

三维纯相位全息显示中的散斑噪声抑制

周婷婷^{**}, 韩超^{*}

安徽工程大学电气工程学院, 安徽 芜湖 241000

摘要 提出了一种基于角谱衍射理论的误差扩散算法。通过分层角谱算法计算得到三维物体的复振幅全息图, 利用误差扩散法计算得到纯相位全息图, 并重建出清晰的再现像, 实现了对三维物体纯相位全息再现像的散斑噪声的抑制。仿真实验验证了该方法的可行性及优越性, 所提方法明显提高了重构图像的质量。

关键词 全息; 纯相位全息图; 散斑噪声; 误差扩散法; 角谱衍射; 分层角谱

中图分类号 O438

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.1209001

Speckle Noise Suppression in Three-Dimensional Phase-Only Holographic Display

Zhou Tingting^{**}, Han Chao^{*}

School of Electrical Engineering, Anhui Polytechnic University, Wuhu, Anhui 241000, China

Abstract An error diffusion algorithm based on the angular-spectral diffraction theory is proposed. The complex amplitude hologram of a three-dimensional object is calculated by the layered angular-spectral algorithm. The error diffusion method is used to obtain the phase-only hologram. The clear reconstructed image is reconstructed and the speckle noise of the phase-only holographic reconstructed image for a three-dimensional object is suppressed. The simulation experimental results verify the feasibility and superiority of this algorithm. This proposed algorithm can significantly improve the quality of reconstructed images.

Key words holography; phase-only hologram; speckle noise; error diffusion method; angular-spectral diffraction; layer-oriented angular-spectrum

OCIS codes 090.1760; 090.2870; 100.5070

1 引言

全息显示被认为是最理想的三维显示技术^[1-2], 随着计算机技术的广泛应用, 计算全息显示得到了迅速发展。计算全息显示可以通过计算机进行灵活建模, 实现传统光学全息难以实现的某些特殊功能^[3], 且拥有制作过程简单、成本低、效率高、存储性强、可重复性高等优势^[4]。近年来, 计算全息显示已经成为全息显示领域的研究热点之一^[5]。

在计算全息的记录与再现过程中, 为了重构出清晰的再现像, 需要获得高质量的全息图。纯相位全息图无共轭像且衍射效率高, 得到了广泛应用^[6-10]。早期计算纯相位全息图的产生采用 Gerchberg-Saxton(GS)的相位恢复迭代算法^[11], 该

方法主要是通过迭代优化得到相位全息图, 但得到的是一个近似的相位图, 重建图像的质量较差, 散斑噪声明显, 且运行速度慢^[12]。研究者们对 GS 算法进行了各种改进^[13], GS 算法的发展日趋成熟, 目前已有的改进 GS 相位恢复迭代算法, 其图像噪声得到了较好抑制, 不仅提高了再现像的质量, 也加快了运行速度, 但这类迭代算法处理像素较大的全息图时运行速度仍不理想。再现像噪声产生的另一个原因是再现光源的高相干性^[14], 适当降低再现光源的相干性可以有效抑制散斑噪声, 因此, Pan 等^[15]以发光二极管(LED)代替激光器作为再现光源, 但这类方法需要添加额外的设备搭建光学系统, 整个光学系统更加复杂。为了解决上述问题, Chang 等^[12, 16-17]引入了误差扩散算法, 该方法首先通过菲

收稿日期: 2018-06-28; 修回日期: 2018-07-13; 录用日期: 2018-07-30

基金项目: 安徽省教育厅高校自然科学基金项目(KJ2016A056)、安徽省省级重点实验室开放课题(1506c085002)、安徽省自然科学基金面上项目(1508085MF121)

* E-mail: hanchaozh@126.com; ** E-mail: 906194081@qq.com

涅耳衍射计算光场分布,再利用误差扩散算法得到纯相位全息图。该方法得到的纯相位全息图重建像清晰,再现像的噪声得到有效抑制,且不需要复杂的光学系统。然而,该方法目前只在二维图像的全息图再现像噪声抑制中得到了应用^[12]。

