

基于散射光谱颗粒折射率测量系统的散射角和放大率的精确确定

孟睿^{1,2**}, 葛宝臻^{1,2*}, 吕且妮^{1,2}, 徐捷^{1,2}

¹天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072;

²光电信息技术教育部重点实验室, 天津 300072

摘要 基于颗粒光散射成像原理,通过测量聚焦面上的零级谱与一级谱之间的距离,即可得到该颗粒的折射率。分析了成像系统接收角和放大率偏差对颗粒折射率测量精度的影响,给出了接收散射角和放大率的取值范围。提出了一种基于线性拟合精确确定散射角和放大率的实验方法,并对直径为 45 μm 的标准聚苯乙烯(PSL)颗粒和 19.1 μm 的玻璃颗粒的折射率进行测量,相对测量误差分别为 -0.19% 和 1.53%,验证了所提方法的有效性。

关键词 散射; 散射光谱; 散射角; 放大率; 折射率

中图分类号 TN247; TN249

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201845.1004003

Accurate Determination of Scattering Angle and Magnification Based on Scattering Spectral Particle Refractive Index Measurement System

Meng Rui^{1,2**}, Ge Baozhen^{1,2*}, Lü Qieni^{1,2}, Xu Jie^{1,2}

¹School of Precision Instrument & Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

²Key Laboratory of Opto-Electronics Information Technology, Ministry of Education, Tianjin 300072, China

Abstract On the basis of the particle scattering imaging, the refractive index of the particle can be obtained by the distance between the zero-order and the first-order spectra on the focal plane. The influences of the received angle and the magnification deviation of the imaging system on the measurement accuracy of the particle refractive index are analyzed. And the ranges of the received scattering angles and the magnification are given. An experimental method based on linear fitting is proposed to accurately determine the scattering angle and the magnification. The refractive indices of standard polystyrene (PSL) particle with diameter of 45 μm and glass particle with diameter of 19.1 μm are measured with the proposed method, their relative measurement errors are -0.19% and 1.53%, respectively. The experimental results verify the effectiveness of the proposed method.

Key words scattering; scattering spectrum; scattering angle; magnification; refractive index

OCIS codes 290.5825; 290.5850; 120.5820

1 引 言

基于散射光特性进行颗粒折射率测量技术的研究非常广泛,目前的主要方法包括:根据 Mie 理论,通过测量颗粒散射光强角分布、透射率光谱或消光系数后经过反演得到折射率的方法^[1-3];采用双散射角光学粒子计数器测量气溶胶折射率的方法^[4];通过分析液滴指纹图彩虹峰的测量方法^[5];通过测量

颗粒两个方向散射光信号的相位差得到折射率的相位多普勒测量技术(PDA)^[6];通过测量颗粒的彩虹角反演折射率的彩虹技术^[7-8];基于颗粒散射光中反射、折射光脉冲的延迟时间来测量折射率的时域移动技术(TS)^[9];利用颗粒散射光中反射、折射光的聚焦点距距离来测量折射率的技术^[10]。在这些方法中,基本都是在向前和后向的一个或多个散射角方位通过光学成像系统进行散射光特性的探测,因

收稿日期: 2018-04-15; 修回日期: 2018-05-11; 录用日期: 2018-05-17

基金项目: 国家自然科学基金(61275012,61275019)

* E-mail: gebz@tju.edu.cn; ** E-mail: mengrui@tju.edu.cn

此,散射角和系统放大率的精确确定显得尤为重要。目前,光散射系统的放大率可以通过标定靶精确确定^[11-12],散射角的精确确定需要借助特殊方法,如在全彩虹测量系统中采用旋转反射镜方法^[13]和双波长散射角自标定方法对彩虹绝对散射角进行标定^[14]。

本文针对球形颗粒的折射率测量,基于颗粒的几何光学散射模型,利用颗粒对入射平行光的表面反射光和一阶透射光在成像透镜像面上谱点的距离来实现颗粒折射率的测量。建立颗粒折射率测量系统,分析系统接收散射角和系统放大率偏差对颗粒折射率测量精度的影响,给出接收散射角和放大率的取值范围。针对实际测量系统放大率和散射角不易精确确定的问题,提出通过测量不同直径聚苯乙烯微球(PSL)和水滴颗粒(WD)的谱点距离,再经过线性拟合求出斜率,最后通过函数关系求得散射角和放大率的方法。该方法不需要标定靶,而且与实际测量情况一致。最后,利用建立的测量系统,在确定的散射角和放大率下,对直径为 45 μm 的标准 PSL 颗粒和 19.1 μm 的玻璃颗粒进行了测量。

2 颗粒折射率的测量原理

光照射到颗粒表面会发生散射,根据几何光学近似(GOA)理论,散射光可分解为反射、折射和衍射成分。设颗粒半径为 a ,折射率为 n_2 ;周围介质的折射率为 n_1 (相对折射率 $n = n_2/n_1$);入射光为平面波 E_i ,波长为 λ ; E_p 为反射光及各阶折射光($p = 0, 1, 2, \dots$), $p = 0$ 对应颗粒表面的反射光 E_0 , $p = 1$ 对应经过颗粒内部一次的折射光 E_1 , $p = 2$ 对应经过颗粒内部两次的折射光 E_2 ,依此类推。 θ_i^p 为入射角, θ 为散射角, θ_1 为 1 阶折射光的偏转角, θ_2 为 2 阶折射光的偏转角, θ_{diff} 为衍射光的偏转角, θ_0 为反射光的偏转角。偏转角是指出射光方向相对入射光方向的偏转。

