

# 基于锥面镜和筒形反射镜复合结构的径向偏振光会聚及级联纵向电场的形成

谭诗文<sup>1,2</sup>, 李建郎<sup>1</sup>, Ueda Ken-Ichi<sup>3</sup>

<sup>1</sup>中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学与光电技术实验室, 上海 201800;

<sup>2</sup>中国科学院大学, 北京 100049;

<sup>3</sup>日本电气通信大学激光研究所, 东京 182-8585

**摘要** 径向偏振光聚焦后可以产生很强的纵向电场。以此为出发点, 首先依据基尔霍夫衍射理论, 计算得到了径向偏振光经锥面镜会聚后所形成的横截面呈现零阶贝塞尔函数分布的纵向电场, 分析了会聚区域光场的相干长度和横向宽度与入射光光斑尺寸、锥面镜的锥顶角以及锥面镜出射端半径的关系。在此基础上, 提出采用锥面镜和筒形反射镜的复合结构, 通过设计合适的锥面镜和筒形反射镜参数, 实现纵向电场的级联, 且电场呈周期性分布。分析了筒形反射镜的参数对所形成的级联纵向电场的横向宽度、周期和占空比等的影响。结果表明, 当所采用的锥面镜的锥顶角为  $60^\circ$  时, 出射端半径和筒形反射镜的内径均为  $999.682\lambda$  ( $\lambda$  为波长), 可以实现周期长度为  $1154\lambda$ 、占空比为 1 的纵向电场的级联; 当用于电子加速时, 加速区长度甚至可达到米级。这种级联纵向电场的设计将进一步使得电子的加速区长度得到显著增加, 为电子加速到更高能量提供了可能。

**关键词** 物理光学; 径向偏振光; 纵向电场; 锥面镜; 筒形反射镜; 级联电子加速

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201744.0801005

## Formation of Cascaded Longitudinal Electric Field and Convergence of Radially Polarized Light Based on Conical Mirror and Cylindrical Reflection Mirror

Tan Shiwen<sup>1,2</sup>, Li Jianlang<sup>1</sup>, Ueda Ken-Ichi<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratory of Information Optics and Optoelectronic Technology, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

<sup>2</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

<sup>3</sup>Institute of Laser Science, University of Electro-Communications, Tokyo 182-8585, Japan

**Abstract** The radially polarized light can be tightly focused and then forms a strong longitudinal electric field. The longitudinal electric field which follows the form of zero order Bessel function in cross section is calculated based on the Kirchhoff diffraction theory when radially polarized light is reflected and focused by a conical mirror. The relationships among spot size of incident light, cone-apex angle, radius of the exit end of conical mirror and coherent length and lateral width of the optical field of convergence region are analyzed. With these results, a hybrid structure consisting of a conical mirror and a cylindrical reflection mirror is proposed. When the appropriate parameters of conical mirror and the cylindrical reflection mirror are designed, the cascaded and periodic distribution longitudinal electric field is formed, and then the dependence of the related parameters (including lateral width, period and duty circle) of cascaded longitudinal electric field on parameters of cylindrical reflection mirror is

收稿日期: 2017-03-10; 收到修改稿日期: 2017-04-10

基金项目: 国家自然科学基金(61275206, 61475166, 61405226)、上海市自然科学基金(14ZR1445200)

作者简介: 谭诗文(1992—), 女, 硕士研究生, 主要从事固体激光器以及径向偏振光特性方面的研究。

E-mail: tanshiwen1992@163.com

导师简介: 李建郎(1970—), 男, 博士, 研究员, 主要从事新型固体激光器技术等方面的研究。

E-mail: apuli@siom.ac.cn(通信联系人)

discussed. Results show that a cascaded longitudinal electric field with periodic length of  $1154\lambda$  and duty circle of 1 is formed when the conical mirror has an cone-apex angle of  $60^\circ$  and the radius of the exit end and the inner diameter of cylindrical reflection mirror are both  $999.682\lambda$  ( $\lambda$  is the wavelength). This simulation suggests that the acceleration zone length can even reach the meter level when it is used for electronic acceleration. The design of this cascaded longitudinal electric field will further increase the length of the electron acceleration region to a significant extent, which could accelerate the electronics to higher energy.