本文结合分层角谱算法^[18-19]与误差扩散算法,利用分层角谱算法在计算三维物体全息图方面的计算精确、速度快等优点,提出了一种基于角谱衍射理论的误差扩散算法来抑制三维物体纯相位全息再现像的噪声。该方法先利用分层角谱算法计算三维物体的光场传输,再通过误差扩散算法计算得到优化的纯相位全息图,最后重建出高质量的再现像。数值模拟实验表明,所提方法可以有效减小三维物体再现像的散斑指数(SI)^[20-21],明显提高三维物体的全息再现像质量。

2 基于误差扩散算法获取纯相位全息图

误差扩散算法最初应用于图像处理中的半色调滤波优化^[22],近年来在相位全息图的计算中^[16-17]得到了应用。它的基本原理是将当前正在处理的像素点产生的误差扩散到邻域中未被处理的像素点上,对邻域中未被处理的像素点进行补偿和校正,最终得到需要的纯相位全息图。该方法根据角谱衍射理论来计算物平面传播到全息面上的光场复振幅分布,其表达式为

$$U(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[u(x, y)] \cdot H(f_x, f_y)\}, \quad (1)$$
式中 $\mathcal{F}(\cdot)$ 代表傅里叶变换; $\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$ 代表傅里叶逆变换; $u(x, y)$ 为物平面上的光场; $U(x, y)$ 为全息面上的光场; $H(f_x, f_y)$ 为与传播距离 z 相关的传递函数,其计算表达式为

$$H(f_x, f_y) = \begin{cases} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{1 - \lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2}\right), & \lambda^2 f_x^2 + \lambda^2 f_y^2 < 1, \\ 0, & \text{else} \end{cases}, \quad (2)$$

式中 λ 为参考光和物光的波长; f_x 、 f_y 分别为 x 轴和 y 轴方向的空间频率。在进行角谱衍射计算时,全息面上的抽样间隔与物平面上的相同,且前后孔径大小相同。

从复振幅全息图中的第一个像素点开始,按行由左向右、由上而下对整个复振幅全息图进行扫描,且每个像素点都包含了复振幅全息图的全部信息。假设当前正在处理的像素点为 $P(i, j)$,它所对应的复振幅值为 $U(i, j)$,将当前像素点的振幅值置为 1,直接取其相位项得到一个纯相位值 $V(i, j)$:

$$\text{angle}[V(i, j)] = \text{angle}[U(i, j)], \quad (3)$$

式中 $\text{angle}(\cdot)$ 表示求辐角。

经过上述处理,新得到的纯相位值和原先的复振幅值之间存在一个误差,将这个误差记为

$$E(i, j) = U(i, j) - V(i, j). \quad (4)$$

将误差 E 扩散到先前未被访问过的邻域像素点中,其邻域像素值更新的方式为

$$U(i, j-1) = U(i, j-1) + \omega_1 E(i, j), \quad (5)$$

$$U(i+1, j+1) = U(i+1, j+1) + \omega_2 E(i, j), \quad (6)$$

$$U(i+1, j) = U(i+1, j) + \omega_3 E(i, j), \quad (7)$$

$$U(i+1, j-1) = U(i+1, j-1) + \omega_4 E(i, j), \quad (8)$$

式中 ω_1 、 ω_2 、 ω_3 、 ω_4 为误差扩散系数, $\omega_1 = \frac{7}{16}$,

$$\omega_2 = \frac{3}{16}, \omega_3 = \frac{5}{16}, \omega_4 = \frac{1}{16} \quad [20]$$

处理完当前像素点后,根据扫描顺序对下一像素点进行上述处理,将所有像素点都按照上述步骤处理完后,得到一个新的复振幅值 $U'(i, j)$ 。最后将新得到的复振幅分布的相位项直接提取出来,将它的振幅置为 1,获得纯相位全息图,再通过数值模拟实验获得清晰的再现像。