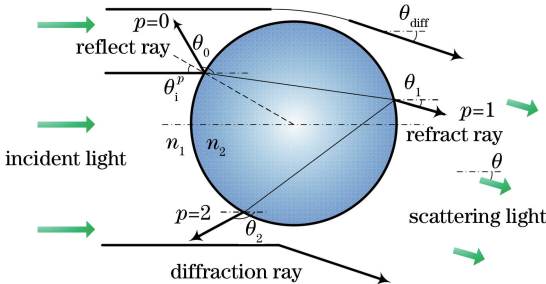


图 1 颗粒散射的 GOA 模型

Fig. 1 GOA model of particle scattering

p 阶光复振幅 $E_p(\theta)$ 分解成振幅与相位乘积的形式:

$$E_p(\theta) = |E_p(\theta)| \exp[i\varphi_p(\theta)], \quad (1)$$

$$\varphi_p(\theta) = \begin{cases} -2\alpha \sin(\theta/2), & p = 0 \\ 2\alpha (p \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i^p} - \cos \theta_i^p), & p \geq 1 \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $\varphi_p(\theta)$ 为相位^[15]; $\alpha = 2\pi a/\lambda$ 。

基于 Debye 级数和 GOA 理论,分析不同折射率、不同粒径的颗粒的散射光强分布。在 $30^\circ \sim 80^\circ$ 散射角范围内,根据 GOA 与 Debye 计算得到的散射光强分布吻合得很好,颗粒散射光场分布主要来自于 $p = 0$ 的反射光与 $p = 1$ 的折射光,可表示为

$$E(\theta) = E_0(\theta) + E_1(\theta). \quad (3)$$

成像透镜收集粒子的散射光,如图 2 所示 (A' 和 B' 分别为折射点 A 和反射点 B 的像点,即光谱点),其在像面 (x, y) 上的一维光场分布为

$$\bar{E}(x) = |E_0(\theta)| \operatorname{sinc} \left\{ \frac{b}{2s_1} \left[\frac{kx}{M} - \frac{d\varphi_0(\theta)}{d\theta} \right] \right\} + |E_1(\theta)| \operatorname{sinc} \left\{ \frac{b}{2s_1} \left[\frac{kx}{M} - \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} \right] \right\}, \quad (4)$$

式中: b 为散射光场积分区域的半径; s_1 为物距; $M = s_2/s_1$ 为放大率, s_2 为像距; $k = 2\pi/\lambda$ 为波数; $\frac{d\varphi_p(\theta)}{d\theta}$ 为 $\varphi_p(\theta)$ 关于 θ 的一阶导数。散射光光强分布为 $\bar{I}(x) = \bar{E}(x) \cdot \bar{E}^*(x)$, 上标“*”表示复共轭, $\bar{I}(x)$ 可以进一步表示为

$$\bar{I}(x) = |E_0(\theta)|^2 \operatorname{sinc}^2 \left\{ \frac{b}{2s_1} \left[\frac{kx}{M} - \frac{d\varphi_0(\theta)}{d\theta} \right] \right\} + |E_1(\theta)|^2 \operatorname{sinc}^2 \left\{ \frac{b}{2s_1} \left[\frac{kx}{M} - \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} \right] \right\}. \quad (5)$$

在 $\frac{kx}{M} - \frac{d\varphi_0(\theta)}{d\theta} = 0$ 处, (5) 式等号右侧第一项取极

大值,对应零阶谱点;在 $\frac{kx}{M} - \frac{d\varphi_1(\theta)}{d\theta} = 0$ 处, (5) 式等号右侧第二项取极大值,对应一阶谱点。结合 (2) 式可以得到零阶谱点的位置为 $x_0 = -aM \cos(\theta/2)$; 一阶光谱点的位置为 $x_1 = aM \sin(\theta/2) / \sqrt{\sin^2(\theta/2) + [1/n - \cos(\theta/2)]^2}$ 。为了方便分析,引入无因次坐标^[16] $\omega = x/(Ma)$, 得到零阶谱点的位置为

$$\omega_0 = -\cos(\theta/2), \quad (6)$$

一阶谱点的位置为

$$\omega_1 = \sin(\theta/2) / \sqrt{\sin^2(\theta/2) + [1/n - \cos(\theta/2)]^2}. \quad (7)$$

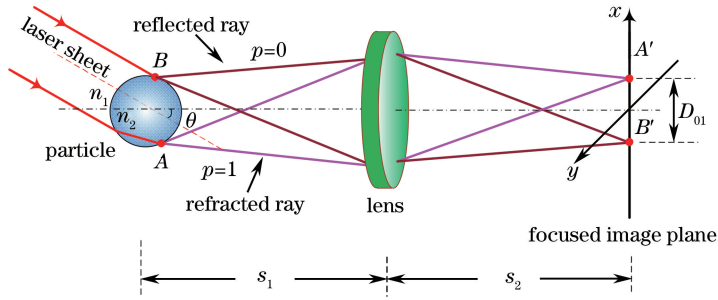


图 2 颗粒散射谱系统示意图

Fig. 2 System diagram of particle scattering spectrum

零阶、一阶谱点的无因次距离 L_{01} 为

$$L_{01} = \omega_1 - \omega_0 = \cos(\theta/2) + \sin(\theta/2) / \sqrt{\sin^2(\theta/2) + [1/n - \cos(\theta/2)]^2}, \quad (8)$$

则相对折射率 n 为

$$n = \frac{L_{01} - \cos(\theta/2)}{[L_{01} - \cos(\theta/2)]\cos(\theta/2) - \sqrt{1 - [L_{01} - \cos(\theta/2)]^2} \sin(\theta/2)}. \quad (9)$$

