

慧差光束通过海洋湍流的传输特性

罗 燭 娟, 季 小 玲

四川师范大学物理与电子工程学院, 四川 成都 610068

摘要 随着水下光通信、传感和激光雷达等技术的快速发展,深入研究海洋湍流对光束传输特性的影响具有重要的意义。采用数值模拟方法研究了慧差光束通过海洋湍流的传输特性。研究表明:海洋湍流会导致光束慧形分布消失;慧差光束的质心位置与最大光强位置不重合;相比于以最大光强位置为中心,以光束质心位置为中心时计算得到的束宽要小,但其受海洋湍流影响更大;以能量 Strehl 比作为评价参数时,慧差越严重,则光束能量集中度受海洋湍流影响越小;以 β 参数作为评价参数时,当慧差系数取某特定值时,光束能量集中度受海洋湍流的影响最大,在实际应用中应该避免这种情况。能量 Strehl 比与 β 参数的物理含义不同,按照给定桶半径内所含能量定义的能量集中度(能量 Strehl 比)与按照给定桶中功率百分比定义的能量集中度(β 参数)受海洋湍流的影响是不同的,这在实际应用中应当特别注意。

关键词 物理光学; 慧差; 光束特性; 海洋湍流; 能量集中度

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201744.0805003

Characteristics of Coma Beams Propagation Through Oceanic Turbulence

Luo Yujuan, Ji Xiaoling

College of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610068, China

Abstract With the rapid development of techniques of underwater optical communication, sensing and lidar, it is important to deeply understand the effect of oceanic turbulence on beam characteristics. The characteristics of coma beam propagating through the oceanic turbulence are studied by numerical simulation. It is shown that the comet-like beam shape disappears due to the oceanic turbulence. The position of mass center dose not coincide with the position of the maximum light intensity. The beam width calculated under the condition that the position of mass center is regarded as the center is smaller than that calculated under the condition that the position of maximum light intensity is regarded as the center, but it suffers more from the oceanic turbulence. It should be mentioned that, when the energy Strehl ratio is chosen as the characteristic parameter, the larger the coma aberration coefficient is, the less the influence of the oceanic turbulence on the beam energy concentration is. If we choose β parameter as the characteristic parameter, the energy concentration suffers most from the oceanic turbulence when certain value of the coma aberration coefficient is adopted, which should be avoided in practice. Moreover, the physical meaning of the energy Strehl ratio is different from that of the β parameter. The influence of oceanic turbulence on the energy concentration defined by the energy within a given bucket radius (i. e., energy Strehl ratio) is different from that defined by the certain power percentage (i. e., β parameter), which should be paid much attention in practice.

Key words optical optics; coma aberration; beam characteristics; oceanic turbulence; energy focusability

OCIS codes 010.4455; 010.7060; 080.1010

收稿日期: 2017-02-20; 收到修改稿日期: 2017-04-24

基金项目: 国家自然科学基金(61475105)

作者简介: 罗燭娟(1992—),女,硕士研究生,主要从事激光传输特性方面的研究。E-mail: 18215552830@163.com

导师简介: 季小玲(1963—),女,博士,教授,博士生导师,主要从事激光传输与控制方面的研究。

E-mail: jiXL100@163.com(通信联系人)

1 引 言

像差(如球差、像散、慧差等)会降低激光光束质量^[1],目前已有较多关于球差和像散对光束质量的影响方面的研究^[1-7],而关于慧差对光束特性影响的研究却相对较少^[1, 8-10]。目前,尽管对大气湍流中光束传输特性的研究较多^[11-21],但仍较少涉及慧差的影响。已有实验证明自然环境中的水下湍流是影响光传输和光成像的一个重要因素^[22]。大气湍流是由温度变化引起的折射率起伏造成的。与大气湍流不同,海洋湍流是由温度和盐度共同变化引起的海水折射率起伏造成的,其折射率起伏空间功率谱具有复杂的双峰值结构^[23]。随着水下光通信、传感和激光雷达等应用的发展,深入研究海洋湍流对光束传输特性的影响具有重要意义。相比于大气湍流中光传输和光成像的研究,针对海洋湍流对光传输和光成像影响的研究较少^[24-31]。Lu等^[28]推导了光波在海洋湍流中的结构函数和空间相干长度的解析表达式,其研究发现 Kolmogorov 结构函数的 5/3 幂律在海洋湍流的惯性区域中仍然成立。Pu等^[29]推导了海洋湍流中可见参数和成像孔径平面上光波波面起伏方差的解析表达式,并修正了已有的用光学传递函数定量描述水下光学成像的模型,比较研究了海洋湍流与大气湍流中曝光调制传递函数的差异^[30],并研究了海洋湍流中部分相干环状光束的空间相干性^[31]。

本文研究了慧差对光束在海洋湍流中传输特性的影响,包括慧差对海洋湍流中的光强分布、光束质心位置、束宽和光束能量集中度的影响。

2 理论模型

在傍轴近似条件下,光通过随机介质的传输满足微分方程^[32]

$$2ik \frac{\partial U}{\partial z} = \nabla_{\perp}^2 U + k^2(n^2 - 1)U, \quad (1)$$

式中 k 为光波波数, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波波长; U 为缓变振幅; n 为折射率; $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 为拉普拉斯算子; I 为光强, $I = U^* U$ 。

