

# 车载激光捷联惯导系统初始对准可观测性分析

高亢<sup>1\*</sup>, 任顺清<sup>1\*\*</sup>, 陈希军<sup>1</sup>, 王振桓<sup>1</sup>, 李巍<sup>2</sup>

<sup>1</sup>哈尔滨工业大学空间控制与惯性技术研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150080;

<sup>2</sup>哈尔滨理工大学自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150080

**摘要** 对里程计辅助的车载激光捷联惯导系统(SINS)的动基座初始对准问题进行了可观测性分析。首先,考虑里程计刻度系数误差、惯性测量单元零偏、SINS 安装误差角等系统误差项建立了系统方程。然后,从系统方程出发,将系统可观测性问题转化为判断系统状态量是否存在唯一解的问题,利用全局可观测性分析方法对系统状态进行了可观测性分析,并给出了一种系统可观测的充分条件。最后,根据可观测性分析结论设计了初始对准算法及在轨激励方式。通过扩展卡尔曼滤波器对里程计辅助的车载激光 SINS 初始对准进行了计算机仿真,仿真结果验证了理论分析结果的正确性。

**关键词** 激光技术; 捷联惯导系统; 初始对准; 里程计; 可观测性; 非线性系统

中图分类号 U666.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.1201007

## Observability Analysis of Vehicle-Based-Laser Strapdown Inertial Navigation System Initial Alignment

Gao Kang<sup>1\*</sup>, Ren Shunqing<sup>1\*\*</sup>, Chen Xijun<sup>1</sup>, Wang Zhenhuan<sup>1</sup>, Li Wei<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150080, China;

<sup>2</sup>School of Automation, Harbin University of Science and Technology, Harbin, Heilongjiang 150080, China

**Abstract** The observability analysis of the initial alignment problem of the vehicle-based-laser strapdown inertial navigation system (SINS) aided by odometer is carried out. First, the system equation is established by considering the system error items including the odometer scale factor error, inertial measurement unit zero bias, SINS misalignment error angle, etc. Then, starting from system equation, the system observability problem is transformed to the determination of whether there is a unique solution to the state variables of the system. The observability analysis of the system state is conducted by the global observability analysis method, and requirements for maneuvering is given to ensure that the system is observable. Finally, the initial alignment algorithm method and on-track incentive mode are designed according to the results of observable analysis. The simulation of odometer aided laser SINS in-motion initial alignment is conducted by extended Kalman filter, and the simulation results verify the validity of the theoretical analysis.

**Key words** laser technology; strapdown inertial navigation system; initial alignment; odometer; observability; nonlinear system

**OCIS codes** 280.3420; 130.6010; 060.2800

## 1 引言

惯性导航系统由于具有完全自主性的优点而被广泛应用于海陆空天等领域<sup>[1]</sup>。激光陀螺是一种光学固态陀螺,由于其精度高、不存在动态误差、启动

快、测量范围广、工作可靠等优点而成为应用和研究的热点<sup>[2-3]</sup>,并且特别适用于构建捷联惯导系统(SINS)。初始对准用于为惯性导航系统提供初始导航条件,是惯性导航技术的核心技术之一。现代战争对武器系统提出了快速反应、机动作战的要求,

收稿日期: 2018-07-24; 修回日期: 2018-08-16; 录用日期: 2018-08-23

基金项目: 国家自然科学基金(61703123)、黑龙江省自然科学基金(F2016027)

\* E-mail: condi\_gk@163.com; \*\* E-mail: renshunqing@hit.edu.cn

对于车载 SINS 而言,能够在动基座条件下快速实现高精度初始对准具有重要意义。和静基座对准不同,行进间对准通常需要利用外部设备提供的载体运动信息实现初始对准。SINS/全球定位系统(GPS)组合导航是一种常用的组合导航模式。但由于 GPS 卫星信号易受干扰或屏蔽,GPS 辅助对准的抗干扰性和自主性较差,限制了其在军事领域内的应用。为了提高自主性和抗干扰性,利用里程计辅助 SINS 进行动基座对准逐渐成为新的研究方向<sup>[4-5]</sup>。

里程计辅助的 SINS 初始对准在大失准角情况下是非线性的,因此有必要在系统初始对准之前对系统进行可观性分析。线性定常系统的可观性分析方法已经非常成熟,而非线性系统的可观性分析相对复杂,通常的做法是先分段线性化再进行可观性分析<sup>[6-7]</sup>。文献[8]采用了将系统分段线性化后利用分段线性定常系统(PWCS)和奇异值分解(SVD)理论对 SINS 单位置初始对准进行了可观性分析。文献[9]同样采用分段线性化的方式研究系统的可观性。但是,PWCS 和 SVD 方法在系统维数较高时工作量很大,并且对于高动态的系统,分段线性化会造成与原系统存在一定的误差<sup>[10]</sup>。Wu 等<sup>[11]</sup>通过全局可观性方法分析了 SINS 的可观性,并在文献[12]中分析了里程计辅助的车载 SINS 的可观性,但是文中没有考虑惯性测量单元(IMU)的零偏误差项。Pan 等<sup>[13]</sup>通过全局可观性方法分析了多普勒测速仪(DVL)辅助的水下 SINS 系统可观性,但文中没有考虑 DVL 和 IMU 之间的安装杆臂误差。Tang 等<sup>[14]</sup>分析了惯导系统(INS)/全球导航卫星系统(GNSS)组合导航系统的可观性,并考虑了包括系统姿态、速度、位置、IMU 零偏、GNSS 天线杆臂等系统误差。

