# 啁啾艾里脉冲和孤子在非均匀光纤中的传输

张 露,张 健,肖 燕

山西大学物理电子工程学院,山西太原 030006

# Propagation of Chirped Airy Pulse and Soliton in Inhomogeneous Optical Fiber

Zhang Lu, Zhang Jian, Xiao Yan

College of Physics and Electronics Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China

**Abstract** Based on the coupled higher-order nonlinear Schrödinger equation with varying coefficient, evolution characteristics of optical soliton and Airy pulse with initial chirp transmitting in the anomalous dispersion region of the inhomogeneous optical fiber are studied by the split-step Fourier method. The results indicate that the Airy pulse can produce trapped solitons in positive and negative chirp conditions. When the initial chirp is positive, a new Airy pulse whose propagation direction is opposite to the original acceleration direction is generated. When the initial chirp is negative, the Airy pulse is dispersed in the direction opposite to the accelerating direction. The transmission characteristics of the Airy pulse with initial positive chirp are investigated under different truncation coefficients and nonlinear conditions.

Key words fiber optics; inhomogeneous optical fiber system; coupled higher-order nonlinear Schrödinger equation; chirp; Airy pulse

OCIS codes 060.2310; 260.2710; 320.1590; 190.4370

# 1 引 言

艾里波包由 Berry 等<sup>[1]</sup>于 30 年前在量子力学领域提出,是一维薛定谔方程满足艾里函数形式的解,其 能量是无限的。从物理意义上来讲,艾里波包在现实中不可能存在。2007 年,Siviloglou 等<sup>[2-3]</sup>在光学领域 通过实验实现了有限能量的艾里脉冲,之后艾里脉冲才引起了科研工作者们的广泛关注和研究<sup>[4-7]</sup>,之后的 研究发现艾里光束在电子加速<sup>[8]</sup>、光学等离子体通道<sup>[9]</sup>和光学微粒操纵<sup>[10]</sup>等领域具有广泛的应用价值。艾 里脉冲的近似无衍射<sup>[1]</sup>特性虽然能在光纤中传输较长的距离,但还是会因色散的影响而无法实现长距离传 输。光孤子<sup>[11-12]</sup>是在反常色散区由于色散和非线性效应达到平衡而实现的一种可以在光纤中稳定传输的光 脉冲,在光纤通信领域中占有非常重要的地位<sup>[13-14]</sup>。近年来,越来越多的学者把研究的焦点转移到这两种特 殊的脉冲上来。2011 年,Fattal 等<sup>[15]</sup>发现在非线性条件下艾里脉冲可以产生孤子,并对脱落孤子和孤子脱 落后的艾里脉冲进行了详细的研究。同年,Rudnick 等<sup>[16]</sup>对克尔介质中相同频率的艾里脉冲和孤子的传输 演化特性进行了研究。2014 年,吴浩<sup>[17]</sup>用分步傅里叶法对非线性光纤中有限能量的艾里脉冲和孤子传输进

导师简介:肖 燕(1966—),女,博士,副教授,硕士生导师,主要从事光纤通信方面的研究。

收稿日期: 2017-04-01; 收到修改稿日期: 2017-05-14

作者简介:张 露(1993-),女,硕士研究生,主要从事光纤通信方面的研究。E-mail: 2278712746@qq.com

行了研究,发现孤子会俘获艾里脉冲主峰的部分能量而产生俘获孤子。2015年,Zhang等<sup>[18]</sup>研究了初始频 率啁啾对艾里脉冲在光纤中传输的影响,发现在正负啁啾条件下艾里脉冲表现出不同的传输行为。

本文主要对有初始啁啾的艾里脉冲和孤子在光纤中传输时艾里脉冲的演化特性进行了研究。考虑到实际中 使用的都是非均匀的光纤传输介质,因此以变系数的耦合高阶非线性薛定谔方程为理论模型,采用分步傅里叶法 数值模拟了啁啾艾里脉冲和孤子在光纤中的演化行为,并分析了截断系数和非线性对脉冲演化特性的影响。