3 仿真结果分析

3.1 重构图像的质量评估

SI 是全息再现像强度的标准差与平均值的比值^[20-21],其值越小,抑制效果越好、成像质量越高,其数学表达式为

$$S_1 = \frac{1}{MN} \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_{ij} - \bar{S})^2}{\bar{S}}, \quad (9)$$

式中 $M \times N$ 为计算 SI 时所用的再现像的像素值; S_{ij} 为再现像像素点 (i, j) 的光强分布; \bar{S} 为再现像点 (i, j) 的 $k \times k$ 邻域内所有像点的光强分布平均值; $(S_{ij} - \bar{S})^2$ 为再现像点邻域内所有像点光强分布的标准偏差; Σ 为求和符,即分别计算邻域内所有像素点 (i, j) 光强分布的标准偏差,再累加求和。

3.2 基于角谱理论的误差扩散算法提取二维图像纯相位全息图的数值模拟

为了验证所提方法抑制三维物体纯相位全息再现像的散斑噪声的可行性,先对二维图像进行测试。首先通过角谱衍射(1)式计算二维图像的光场分布,将复振幅值的振幅项置为1,保留其相位项,与原先的复振幅之间产生误差,再由误差扩散法计算得到纯相位全息图,计算过程为(5)~(7)式,最后通过数值模拟实验得到清晰的再现像。为验证所提方法的有效性,分别对三种纯相位全息图的产生方法,即直接去除振幅的方法、基于角谱理论改进的GS算法以及所提方法进行了仿真模拟实验。

实验利用 MATLAB R2014a 软件进行仿真,实

验环境为 3.60 GHz Intel(R) Core™ i7-7700 处理器、16.0 GB 内存、WIN10 64 位操作系统。选取 baboon 图作为二维测试图,仿真结果如图 1 所示,图 1(a)所示为原始图像;图 1(b)、(e)所示分别为直接去除振幅获取的纯相位全息图再现像和相位全息图,可以看出,该方法的再现像只有大致的轮廓图,且有明显散斑存在,相位全息图分布杂乱;图 1(c)、(f)所示分别为基于角谱理论改进的 GS 算法得到的再现像和相位全息图,可以看出,该算法的成像质量显著提高,相位全息图较图 1(e)有所改善,但还是分布散乱;图 1(d)、(g)所示分别为所提方法的再现像和相位全息图,可以看出,所提方法得到的再现像清晰,且相位全息图表面平滑分布,相比于前两种方法有明显的优势。

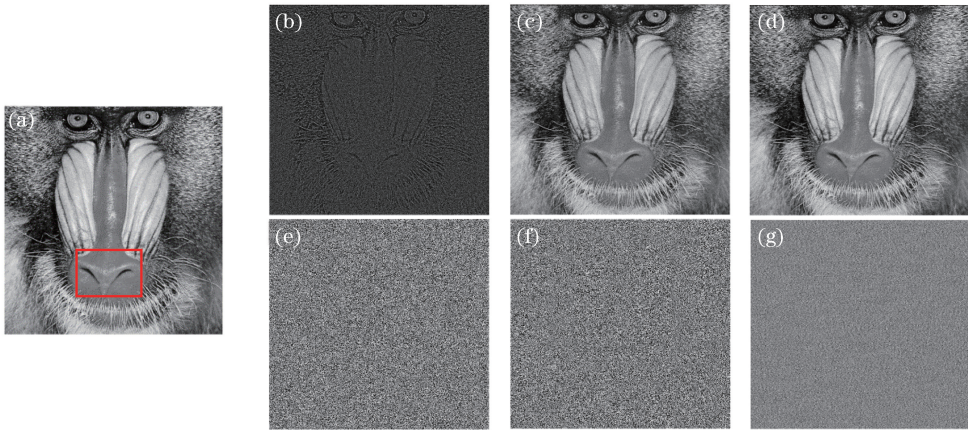


图 1 仿真结果一。(a)原图;(b)直接去除振幅的纯相位全息图再现像;(c)基于角谱理论改进的 GS 算法的纯相位全息图再现像;(d)所提方法的纯相位全息图再现像;(e)直接去除振幅的相位全息图;(f)基于角谱理论改进的 GS 算法的相位全息图;(g)所提方法的相位全息图