本文通过全局可观性分析方法对包括载车姿态、速度、IMU 零偏、SINS 安装误差角、里程计刻度系数误差、里程计安装杆臂等全部系统误差的里程计辅助的车载激光 SINS 进行了系统、全面的分析,并且根据可观性分析结果设计了一种新的初始对准及在轨标定算法,通过计算机仿真结果验证了理论分析的正确性。

## 2 系统描述

SINS 和里程计在载车上的安装位置如图 1 所示,定义载车坐标系为 a 系,原点位于载车后轴上点 P,  $x_a$  指向车体右侧,  $y_a$  指向车体前方,  $z_a$  轴指天

向。SINS 安装在 a 系原点处,定义 SINS 坐标系为 b 系,由于安装误差 b 系和 a 系三个坐标轴之间存在安装误差角,里程计安装在前轮上,测量前轮行驶的速度或路程增量,差动式里程计的测量值近似于两轮中点处的速度,定义里程计坐标系为 m 系,坐标原点位于载车前轮中点 Q,里程计坐标系 m 系与载车坐标系的三个坐标轴平行。定义导航坐标系 n 系为东北天坐标系,地球坐标系为 e 系,惯性系为 i 系。

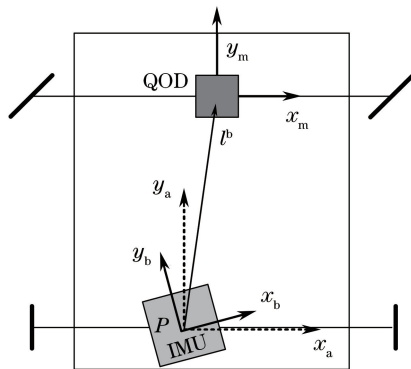


图 1 安装示意图

Fig. 1 Installation diagram

定义  $C_b^n$  为 SINS 相对于导航坐标系的姿态矩阵,  $v^n = [v_E \ v_N \ v_U]^T$  为导航坐标系下的载体速度,根据上面定义的坐标系 SINS 动力学方程为<sup>[1]</sup>

$$\dot{C}_b^n = C_b^n (\omega_{nb}^b \times), \omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - b_g - C_b^n (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n), \quad (1)$$

$$\dot{v}^n = C_b^n (f^b - b_a) - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times v^n + g^n, \quad (2)$$

式中  $\omega_{nb}^b$  为载体坐标系相对导航坐标系的旋转角速率在载体坐标系下的投影,  $\omega_{ib}^b$  为陀螺仪输出的载体相对于惯性空间的旋转角速率,  $b_g$  为陀螺漂移,  $\omega_{ie}^n = [0 \ \omega_e \cos L \ \omega_e \sin L]^T$  为地球自转角速率在导航坐标系下的投影,  $\omega_{en}^n = [-v_N^N \ v_E^E \ v_E^E \tan L]^T / (R+h)$  为导航坐标系相对于地球坐标系的旋转角速度在导航坐标系下的投影,  $f^b$  为加速度计测量的比力,  $b_a$  为加速度计零偏,  $g^n$  为重力矢量在导航坐标系下的投影。

定义从 IMU 坐标系 b 系到里程计坐标系 m 系为先绕 Z 轴旋转  $\alpha_z$ , 再绕 X 轴旋转, 最后绕 Y 轴旋转  $\alpha_y$ , 那么 SINS 安装误差矩阵  $C_b^m$  可以表示为

$$C_b^m = C_1 C_2 C_3 \quad (3)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y \cos \alpha_z - \sin \alpha_y \sin \alpha_x \cos \alpha_z \\ -\cos \alpha_x \sin \alpha_z \\ \sin \alpha_y \cos \alpha_z + \cos \alpha_y \sin \alpha_x \sin \alpha_z \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y \sin \alpha_z + \sin \alpha_y \sin \alpha_x \sin \alpha_z \\ \cos \alpha_x \cos \alpha_z \\ \sin \alpha_y \sin \alpha_z - \cos \alpha_y \sin \alpha_x \cos \alpha_z \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_y \cos \alpha_x \\ \sin \alpha_x \\ \cos \alpha_y \cos \alpha_x \end{bmatrix}。$$