采用多层相位屏傅里叶变换方法求解(1)式,其基本思路是:将光束传输路径分成 m 段,在每一段距离 $\Delta z = z/m$ 中将湍流引起的相位扰动近似用薄随机相位屏进行处理。因此,光束从 z_m 到 $z_{m+1} = z_m + \Delta z$ 的传输过程可简化为 3 步:1)光束通过真空传输 $\Delta z/2$ 距离;2)光束通过薄随机相位屏的传输;3)光束再通过真空传输 $\Delta z/2$ 距离。

在二阶近似下利用对称分裂算子得到(1)式在 z_{m+1} 处的解为^[32]

$$U(r, z_{m+1}) = \exp\left(-\frac{i}{4k}\Delta z \nabla_{\perp}^2\right) \exp(is) \exp\left(-\frac{i}{4k}\Delta z \nabla_{\perp}^2\right) U(r, z_m), \quad (2)$$

式中 $s = (k/2) \int_{z_m}^{z_{m+1}} \delta(r, z') dz'$ 为 Δz 距离内由湍流引起的相位扰动,其中 $\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数。利用上述多层相位屏法,可获得接收面上的光场分布。

根据湍流相位扰动的相关函数以及统计理论,可将湍流造成的相位扰动 s 表示为^[32]

$$s = k(\pi\Delta z/2)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i(\kappa_x x + \kappa_y y)] a(\kappa_x, \kappa_y) \Phi_n^{1/2} d\kappa_x d\kappa_y, \quad (3)$$

式中 κ_x, κ_y 为相空间波数; $a(\kappa_x, \kappa_y)$ 为二维复高斯随机数,且满足 $a(\kappa_x, \kappa_y) = a^*(-\kappa_x, -\kappa_y)$, 可令 $a(\kappa_x, \kappa_y) = [a'(\kappa_x, \kappa_y) + ia''(\kappa_x, \kappa_y)]/\sqrt{2}$, 其中 $a'(\kappa_x, \kappa_y)$ 和 $a''(\kappa_x, \kappa_y)$ 分别满足镜面对称和镜面反对称; Φ_n 为海洋湍流介质的折射率起伏功率谱函数,即^[23]

$$\Phi_n = 0.388 \times 10^{-8} \epsilon^{-1/3} \kappa^{-11/3} [1 + 2.35(\kappa\eta)^{2/3}] \times \chi_T [\omega^2 \exp(-A_T \gamma) + \exp(-A_S \gamma) - 2\omega \exp(-A_{TS} \gamma)] / \omega^2, \quad (4)$$

式中 $A_T = 1.863 \times 10^{-2}$; $A_S = 1.9 \times 10^{-4}$; $A_{TS} = 9.41 \times 10^{-3}$; $\gamma = 8.284(\kappa\eta)^{4/3} + 12.987(\kappa\eta)^2$; η 为 Kolmogorov 内尺度; χ_T 为海水的温度方差耗散率,其取值范围为 $10^{-4} \sim 10^{-10} \text{ K}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; ϵ 为单位质量海水湍流动能耗散率,其取值范围为 $10^{-1} \sim 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$; ω 为海水湍流功率谱中温度与盐度起伏贡献的比率,其取值范围为 $[-5, 0]$, $\omega = -5$ 与 $\omega = 0$ 分别对应仅由温度或盐度起伏引起的海洋光学湍流。需要特别注

意的是, χ_T 和 ω 值越大, ϵ 值越小, 表明海洋湍流越强。

慧差是三阶或赛德尔像差中的一种。根据 Zernike 多项式, 在直角坐标系中, 慧差高斯光束在源平面 $z=0$ 处的场分布为

$$U(x, y, z=0) = \exp[-(x^2 + y^2)/\omega_0^2] \exp[-ikC_3x(x^2 + y^2)/\omega_0^3], \quad (5)$$

式中 kC_3 为慧差系数, ω_0 为高斯光束的初始束宽。当 $C_3=0$ 时, (5) 式可简化为高斯光束的场分布表达式。

采用多层相位屏法和离散傅里叶变换法, 编写慧差高斯光束通过海洋湍流传输的模拟仿真程序, 研究慧差高斯光束通过海洋湍流的传输特性时主要涉及以下几个光束质量评价参数。

1) 光束质心位置和二阶矩束宽。按光束高阶矩定义, 光束质心位置可表示为

$$\bar{u} = \frac{\iint u I(x, y, z) dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy}, \quad (6)$$

式中 u 取 x 和 y , 而 \bar{x} 和 \bar{y} 分别为光束沿 x 方向和 y 方向的质心位置。光束的二阶矩束宽可表示为

$$\omega_u = \frac{4 \iint (u - \bar{u})^2 I(x, y, z) dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy}. \quad (7)$$

若以最大光强位置代替光束质心位置 \bar{u} , 则(7)式为以最大光强位置为中心的束宽表达式。

2) 能量 Strehl 比。能量 Strehl 比 R_E 定义为^[33]

$$R_E = \frac{\iint_{x^2+y^2 \leq w^2} I(x, y, z) dx dy}{\iint_{x^2+y^2 \leq w^2} I_0(x, y, z) dx dy}, \quad (8)$$

式中 $I_0(x, y, z)$ 和 $I(x, y, z)$ 分别为光束在自由空间和海洋湍流中的光强, w 为光束在自由空间的二阶矩束宽。显然, $R_E \leq 1$, R_E 值越大表示海洋湍流对光束能量集中度的影响越小。

3) β 参数。 β 参数可定义为^[34]

$$\beta = \sqrt{S/S_0}, \quad (9)$$

式中 S 和 S_0 分别为实际光束和理想光束在桶中功率 $P_{IB} = 63\%$ 时对应的面积。桶中功率是给定尺寸桶内围住的激光功率占总功率的百分比。这里 S 和 S_0 分别为光束在海洋湍流和自由空间中传输时对应的面积。显然, $\beta \geq 1$, β 值越小表示海洋湍流对光束能量集中度的影响越小。

