |\sin(\sqrt{2}gt)|$ 。纠缠随时间的演化与图 2 中的实线相同,由此可知,机械模式 b 与 NV 色心所在子系统的纠缠也会因系统中的能量交换出现消

失和复苏的交替状态。纠缠的振荡周期为 $T_b = \frac{\pi}{\sqrt{2}g}$ 。当 $t_m = \frac{7\pi}{20g} + kT_b (k=0, 1, 2, \dots)$ 时,负值度 $N_{bNV} = 1$, 故在 t_m 时刻机械模式 b 与 NV 色心之间处于最大纠缠态。使用与研究机械模式 a 与 NV 色心纠缠的相同方法研究机械模式 b 与 NV 色心的纠缠态最大时的布局数,再结合(5)式可以计算出,

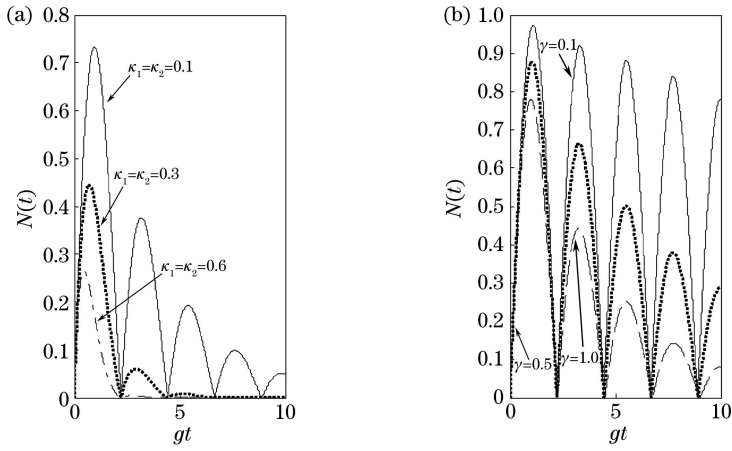


图 5 机械模式 a 与 NV 色心之间的纠缠随时间的演化特性。

(a) 机械模式衰减率对纠缠的影响; (b) NV 色心自发辐射率对纠缠的影响

Fig. 5 Time evolution of entanglement between mechanical mode a and NV center. (a) Influence of decay rate of mechanical mode on entanglement; (b) influence of spontaneous decay rate of NV center on entanglement

任意时刻的态矢量会演变成 $|\varphi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_a 1_b e\rangle + |0_a 2_b g\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_b e\rangle + |2_b g\rangle) \otimes |0_a\rangle$, 制备了机械模式 b 和 NV 色心之间的最大纠缠态。

在理想和耗散情况下, 选取不同相干角时, 模拟仿真出机械模式 b 和 NV 色心之间的纠缠随时间的演化特性分别如图 6 和图 7 所示, 其中理想情况下 $\kappa_1 = \kappa_2 = \gamma = 0$, 耗散情况下 $k_1 = 0.1g, k_2 = 0.1g, \gamma = 0.1g$ 。由图 6 可知, 随着相干角 θ_1, θ_2 的增大或

相干角 θ_3 的减小, 机械模式 b 和 NV 色心之间的负值度的最大值减小。当相干角取为 $\theta_1 = \pi/4, \theta_1 = \pi/2, \theta_1 = 0$ 时, 负值度 $N(t) = 1$, 此时机械模式 b 和 NV 色心之间达到最大纠缠态。 θ_1 的变化不会影响负值度的周期性振荡行为, 如图 6(a) 所示; θ_2, θ_3 的改变会影响负值度随时间演化的周期性以及系统解纠缠的时刻, 如图 6(b)、(c) 所示。由图 7 可知, 当耗散存在时, 机械模式 b 和 NV 色心之间的负值度呈振荡衰减, 这是因为机械模式和 NV 色心之间发生了能量交换, 机械模式 b 和 NV 色心之间的能量