## 2 理论模型与数值模拟分析

#### 2.1 脉冲在光纤中传输的理论模型

当入射脉冲宽度为皮秒或飞秒量级时,光纤中的三阶色散、自频移和自陡峭等高阶效应对脉冲传输的影响 不可忽略<sup>[12]</sup>。采用耦合高阶非线性薛定谔方程<sup>[19-20]</sup> 描述有初始啁啾的艾里脉冲和光孤子在光纤中的传输:

$$u_{z} + i\alpha_{1u}u_{tt} - \alpha_{2u}u_{ttt} = i\alpha_{3u}(|u|^{2} + 2|v|^{2})u + \alpha_{4u}(|u|^{2}u)_{t} + \alpha_{5u}u(|u|^{2})_{t},$$
(1)  
$$v_{z} - dv_{t} + i\alpha_{1v}v_{tt} - \alpha_{2v}v_{ttt} = i\alpha_{3v}(|v|^{2} + 2|u|^{2})v + \alpha_{4v}(|v|^{2}v)_{t} + \alpha_{5v}v(|v|^{2})_{t},$$
(2)

式中 $u_z$ 和 $v_z$ 分别为孤子和艾里脉冲的场包络函数关于距离的一阶导数; $u_u$ 和 $v_u$ 分别为孤子和艾里脉冲的场包络函数关于时间的二阶导数; $u_u$ 和 $v_u$ 分别为孤子和艾里脉冲的场包络函数关于时间的三阶导数;u和v分别为孤子和艾里脉冲的归一化慢变包络;t为延迟时间;z为归一化的传输距离;d为孤子与艾里脉冲之间的群速度失配量; $a_{1u}$ 、 $a_{1v}$ 为二阶色散系数, $a_{2u}$ 、 $a_{2v}$ 为三阶色散系数, $a_{3u}$ 、 $a_{3v}$ 为非线性系数, $a_{4u}$ 、 $a_{4v}$ 和 $a_{5u}$ 、 $a_{5v}$ 分别为与自陡峭和自频移效应有关的系数。由于光纤制造技术的限制,生活中使用的传输介质往往都是非均匀的。为了更贴近实际光纤的特性,令以上系数满足:

$$\alpha_{1u} = \frac{1}{2} b_{2u} [1 + a \sin(cz)], \qquad (3)$$

$$\alpha_{1v} = \frac{1}{2} b_{2v} [1 + a \sin(cz)], \qquad (4)$$

$$\alpha_{2u} = \frac{1}{6} b_{3u} [1 + a \sin(cz)], \qquad (5)$$

$$\alpha_{2v} = \frac{1}{6} b_{3v} [1 + a \sin(cz)], \tag{6}$$

$$\alpha_{3u} = \gamma_u [1 + a\sin(cz)], \tag{7}$$

$$\alpha_{3v} = \gamma_v [1 + a \sin(cz)], \qquad (8)$$

$$\alpha_{4u} = \mu_{1u} [1 + a\sin(cz)], \qquad (9)$$

$$\alpha_{4v} = \mu_{1v} \lfloor 1 + a \sin(cz) \rfloor, \tag{10}$$

$$\alpha_{5u} = \mu_{2u} [1 + a \sin(cz)], \qquad (11)$$

$$\alpha_{5v} = \mu_{2v} [1 + a \sin(cz)], \qquad (12)$$

式中 $b_{2u}$ , $b_{2v}$ , $b_{3u}$ , $b_{3v}$ , $\gamma_{u}$ , $\gamma_{v}$ , $\mu_{1u}$ , $\mu_{1v}$ , $\mu_{2v}$ 分别为理想均匀光纤的参数,实际光纤系统中的相关参数在这些理想 值附近会有轻微扰动;a为光纤参数波动的幅度;c为光纤参数变化的周期<sup>[21-22]</sup>。入射脉冲的函数形式为