Fig. 1 Simulation results I. (a) Original image; (b)reconstructed image of phase-only hologram after direct removal of magnitude; (c)reconstructed image of phase-only hologram by modified GS algorithm based on angular-spectral theory; (d) reconstructed image of phase-only hologram by proposed algorithm ; (e) phase hologram after direct removal of magnitude; (f) phase hologram of modified GS algorithm based on angular-spectral theory; (g) phase hologram by proposed algorithm

为进一步说明误差扩散方法的有效性,比较三种方法的全息再现像的 SI,结果见表 1。计算 SI 所选用的考察区域为图 1(a)中的红色区域,像素点的邻域为 9 pixel×9 pixel,所有方法的再现像均选用相同的区域及邻域。由表 1 可知,原图的 SI 最小,直接去除振幅方法的 SI 为 0.842,基于角谱理论改进的 GS 算法的 SI 为 0.577,误差扩散方法的 SI 为 0.419,故对同一幅图用三种方法进行纯相

位散斑噪声抑制时,误差扩散法所得到的纯相位全息再现像的 SI 最低,说明该方法的成像质量最好。原图像素同为 100 pixel×100 pixel 的情况下,基于角谱理论的改进的 GS 算法与误差扩散方法的运行时间比较结果见表 2,其中改进 GS 算法的迭代次数为 50,误差扩散方法的运行速度比迭代方法的快。通过上述比较可以看出误差扩散方法的可行性及优越性。

表 1 不同算法下全息再现像的 SI 比较

Table 1 SI comparison of reconstructed images for different algorithms

Image	SI
Original image	0.016
Image derived from direct removal of magnitude component	0.842
Image derived from modified GS algorithm based on angular-spectrum theory	0.577
Image derived from proposed algorithm	0.419

表 2 两种方法的运行时间比较

Table 2 Comparison of running time for two algorithms

Image	Running time /s
Image by modified GS algorithm based on angular-spectrum theory	2.648
Image by proposed algorithm	0.887

3.3 基于角谱理论的误差扩散算法提取三维物体纯相位全息图的数值模拟

将分层角谱算法与误差扩散算法结合,以实现三维物体纯相位全息再现像散斑噪声抑制的目的。首先通过分层角谱算法对三维物体进行分层处理,然后利用角谱衍射公式计算每一层的复振幅分布并进行叠加,最终得到整个三维物体的复振幅分布。将其

振幅值置为 1,保留其相位项,得到两者之间的误差值,再利用误差扩散法原理对全息图进行计算,计算过程为(5)~(7)式,最终得到所需的纯相位全息图,再对纯相位全息图利用角谱逆运算分层得到再现像。实验所用软件与实验环境与上节的相同,选取小火车模型作为三维物体进行仿真实验,图 2(a)所示为小火车的深度图,图 2(b)所示为小火车的位置图。