值得指出的是, R_E 表示海洋湍流对给定桶半径(自由空间中光束二阶矩束宽 w) 内所含能量定义的能量集中度的影响, 而 β 参数表示海洋湍流对给定桶中功率百分比($P_{IB} = 63\%$) 定义的能量集中度的影响。显然, 两者的物理含义是不同的。

3 数值计算结果和分析

利用自行编写的模拟仿真程序对慧差高斯光束通过海洋湍流传输进行了模拟计算。若无特别声明, 数值计算参数均取为: $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, $\omega_0 = 0.01 \text{ m}$, $\omega = -3$, $\chi_T = 10^{-7} \text{ K}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $\epsilon = 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$, $\eta = 10^{-3} \text{ m}$ 。数值计算网格数为 2048×2048 , 海洋湍流中各计算量(如 I 、 \bar{x} 、 \bar{y} 、 ω_x 、 ω_y 、 R_E 和 β) 均为 600 次数值模拟的平均结果。

自由空间中慧差高斯光束二维光强 $I(0, y, z)$ 分布如图 1 所示。可以看出随着传输距离 z 和慧差系数 kC_3 的增大, 慧差光束的主瓣值大小和位置均发生变化, 并且旁瓣越来越明显。

不同传输距离 z 处, 慧差高斯光束($kC_3 = 5$) 在自由空间和海洋湍流中的光强等高线分布分别如图 2 和图 3 所示, 图中十字交叉线表示 x 轴和 y 轴位置。由图 2 可以看出, 在自由空间中, 随着传输距离 z 的增大, 光束旁瓣逐渐显现, 慧形分布逐渐明显。由图 3 可以看出海洋湍流使光强分布发生畸变, 随着传输距离 z 的增大, 旁瓣和慧形分布消失, 光束发生扩展。此外, 由图 2 和图 3 还可以看出, 最初最大光强位于 x 轴下

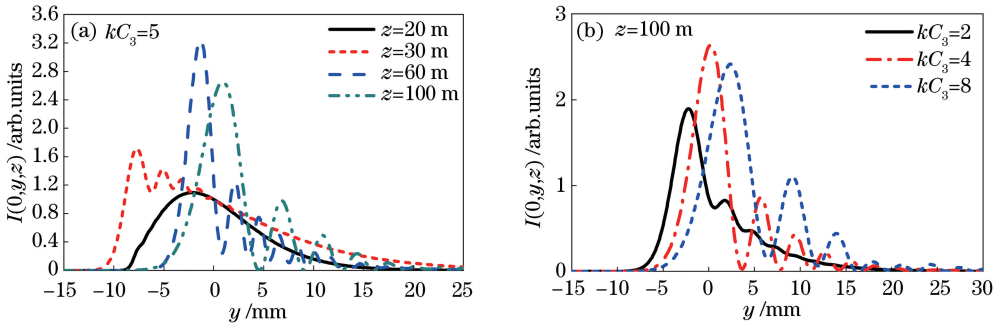


图 1 自由空间中慧差高斯光束的二维光强分布。(a)不同传输距离 z ; (b)不同慧差系数 kC_3

Fig. 1 Two-dimensional light intensity distributions of Gaussian beam with coma aberration in free space.