将 $\omega = x/(Ma)$ 代入(8)式,得到无因次距离 L_{01} 与零阶、一阶谱点距离 D_{01} 的关系为

$$D_{01} = x_1 - x_0 = MaL_{01}. \quad (10)$$

将(10)式代入(9)式可得

$$n = \frac{D_{01}/(Ma) - \cos(\theta/2)}{[D_{01}/(Ma) - \cos(\theta/2)]\cos(\theta/2) - \sqrt{1 - [D_{01}/(Ma) - \cos(\theta/2)]^2} \sin(\theta/2)}. \quad (11)$$

根据(11)式可知,在固定的散射角 θ 方向上,若已知系统放大率 M 和颗粒半径 a ,则根据零阶、一阶谱点距离 D_{01} 就可得到颗粒的相对折射率 n ;当已知周围介质的折射率 n_1 时,就可得到颗粒的折射率 n_2 。这就是基于颗粒散射光谱测量折射率的原理。

3 接收散射角的范围

3.1 零阶、一阶谱点强度分布与散射角的关系

由(5)式可知,零阶和一阶光谱强度关于散射角 θ 的分布为

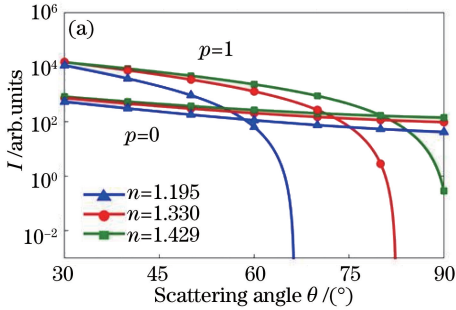
$$I_0 = \frac{\alpha^2}{8} \left[\left(\frac{n^2 \sin \frac{\theta}{2} - \sqrt{n^2 - \cos^2 \frac{\theta}{2}}}{n^2 \sin \frac{\theta}{2} + \sqrt{n^2 - \cos^2 \frac{\theta}{2}}} \right)^2 + \left(\frac{\sin \frac{\theta}{2} - \sqrt{n^2 - \cos^2 \frac{\theta}{2}}}{\sin \frac{\theta}{2} + \sqrt{n^2 - \cos^2 \frac{\theta}{2}}} \right)^2 \right] I_i, \quad (12)$$

$$I_1 = \alpha^2 n^4 \frac{\cos^4 \frac{\theta}{2} + 1}{\cos^5 \frac{\theta}{2}} \frac{\left| \left(n \cos \frac{\theta}{2} - 1 \right) \left(n - \cos \frac{\theta}{2} \right) \right|^3}{(n^2 - 1)^4 \left(n^2 + 1 - 2n \cos \frac{\theta}{2} \right)^2} I_i. \quad (13)$$

式中: I_i 为入射光强度。由(12)~(13)式可知:零阶、一阶谱点强度与颗粒粒径、折射率和散射角有关;强度与粒径的平方成正比,粒径越大,强度越大;一阶、零阶谱点强度比与粒径无关。当散射角大于 30° 时,忽略衍射光的影响,分别对粒径 $2a$ 为 $20 \mu\text{m}$ 和 $45 \mu\text{m}$, 相对折射率 n 为 1.195、1.330、1.429 的颗粒的零阶和一阶光谱强度进行模拟,零阶、一阶谱点强度与散射角关系如图 3 所示。对于零阶光强分布,谱点强度随着折射率、粒径增加而增大,随散射角增大而减小。对于一阶光强分布,谱点强度同样随着散射角增大而减小,随着粒径增加而增大。强度为零时的散射角称为截止角 θ_c 。当 $n=1.195$ 时, $\theta_c=66.4^\circ$; 当 $n=1.330$ 时, $\theta_c=82.5^\circ$; 当 $n=1.429$ 时, $\theta_c=91.2^\circ$ 。比较图 3(a)、(b) 可以看出,颗粒粒径增大后,相同散射角下的零阶、一阶谱点强度都增加了,但分布曲线的变化趋势一致,两种粒径下的截止角一致。在 $30^\circ \sim 45^\circ$ 的区域内,零阶、一阶的强度与折射率关系不敏感。此外,零阶、一阶谱点强度曲线有交叉,此时强度相等。当 n 分别为 1.195、1.330、1.429 时,交点对应的散射角分别为 58.4° 、 72.7° 、 80.1° 。理论上,在这些角度上接收是最理想的,但实际上,由于不同折射率颗粒的零阶、一阶谱点强度曲线交点是变化的,用一个点不能满足所有

的情况。因此,若要兼顾不同折射率的情况,只能折中地寻找一个角度范围,在此范围内,要求强度的动态变化不大,以便于信号的探测。

表 1 是折射率为 1.195、1.330 和 1.429 的颗粒在不同散射角下的一阶、零阶谱点强度比。可知:在 $30^\circ\sim 45^\circ$ 的散射角范围,一阶、零阶谱点强度比约为 10~20,动态变化不大,不会影响谱点的清晰探测;



当散射角大于 45° 后,虽然强度比越来越小,可以等于 1(对应图 3 曲线的交点处,强度相等),甚至小于 1。但由图 3 可知,这个区域的一阶谱点强度与折射率较为敏感,不同折射率下一阶谱点的强度动态变化较大,而且有可能超过截止角,不利于谱点探测。综合考虑后认为,可以选择 $30^\circ\sim 45^\circ$ 的散射角范围来探测谱点。