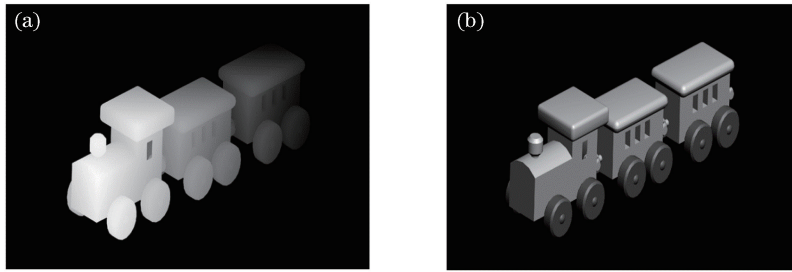


图 2 三维小火车。(a)深度图;(b)位置图

Fig. 2 Three-dimensional little train: (a) Depth map; (b) position map

对小火车模型距全息面距离为 $d_1 = 210 \text{ mm}$ 、 $d_2 = 220 \text{ mm}$ 、 $d_3 = 230 \text{ mm}$ 的位置分别进行再现,实验仿真结果如图 3 所示。其中图 3(a)、(b)所示分别为直接去除振幅的相位全息图和相位分布图;图 3(c)、(d)所示分别为经过误差扩散处理后的相位全息图和相位分布图。对比图 3(a)、(c)可以看出,直接去除振幅的相位全息图表面分布不均匀,存在散斑噪声;经过误差扩散处理后的相位全息图表面平滑,基本看不到噪声的存在。对比图 3(b)、(d)可以看出,直接去除振幅的相位分布杂乱,幅度较大;经误差处理的相位分布呈规律浮动,幅度较小,整体上分布均匀。对比图 3(e)、(f)、(g)和

图 3(h)、(i)、(j)可以发现,直接去除振幅与经误差扩散处理后的再现像相比,有明显散斑噪声的存在;经误差扩散处理后的再现像表面光滑且清晰,从局部放大图能更明显地看出两者之间的清晰度差别。

SI 的计算结果见表 3。SI 的计算考察区域分别对应火车模型的头部、中部和尾部,像素点的邻域选为 $9 \text{ pixel} \times 9 \text{ pixel}$ 。由表 3 可知,原图的 SI 最小,直接去除振幅的三种不同重建距离的纯相位全息再现像的 SI 都大于 1;经误差扩散处理后,纯相位全息再现像的 SI 有所减小,基本小于 1,可以说明误差扩散法对三维物体纯相位全息显示中散斑噪声的抑制是有效的,验证了所提方法的可行性。