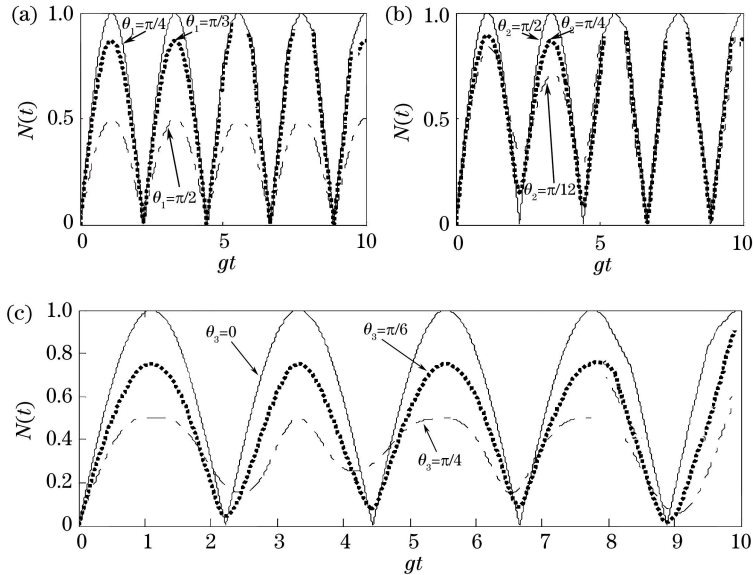


图 6 机械模式 b 与 NV 色心的纠缠随时间的演化特性 ($g=1, \kappa_1 = \kappa_2 = \gamma = 0$)。

(a) $\theta_2 = \pi/2, \theta_3 = 0$; (b) $\theta_1 = \pi/4, \theta_3 = 0$; (c) $\theta_1 = \pi/4, \theta_2 = \pi/2$

Fig. 6 Time evolution of entanglement between mechanical mode b and NV center ($g=1, \kappa_1 = \kappa_2 = \gamma = 0$)。

(a) $\theta_2 = \pi/2, \theta_3 = 0$; (b) $\theta_1 = \pi/4, \theta_3 = 0$; (c) $\theta_1 = \pi/4, \theta_2 = \pi/2$

不断减小。改变 θ_2, θ_3 的值可以使机械模式 b 和 NV 色心之间的解纠缠时间更长,即具有更强的抵

抗衰减的能力,这提供了一种通过改变机械模式的相干角来调控纠缠的方法。

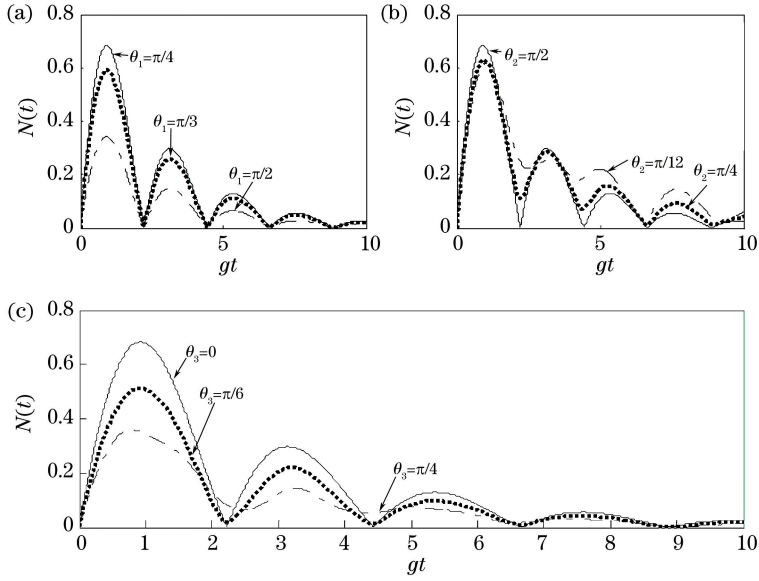


图 7 机械模式 b 与 NV 色心的纠缠随时间的演化特性 ($g=1, \kappa_1=0.1g, \kappa_2=0.1g, \gamma=0.1g$)。

(a) $\theta_2 = \pi/2, \theta_3 = 0$; (b) $\theta_1 = \pi/4, \theta_3 = 0$; (c) $\theta_1 = \pi/4, \theta_2 = \pi/2$