**Key words** physical optics; radially polarized light; longitudinal electric field; conical mirror; cylindrical reflection mirror; cascaded electron acceleration

**OCIS codes** 260.1960; 260.5430; 050.1970

## 1 引 言

径向偏振光是一种电场方向沿半径方向呈辐射状分布的非均匀偏振光<sup>[1]</sup>,由于这种光束的中心存在相位奇点,因此中心位置的电场振幅为 0,并且光斑强度呈环状分布<sup>[2-3]</sup>。径向偏振光在高数值孔径聚焦情况下具有比线偏振光、椭圆偏振光等均匀偏振光更小的聚焦光斑<sup>[4-6]</sup>。基于此,研究人员采用非透镜的其他光学元件对径向偏振光进行紧聚焦<sup>[7-8]</sup>。径向偏振光的特性使其在光信息存储<sup>[9]</sup>、粒子捕获<sup>[10-12]</sup>、高精度金属加工<sup>[13-14]</sup>和超分辨显微<sup>[15]</sup>等领域具有很大的应用价值。

当接近光速运动的电子以一定夹角入射至激光光束所形成的光场时,如果电子在运动过程中与光场始终保持固定的相位关系,即满足切伦科夫条件,那么基于逆切伦科夫效应的电子将被光场加速到更高能量。值得关注的是,利用高数值孔径透镜(或锥形镜)可使径向偏振光在聚焦(或会聚)区域形成很强的纵向电场<sup>[3,16]</sup>,所形成的纵向电场可为电子提供更强的电场力,从而使电子获得几百兆甚至几千兆电子伏特数量级的能量<sup>[17-20]</sup>。

虽然利用锥形结构的光学器件(轴锥镜或锥面反射镜)可以将径向偏振光用于电子加速,但是在以往的研究中,要获得大的加速电场,很大程度上依赖于激光器的输出功率。即便是能够提供功率为  $7 \times 10^{13}$  W 的径向偏振光<sup>[17]</sup>,如此高的激光功率对于光学器件的损伤阈值和激光光源的要求也相当高。除了增大入射光的功率外,要想获得大的加速能量,还可以从增加电子加速长度着手。在以往的研究中,对电子加速区长度的讨论不多,文献[20]中基于加速器测试设备进行逆切伦科夫加速度的测试实验模型中,设计的电子加速区长度约为 20 cm,其他文献中假设电子加速区长度很长(如 50 m),从实际角度考虑,这要求光束的尺寸和光学器件的口径很大且光束的衍射角很小,对激光扩束技术以及器件的工艺要求非常高。为了不再局限于增大电子与光场的单次作用长度,提出一种级联纵向电场的实现方法,利用锥面镜加筒形反射镜的结构可使加速电场周期性排布,从而实现对电子的  $N$  次级联加速。通过适当调整锥面镜和筒形反射镜的参数,可以实现加速电场的完全级联,则加速电场区的长度就可以由原来的  $L_c$  变为  $NL_c$  ( $L_c$  为相干区域光场的纵向长度),大大延长电子加速区。

本文基于基尔霍夫衍射理论分析了径向偏振光经锥面反射镜反射后的傍轴纵向电场分布<sup>[21-25]</sup>,提出了锥面镜加筒形反射镜模型,分析锥面镜和筒形反射镜参数对会聚光场相位分布的影响,设计合适的参数实现纵向电场的级联。该光学系统简单紧凑,其实现的级联纵向电场将进一步拓展径向偏振光在粒子加速等领域的应用潜力。

## 2 锥面镜的会聚特性

目前有很多基于透镜系统进行径向偏振光的紧聚焦特性的研究<sup>[3-4,16,26]</sup>。受这些研究的启发,若要发挥径向偏振光特殊的偏振分布,可设计合适的光学系统来获得长距离的纵向电场。光束经锥面结构的光学元件衍射后,可以产生贝塞尔函数形式的光场。在无衍射角领域,研究人员对轴锥镜的这种特性的研究已经十分成熟,但其讨论的情况常常是在衍射角很小(小于  $5^\circ$ )的条件下得到的衍射场分布<sup>[27-28]</sup>。

本文利用的锥面镜元件如图 1 所示,锥顶角小于  $90^\circ$ ,临界状态取  $90^\circ$ 。文献[29]中提到锥面镜的干涉场也呈贝塞尔函数分布,但并没有给出具体的证明。为了得到锥面镜干涉场的解析表达式,以  $90^\circ$  锥顶角为例,基于基尔霍夫衍射理论进行干涉区域光场分布的求解。考虑到径向偏振光的柱对称偏振特性,经过锥面