(a) At different propagation distance z ; (b) with different coma parameter kC_3

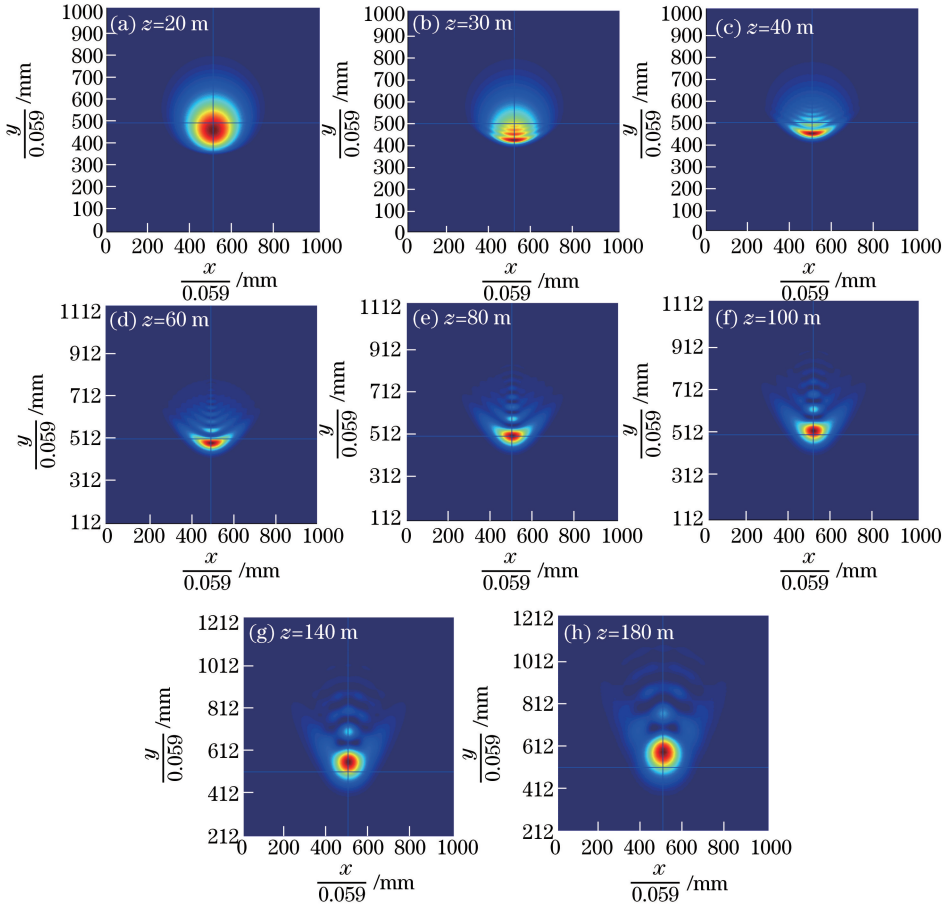


图 2 自由空间中不同传输距离 z 处的光强等高线分布

Fig. 2 Counter line distributions of light intensity at different propagation distance z in free space

方,但随着传输距离 z 的增大,最大光强移至 x 轴上方。因此随着传输距离 z 的增大,最大光强位置越过了传输轴而移至其另一侧。

在传输距离 $z=100$ m 处,不同慧差系数和不同环境下的光强等高线分布如图 4 所示。由图 4(a1)~(c1)可以看出在自由空间中,慧差系数越大,光束旁瓣越多,慧形越明显。但是,由图 4(a2)~(c2)、(a3)~(c3)可以看出,随着海洋湍流的增强,光束畸变程度加剧,旁瓣和慧形分布逐渐消失,光束扩展加剧。

由于慧差高斯光束关于 x 轴对称,因此仅研究 y 方向光束质心位置和最大光强位置的变化规律。不同环境下,光束质心位置(实心标识)和最大光强位置(空心标识)随传输距离的变化如图 5 所示。由图 5 可见以看出,无论在自由空间还是在海洋湍流中,光束质心位置随慧差系数 kC_3 和传输距离 z 的增大而远离传

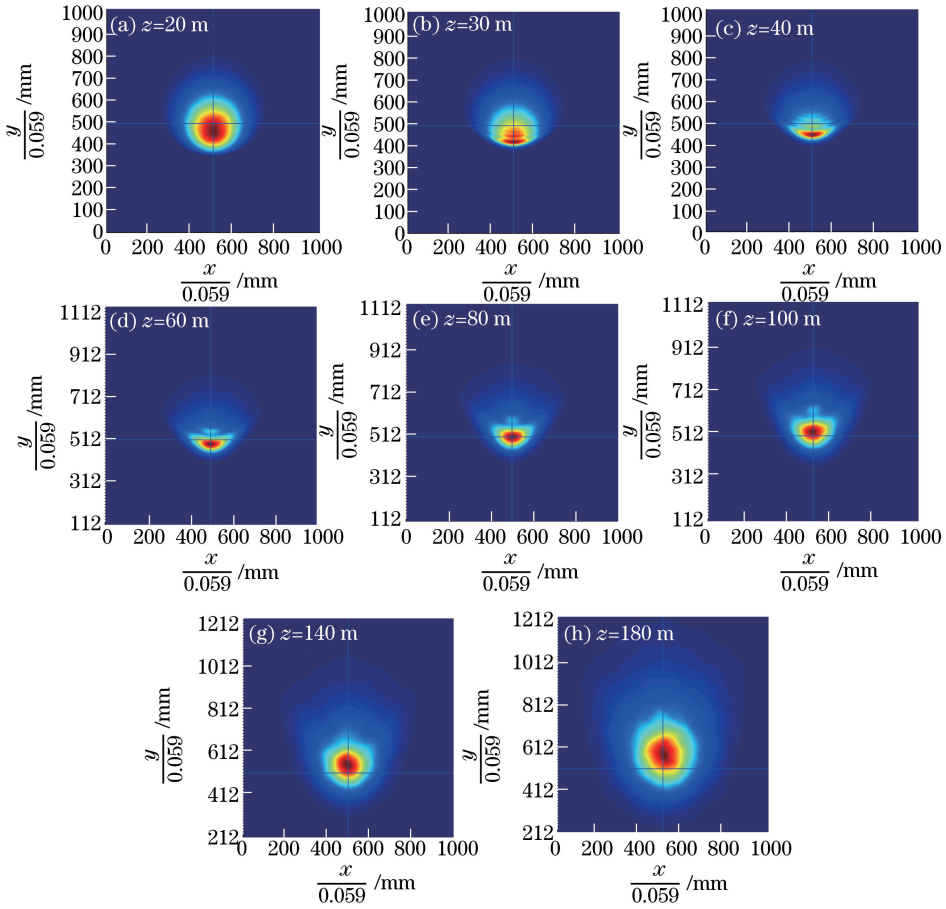


图 3 海洋湍流中不同传输距离 z 处光强等高线分布

Fig. 3 Counter line distributions of light intensity at different propagation distance z in oceanic turbulence

输轴心,且湍流未改变光束质心位置。此外,最大光强位置随传输距离的变化会出现一个极小值,对应的最大光强位置离传输轴最远,并且最大光强位置随慧差系数 kC_3 并非呈单调变化。需要注意的是,当传输距离 z 足够远时, kC_3 值较大的慧差光束(例如 $kC_3 = 5$)的最大光强位置可以越过传输轴而移至另一侧,这与图 2 和图 3 的结果一致。此外,海洋湍流对慧差光束最大光强位置的影响较小,并使其朝传输轴方向移动。