Fig. 7 Time evolution of entanglement between mechanical mode b and NV center

($g=1, \kappa_1=0.1g, \kappa_2=0.1g, \gamma=0.1g$). (a) $\theta_2 = \pi/2, \theta_3 = 0$; (b) $\theta_1 = \pi/4, \theta_3 = 0$; (c) $\theta_1 = \pi/4, \theta_2 = \pi/2$

考虑机械模式的衰减率和 NV 色心的自发辐射率时,机械模式 b 与 NV 色心之间纠缠的动力学特性如图 8 所示。在图 8(a)中,给定相干角 $\theta_1 = \pi/4, \theta_2 = \pi/2, \theta_3 = 0$, 负值度的表达式为 $N(t) = \left| \frac{8g}{\sqrt{2}\alpha} \exp\left[-\frac{1}{4}(12\kappa + 3\gamma)t\right] \sin\left(\frac{1}{4}\alpha t\right) \right|$, 其中 $\alpha = \sqrt{32g^2 - \gamma^2}$, 耦合系数为 $g=1$, NV 色心的衰减率为 $\gamma=0$, 实线、点线和虚线分别对应机械模式的衰

减率为 $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.1, 0.3, 0.6$ 。图 8(b)中的实线、点线和虚线分别对应 NV 色心的自发辐射率为 $\gamma=0.1, 0.5, 1$, 机械模式的衰减率 $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$, 其他参数与图 8(a)的相同。可以看出,负值度的振幅随着衰减率的增大而减小,这是因为机械模式和 NV 色心相互作用时,系统发生能量交换,机械模式 b 和 NV 色心之间的能量越来越小。观察图 8(a)、(b)两图,并结合化简后负值度表达式中各衰减率的系数,

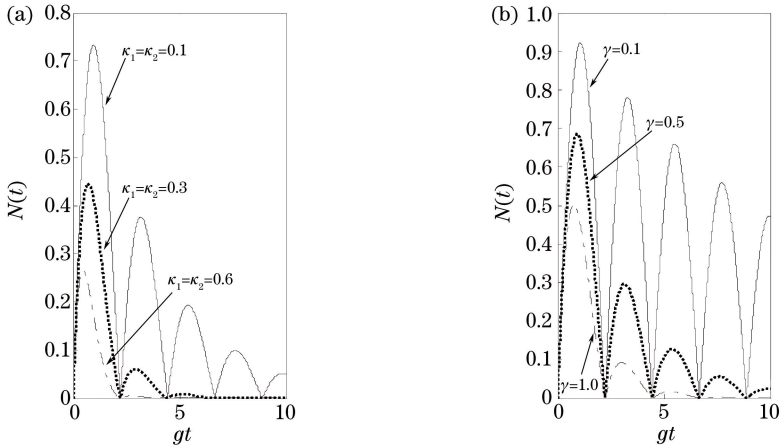


图 8 机械模式 b 与 NV 色心之间的纠缠随时间的演化。(a)机械模式的衰减率对纠缠的影响; (b) NV 色心的自发辐射率对纠缠的影响

Fig. 8 Time evolution of entanglement between mechanical mode b and NV center. (a) Influence of decay rate of mechanical mode on entanglement; (b) influence of spontaneous decay rate of NV center on entanglement

可以得出机械模式的衰减率 κ_1, κ_2 比 NV 色心的自发辐射率 γ 更易引起机械模式 b 与 NV 色心之间能量的泄漏, 出现解纠缠。

机械模式 a 和 b 之间的纠缠和任意时刻态矢量的布局数 $M_7M_7^*, M_8M_8^*$ 和 $M_9M_9^*$ 的变化规律如图 9 所示, 其中耦合系数 $g = 1$, 相干角 $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = 0, \theta_3 = \pi/4$, 对应的负值度表达式为 $N_{ab}(t) = 2|\sin(gt)|$ 。可以看出, 机械模式和 NV 色心相互作用, 发生能量交换, 机械模式 a 和 b 所在子系统的纠缠处于周期性振荡状态。纠缠的振荡周期为