$$u(z=0,t) = U_0 \operatorname{sech}(t), \qquad (13)$$

$$v(z=0,t) = V_0 A(t) \exp(\beta t) \exp(-iCt^2), \qquad (14)$$

式中 $U_0$ 和 $V_0$ 分别为孤子和艾里脉冲的入射振幅;A(t)为艾里函数, $A(t) = 1/\pi \int_{0}^{0} \cos(1/3x^3 + xt) dx$ ; $\beta$ 为 艾里脉冲的截断系数<sup>[2,17]</sup>;C为艾里脉冲的初始啁啾。由于A(t)不可积,即A(t)能量是无限的,因此实际 研究时,需对其进行截断。

### 2.2 脉冲在光纤中传输的数值模拟及分析

首先对啁啾艾里脉冲和孤子在光纤中传输时,不同啁啾参数条件下艾里脉冲的传输演化行为进行研究。 图 1(a)、(b)分别为正负初始啁啾条件下不同传输距离上艾里脉冲的传输波形图。由图可见,啁啾艾里脉冲 和孤子在光纤中传输时,由于交叉相位(XPM)的作用,艾里脉冲主瓣的部分能量会被孤子俘获,产生俘获孤 子<sup>[17,23]</sup>。此外,由图 1(a)可见,除有俘获孤子产生之外,随着传输距离的增加,还会形成反向加速艾里脉冲, 这与文献[18]中的研究一致,说明高阶效应不影响反向加速艾里脉冲的形成。随着传输距离的继续增加,在 色散效应下,反向加速艾里脉冲会被色散消耗,俘获孤子则继续稳定传输。由图 1(b)可见,随着传输距离的 增加,主瓣产生俘获孤子,旁瓣则逐渐被色散消耗,说明在正负啁啾条件下,两脉冲在光纤中传输时,艾里脉 冲的演化特性是完全不同的。



图 1 正负初始啁啾条件下不同传输距离上艾里脉冲的传输波形图。(a)正啁啾 C=0.2;(b)负啁啾 C=-0.2Fig. 1 Waveforms of Airy pulses with positive and negative initial chirps under different propagation distances. (a) Positive chirp C=0.2; (b) negative chirp C=-0.2

为了进一步分析啁啾对两脉冲在光纤中传输时艾里脉冲演化特性的影响,进行了数值模拟。模拟中的 相关参数分别为: $U_0 = 1$ , $V_0 = 1$ , $\beta = 0.05$ , $b_{2u} = -1$ , $b_{2v} = -1$ , $b_{3u} = 0.02$ , $b_{3v} = 0.02$ , $\gamma_u = 1$ , $\gamma_v = 2$ , $\mu_{1u} = \mu_{1v} = \mu_{2u} = \mu_{2v} = 0.01$ ,d = 0.2,a = 0.01,c = 0.02。



图 2 不同正啁啾下艾里脉冲的传输演化图 Fig. 2 Transmission evolution of Airy pulses with different positive chirps 孤子和新形成的反向加速艾里脉冲产生影响。由图 2(a)、(b)可见,当 C ≤ 0.1 时,随着啁啾量的增加,艾里 脉冲被压缩,无反向加速艾里脉冲形成。当啁啾继续增大,反向加速艾里脉冲开始形成;啁啾越大,形成反向 加速艾里脉冲所需要的传输距离 z<sub>1</sub> 越短,并逐渐靠近入射艾里脉冲和俘获孤子;当啁啾与俘获孤子相遇后, 发生能量损耗,俘获孤子的能量减弱;啁啾继续增大,新形成的反向加速艾里脉冲与入射艾里脉冲相遇,二者 发生碰撞并损耗大量能量,两个艾里脉冲的波形发生严重失真,不再形成俘获孤子。

图 3 为不同负啁啾条件下艾里脉冲的传输演化图。由图可见,艾里脉冲除产生俘获孤子之外,其主瓣也 发生严重的能量损耗,旁瓣向与原加速方向相反的方向发生色散,啁啾越小,色散越严重,损耗的能量也越 大,并逐渐远离俘获孤子。