图 5 中慧差光束的质心位置与最大光强位置不重合。因此,下面分别讨论以质心位置和最大光强位置为光束中心时海洋湍流对慧差光束能量集中度的影响。图 6~8 中实心标识曲线分别对应于以光束质心位置为中心的束宽、能量 Strehl 比和 β 参数,空心标识曲线对应于以最大光强位置为中心的束宽、能量 Strehl 比和 β 参数。

不同慧差系数 kC_3 下,束宽 w_x 和 w_y 随传输距离 z 的变化如图 6 所示。可以看出海洋湍流会导致慧差光束发生扩展。由图 6(a)可以看出在自由空间中,以光束质心位置(实心标识)与以最大光强位置(空心标识)为中心计算的慧差光束 w_x 相等;由图 6(b)~(d)可以看出以光束质心位置为中心计算的束宽比以最大光强位置为中心的较小。若以光束质心位置为中心计算束宽,则 w_x 和 w_y 均随着 kC_3 和 z 的增大而增大;若以最大光强位置为中心计算束宽,则 w_y 随 z 增大并具有一个极大值, kC_3 值越大,此极大值离源平面越近,并且在此极大值附近 w_y 随 kC_3 呈非单调变化。

能量 Strehl 比 R_E ($z = 100$ m 处)随慧差系数 kC_3 的变化如图 7 所示。可以看出随着慧差系数 kC_3 的增大, R_E 增大;随着海洋湍流增强, R_E 减小;海洋湍流越强, R_E 受慧差影响越敏感,如图 7 中方形标识曲线所示。因此,若以 R_E 作为海洋湍流对光束能量集中度影响的评价参数,则海洋湍流的影响随着慧差系数的增大而减小,这是由于 R_E 表示海洋湍流对给定桶半径(二阶矩束宽半径)内所含能量定义的能量集中度的影响,而二阶矩束宽半径桶内包含光束能量占总能量的 90% 以上,这种情况下,自由空间中二阶矩束宽越大,光束扩展受湍流影响越小^[35]。自由空间中二阶矩束宽随 kC_3 的增大而增大(图 6),所以海洋湍流对光

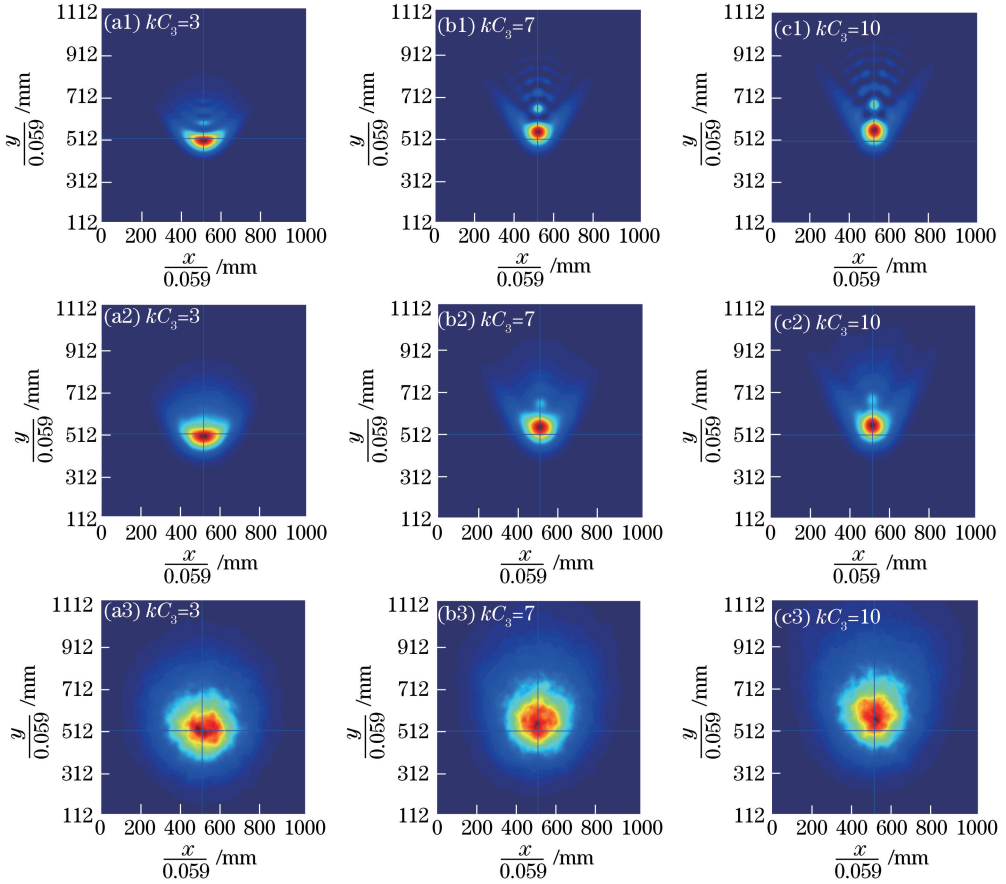


图4 不同慧差系数 kC_3 下光强等高线分布。(a1)~(c1)自由空间;(a2)~(c2)弱海洋湍流($\omega = -3$); (a3)~(c3)强海洋湍流($\omega = -0.5$)

Fig. 4 Counter line distributions of light intensity for different values of coma aberration coefficient kC_3 .