$$T_{ab} = \frac{\pi}{g}, \text{ 当 } t_m = \frac{\pi}{2g} + kT_{ab} (k=0, 1, 2, \dots) \text{ 时, 负值度 } N_{ab} = 1, \text{ 故在 } t_m \text{ 时刻机械模式 } a \text{ 和 } b \text{ 之间处于最大纠缠态, 可以通过研究机械模式 } a \text{ 和 } b \text{ 之间任意时刻态矢量的布局数来证明此结果。如图 9 所示, 在负值度 } N(t) = 1 \text{ 的时刻, 布局数 } M_6M_6^* \text{ 和 } M_7M_7^* \text{ 为 } 0.5, \text{ 布局数 } M_3M_3^* \text{ 为 } 0, \text{ 此时结合(5)式可以计算出, 任意时刻的态矢量演变为 } |\varphi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_a 1_b\rangle + |1_a 0_b\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_a 1_b\rangle + |1_a 0_b\rangle) \otimes |g\rangle, \text{ 可制备出机械模式 } a \text{ 和 } b \text{ 之间的最大纠缠态。}$$

在 $\kappa_1 = \kappa_2 = \gamma = 0$ 的情况下, 相干角 θ_1, θ_3 对机械模式 a 与 b 之间的纠缠随时间演化特性的影响如图 10 所示。在 $\kappa_1 = 0.1g, \kappa_2 = 0.1g, \gamma = 0.1g$ 的情况下, 不同相干角对机械模式 a 与 b 之间的纠缠随时间演化特性的影响如图 11 所示。可以看出, 负值度的振幅随着 θ_1 的增大而增大, 当 θ_1 小于某值时会出现一段纠缠死亡时间, 纠缠死亡时间随着 θ_1 的减小而增长。在研究 θ_3 对纠缠的影响时, 首先根据

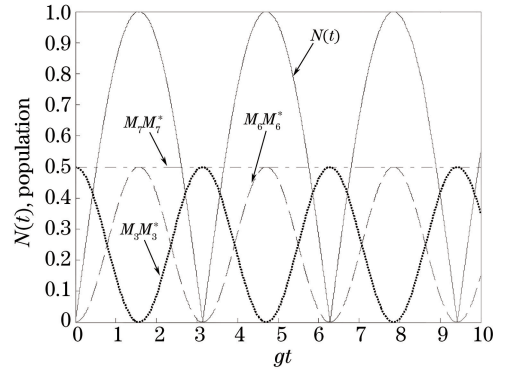
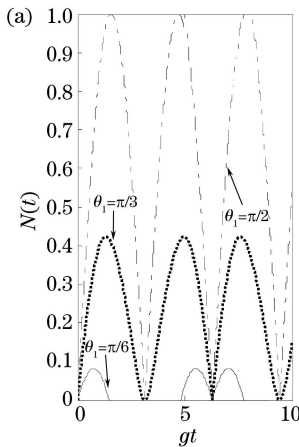


图 9 机械模式 a 与 b 之间的负值度和态矢量布局数的变化

Fig. 9 Time evolution of negativity between mechanical modes a and b and state populations

(17)式计算出纠缠负值度的表达式为 $N_{ab}(t) = \left| \frac{4g}{\beta} \exp\left[-\frac{1}{4}(8\kappa + \gamma)t\right] \sin(2\theta_3) \sin\left(\frac{1}{4}\beta t\right) \right|$, 解纠缠的时刻为 $t = k \frac{4\pi}{\beta}, k = 0, 1, 2, \dots$ 。结合图 10(b) 和 11(b) 可以得到, 随着 θ_3 的增大, 负值度减小。

由图 11 可知, 在存在耗散的情况下, 通过控制 θ_2 和 θ_3 , 可以控制系统抵抗衰减的能力, 其中 θ_2 会影响解纠缠的时刻, 而 θ_3 对系统解纠缠时刻的影响几乎为零。

考虑机械模式的衰减率和 NV 色心的自发辐射率时, 机械模式 a 与 b 之间纠缠的动力学特性如图 12 所示。相干角 $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = 0, \theta_3 = \pi/4$, 此时负值度的表达式为 $N(t) = \left| \frac{4g}{\beta} \exp\left[-\frac{1}{4}(8\kappa + \gamma)t\right] \sin\left(\frac{1}{4}\beta t\right) \right|$, 其中 $\beta =$