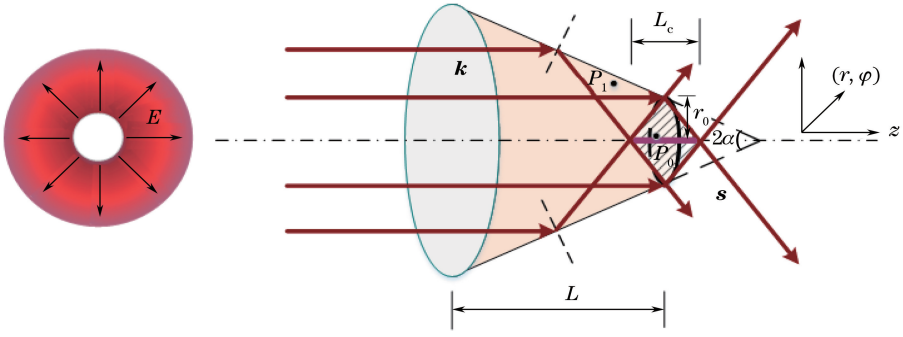


图 1 径向偏振光通过锥顶角为  $2\alpha$  的锥面反射镜的光路图

Fig. 1 Schematic of optical path of radially polarized light passing through conical reflection mirror with  $2\alpha$  cone-apex angle  
 镜反射后各处电场方向均平行于光轴,因此可以利用基尔霍夫衍射理论进行求解<sup>[21]</sup>。

### 2.1 径向偏振光会聚光场计算

根据锥面反射镜的结构(图 1),该锥面反射镜的锥顶角为  $2\alpha$ ,光束从大端入射、小端出射,侧曲面镀金属膜。假设金属膜为理想反射面,反射前后光束的振幅不发生变化,只在相位上产生固定的增量  $\epsilon$ ,即  $E_{\text{reflected}} = E_{\text{incident}} \exp(j\epsilon)$ ,其中  $E_{\text{reflected}}$  为反射电场强度, $E_{\text{incident}}$  为入射电场强度。小端的半径为  $r_0$ ,锥面镜的长度为  $L$ ,记出射端为  $z=0$  平面, $P_1$  为锥面上一点, $P_0$  为相干区域内一点, $k$  为波矢。

以锥顶角为  $90^\circ$  的锥面镜为例,由于反射光只有垂直于光场方向的传播矢量  $k_\perp$ ,即  $k_\perp = k$ ,径向偏振光经反射后的光场方向均平行于  $z$  轴,因而求解光轴附近的点  $P_0(r, \varphi, z)$  ( $\varphi$  为圆柱坐标系中的切线方向)的光场可以采用标量衍射法。此时,会聚光场的相干范围由锥面镜的出射端半径  $r_0$  和入射光的光斑大小决定,由于径向偏振光横截面上的强度分布呈环状,记外环半径为  $r_M$ ,内环半径为  $r_m$ ,则相干长度  $L_c = r_M - \max(r_m, r_0)$ ,  $\max(r_m, r_0)$  表示取  $r_m$  和  $r_0$  中的较大值。

如图 2 所示, $P_1(r_1, \phi, z_1)$  为圆柱侧面上一点,记该处的电场强度为  $E_1(r_1, \phi, z_1)$ ,则就图 2 而言, $r_1 = r_0 - z_1$ 。该处的外法线方向单位向量记作  $\mathbf{n}$ , $\overrightarrow{P_0 P_1}$  记作  $\mathbf{r}_{01}$ , $\theta$  为  $\mathbf{n}$  与  $\mathbf{r}_{01}$  的夹角。由惠更斯-菲涅耳原理<sup>[21-22]</sup> 可得  $P_0(r, \varphi, z)$  处的电场强度  $E(r, \varphi, z)$  为

$$E(r, \varphi, z) = \frac{1}{j\lambda} \iint_S E_1(r_1, \phi, z_1) \frac{\cos \theta}{r_{01}} \exp(ikr_{01}) dS, \quad (1)$$

式中  $S$  为包括圆柱两端面和圆柱侧面的封闭面。由于两端面上的光场对会聚光场的作用可忽略,因此在下面的计算中, $S$  就指代圆柱侧面。

如图 2 所示,可以将  $\mathbf{n}$  和  $\mathbf{r}_{01}$  表示为如下形式并计算得到这两个向量夹角  $\theta$  的余弦为