(a1)-(c1) Free space; (a2)-(c2) weak oceanic turbulence ($\omega = -3$); (a3)-(c3) strong oceanic turbulence ($\omega = -0.5$)

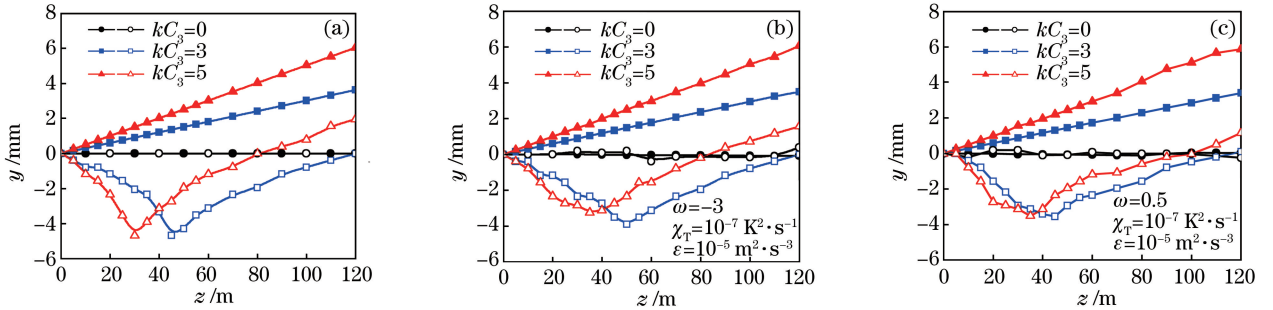


图5 光束质心位置(实心标识)和最大光强位置(空心标识)随传输距离 z 的变化。

(a)自由空间;(b)弱海洋湍流;(c)强海洋湍流

Fig. 5 Centroid position (solid mark) and maximum light intensity position (hollow mark) of beam versus propagation distance z . (a) Free space; (b) weak oceanic turbulence; (c) strong oceanic turbulence

束能量集中度的影响随着 kC_3 的增大而减小。

$z = 100$ m 处 β 参数随慧差系数 kC_3 的变化如图 8 所示。可以看出 β 参数随 kC_3 呈非单调变化,且存在一个极大值;以 β 参数作为海洋湍流对光束能量集中度影响的评价参数时,慧差光束受海洋湍流影响最大,在实际应用中应该避免这种情况。图中实心标识曲线(以光束质心位置为中心)比空心标识曲线(以最大光强位置为中心)的 β 参数要大,即光束能量集中度受海洋湍流影响大。比较图 7 与图 8 可以看出,与 R_E 相比, β 参数随 kC_3 的变化要小。

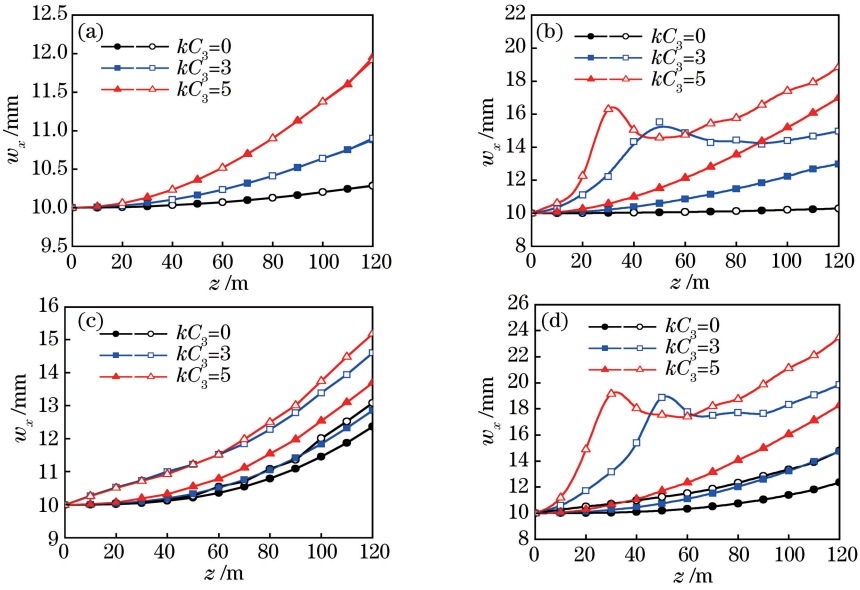


图6 w_x 和 w_y 随传输距离 z 的变化。(a)(b)自由空间;(c)(d)海洋湍流

Fig. 6 Variations in w_x and w_y with propagation distance z . (a)(b) Free space; (c)(d) oceanic turbulence

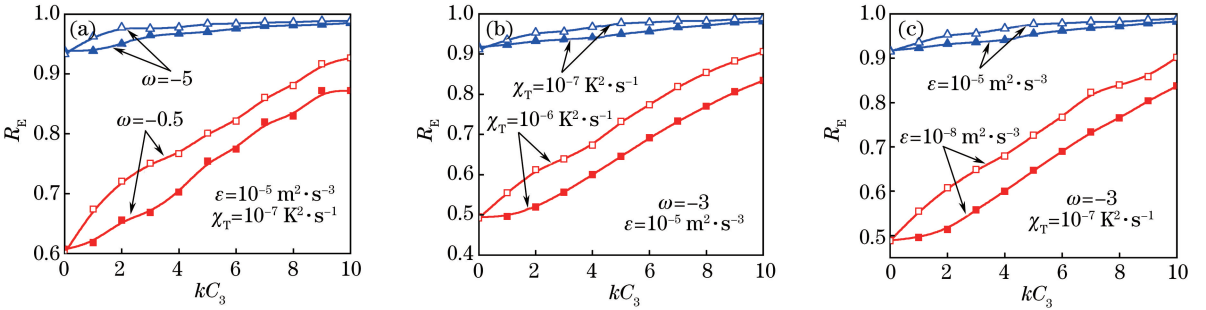


图7 R_E 随慧差系数 kC_3 的变化。(a)不同 ω ;(b)不同 χ_T ;(c)不同 ϵ

Fig. 7 Variation in R_E with coma aberration coefficient kC_3 . (a) Different ω ; (b) different χ_T ; (c) different ϵ