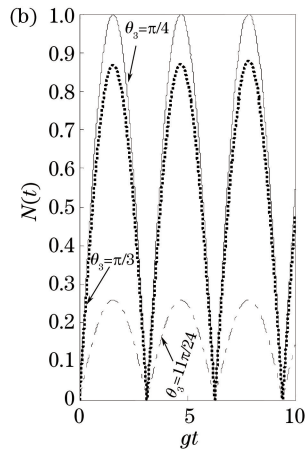


图 10 机械模式 a 与 b 的纠缠随时间的演化特性 ($g = 1, \kappa_1 = \kappa_2 = \gamma = 0$)。 (a) $\theta_2 = 0, \theta_3 = \pi/4$; (b) $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = 0$

Fig. 10 Time evolution of entanglement between mechanical modes a and b ($g = 1, \kappa_1 = \kappa_2 = \gamma = 0$).

(a) $\theta_2 = 0, \theta_3 = \pi/4$; (b) $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = 0$

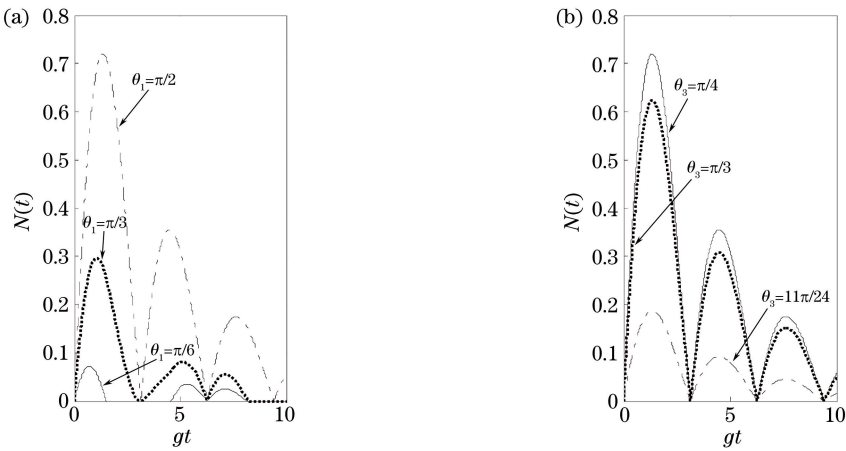


图 11 机械模式 a 与 b 的纠缠随时间的演化特性 ($g=1, \kappa_1=0.1g, \kappa_2=0.1g, \gamma=0.1g$)。

(a) $\theta_2=0, \theta_3=\pi/4$; (b) $\theta_1=\pi/2, \theta_2=0$

Fig. 11 Time evolution of entanglement between mechanical modes a and b ($g=1, \kappa_1=0.1g, \kappa_2=0.1g, \gamma=0.1g$).

(a) $\theta_2=0, \theta_3=\pi/4$; (b) $\theta_1=\pi/2, \theta_2=0$

$\sqrt{16g^2-\gamma^2}$, 耦合系数为 $g=1$ 。可以看出,随着衰减率的增大,纠缠的负值度的振幅减小,这是因为机械模式和 NV 色心相互作用时,系统发生能量交换,机械模式 a 与 b 之间的能量减小。由图 12(b)可知, γ 越大,对应解纠缠的时刻越长。对比图 12(a)、(b)可知,机械模式的衰减率 κ_1, κ_2 比 NV 色心的自发辐射率 γ 更易导致机械模式 b 与 NV 色心之间能

量的泄漏,出现解纠缠。这个结果也可以从负值度的表达式 $N(t) = \left| \frac{4g}{\beta} \exp\left[-\frac{1}{4}(8\kappa+\gamma)t\right] \sin\left(\frac{1}{4}\beta t\right) \right|$ 看出,因为机械模式的衰减率 $\kappa_1=\kappa_2=\kappa$ 的系数为 8,而 NV 色心的自发辐射衰减率 γ 的系数是 1,在其他参数都一样的条件下, κ 对纠缠的影响自然会更大。