里程计安装在汽车前轴,量测载车前进方向的位置增量,考虑里程计刻度系数  $k$  和安装位置误差(杆臂) $\mathbf{l}^b$ ,里程计输出可以表示为

$$y_{\text{odo}} = \frac{1}{k} \cdot \mathbf{e}_2^T \mathbf{C}_b^m (\mathbf{C}_n^b \mathbf{v}^n + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{l}^b)。 \quad (4)$$

对于车载系统,一般认为垂直于载车轨迹前进方向的速度为零,因此有

$$y_{\text{nc}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_3^T \end{bmatrix} \mathbf{C}_b^m (\mathbf{C}_n^b \mathbf{v}^n + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{l}^b), \quad (5)$$

即所谓的“虚拟量测”。结合(4)式和(5)式,可以得到量测方程表达式

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{\text{odo}} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{k} \mathbf{C}_b^m (\mathbf{C}_n^b \mathbf{v}^n + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{l}^b), \quad (6)$$

将(3)式代入(6)式可得:

$$\mathbf{C}_m^b \begin{bmatrix} 0 \\ k y_{\text{odo}} \\ 0 \end{bmatrix} = k y_{\text{odo}} \begin{bmatrix} -\cos \alpha_x \sin \alpha_z \\ \cos \alpha_x \cos \alpha_z \\ \sin \alpha_x \end{bmatrix} = (\mathbf{C}_n^b \mathbf{v}^n + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{l}^b)。 \quad (7)$$

假设陀螺漂移、加速度计零偏、里程计刻度系数、SINS 安装误差角、杆臂均为常值,即

$$\dot{\mathbf{b}}_g = \mathbf{0}, \dot{\mathbf{b}}_a = \mathbf{0}, \quad (8)$$

$$\dot{k} = 0, \dot{\mathbf{C}}_b^m = \mathbf{0}, \dot{\mathbf{l}}^b = \mathbf{0}。 \quad (9)$$

### 3 全局可观测性分析

定义 1:如果对于任意未知初始状态  $x(t_0)$ ,存在  $t_1 > t_0$  使得时间区间  $[t_0, t_1]$  内的系统输入和输出可以唯一确定初始状态  $x(t_0)$ ,则称系统为可观测<sup>[15]</sup>。

定义 2:如果两个不同的系统状态  $x_1$  和  $x_2$  能产生相同的系统输出,则称这两个状态是不可分辨,记  $I\{x_1\} = I\{x_2\}$ <sup>[16]</sup>。

引理 1:对于任意两个线性无关的向量,如果它们在两个坐标系中的坐标都是给定的,那么就可以确定两个坐标系之间的姿态矩阵<sup>[17]</sup>。

引理 2:已知三维空间内的  $m$  个点  $a_j (j = 1, 2, \dots, m)$ ,对于未知点  $x$  满足  $a_j$  到点  $x$  的距离相

等,即  $\|a_j - x\| = r$ ,那么  $x$  可以唯一确定<sup>[11]</sup>。

为了简化系统方程,假设载车在地点已知的区域低速行驶,那么  $\boldsymbol{\omega}_m^n$  和  $(2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n$  的量级分别为  $10^{-7}$  rad/s 和  $10^{-4}$  m/s<sup>2</sup>,对其他状态的影响很小,可以忽略<sup>[12]</sup>。因此系统可以简化为

$$\dot{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{C}_b^n (\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times), \quad \boldsymbol{\omega}_{nb}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{b}_g - \mathbf{C}_n^b (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n), \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_b^n (\mathbf{f}^b - \mathbf{b}_a) + \mathbf{g}^n。 \quad (11)$$

系统的状态变量包括姿态角、速度、杆臂、里程计刻度系数以及三个方向的安装误差角。需要说明的是,本文直接将姿态角和速度作为系统状态量进行分析,并非不考虑姿态角误差和速度误差,而是直接对姿态角和速度进行求解,这样做的好处是直接对系统的动力学方程进行分析,而不是误差方程,更加方便直观。

通过定义可知,可观测性分析的等价问题是同初始状态是否可以通过有限的量测方程求解出来,即

$$\mathbf{y} = \frac{1}{k} \mathbf{C}_b^m (\mathbf{C}_n^b \mathbf{v}^n + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{l}^b), t \in [t_0, t_1], \quad (12)$$

通过(7)式可以看出,  $\alpha_y$  角与量测值无关,显然是不可观测的。

将(11)式改写为

$$\dot{\mathbf{v}}^n - \mathbf{C}_b^n (\mathbf{f}^b - \mathbf{b}_a) = \mathbf{g}^n, \quad (13)$$

对等式  $\mathbf{v}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{v}^b$  两边求导可得:

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_b^n (\dot{\mathbf{v}}^b + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{v}^b), \quad (14)$$