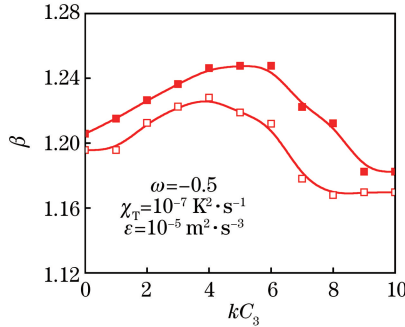


图8 β 随慧差系数 kC_3 的变化

Fig. 8 Variation in β with coma aberration coefficient kC_3

在 $z=100$ m 处不同环境下以最大光强位置为中心的桶中功率 P_{IB} 如图 9 所示,横坐标 h 为桶的半径。慧差光束主瓣所占能量随慧差系数 kC_3 的变化呈非单调变化(图 1),由图 9(a)可见, $P_{IB}=63\%$ 对应的桶半径随 kC_3 的变化也呈非单调变化。由图 9(b)可以看出海洋湍流使不同 kC_3 的慧差光束主瓣差异减小,即 $P_{IB}=63\%$ 对应的桶半径随 kC_3 的变化较小。 β 参数表示海洋湍流对 $P_{IB}=63\%$ 定义的光束能量集中度的影响,所以 β 参数随 kC_3 的变化会出现一个极大值,此时慧差光束能量集中度受海洋湍流的影响最大。

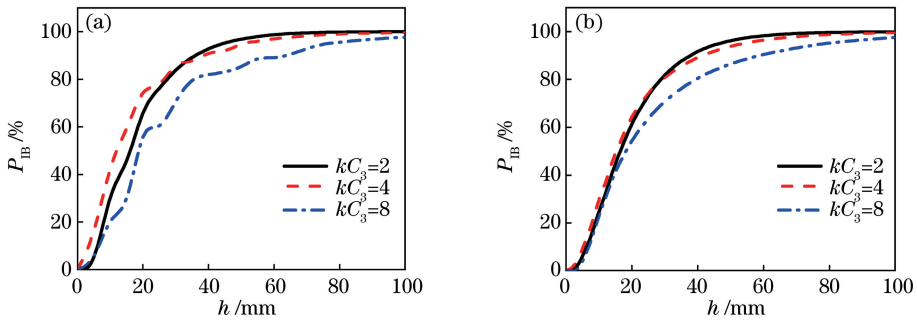


图 9 不同环境下的 P_{IB} 。(a)自由空间;(b)海洋湍流

Fig. 9 P_{IB} under different circumstances. (a) Free space; (b) oceanic turbulence

4 结 论

利用自行编写的慧差高斯光束通过海洋湍流的传输的模拟仿真程序,研究了慧差光束通过海洋湍流的传输特性。结果表明:在自由空间中,随着慧差系数和传输距离的增大,光束慧形分布逐渐明显,但海洋湍流会导致光束慧形分布消失;慧差光束的质心位置与最大光强位置不重合,光束质心位置随着慧差系数和传输距离的增大而远离传输轴,随着传输距离的增加,慧差光束最大光强位置可以越过传输轴而移至另一侧;以光束质心位置为中心计算得到的束宽比以最大光强位置为中心计算得到的束宽比要小,但以光束质心位置为中心计算的束宽受海洋湍流影响更大;若以 R_E 作为评价参数,海洋湍流对光束能量集中度的影响随着慧差系数的增大而减小;若以 β 参数作为评价参数,当慧差系数取某特定值时,光束能量集中度受海洋湍流的影响最大,在实际应用中应该避免这种情况。

参 考 文 献

- [1] Yang Yuqiang, Tan Liying, Ma Jing, *et al.* Influence of spherical aberration and coma on far-field behavior of signal beam in intersatellite optical communication[J]. Chinese J Lasers, 2008, 35(s1): 129-133.
杨玉强, 谭立英, 马 晶, 等. 星间光通信中球差和彗差对信号光远场特性的影响[J]. 中国激光, 2008, 35(s1): 129-133.
- [2] Dabby F W, Whinnery J R. Thermal self-focusing of laser beams in lead glasses[J]. Applied Physics Letters, 1968, 13(8): 284-286.
- [3] Alkelly A A. Spot size and radial intensity distribution of focused Gaussian beams in spherical and non-spherical aberration lenses[J]. Optics Communications, 2007, 277(2): 397-405.
- [4] Ji X L, Deng J P. Effect of spherical aberration on scintillations of Gaussian beams in atmospheric turbulence[J]. Physics Letters A, 2014, 378(36): 2729-2735.
- [5] Deng J P, Ji X L. Influence of atmospheric turbulence on the energy focus ability of Gaussian beams with spherical aberration[J]. Journal of Optics, 2014, 16(5): 055705.
- [6] Deng H L, Ji X L, Li X P, *et al.* Effect of spherical aberration on laser beam self-focusing in the atmosphere[J]. Optics Letters, 2015, 40(16): 3881-3884.
- [7] Cai Y J, He S L. Average intensity and spreading of an elliptical Gaussian beam propagating in a turbulent atmosphere [J]. Optics Letters, 2006, 31(5): 568-570.
- [8] González-Galicia M A, Garduño-Mejía J, Rosete-Aguilar M, *et al.* Effects of primary spherical aberration, coma, astigmatism, and field curvature on the focusing of ultrashort pulses: Gaussian illumination and experiment[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2011, 28(10): 1990-1994.
- [9] Mendoza-Yero O, Alda J. Irradiance map of an apertured Gaussian beam affected by coma[J]. Optics Communications, 2007, 271(2): 517-523.
- [10] Chen Z Y, Pu J X. Effect of coma aberration on orbital angular momentum spectrum of vortex beams[J]. Chinese Physics Letters, 2009, 26(3): 034202.
- [11] Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- [12] Gbur G, Wolf E. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2002, 19(8): 1592-1598.