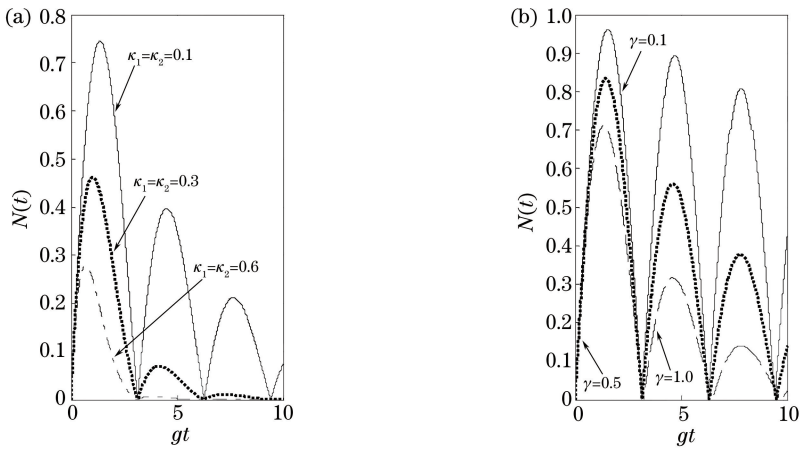


图 12 机械模式 a 与 b 之间的纠缠随时间的演化。(a)机械模式的衰减率对纠缠的影响;

(b) NV 色心的自发辐射率对纠缠的影响

Fig. 12 Time evolution of entanglement between mechanical modes a and b . (a) Influence of decay rate of mechanical mode on entanglement; (b) influence of spontaneous decay rate of NV center on entanglement

4 结 论

基于二阶磁梯度诱导纳米金刚石 NV 色心耦合机械振子的系统,运用负值度的相关理论,研究了两种机械模式与 NV 色心之间的纠缠随时间的演化特性。分析了两机械模式和 NV 色心的相干角、机械

模式的衰减率、NV 色心的自发辐射率对两种机械模式与 NV 色心之间纠缠特性的影响。研究结果表明,在不考虑耗散的情况下,两种机械模式和 NV 色心两两之间都可以制备最大纠缠态,而且系统中的相干角会对 NV 色心、两种机械模式间这三个两体系统的纠缠产生不同的影响;耗散条件下,通过控制

相干角可以调节机械模式与 NV 色心所在子系统抵抗纠缠衰减的能力、解纠缠的时刻及两机械模式间的系统解纠缠时刻,而且会使两种机械模式之间的纠缠出现一段纠缠死亡时间。机械模式与 NV 色心之间的纠缠会随着机械模式衰减率和 NV 色心自发辐射率的增大而减小,其中机械模式的衰减率更易使系统解纠缠。研究结果提供了一种通过控制相干角调控纠缠的方法,在固态量子信息处理及机械振子量子态的操控等领域具有重要意义。