代入(13)式中可得:

$$\mathbf{C}_b^n (\dot{\mathbf{v}}^b + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{v}^b - \mathbf{f}^b + \mathbf{b}_a) = \mathbf{g}^n, \quad (15)$$

将(12)式变形可得:

$$\mathbf{v}^b = k \mathbf{C}_m^b \mathbf{y} - \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{l}^b, \quad (16)$$

(16)式两边微分可得:

$$\dot{\mathbf{v}}^b = k \mathbf{C}_m^b \dot{\mathbf{y}} - \dot{\boldsymbol{\omega}}_{nb}^b \times \mathbf{l}^b, \quad (17)$$

代入(15)式中可得:

$$\mathbf{C}_b^n (k \mathbf{C}_m^b \dot{\mathbf{y}} - \dot{\boldsymbol{\omega}}_{nb}^b \times \mathbf{l}^b + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times k \mathbf{C}_m^b \mathbf{y} - \mathbf{f}^b + \mathbf{b}_a) = \mathbf{g}^n, \quad (18)$$

整理得:

$$k \mathbf{C}_m^b \dot{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times k \mathbf{C}_m^b \mathbf{y} - \dot{\boldsymbol{\omega}}_{nb}^b \times \mathbf{l}^b = \mathbf{C}_b^n \mathbf{g}^n + \mathbf{f}^b - \mathbf{b}_a, \quad (19)$$

载车没有姿态机动时,即  $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b = 0$ ,  $\|\boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{b}_g\| \approx \|\boldsymbol{\omega}_{ie}^b\| \approx 7.3 \times 10^{-5}$  rad/s 是很小的量<sup>[13]</sup>,因此可以简化(19)式为

$$k \mathbf{C}_m^b \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{C}_b^n \mathbf{g}^n + \mathbf{f}^b - \mathbf{b}_a, \quad (20)$$

(20)式两边求导,得:

$$k \mathbf{C}_m^b \ddot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{f}}^b, \quad (21)$$

(21)式两边取模,得:

$$k \|\ddot{\mathbf{y}}\| = \pm \|\dot{\mathbf{f}}^b\|, \quad (22)$$

显然,只要 $\dot{\mathbf{f}}^b$ 和 $\dot{\mathbf{y}}$ 非零,即可通过(22)式求出里程计刻度系数 $k$ 。而符号的取值可以参考实际情况,根据图1中的定义,里程计与SINS之间的安装误差角为小角度, $k$ 取正值。

将 $k$ 视为已知量,将(21)式整理为

$$k\ddot{\mathbf{y}}_{\text{odo}} \begin{bmatrix} -\cos\alpha_x \sin\alpha_z \\ \cos\alpha_x \cos\alpha_z \\ \sin\alpha_x \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{f}}^b, \quad (23)$$

根据引理2和(22)式中的 $k$ 值可以相应的计算出SINS安装误差角 $\alpha_x$ 和 $\alpha_z$ ,假设 $k$ 值取正时对应的的计算结果为 $[\alpha_z \ \alpha_x]^\top$ 和 $[\pi-\alpha_z \ \pi+\alpha_x]^\top$ ,那么 $k$ 取负值时对应的的计算结果为 $[-\alpha_z \ \pi+\phi]^\top$ 和 $[\pi+\alpha_z \ \alpha_x]^\top$ ,即 $[k \ \alpha_z \ \alpha_x]^\top$ 同状态 $[k \ \pi-\alpha_z \ \pi+\alpha_x]^\top$ 、 $[-k \ -\alpha_z \ \pi+\alpha_x]^\top$ 以及 $[-k \ \pi+\alpha_z \ \alpha_x]^\top$ 为不可分辨的,即需要一段姿态不变、载车加速度计输出变化不为零的轨迹, $\omega_{nb}^b=0, \dot{\mathbf{f}}^b \neq 0$ ,即可求解出里程计刻度系数 $k$ 和SINS安装误差角 $\alpha_z$ 和 $\alpha_x$ 。

将(20)式改写为

$$\mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n = k\mathbf{C}_m^b \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{f}^b + \mathbf{b}_a, \quad (24)$$

两边取模得

$$g = \|\mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n\| = \|\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{b}_a\|, \quad (25)$$

式中 $\boldsymbol{\alpha} \text{ def } k\mathbf{C}_m^b \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{f}^b$ 。根据引理2,若存在不共线的 $\boldsymbol{\alpha}$ ,则 $\mathbf{b}_a$ 可通过(25)式求解。

定义惯性坐标系*i*系为初始对准开始时刻凝固的地理坐标系,根据链式法则有

$$\mathbf{C}_n^b(t) = \mathbf{C}_{n(t)}^{b(t)} = \mathbf{C}_{b(0)}^{b(t)} \mathbf{C}_{n(0)}^{b(0)} \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} = \mathbf{C}_{b(0)}^{b(t)} \mathbf{C}_n^b(0) \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)}, \quad (26)$$