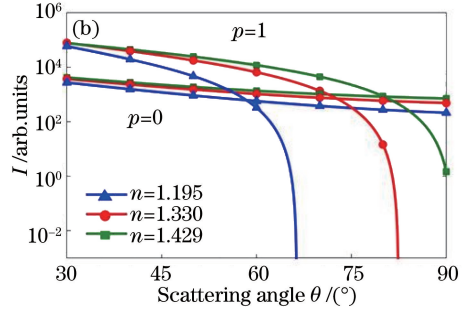


图 3 不同折射率和直径颗粒的零阶、一阶谱点强度与散射角的关系。(a) $2a=20\ \mu\text{m}$; (b) $2a=45\ \mu\text{m}$

Fig. 3 The zero-order and the first-order spectral intensities vs scattering angle for particles with different refractive indices and diameters. (a) $2a=20\ \mu\text{m}$; (b) $2a=45\ \mu\text{m}$

表 1 不同散射角下的一阶、零阶谱点强度比

Table 1 Intensity rate of the zero-order to the first-order spectra at different scattering angles

Scattering angle / ($^\circ$)	I_1/I_0		
	$n=1.195$	$n=1.330$	$n=1.429$
30	21.5489	21.0716	18.2165
35	16.7677	19.0396	17.4580
40	12.4994	16.7546	16.2912
45	8.6086	14.2809	14.7828
60	0.5676	6.2721	8.7589
65	0.0081	3.8055	6.5084

3.2 零阶、一阶谱点距离与散射角的关系

由(6)~(7)式可知,零阶谱点的位置与折射率无关,一阶谱点的位置与折射率有关,而零阶、一阶谱点的位置均与散射角有关。对于 n 分别为 1.195、1.330、1.429 的颗粒,零阶、一阶谱点无因次距离与散射角的关系曲线如图 4 所示。三条曲线的变化趋势一致,并都有一个极大值点,对应的散射角分别为 43.5° 、 53.3° 、 58.3° ,说明在这些散射角方向上,对应折射率颗粒的零阶、一阶谱点距离最大。对于实际的测量情况,一方面,零阶、一阶谱点距离越大,越便于探测和处理;另一方面,不同折射率对应的曲线差别越大,折射率的测量分辨率越高。由图 4 可以直观地看出, $30^\circ\sim 45^\circ$ 的散射角可以满足这两方面要求。表 2 为不同折射率颗粒谱点无因次距离 L_{01} 与散射角的关系。比较表 2 中同一列 L_{01} 数据可以看出,在 $30^\circ\sim 45^\circ$ 散射角范围,同一折射率的 L_{01} 比

60° 、 65° 时的 L_{01} 大;比较表 2 中同一行 L_{01} 数据可以看出,在 $30^\circ\sim 45^\circ$ 的散射角范围,不同折射率对应的 L_{01} 差别比 60° 、 65° 时对应的差别大。

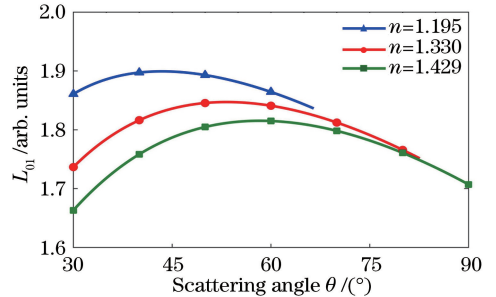


图 4 不同折射率颗粒零阶、一阶谱点无因次距离与散射角的关系

Fig. 4 Dimensionless distance of the zero-order and the first-order spectra vs scattering angle for particle with different refractive indices

表 2 不同折射率颗粒谱点无因次距离 L_{01} 与散射角的数值关系

Table 2 Numerical relationship between dimensionless distance L_{01} and scattering angle for particle with different refractive indices

Scattering angle / ($^\circ$)	L_{01}		
	$n=1.195$	$n=1.330$	$n=1.429$
30	1.8608	1.7365	1.6631
35	1.8858	1.7840	1.7177
40	1.8973	1.8163	1.7584
45	1.8990	1.8360	1.7868
60	1.8643	1.8409	1.8150
65	1.8433	1.8292	1.8095

因此,综合考虑散射角对零阶、一阶谱点强度和距离的影响后认为,在 $30^\circ \sim 45^\circ$ 的散射角范围内进行谱点的探测和测量是合适的。

3.3 散射角偏差对折射率测量误差的影响

实际测量系统的接收方向是固定的,是从 $30^\circ \sim 45^\circ$ 的散射角范围内选取一个角度。由于散射角实际值与选取的设计值有偏差,因此会导致折射率的测量误差。分析散射角偏差对折射率测量的影响,首先由(8)式分析散射角偏差对 L_{01} 的影响,然后根

据(9)式分析由 θ 角偏差及对应的 L_{01} 偏差共同作用导致的折射率误差。为此,分别对折射率 n 为 1.195、1.330、1.429,散射角 θ 为 30° 、 35° 、 40° 、 45° 的情况进行模拟。散射角偏差 $\Delta\theta$ 在取 $-5^\circ \sim 5^\circ$ 范围内取值,步长为 0.1° ,分别计算折射率误差 $\Delta n/n$ 与 $\Delta\theta$ 的关系,如图 5 所示。由图 5 可以看出:在 $30^\circ \sim 45^\circ$ 范围内,散射角越大,散射角偏差造成的折射率误差越小;折射率越大,散射角偏差造成的折射率误差越大。