参 考 文 献

- [1] Tao Y, Boss J M, Moores B A, *et al.* Single-crystal diamond nanomechanical resonators with quality factors exceeding one million[J]. *Nature Communications*, 2014, 5(4): 3638.
- [2] Struck P R, Wang H, Burkard G. Nanomechanical readout of a single spin [J]. *Physical Review B*, 2014, 89(4): 045404.
- [3] Ladd T D, Jelezko F, Laflamme R, *et al.* Quantum computers[J]. *Nature*, 2010, 464(7285): 45-53.
- [4] Nunn J. Quantum engineering: Diamond envy [J]. *Nature Physics*, 2013, 9(3): 136-137.
- [5] Acosta V M, Bauch E, Ledbetter M P, *et al.* Diamonds with a high density of nitrogen-vacancy centers for magnetometry applications [J]. *Physical Review B*, 2009, 80(11): 115202.
- [6] Schirhagl R, Chang K, Loretz M, *et al.* Nitrogen-vacancy centers in diamond: Nanoscale sensors for physics and biology [J]. *Annual Review of Physical Chemistry*, 2014, 65: 83-105.
- [7] Degen C. Nanoscale magnetometry: Microscopy with single spins [J]. *Nature Nanotechnology*, 2008, 3 (11): 643-644.
- [8] Balasubramanian G, Chan I Y, Kolesov R, *et al.* Nanoscale imaging magnetometry with diamond spins under ambient conditions [J]. *Nature*, 2008, 455(7213): 648-651.
- [9] Maze J R, Stanwix P L, Hodges J S, *et al.* Nanoscale magnetic sensing with an individual electronic spin in diamond [J]. *Nature*, 2008, 455(7213): 644-647.
- [10] Du B, Chen X D, Sun F W. Super-resolution microscopy using NV center in diamond [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(3): 030003. 杜博, 陈向东, 孙方稳. 基于金刚石 NV 色心的超分辨成像技术 [J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(3): 030003.
- [11] Balasubramanian G, Neumann P, Twitchen D, *et al.* Ultralong spin coherence time in isotopically engineered diamond [J]. *Nature Materials*, 2009, 8(5): 383-387.
- [12] Aharonovich I, Castelletto S, Simpson D A, *et al.* Two-level ultrabright single photon emission from diamond nanocrystals [J]. *Nano Letters*, 2009, 9(9): 3191-3195.
- [13] Togan E, Chu Y, Trifonov A S, *et al.* Quantum entanglement between an optical photon and a solid-state spin qubit [J]. *Nature*, 2010, 466(7307): 730-734.
- [14] Wang J R, Zhang Y. Detection of axis information of two adjacent nitrogen-vacancy centers with multi linearly polarized beams [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(2): 022703. 王靖茹, 张勇. 利用线偏光探测两邻近氮-空位色心轴向的方法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(2): 022703.
- [15] Toklikishvili Z, Chotorlishvili L, Mishra S K, *et al.* Entanglement dynamics of two nitrogen vacancy centers coupled by a nanomechanical resonator [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2017, 50(5): 055007.
- [16] Teissier J, Barfuss A, Appel P, *et al.* Strain coupling of a nitrogen-vacancy center spin to a diamond mechanical oscillator [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(2): 020503.
- [17] Bennett S D, Yao N Y, Otterbach J, *et al.* Phonon-induced spin-spin interactions in diamond nanostructures: Application to spin squeezing [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(15): 156402.
- [18] Barfuss A, Teissier J, Neu E, *et al.* Strong mechanical driving of a single electron spin [J]. *Nature Physics*, 2015, 11(10): 820-824.
- [19] Yin Z Q, Zhao N, Li T C. Hybrid opto-mechanical systems with nitrogen-vacancy centers [J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2015, 58(5): 1-12.
- [20] Rabl P, Cappellaro P, Dutt M V G, *et al.* Strong magnetic coupling between an electronic spin qubit and a mechanical resonator [J]. *Physical Review B*, 2009, 79(4): 041302.
- [21] Li T C, Yin Z Q. Quantum superposition, entanglement, and state teleportation of a microorganism on an electromechanical oscillator [J]. *Science Bulletin*, 2016, 61(2): 163-171.
- [22] Ma Y, Yin Z Q, Huang P, *et al.* Cooling a mechanical resonator to the quantum regime by heating it [J]. *Physical Review A*, 2016, 94(5): 053836.
- [23] Ma Y H, Zhang X F, Song J, *et al.* Bistability and steady-state spin squeezing in diamond nanostructures

- controlled by a nanomechanical resonator[J]. *Annals of Physics*, 2016, 369: 36-44.
- [24] Cai K, Wang R X, Yin Z Q, *et al.* Second-order magnetic field gradient-induced strong coupling between nitrogen-vacancy centers and a mechanical oscillator[J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2017, 60(7): 070311.
- [25] Meservey R, Tedrow P M. Spin-polarized electron tunneling [J]. *Physics Reports*, 1994, 238 (4): 173-243.
- [26] Peres A. Separability criterion for density matrices[J]. *Physical Review Letters*, 1996, 77(8): 1413-1415.
- [27] Horodecki R, Horodecki M, Horodecki P. Teleportation, Bell's inequalities and inseparability [J]. *Physics Letters A*, 1996, 222(1/2): 21-25.
- [28] Horodecki P. Separability criterion and inseparable mixed states with positive partial transposition [J]. *Physics Letters A*, 1997, 232(5): 333-339.
- [29] Plenio M B, Virmani S. An introduction to entanglement measures[EB/OL]. (2006-06-10) [2018-07-23]. <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0504163>