其中,

$$\dot{\mathbf{C}}_{b(t)}^{b(0)} = \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times), \quad (27)$$

$$\dot{\mathbf{C}}_{n(t)}^{n(0)} = \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} (\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times), \quad (28)$$

将(26)式代入(24)式中,整理得:

$$\mathbf{C}_n^b(0) \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{g}^n = \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} (k\mathbf{C}_m^b \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{f}^b + \mathbf{b}_a), \quad (29)$$

式中 $\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{g}^n$ 为重力矢量在惯性系下的轨迹,显然一天之内任意两个 $\mathbf{C}_{n(t_1)}^{n(0)} \mathbf{g}^n$ 和 $\mathbf{C}_{n(t_2)}^{n(0)} \mathbf{g}^n$ 均为非共面的,因此 $\mathbf{C}_n^b(0)$ 可以通过(29)式唯一确定,并且 $\mathbf{C}_n^b(t)$ 可以通过(26)式计算得到。

当载车有姿态机动时,有 $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \gg \mathbf{b}_g$ 和 $\boldsymbol{\omega}_{ie}^b$ , (19)式改写为

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times \mathbf{l}^b = k\mathbf{C}_m^b \dot{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times k\mathbf{C}_m^b \mathbf{y} - \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n - \mathbf{f}^b + \mathbf{b}_a, \quad (30)$$

若存在非共面的 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b$ ,则 $\mathbf{l}^b$ 可以通过(30)式唯一确定。至此, $\mathbf{v}^n$ 可以通过(11)式求得, $\mathbf{b}_g$ 可通过(10)式求得。

以上可观测性分析过程可以总结为定理1。

对于给出的系统,如果载车的轨迹满足以下条件:

1) 有一段姿态不变、载车加速度计输出变化不为零的轨迹, $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b=0, \dot{\mathbf{f}}^b \neq 0$ ,即 TYPE1; 2) 有两段姿态不变、载车加速度计输出不为零的轨迹,并且满足 $\boldsymbol{\alpha} \text{ def } k\mathbf{C}_m^b \dot{\mathbf{y}} - \mathbf{f}^b$ 不共线,即 TYPE2; 3) 有两段姿态机动的轨迹, $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \neq 0$ ,即 TYPE3。并且在两段轨迹中的 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b$ 是线性无关的。

则有以下结论: 1) 姿态矩阵 $\mathbf{C}_n^b$ , 载车速度 $\mathbf{v}^n$ , 杆臂 $\mathbf{l}^b$ , 陀螺零漂 $\mathbf{b}_g$ , 加速度计零偏 $\mathbf{b}_a$ 可观测; 2) 三个不可分辨的状态 $I\{[k \ \alpha_z \ \alpha_x]^\top\}$ , 不完全可观测, 可以根据实际情况辅助判断; 3) SINS安装误差角 $\alpha_y$  (绕载车前进方向)不可观测。

说明: 1) 定理1只给出了系统可观测的一个充分条件, 系统亦可能在其他条件下可观测。

2) 定理1中三个不可分辨状态的取值需要根据实际情况辅助判断, 例如里程计和IMU的安装方向一致, 安装误差角为小角度则取值为 $[k \ \alpha_z \ \alpha_x]^\top$ 。

3)  $\mathbf{C}_n^b(t_0)$ 的线性无关度越高, 初始姿态矩阵 $\mathbf{C}_n^b(t_0)$ 就越容易被估计, 即可观测性越高。同理,  $[\dot{\boldsymbol{\omega}}_{nb}^b + (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{ie}^b) \times \boldsymbol{\omega}_{nb}^b]$ 的线性无关度越高, 杆臂 $\mathbf{l}^b$ 的可观测性越高。

4) 证明 $\mathbf{C}_n^b(0)$ 可观测性的过程中首先忽略了加速度计零偏误差 $\mathbf{b}_a$ , 假设条件为 $\mathbf{f}^b \gg \mathbf{b}_a$ , 因此较大的加速度将有利于姿态矩阵的估计。

5)  $\mathbf{l}^b$ 的确定需要姿态机动, 由于包含IMU误差项, 较大的IMU输出有利于减少IMU误差的影响; 同时式中 $\mathbf{C}_n^b(t)$ 中同样包含IMU误差, 在较短时间内估计有利于减少误差积累。

## 4 仿真分析

全局可观测性分析不仅给出了“是”或“否”的答案, 还可提供关于设计机动方式的方案, 这是全局可观测性分析的一个额外优势<sup>[11]</sup>。定理1中, TYPE1轨迹要求载车保持姿态不变运行, 只要载车在平坦的道路上直线运行即可; TYPE3轨迹要求载车在运行中进行姿态机动, 在载车车体倾斜状态下转弯或者有转向和俯仰机动时即可满足; 对于直线运行的