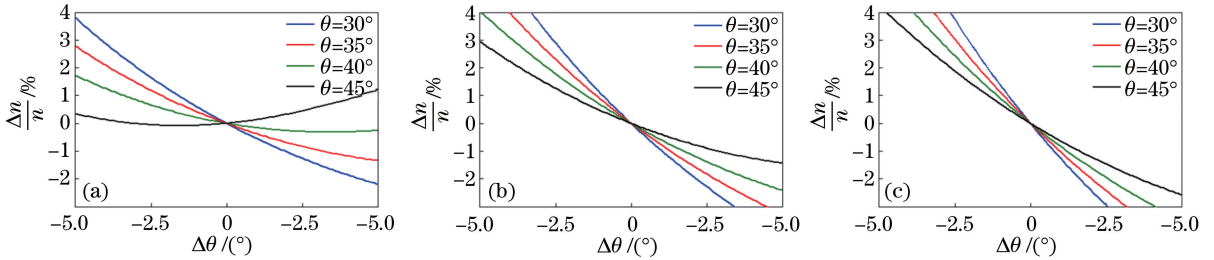


图 5 不同折射率颗粒散射角偏差造成的折射率误差。(a) $n=1.195$; (b) $n=1.330$; (c) $n=1.429$

Fig. 5 Refractive index error caused by scattering angle deviation of particles with different refractive indices.

(a) $n=1.195$; (b) $n=1.330$; (c) $n=1.429$

4 系统放大率偏差对折射率测量误差的影响

由瑞利判据可知,物镜分辨率 $\epsilon = 0.61\lambda f/b$ 。设波长 $\lambda = 532 \text{ nm}$,物镜焦距 $f = 85 \text{ mm}$,透镜半孔径 $b = 21.5 \text{ mm}$,则物镜分辨率 $\epsilon = 1.28 \mu\text{m}$ 。电荷耦合器件(CCD)的像元尺寸 $\epsilon' = 5 \mu\text{m}$,物镜分辨率和 CCD 分辨率匹配需要满足 $M > \epsilon'/\epsilon = 3.9$,即系统的最小放大率应大于 3.9 倍。但考虑折射率测量的分辨率,希望 D_{01} 的值尽可能大,因此,放大率也应尽可能大。

由于系统放大率的实际值与选取的设计值会有偏差,因此会导致折射率测量误差。分析系统放大率偏差对折射率测量的影响。首先由(10)式分析 M 对 D_{01} 的影响,然后根据(11)式分析由 M 偏差及 D_{01} 偏差共同作用导致的折射率误差。为此,分别对折射率 $n = 1.195$ 、1.330、1.429,散射角 $\theta = 30^\circ$ 、 35° 、 40° 、 45° 的情况进行模拟, ΔM 取 $-1\% \sim 1\%$ 范围内的值,步长为 0.1% ,模拟结果如图 6 所示。由图 6 可以看出:散射角越大,系统放大率偏差造成的折射率误差越大;颗粒折射率越大,系统放大率偏差造成的折射率误差越小。

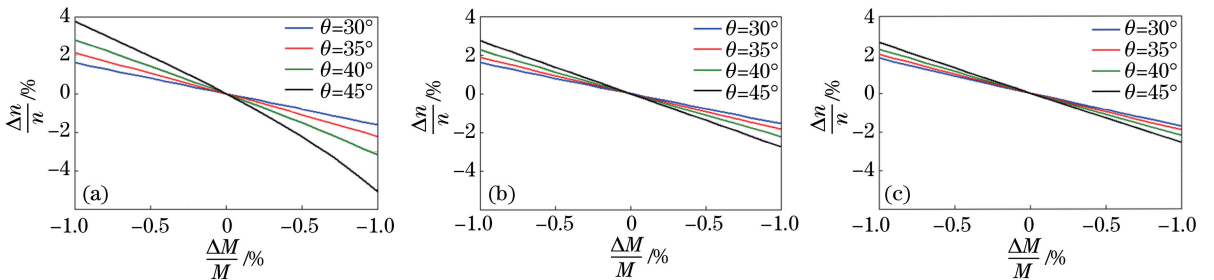


图 6 不同折射率颗粒放大率偏差造成的折射率误差。(a) $n=1.195$; (b) $n=1.330$; (c) $n=1.429$

Fig. 6 Refractive index error caused by magnification deviation of particle with different refractive indices.

(a) $n=1.195$; (b) $n=1.330$; (c) $n=1.429$

5 实验结果与讨论

系统光路如图 7 所示,半导体激光器 1 经过扩束镜 2、针孔 3、准直镜 4 后,形成均匀的圆光斑,再

经过一组共焦柱透镜 5、6 后压缩成 1.5 mm 宽的线光束。光束照射到颗粒 7 上后发生散射,散射光经物镜 8 进行傅里叶变换,在 CCD 探测器 9 的光敏面上得到零阶、一阶谱点,经计算机图像采集和相关数

据处理后得到标准颗粒的折射率。激光器采用波长为 532 nm 的半导体激光器;镜头选用 Phenix 85 mm 定焦镜头;CCD 选用 JAIGO-5000-USB,其分辨率为 2560 pixel × 2048 pixel,像元尺寸为 5 μm。预设 在 散 射 角 35° 方 向、放 大 率 6.5 倍 的 参 数 下 接 收 谱 点。对 标 准 粒 径 的 PSL 颗 粒 和 WD 单 颗 粒 进 行 折 射 率 测 量。PSL 颗 粒 分 散 悬 浮 在 水 中,其 折 射 率 $n_2 = 1.59$,在 水 中 的 相 对 折 射 率 $n^{\text{PSL}} = 1.195$ 。单 液