- [13] Qian X M, Zhu W Y, Rao R Z. Numerical investigation on propagation effects of pseudo-partially coherent Gaussian Schell-model beams in atmospheric turbulence[J]. *Optics Express*, 2009, 17(5): 3782-3791.
- [14] Tellez J A, Schmidt J D. Multibeam scintillation cumulative distribution function[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(2): 286-288.
- [15] Liu X H, Pu J X. Investigation on the scintillation reduction of elliptical vortex beams propagating in atmospheric turbulence[J]. *Optics Express*, 2011, 19(27): 26444-26450.
- [16] Gu Y L, Gbur G. Scintillation of nonuniformly correlated beams in atmospheric turbulence[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(9): 1395-1397.
- [17] Liu X L, Shen Y, Liu L, *et al.* Experimental demonstration of vortex phase-induced reduction in scintillation of a partially coherent beam[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(24): 5323-5326.
- [18] Wang F, Liu X L, Liu L, *et al.* Experimental study of the scintillation index of a radially polarized beam with controllable spatial coherence[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 103(9): 091102.
- [19] Chen Zhen, Chu Xingchun, Zhao Shanghong, *et al.* Study of the drift characteristics of Airy vortex beams in atmospheric turbulence[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(12): 1213002.
陈 振, 楚兴春, 赵尚弘, 等. 艾里涡旋光束在大气湍流中的漂移特性研究[J]. *中国激光*, 2015, 42(12): 1213002.
- [20] Jia Rui, Wei Hongyan, Zhang Hongjian, *et al.* Scintillation index of echo wave in slant atmospheric turbulence[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(11): 1113001.
贾 锐, 韦宏艳, 张洪建, 等. 斜程大气湍流中点目标回波的闪烁研究[J]. *中国激光*, 2015, 42(11): 1113001.
- [21] Ke Xizheng, Wang Chaozhen. Intensity distribution of partially coherent off-axis vortex beam propagating in atmospheric turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(1): 0101005.
柯熙政, 王超珍. 部分相干离轴涡旋光束在大气湍流中的光强分布[J]. *光学学报*, 2017, 37(1): 0101005.
- [22] Bogucki D J, Domaradzki J A, Ecke R E, *et al.* Light scattering on oceanic turbulence[J]. *Applied Optics*, 2004, 43(30): 5662-5668.
- [23] Nikishov V V, Nikishov V I. Spectrum of turbulent fluctuations of the sea-water refraction index[J]. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2000, 27(1): 82-98.
- [24] Tang M M, Zhao D M. Propagation of radially polarized beams in the oceanic turbulence[J]. *Applied Physics B*, 2013, 111(4): 665-670.
- [25] Korotkova O, Farwell N. Effect of oceanic turbulence on polarization of stochastic beams[J]. *Optics Communications*, 2011, 284(7): 1740-1746.
- [26] Hou W L, Woods S, Jarosz E, *et al.* Optical turbulence on underwater image degradation in natural environments[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(14): 2678-2686.
- [27] Wang Tingting, Wang Jiasi, Yuan Yangsheng, *et al.* Beam propagation of anomalous hollow beams in oceanic turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(s2): s201002.
王婷婷, 王家骊, 袁扬胜, 等. 异常空心光束在海洋湍流中传输质量因子[J]. *光学学报*, 2015, 35(s2): s201002.
- [28] Lu L, Ji X L, Baykal Y. Wave structure function and spatial coherence radius of plane and spherical waves propagating through oceanic turbulence[J]. *Optics Express*, 2014, 22(22): 27112-27122.
- [29] Pu H, Ji X L. Oceanic turbulence effects on long-exposure and short-exposure imaging[J]. *Journal of Optics*, 2016, 18(10): 105704.
- [30] Pu Huan, Ji Xiaoling. Problems of optical imaging in oceanic turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(10): 1026014.
蒲 欢, 季小玲. 海洋湍流中光学成像相关问题研究[J]. *光学学报*, 2016, 36(10): 1026014.
- [31] Pu Huan, Ji Xiaoling, Yang Ting. Spatial coherence of partially coherent annular beams in oceanic turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(s1): s101002.
蒲 欢, 季小玲, 杨 婷. 海洋湍流中部分相干环状光束的空间相干性[J]. *光学学报*, 2015, 35(s1): s101002.
- [32] Fleck J A, Morris J R, Feit M D. Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere[J]. *Applied Physics A: Materials Science & Processing*, 1976, 10(2): 129-160.
- [33] Yan H X, Li S S, Zhang D L, *et al.* Numerical simulation of an adaptive optics system with laser propagation in the atmosphere[J]. *Applied Optics*, 2000, 39(18): 3023-3031.
- [34] Garay A. Continuous wave deuterium fluoride laser beam diagnostic system[C]. *SPIE*, 1988, 888: 17-22.
- [35] Ji X L, Zhang E T, Lü B D. Superimposed partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2008, 25(5): 825-833.