载车来说 TYPE2 轨迹要求有些苛刻,在单驱动条件下,该要求只能在载车转弯开始的瞬间满足。根据可观测性分析结果设计的仿真轨迹如图 2 所示,仿真速度如图 3 所示。仿真时长为 600 s,仿真路径为闭合回型曲线,机动方式包括静止、载车加速、减速、航向转弯和俯仰。

针对高精度的激光陀螺 SINS 进行初始对准仿真,系统误差项设定值表 1 所示,其中陀螺漂移为  $0.02 (^{\circ})/h$ ,加速度计零偏为  $100 \mu g$ 。图 4 为激光陀螺仪的仿真输出的角增量形式数据。

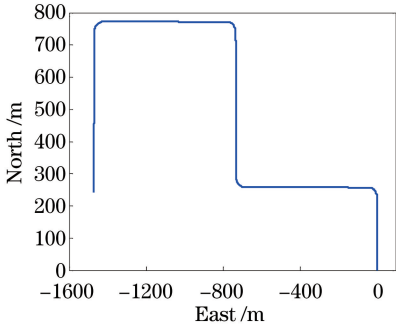


图 2 仿真轨迹图

Fig. 2 Simulation trajectory

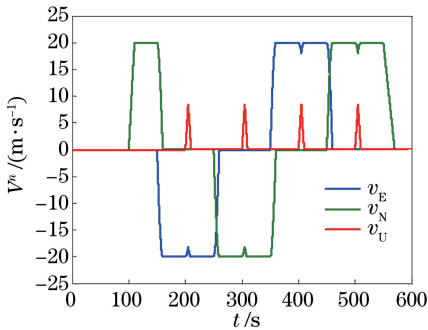


图 3 仿真速度

Fig. 3 Simulation velocity

表 1 系统参数设定

Table 1 Simulation value of system states

System state	Simulation value
Gyroscopic drift /[( $^{\circ}$ )/h]	0.02
Accelerometer bias / $\mu g$	100
Odometer scale factor error	0.002
Sample rate /Hz	100
SINS misalignment angle /( $'$ )	[20 10 30] <sup>T</sup>
Odometer lever arm /m	[2 5 -0.5] <sup>T</sup>
Initial attitude error /( $^{\circ}$ )	[1 1 10] <sup>T</sup>

(22)式和(23)式给出了一种里程计刻度系数和 SINS 安装误差角的解析计算方法,所以首先进行里程计刻度系数误差和 SINS 安装误差角的辨识,对(21)式两边在区间 $[t_0, t]$ 连续两次积分,得

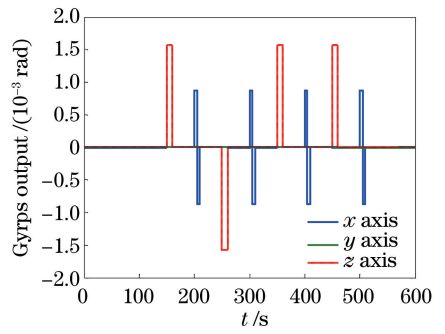


图 4 陀螺仪输出

Fig. 4 Outputs of gyroscopes

$$k \mathbf{C}_m^b \boldsymbol{\alpha}(t) = \boldsymbol{\beta}(t), \quad (31)$$

式中  $\boldsymbol{\alpha}(t)$  def  $\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}(t_0) - \dot{\mathbf{y}}(t_0)(t - t_0)$ ,  $\boldsymbol{\beta}(t) = \int_{t_0}^t \mathbf{f}^b dt - \mathbf{f}^b(t_0)(t - t_0)$ 。与(21)式相比,这种积分形式有利于平滑量测噪声的影响。该方程在所有 TYPE1 阶段都是成立的,下面给出里程计刻度系数  $k$  和 SINS 安装误差角  $\alpha_x$  和  $\alpha_z$  的计算公式:

$$k = \|\boldsymbol{\alpha}(t)\| / \|\boldsymbol{\beta}(t)\|, \quad (32)$$

$$\frac{\boldsymbol{\alpha}(t)}{k} \begin{bmatrix} -\cos \alpha_x \sin \alpha_z \\ \cos \alpha_x \cos \alpha_z \\ \sin \alpha_x \end{bmatrix} = \boldsymbol{\beta}(t). \quad (33)$$

初始对准的条件设定为载车进行中的大方位失准角情况,方位失准角为  $10^{\circ}$ ,系统方程为非线性的,通过提前估计里程计刻度系数误差和 SINS 安装误差角,大大化简了系统方程,降低了系统的非线性度,有利于提高系统的辨识效率和精度。接下来使用卡尔曼滤波器(EKF)进行初始对准仿真,其中系统方程由(8)~(11)式给出,测量由下式给出:

$$k \mathbf{C}_m^b \mathbf{y} = \mathbf{C}_n^b \mathbf{v}^n + \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{I}^b. \quad (34)$$