滴 颗 粒 由 本 实 验 室 自 行 研 制 的 基 于 压 电 喷 射 的 单 液 滴 发 生 器^[17] 产 生,通 过 控 制 脉 冲 幅 值 和 宽 度 可 产 生 不 同 粒 径 的 单 液 滴。表 3 给 出 了 4 种 控 制 参 数 下,纯 水 单 液 滴 的 产 生 情 况,对 应 的 4 种 粒 径 分 别 为 17.3, 19.7, 22.5, 27.6 μm,分 布 的 标 准 差 (SD) 分 别 为 0.10, 0.09, 0.14, 0.29 μm,相 对 标 准 差 (RSD) 为 0.58%, 0.46%, 0.62%, 1.05%。单 液 滴 直 接 喷 射 在 空 气 中,在 空 气 中 的 相 对 折 射 率 为 $n^{\text{WD}} = 1.330$ 。

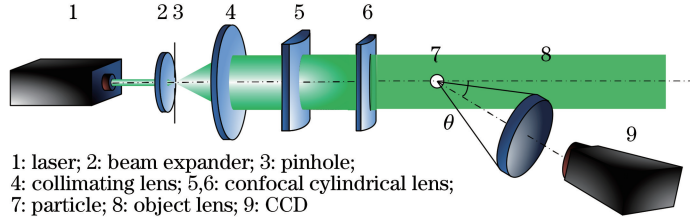


图 7 颗粒折射率测量系统示意图

Fig. 7 Diagram of particle refractive index measurement system

表 3 4 种脉冲参数下水滴颗粒的直径

Table 3 Droplet diameters at four pulses parameters

Pulse parameters		$2a / \mu\text{m}$	SD / μm	RSD / %
Width / μs	Amplitude / V			
3.2	10	17.3	0.10	0.58
9.8	10	19.7	0.09	0.46
16.0	12	22.5	0.14	0.62
23.2	15	27.6	0.29	1.05

5.1 光学系统的接收方向(散射)角与放大率的精确确定

由于光学系统的接收(散射)角、放大率不易直接准确测量,因此,本研究采用已知粒径和折射率的标准颗粒的散射光谱点的探测结果进行精确确定。已知 PSL 与 WD 颗粒的半径 a^{PSL} 、 a^{WD} ,采用图 7 所示的系统分别测量其零阶、一阶谱点距离 D_{01}^{PSL} 、 D_{01}^{WD} ,并将它们分别代入(10)式得到

$$\begin{cases} D_{01}^{\text{PSL}} = Ma^{\text{PSL}}L_{01}(\theta, n^{\text{PSL}}) \\ D_{01}^{\text{WD}} = Ma^{\text{WD}}L_{01}(\theta, n^{\text{WD}}) \end{cases} \quad (14)$$

联立(14)式的两个方程即可求得系统放大率 M 与光轴方向散射角 θ 。为了降低 PSL 与 WD 颗

粒粒径误差的影响,分别采集 4 个粒径的 PSL、WD 颗粒的零阶、一阶谱点,得到的零、一阶谱点分布如图 8、9 所示。采用自相关算法提取零阶、一阶谱点距离 D_{01} ,并利用高斯插值将 D_{01} 的提取精度提高至亚像素级。为了进一步降低 D_{01} 提取误差的影响,在每组实验结果中,随机抽取 5 张零阶、一阶谱点分布图,并求 D_{01} 的平均值。PSL、WD 颗粒的零阶、一阶谱点距离的测量结果如表 4、5 所示。

以 PSL 与 WD 颗粒的 D_{01} 平均值作为零阶、一阶谱点距离测量值 D_{01}^{PSL} 、 D_{01}^{WD} 。由(14)式可知,零阶、一阶谱点距离 D_{01} 与颗粒直径 $2a$ 存在线性关系,直线的斜率可以表示为

$$\begin{cases} k^{\text{PSL}} = \frac{1}{2}ML_{01}(\theta, n^{\text{PSL}}) \\ k^{\text{WD}} = \frac{1}{2}ML_{01}(\theta, n^{\text{WD}}) \end{cases} \quad (15)$$

因此,分别对 4 个粒径下 PSL、WD 颗粒的零阶、一阶谱点距离 D_{01}^{PSL} 、 D_{01}^{WD} 过原点拟合直线,结果如图 10 所示。PSL、WD 颗粒对应的直线斜率

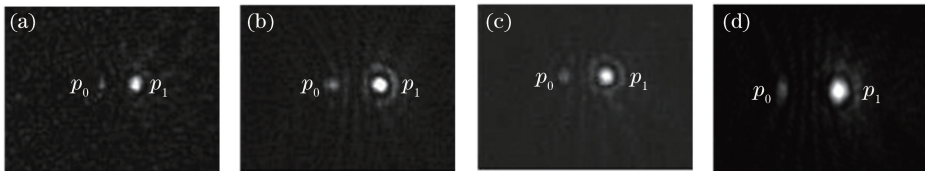


图 8 标准 PSL 颗粒零阶、一阶谱点的实验结果。(a) $2a = 15 \mu\text{m}$;
(b) $2a = 21.3 \mu\text{m}$;(c) $2a = 25 \mu\text{m}$;(d) $2a = 30 \mu\text{m}$

Fig. 8 Experimental results of the zero-order and the first-order spectra of standard PSL particle.