以下仅研究带有初始正啁啾的艾里脉冲和孤子在光纤中传输时,截断系数和非线性对艾里脉冲传输演 化特性的影响。首先分析截断系数的影响,模拟中的相关参数分别为 $U_0 = 1, V_0 = 1, C = 0.2, b_{2u} = -1, b_{2v} = -1, b_{3u} = 0.02, b_{3v} = 0.02, \gamma_u = 1, \gamma_v = 2, \mu_{1u} = \mu_{1v} = \mu_{2u} = \mu_{2v} = 0.01, d = 0.2, a = 0.01, c = 0.02.$ 

图 4 为不同截断系数条件下带有初始正啁啾的艾里脉冲的传输演化图。由图 4 可见,截断系数会影响 反向加速艾里脉冲的形成,随着截断系数的增加,反向加速艾里脉冲逐渐消失,与此同时,反向加速艾里脉冲 对俘获孤子的影响减小,俘获孤子振幅的振荡消失。图 5(a)、(b)分别为不同啁啾条件下 z<sub>1</sub> 与截断系数之 间的关系和不同截断系数条件下 z<sub>1</sub> 与啁啾之间的关系。



图 4 不同截断系数条件下带有初始正啁啾的艾里脉冲的传输演化图





图 5 (a)不同啁啾条件下 z<sub>1</sub> 与截断系数之间的关系;(b)不同截断系数条件下 z<sub>1</sub> 与啁啾之间的关系 Fig. 5 (a) Relationship between z<sub>1</sub> and truncation coefficient under different chirps; (b) relationship between z<sub>1</sub> and chirp under different truncation coefficients

由图 5 可见,啁啾越大,形成反向加速艾里脉冲的传输距离 z<sub>1</sub> 越短;而截断系数越大,所需要的传输距 离 z<sub>1</sub> 越长,这与图 2 和图 4 中啁啾和截断系数对艾里脉冲的影响是一致的。截断系数对传输距离 z<sub>1</sub> 的影 响可理解为:随着截断系数的增加,艾里脉冲的特性逐渐消失,因此形成新的反向加速艾里脉冲所需要的传 输距离 z<sub>1</sub> 也越来越大,直到最后不再有反向加速艾里脉冲形成。

研究了非线性对艾里脉冲在光纤中传输的影响,模拟中的相关参数分别为: $U_0 = 1, V_0 = 1, \beta = 0.05, C = 0.2, b_{2u} = -1, b_{2v} = -1, b_{3u} = 0.02, b_{3v} = 0.02, \mu_{1u} = \mu_{1v} = \mu_{2u} = \mu_{2v} = 0.01, d = 0.2, a = 0.01, c = 0.02.$ 

首先研究  $\gamma_u = 1 \pm \gamma_v$  取不同值时带有初始正啁啾的艾里脉冲和光孤子在光纤中传输时艾里脉冲的演化特性,其传输演化图如图 6 所示。



图 6 γ。取不同值时带有初始正啁啾的艾里脉冲的传输演化图

Fig. 6 Transmission evolution of Airy pulses with initial positive chirps and different  $\gamma_v$ 

由图 6 可见,随着 γ。的增加,俘获孤子的脉宽明显变窄,经历初始的振荡之后能像孤子一样稳定传输, 这是因为非线性越强,孤子的传输性能越好,入射艾里脉冲和反向加速艾里脉冲的能量则变小。因此在实际 应用中,可以有针对性的选择 γ。协调俘获孤子和反向加速艾里脉冲的性能,以满足实际需求。

接下来研究 γ<sub>v</sub>=2 且 γ<sub>u</sub> 取不同值时带有初始正啁啾的艾里脉冲和孤子在光纤中传输时艾里脉冲的演 化特性,其传输演化图如图 7 所示,模拟中所用其余各参数的取值与图 6 相同。