EKF 仿真结果如图 5~10 所示。图 5 为里程计刻度系数误差估计结果,其中绿色虚线为仿真真实值,蓝色实线为 EKF 估计结果。图 6 为和 SINS 安装误差角的估计结果。从图 5~6 中可以看出,在 100 s 载车加速后里程计刻度系数误差和 SINS 安装误差角的估计值迅速收敛,里程计刻度系数误差估计精度为 0.01%,SINS 安装误差角估计精度为  $1'$ ,这和可观测性分析的理论结果一致。图 7 为杆臂的估计结果,载车在 150 s 航向转弯之后,水平方向的杆臂得到激励很快收敛,竖直方向杆臂在 200 s 俯仰运动之后逐渐收敛,杆臂的估计精度在 0.1 m 左右。由于俯仰运动的运动幅度较航向转弯小很多,故竖直方向杆臂的收敛速度较慢。图 8 为姿态角误差的估计结果,各姿态角能够在相应的姿态机动之后迅速收敛,水平方向姿态角估计精度为  $0.1'$ ,

航向角估计精度为  $0.5'$ 。图 9 和 10 分别为加速度计零偏和陀螺漂移的估计结果。 $z$  轴加速度计零偏在仿真开始就迅速收敛,说明其可观测性较高。而陀螺漂移由于其较弱的可观测性收敛缓慢,尤其是  $z$  轴陀螺。对比图 5~10 可以看出,里程计刻度系数误差、SINS 安装误差以及杆臂的有效估计有利于其他参数的收敛。