(a) $2a = 15 \mu\text{m}$; (b) $2a = 21.3 \mu\text{m}$; (c) $2a = 25 \mu\text{m}$; (d) $2a = 30 \mu\text{m}$

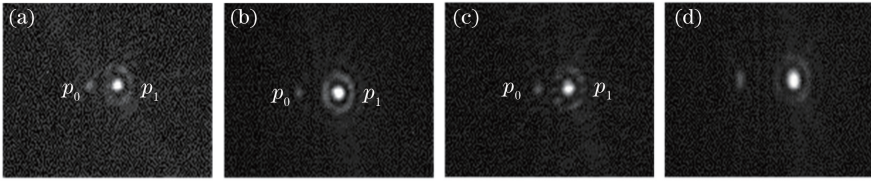


图 9 WD 颗粒零阶、一阶谱点的实验结果。(a) $2a = 17.3 \mu\text{m}$;

(b) $2a = 19.7 \mu\text{m}$; (c) $2a = 22.5 \mu\text{m}$; (d) $2a = 27.6 \mu\text{m}$

Fig. 9 Experimental results of the zero-order and the first-order spectra of WD particle.

(a) $2a = 17.3 \mu\text{m}$; (b) $2a = 19.7 \mu\text{m}$; (c) $2a = 22.5 \mu\text{m}$; (d) $2a = 27.6 \mu\text{m}$

表 4 不同直径标准 PSL 颗粒的零阶、一阶谱点距离 D_{01}

Table 4 Experimental D_{01} of standard PSL particle with different diameters

No.	Diameter / μm	D_{01} / pixel					Average
		1	2	3	4	5	
a	15	20.51	20.59	19.92	20.69	19.23	20.19
b	21.3	27.98	27.45	27.63	27.91	28.29	27.85
c	25	33.03	33.04	32.33	32.59	32.36	32.67
d	30	39.97	39.49	39.81	39.15	39.13	39.51

表 5 不同直径水滴颗粒的零阶、一阶谱点距离 D_{01}

Table 5 Experimental D_{01} of WD particle with different diameters

No.	Diameter / μm	D_{01} / pixel					Average
		1	2	3	4	5	
a	17.3	22.11	21.58	21.87	21.81	22.03	21.88
b	19.7	23.78	24.39	24.45	23.92	24.37	24.18
c	22.5	27.37	27.94	27.32	27.57	27.20	27.48
d	27.6	34.22	34.68	34.19	34.44	34.63	34.43

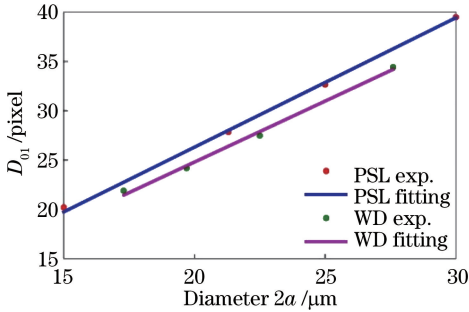


图 10 PSL、WD 颗粒谱点距离 D_{01} 与粒径的拟合直线

Fig. 10 Fitting lines of the spectrum distance D_{01} and the diameter of PSL and WD particles

分别为 $k^{\text{PSL}} = 1.3151$ 、 $k^{\text{WD}} = 1.2394$ 。将直线斜率 k^{PSL} 、 k^{WD} 与颗粒折射率 n^{PSL} 、 n^{WD} 代入(15)式,求得系统散射方向角 $\theta = 33.54^\circ$,放大率 $M = 6.995$ 。

5.2 颗粒折射率的测量

为了验证所提出的折射率测量方法和确定 θ 、 M 方法的有效性,采用图 7 所示的实验系统,在上节确定的 θ 、 M 的条件下,分别对与上节不同的两个样品进行测量。一个是直径为 $45 \mu\text{m}$ 的 PSL 标准颗粒(折射率 1.59),另一个是直径为 $19.1 \mu\text{m}$ 的玻

璃颗粒(折射率 1.9)。图 11 是这两个样品的谱点图像,折射率实验结果如表 6 所示。由表 6 可以看出,两种样品折射率的相对测量误差分别为 -0.19% 和 1.53% ,测量精度较高,说明所提方法较为有效。影响测量精度的关键因素是谱点距离 D_{01} 的提取精度,它既影响 θ 、 M 的准确性,也直接影响相对折射率的测量精度。由于颗粒直径越大,提取两谱点距离 D_{01} 的相对误差越小^[18],因此,粒径越大,颗粒折射率的测量精度越高。

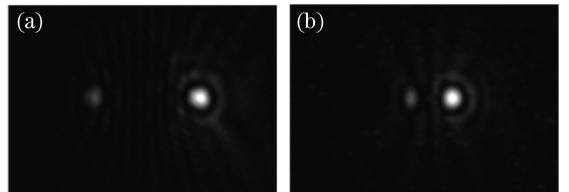


图 11 两种样品的零阶、一阶谱点实验结果。(a)直径为 $45 \mu\text{m}$ 的 PSL 颗粒;(b)直径为 $19.1 \mu\text{m}$ 的玻璃颗粒

Fig. 11 Experimental results of the zero-order and the first-order spectra of two samples. (a) PSL particle with diameter of $45 \mu\text{m}$; (b) glass particle with diameter of $19.1 \mu\text{m}$

表 6 不同标准颗粒的折射率实验结果
Table 6 Refractive index experimental result of different standard particles

Sample name	Nominal diameter / μm	Experimental result			
		D_{01} / pixel	n	n_2	Error / %
PSL	45	59.23	1.193	1.587	-0.19
Glass	19.1	22.58	1.450	1.929	1.53