图 7  $\gamma_u$  取不同值时带有初始正啁啾的艾里脉冲的传输演化图 Fig. 7 Transmission evolution of Airy pulses with initial positive chirps and different  $\gamma_u$ 

由图 7 可见,由于 XPM 的作用,孤子的非线性也会影响艾里脉冲的传输行为。当  $\gamma_v = 2 \cdot \gamma_u < 2$  时,随 着  $\gamma_u$  的增大,正啁啾艾里脉冲的主峰所分离的俘获孤子的脉宽变窄,且正啁啾艾里脉冲能稳定传输,新形成 的反向加速艾里脉冲的强度有所下降,这种情况与图 6 相同,此时  $\gamma_v > \gamma_u$ ,即艾里脉冲的非线性比孤子的非 线性强。在  $\gamma_u > 2$  的情况下,除了俘获孤子外,艾里脉冲的主峰还会产生一个较弱的俘获孤子。由图可见, 随着  $\gamma_u$  的继续增加,两个俘获孤子的传输轨迹分别朝左、右两侧偏移,它们之间的距离也随之增大。随后弱 俘获孤子与反向加速艾里脉冲发生碰撞,产生能量损耗,并且孤子的运动轨迹发生明显变化。此外,入射艾 里脉冲与反向加速艾里脉冲之间的能量损耗也随之增大。在实际应用中,可以针对具体情况进行具体分析, 合理控制孤子和艾里脉冲的非线性,以满足不同的实际需求。

## 3 结 论

以变系数耦合高阶非线性薛定谔方程为理论模型,采用分步傅里叶算法,数值模拟了有初始啁啾的艾里脉冲和孤子在非均匀光纤中的传输,对啁啾艾里脉冲的演化特性进行分析。研究发现,在正负啁啾条件下艾里脉冲会产生俘获孤子,并且表现出不同的传输行为。截断系数会影响啁啾艾里脉冲的演化行为,截断系数 过大时无反向加速艾里脉冲形成。入射艾里脉冲的非线性会对反向加速艾里脉冲和孤子的传输行为产生明显的影响。当入射艾里脉冲的非线性强于孤子的非线性时,非线性越强,俘获孤子的传输性能越好;当孤子的非线性强于艾里脉冲的非线性时,随着孤子非线性的增强,由于 XPM 的作用,还会产生一个较弱的俘获 孤子,其在传输过程中与反向加速艾里脉冲发生碰撞并产生能量损耗,使艾里脉冲的传输行为发生明显的变化。在光纤通信系统中,可通过选取合适的参数控制光脉冲的传输,以满足实际应用的需求。

#### 参考文献

- [1] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets [J]. American Journal of Physics, 1979, 47(3): 264-267.
- Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams [J]. Optics Letters, 2007, 32(8): 979-981.
- [3] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams [J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.
- [4] Cai W Y, Wang L, Wen S C. Evolution of Airy pulses in the present of third order dispersion[J]. Optik International Journal for Light and Electron Optics, 2013, 124(22): 5833-5836.
- [5] Lin Yuxian, Song Zhenming. Study on the influence of dispersion and chirp on femtosecond Airy pulse propagation[J].
   Acta Optica Sinica, 2014, 34(s2): s232001.

林俞先, 宋振明. 色散与啁啾对飞秒艾里脉冲传输性质的影响研究[J]. 光学学报, 2014, 34(s2): s232001.

- [6] Zhu Kunzhan, Jia Weiguo, Zhang Kui, *et al.* Influences of Raman gain and self-steepening on the propagation characteristic of Airy pulse[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(7): 074204.
  朱坤占,贾维国,张 魁,等. 拉曼增益和自陡峭效应对艾里脉冲传输特性的影响[J]. 物理学报, 2016, 65(7): 074204.
- [7] Qian Yixian, Li Denghui. Tunable optical bottle beam generated via self-bending Airy beam arrays[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(9): 0909002.