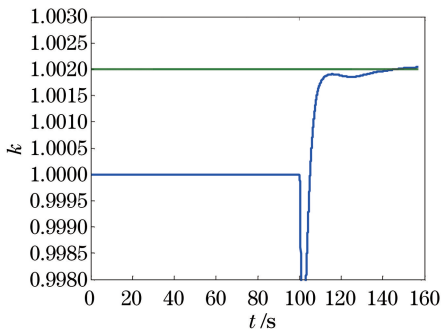


图 5 里程计刻度系数估计结果

Fig. 5 Estimate of odometer scale factor

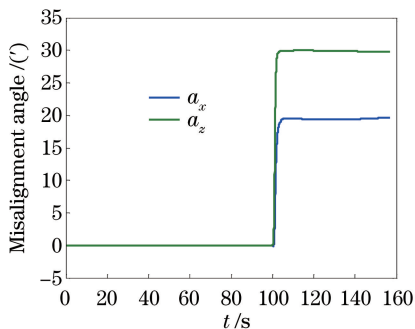


图 6 SINS 安装误差角估计结果

Fig. 6 Estimate of SINS misalignment angle

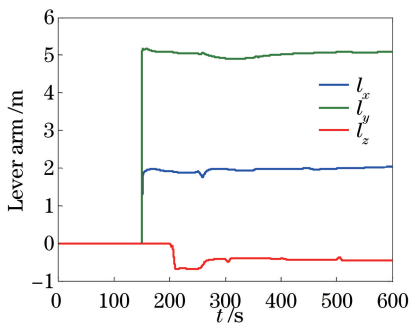


图 7 杆臂估计结果

Fig. 7 Estimate of lever arm

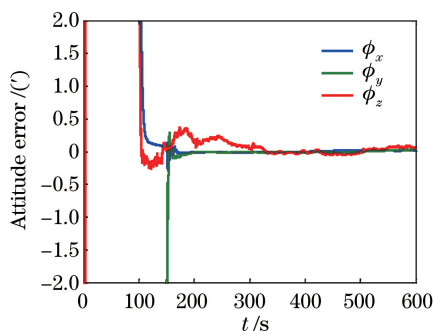


图 8 姿态误差角估计结果

Fig. 8 Estimate error of attitude error

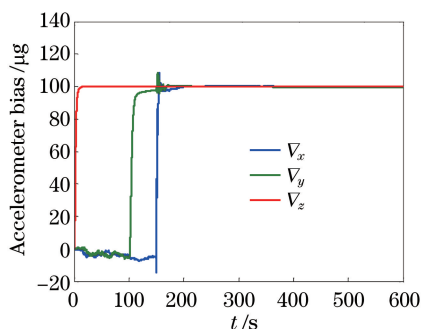


图 9 加速度计零偏估计结果

Fig. 9 Estimate of accelerometer bias

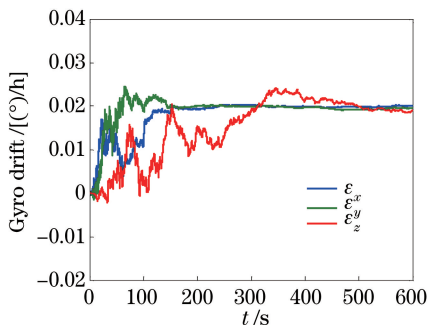


图 10 陀螺漂移估计结果

Fig. 10 Estimate of gyro drift

## 5 结 论

针对里程计辅助的车载激光捷联惯导系统的动基座初始对准问题,考虑里程计刻度系数误差、安装杆臂、SINS 安装误差角、陀螺和加速度计零偏建立

了系统模型,根据可观测性的基本定义对系统状态变量进行了可观测性分析,得到当系统满足一定的机动条件时有以下可观测性结论:里程计刻度系数、SINS 安装误差角  $\alpha_z$  和  $\alpha_x$  不完全可观测,可以根据实际情况辅助判断;姿态矩阵、载车速度、杆臂可观测;陀螺零漂和加速度计零偏可观测性较弱。根据可观测性分析结果设计了一种先标定里程计刻度系数误差和 SINS 安装误差角,再通过 EKF 进行初始对准的算法,该算法简化了初始对准观测方程,提高了初始对准效率。计算机仿真结果与理论分析结果一致,验证了可观测性分析的正确性及算法的有效性。同 PWCS 等可观测性分析方法相比,该方法直

观简洁,不需要复杂的计算,同时避免线性化带来的误差,并且可以为载车初始对准机动方案设计提供理论指导,具有很好的工程应用价值。

## 参 考 文 献

- [1] Titterton D, Weston J. Strapdown inertial navigation technology[M]. UK: The Institution of Engineering and Technology, Michael Faraday House, 2004.
- [2] Jiang J B, Ma J J, Liu J N. Effect of refractive index inhomogeneity on backscattering of lasergyros [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(6): 061402.  
蒋军彪, 马家君, 刘建宁. 折射率非均匀性对激光陀螺背向散射的影响分析[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(6): 061402.
- [3] Ma Y H, Yu W D, Quan B X, *et al.* Influence of path length control mirror on dynamic stability of ring laser gyro[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(6): 0601001.  
马仰华, 于文东, 权冰心, 等. 腔长控制镜对激光陀螺动态特性的影响[J]. 中国激光, 2017, 44(6): 0601001.
- [4] Duan R, Zhang X H, Zhu F. Adaptive federated filter for multi-sources information fusion in integrated navigation system [J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(2): 267-272.  
段睿, 张小红, 朱锋. 多源信息融合的组合导航自适应联邦滤波算法[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(2): 267-272.
- [5] Yao Z, Zhang H P. Performance analysis on vehicle GNSS/INS integrated navigation system aided by odometer[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2018, 38(2): 206-210.  
姚卓, 章红平. 里程计辅助车载 GNSS/INS 组合导航性能分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2018, 38(2): 206-210.
- [6] Goshen-Meskin D, Bar-Itzhack I Y. Observability analysis of piece-wise constant systems. I. Theory [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(4): 1056-1067.
- [7] Goshen-Meskin D, Bar-Itzhack I Y. Observability analysis of piece-wise constant systems. II. Application to inertial navigation in-flight alignment (military applications) [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(4): 1068-1075.
- [8] Wang Q, Gao C F, Ying Z H, *et al.* Observability analysis of fixed position initial alignment of strapdown inertial navigation system [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(1): 0101004.  
王琦, 高春峰, 应智慧, 等. 捷联惯导系统单位位置初始对准可观性分析[J]. 中国激光, 2018, 45(1): 0101004.
- [9] Zhou W J, Sun L. Reduced-dimension model of SINS/CNS based on observability analysis [J]. Computer Measurement & Control, 2017, 25(4): 143-146.  
周伟江, 孙龙. 基于可观性分析的 SINS/CNS 降维设计[J]. 计算机测量与控制, 2017, 25(4): 143-146.
- [10] Huang S, Cai H, Ding Z J. Observability analysis for transfer alignment of inertial navigation system on moving base [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(11): 2548-2554.  
黄帅, 蔡洪, 丁智坚. 惯性导航系统动基座传递对准可观性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(11): 2548-2554.
- [11] Wu Y X, Zhang H L, Wu M P, *et al.* Observability of strapdown INS alignment: a global perspective[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(1): 78-102.
- [12] Wu Y X, Wu M P, Hu X P, *et al.* Self-calibration for land navigation using inertial sensors and odometer: observability analysis [C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2009.
- [13] Pan X F, Wu Y X. Underwater doppler navigation with self-calibration [J]. Journal of Navigation, 2016, 69(2): 295-312.
- [14] Tang Y G, Wu Y X, Wu M P, *et al.* INS/GPS integration: global observability analysis [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009, 58(3): 1129-1142.
- [15] Chen C T. Linear system theory and design [M]. Oxford: Oxford University Press, 1998.
- [16] Sontag E D. Mathematical control theory [M]. New York: Springer, 1998.
- [17] Black H D. A passive system for determining the attitude of a satellite [J]. AIAA Journal, 1964, 2(7): 1350-1351.