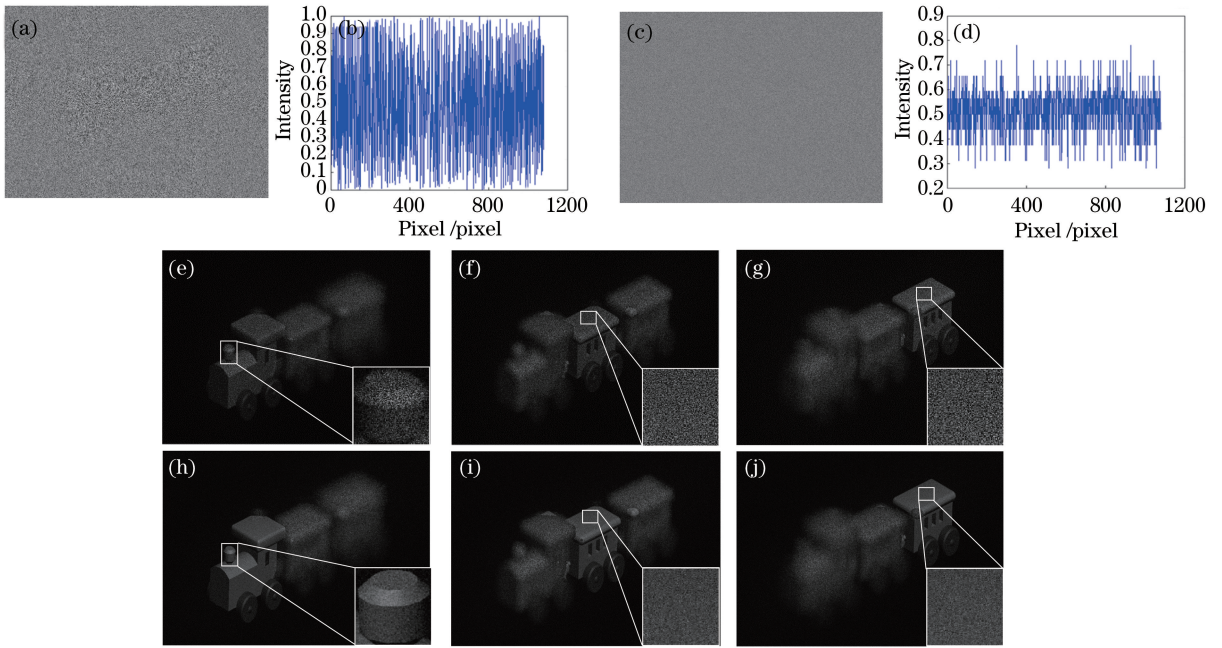


图 3 仿真结果二。(a)直接去除振幅的相位全息图;(b)直接去除振幅的相位分布图;(c)经误差扩散处理的相位全息图;(d)经误差扩散处理的相位分布图;直接去除振幅的距离为(e) 210,(f) 220,(g) 230 mm 的纯相位全息图再现像;经误差扩散处理的距离为(h) 210,(i) 220,(j) 230 mm 的纯相位全息图再现像

Fig. 3 Simulation results II. (a) Phase hologram after direct removal of magnitude; (b) phase profile after direct removal of magnitude; (c) phase hologram after error diffusion processing; (d) phase profile after error diffusion processing; reconstructed images of phase-only hologram after direct removal of magnitude but for different distances of (e) 210, (f) 220 and (g) 230 mm, respectively; reconstructed images of phase-only hologram after error diffusion processing but for different distances of (h) 210, (i) 220 and (j) 230 mm, respectively

表 3 处理前后 SI 的比较

Table 3 SI comparison before and after processing

Image	Distance	SI
Original image		0.095
Reconstructed image after direct removal of magnitude	$d_1 = 210$ mm	1.065
Reconstructed image by proposed algorithm	$d_1 = 210$ mm	0.983
Reconstructed image after direct removal of magnitude	$d_2 = 220$ mm	1.071
Reconstructed image by proposed algorithm	$d_2 = 220$ mm	1.005
Reconstructed image after direct removal of magnitude	$d_3 = 230$ mm	1.058
Reconstructed image by proposed algorithm	$d_3 = 230$ mm	0.991

4 结 论

提出了一种基于角谱理论的误差扩散算法,用来产生三维物体的全息图,使误差扩散法在三维物体纯相位全息再现像的散斑噪声抑制上得到了应用。数值实验与定量分析结果表明,所提方法可以减小三维物体再现像的 SI,有效提高了三维物体的成像质量。

参 考 文 献

[1] Peng W T, Liu J, Li X, *et al.* Novel materials and

devices bring new opportunities for holographic display[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67 (2): 024213.

彭玮婷, 刘娟, 李昕, 等. 新颖材料器件为全息显示带来的新机遇[J]. *物理学报*, 2018, 67(2): 024213.

[2] Wang X X, Zhang C, Shen C, *et al.* Frequency domain compressive reconstruction of Fresnel hologram for complex three-dimensional object [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(7): 0709001.

汪香香, 张成, 沈川, 等. 三维复杂场景的非涅耳全息图频域压缩重建[J]. *光学学报*, 2017, 37(07): 0709001.