6 结 论

基于颗粒光散射理论,讨论了零阶、一阶谱点强度、距离、颗粒直径,以及接收角偏差和放大率偏差对折射率测量的影响,确定了 $30^\circ \sim 45^\circ$ 散射角范围是合适的探测方位。在此范围内,散射角越大,散射角偏差造成的折射率测量误差越小,而系统放大率偏差造成的折射率误差越大。本课题组提出了一种基于谱点距离与粒径直线拟合的散射角和放大率的精确确定方法,即通过对两种已知折射率、每种折射率下 4 个已知粒径的标准颗粒的零阶、一阶谱点距离与标准直径进行线性拟合,由拟合直线斜率来精确确定系统散射角和放大率。然后利用搭建的实验系统进行实验,确定的接收散射角为 33.54° ,放大率为 6.995。 $45 \mu\text{m}$ PSL 标准颗粒的折射率测量结果为 1.587,误差为 -0.19% ; $19.1 \mu\text{m}$ 玻璃颗粒的折射率测量结果为 1.929,误差为 1.53% 。结果验证了所提方法的有效性,可以应用所提系统和方法对固态、液态颗粒的折射率进行有效测量。

参 考 文 献

[1] Jia G M, Zhang Z, Zhang G Z, *et al.* Measurement of refractive index of polystyrene beads by using Mie scattering theory [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, 34(10): 1473-1475.
贾光明, 张喆, 张贵忠, 等. 用 Mie 氏散射理论测量聚苯乙烯微球的折射率 [J]. *光子学报*, 2005, 34(10): 1473-1475.

[2] Liu X D, Dai J M. Measurement of the complex refractive index of particles based on Mie theory and transmission method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(5): 820-824.
刘晓东, 戴景民. Mie 散射理论测量粒子系复折射率的透射方法 [J]. *红外与激光工程*, 2009, 38(5): 820-824.

[3] Li X B, Hu S X, Xu Q S, *et al.* Characteristics measurement of extinction and refractive index of aerosol particles [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2007, 19(2): 207-210.

李学彬, 胡顺星, 徐青山, 等. 大气气溶胶消光特性和折射率的测量 [J]. *强激光与粒子束*, 2007, 19(2): 207-210.

[4] Li X B, Xu Q S, Hu H L. New method to deduce imaginary part of refractive index of aerosol with double-scattering angles laser optical particle counter [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(3): 391-394.
李学彬, 徐青山, 胡欢陵. 双散射角光学粒子计数器测量气溶胶折射率的新方法研究 [J]. *光学学报*, 2007, 27(3): 391-394.

[5] Qiu Z R, Chen Z, Fan Y M. Accurate measurement of liquid refractive index using liquid droplet fingerprints [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(4): 0412002.
裘祖荣, 陈哲, 樊玉铭. 利用液滴指纹图实现溶液折射率的精确测量 [J]. *光学学报*, 2017, 37(4): 0412002.

[6] Albrecht H E, Damaschke N, Borys M, *et al.* Laser Doppler and phase Doppler measurement techniques [M]. Springer Science & Business Media, 2013: 447-452.

[7] Pan Q. Spray droplets size distribution and refractive index measurement based on rainbow principle [C]. *China Information Optics and Photonic Devices Conference*, 2012, 39(s2): 273.
潘琦. 基于彩虹原理的喷雾粒径分布及折射率测量 [C]. *全国信息光学与光子器件学术会议*, 2012, 39(s2): 273.

[8] Song F H, Li Z F. Reversion algorithm of global rainbow technique based on optimization process [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(7): 071203.
宋飞虎, 李臻峰. 基于优化过程的全场彩虹技术反演算法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(7): 071203.

[9] Schäfer W, Tropea C. Time-shift technique for simultaneous measurement of size, velocity, and relative refractive index of transparent droplets or particles in a flow [J]. *Applied Optics*, 2014, 53(4): 588-597.

[10] Damaschke N, Nobach H, Semidetnov N, *et al.* Optical particle sizing in backscatter [J]. *Applied Optics*, 2002, 41(27): 5713-5727.

[11] Zama Y, Kawahashi M, Hirahara H. Simultaneous measurement method of size and 3D velocity components of droplets in a spray field illuminated with a thin laser-light sheet [J]. *Measurement Science and Technology*, 2005, 16(10): 1977-1986.

[12] Hess C F, L'Esperance D. Droplet imaging velocimeter and sizer: a two-dimensional technique to measure droplet size [J]. *Experiments in Fluids*,

- 2009, 47(1): 171-182.
- [13] Vetrano M R, Gauthier S, van Beeck J, *et al.* Characterization of a non-isothermal water spray by global rainbow thermometry [J]. *Experiments in Fluids*, 2005, 40(1): 15-22.
- [14] Wu X W, Jiang H J, Cao K C, *et al.* Self-calibrated global rainbow refractometry: a dual-wavelength approach[J]. *Chinese Optics Letters*, 2017, 15(4): 042902.
- [15] Bohren C F, Huffman D R. Absorption and scattering of light by small particles [M]. [S. l.]: John Wiley & Sons, 1983: 166-168.
- [16] van de Hulst H C, Wang R T. Glare points [J]. *Applied Optics*, 1991, 30(33): 4755-4763.
- [17] Xu J, Ge B Z, Meng R. Generating high-quality single droplets for optical particle characterization with an easy setup [J]. *Measurement Science and Technology*, 2018, 29(6): 067001.
- [18] Meng R, Ge B Z, Lu Q N, *et al.* Determining the refractive index of particles using glare-point imaging technique [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2018, 89(4): 043107.