钱义先,李登辉. 自弯曲艾里光束阵列产生的可调局域空心光束[J]. 中国激光, 2015, 42(9): 0909002.

- [8] Li J X, Zang W P, Tian J G. Vacuum laser-driven acceleration by Airy beams[J]. Optics Express, 2010, 18(7): 7300-7306.
- [9] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J V, et al. Curved plasma channel generation using ultraintense Airy beams [J]. Science, 2009, 324(5924): 229-232.
- [10] Baumgartl J, Čižmár T, Mazilu M, et al. Optical path clearing and enhanced transmission through colloidal suspensions[J]. Optics Express, 2010, 18(16): 17130-17140.
- [11] Agraval G P. Nonlinear fiber optics & application of nonlinear fiber optics[M]. Jia Dongfang, Transl. 3<sup>rd</sup> ed. Beijing: Electronic Industry Press, 2010.
  - 阿戈沃.非线性光纤光学原理及应用[M].贾东方,译.3版.北京:电子工业出版社,2010.
- [12] Agrawal G P. Nonlinear fiber optics[M]. 4th ed. New York: Academic Press, 2007.
- [13] Peng Tianduo, Liu Bowen, Zhang Juhui, *et al.* Generation of few-cycle femtosecond pulses via coherent synthesis based on self-frequency-shifted solitons in all-solid-state photonic bandgap fiber[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(7): 0702006.
  彭天铎,刘博文,张巨慧,等. 基于全固光子带隙光纤中自频移孤子的相干合成产生少周期飞秒激光脉冲[J]. 中国激光, 2015, 42(7): 0702006.
- [14] Yang Tieshan, Wang Xiuhong, Sun Ruoyu, et al. Ytterbium-doped nanosecond-pulsed all-fiber laser based on dissipative soliton resonance and its frequency-doubling[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(3): 0302006.

杨铁山,王秀红,孙若愚,等.基于耗散孤子共振的纳秒脉冲掺镱全光纤激光器及其倍频[J].中国激光,2015,42 (3):0302006.

- [15] Fattal Y, Rudnick A, Marom D M. Soliton shedding from Airy pulses in Kerr media[J]. Optics Express, 2011, 19 (18): 17298-17307.
- [16] Rudnick A, Marom D M. Airy-soliton interactions in Kerr media[J]. Optics Express, 2011, 19(25): 25570-25582.
- [17] Wu Hao. Research on finite energy Airy pulses nonlinear interactions with optical solitons [D]. Changsha: Hunan University, 2014.

吴浩.有限能量 Airy 脉冲与光孤子非线性相互作用的研究 [D].长沙:湖南大学, 2014.

- [18] Zhang L F, Liu K, Zhong H Z, et al. Effect of initial frequency chirp on Airy pulse propagation in an optical fiber[J]. Optics Express, 2015, 23(3): 2566-2576.
- [19] Yang R C, Hao R Y, Li L, et al. Dark soliton solution for higher-order nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients[J]. Optics Communications, 2004, 242(1/2/3): 285-293.
- [20] Tian J, Zhou G. Exact bright soliton solution for a family of coupled higher-order nonlinear Schrödinger equation in inhomogeneous optical fiber media[J]. The European Physical Journal D, 2007, 41(1): 171-177.
- [21] Fang F, Xiao Y. Stability of chirped bright and dark soliton-like solutions of the cubic complex Ginzburg-Landau equation with variable coefficients[J]. Optics Communications, 2006, 268(2): 305-310.
- [22] Xiao Yan, Guo Zedong, Zhang Jian, et al. Optical pulse propagation under influence of fifth-order nonlinear Kerr effect
   [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(2): 0206002.

肖 燕,郭泽东,张 健,等. 五阶非线性克尔效应影响下光脉冲的传输[J]. 光学学报, 2017, 37(2): 0206002.

[23] Islam M N, Poole C D, Gordon J P. Soliton trapping in birefringent optical fibers[J]. Optics Letters, 1989, 14(18): 1011-1013.