[3] Wang P. Study on the three-dimensional display of

- computer-generated hologram[D]. Kunming: Kunming University of Science & Technology, 2013. 王鹏. 计算全息三维显示的技术研究[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2013.
- [4] Xiang D. The research of fast algorithm and display of computer-generated hologram for three dimension objects[D]. Kunming: Kunming University of Science & Technology, 2017. 向东. 三维物体的计算全息图快速生成算法及显示研究[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2017.
- [5] Liu C, Gui J B, Li J C, *et al.* Fast generation algorithm of computer-generated hologram based on triangular surface light spectrum analytic solutions[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(1): 010901. 刘超, 桂进斌, 李俊昌, 等. 基于三角形面光源频谱解析的计算全息图快速生成算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(1): 010901.
- [6] Liu K F, Shen C, Zhang C, *et al.* Iterative feedback algorithm for phase-only Fresnel hologram and display using liquid crystal on silicon[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(5): 0509003. 刘凯峰, 沈川, 张成, 等. 纯相位菲涅尔全息图的反馈迭代算法及其硅基液晶显示[J]. *光子学报*, 2014, 43(5): 0509003.
- [7] Lesem L B, Hirsch P M, Jordan J A. The kinoform: A new wavefront reconstruction device [J]. *IBM Journal of Research and Development*, 1969, 13(2): 150-155.
- [8] Zheng H D, Yu Y J, Wang T, *et al.* Computer-generated kinoforms of real-existing full-color 3D objects using pure-phase look-up-table method [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, 50(4): 568-573.
- [9] Hunt H C, Wilkinson J S. Kinoform microlenses for focusing into microfluidic channels[J]. *Optics Express*, 2012, 20(9): 9442-9457.
- [10] Xu F Y, Li Y, Jin H Z, *et al.* Study on reconstruction of the kinoform with white-light illumination [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, 39(2): 271-274.
- [11] Gerchberg R W. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. *Optik*, 1972, 35(2): 237-250.
- [12] Chang C L. Study on the algorithm of computer generated hologram based on diffraction theory[D]. Nanjing: Southeast University, 2015. 常琛亮. 基于衍射理论的计算全息图算法研究[D]. 南京: 东南大学, 2015.
- [13] Liu H Z, Ji Y F. An ameliorated fast phase retrieval iterative algorithm based on the angular spectrum theory [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(11): 114203. 刘宏展, 纪越峰. 一种基于角谱理论的改进型相位恢复迭代算法[J]. *物理学报*, 2013, 62(11): 114203.
- [14] Deng H, Zhang R Z, Sun N C. Suppression situation of incoherent superposition of laser beams on speckle noise[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(1): 0129002. 邓慧, 张蓉竹, 孙年春. 激光光束非相干叠加对散斑噪声抑制情况[J]. *光学学报*, 2016, 36(1): 0129002.
- [15] Pan J W, Shih C H. Speckle reduction and maintaining contrast in alaser pico-projector using a vibrating symmetric diffuser[J]. *Optics Express*, 2014, 22(6): 6464-6477.
- [16] Tsang P W, Poon T C. Novel method for converting digital Fresnel hologram to phase-only hologram based on bidirectional error diffusion[J]. *Optics Express*, 2013, 21(20): 23680-23686.
- [17] Tsang P W, Jiao A S, Poon T C. Fast conversion of digital Fresnel hologram to phase-only hologram based on localized error diffusion and redistribution[J]. *Optics Express*, 2014, 22(5): 5060-5066.
- [18] Zhao Y. Computer-generated hologram technologies for three-dimensional display[D]. Beijing: Tsinghua University, 2016. 赵燕. 三维场景的计算全息显示技术[D]. 北京: 清华大学, 2016.
- [19] Zhao Y, Cao L C, Zhang H, *et al.* Accurate calculation of computer-generated holograms using angular-spectrum layer-oriented method [J]. *Optics Express*, 2015, 23(20): 25440-25449.
- [20] Zeng Z X. Study on the key techniques of optoelectronic holographic three-dimensional display[D]. Shanghai: Shanghai University, 2015. 曾震湘. 全息光电三维显示关键技术研究[D]. 上海: 上海大学, 2015.
- [21] Zhang M. The research of key technologies in digital holography[D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2013. 张明. 数字全息显示关键技术的研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2013.
- [22] Floyd R W, Steinberg L. An adaptive algorithm for spatial grey scale[J]. *Proceedings of the Society of Information Display*, 1976, 17(2): 75-77.