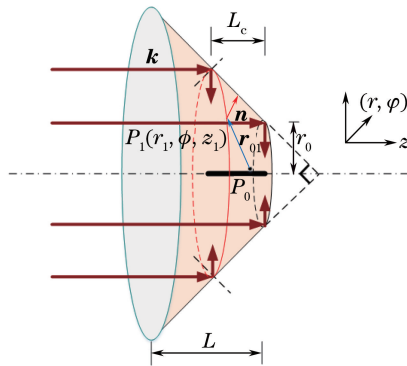


图 2  $90^\circ$  锥顶角情况下的光路示意图

Fig. 2 Light path diagram with cone-apex angle of  $90^\circ$

$$\begin{cases} \mathbf{n} = (\cos \phi, \sin \phi, 0) \\ \mathbf{r}_{01} = [(r_0 - z_1) \cos \phi - r \cos \varphi, (r_0 - z_1) \sin \phi - r \sin \varphi, z_1 - z] \\ \cos \theta = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{01}}{|\mathbf{n}| |\mathbf{r}_{01}|} = \frac{r_0 - z_1 - r \cos(\phi - \varphi)}{\sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2 - 2r(r_0 - z_1) \cos(\phi - \varphi)}} \end{cases} \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式,可得

$$\begin{aligned} E(r, \varphi, z) &= \frac{1}{j\lambda} \int_{-L}^0 dz_1 \int_0^{2\pi} E_1(r_1, \phi, z_1) \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}^2} [r_1 - r \cos(\phi - \varphi)] r_1 d\phi = \\ &= \frac{1}{j\lambda} \int_{-L}^0 dz_1 \int_0^{2\pi} \frac{|E_1(r_0 - z_1, \phi, z_1)| \exp(jkz_1) [r_0 - z_1 - r \cos(\phi - \varphi)] (r_0 - z_1)}{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2 - 2r(r_0 - z_1) \cos(\phi - \varphi)} \times \\ &= \exp[jk \sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2 - 2r(r_0 - z_1) \cos(\phi - \varphi)}] d\phi. \end{aligned} \quad (3)$$

求解傍轴光场时,满足  $r \ll r_0$  则可对(3)式中积分项的  $\exp(jkr_{01})$  进行如下近似:

$$\exp(jkr_{01}) \approx \exp\left\{jk \left[ \sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2} - \frac{r(r_0 - z_1) \cos(\phi - \varphi)}{\sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2}} \right]\right\}. \quad (4)$$

对于(3)式中积分项的分母  $r_{01}^2 = (z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2 - 2r(r_0 - z_1) \cos(\phi - \varphi)$  而言,  $r$  的变化对其积分影响不大,  $r_{01}^2 \approx (z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2$ , 将该近似式与(4)式一起代入(3)式,则  $E(r, \varphi, z)$  可以表示为

$$\begin{aligned} E(r, \varphi, z) &= \frac{1}{j\lambda} \int_{-L}^0 \exp\{jk[z_1 + \sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2}]\} \frac{r_0 - z_1}{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2} dz_1 \times \\ &= \int_0^{2\pi} |E_1(r_0 - z_1, \phi, z_1)| [r_0 - z_1 - r \cos(\phi - \varphi)] \exp\left[\frac{-jk(r_0 - z_1)r \cos(\phi - \varphi)}{\sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2}}\right] d\phi. \end{aligned} \quad (5)$$

若  $P_1$  处的光场分布是圆柱对称的,即  $E_1(r_1, \varphi, z_1)$  与  $\phi$  无关,则(5)式可以变为

$$\begin{aligned} E(r, \varphi, z) &= \frac{2\pi}{j\lambda} \int_{-L}^0 dz_1 \exp\{jk[z_1 + \sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2}]\} \frac{|E_1(r_0 - z_1, z_1)| (r_0 - z_1)}{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2} \times \\ &= \left\{ (r_0 - z_1) J_0 \left[ \frac{kr(r_0 - z_1)}{\sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2}} \right] - jr J_1 \left[ \frac{kr(r_0 - z_1)}{\sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2}} \right] \cos \varphi \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $J_0(\cdot)$  和  $J_1(\cdot)$  分别为零阶和一阶贝塞尔函数。将(6)式视为  $E(r, \varphi, z) = \frac{2\pi}{j\lambda} \int_{-L}^0 g(z_1) \exp[jkh(z_1)] dz_1$  的形式,令

$$\begin{aligned} g(z_1) &= \frac{|E_1(r_0 - z_1, z_1)| (r_0 - z_1)^2}{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2} J_0 \left[ \frac{kr(r_0 - z_1)}{\sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2}} \right] - \\ &= j \frac{|E_1(r_0 - z_1, z_1)| r(r_0 - z_1)}{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2} J_1 \left[ \frac{kr(r_0 - z_1)}{\sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2}} \right] \cos \varphi, \end{aligned} \quad (7)$$

$$h(z_1) = z_1 + \sqrt{(z_1 - z)^2 + (r_0 - z_1)^2 + r^2}, \quad (8)$$

则可以利用稳相法<sup>[30-33]</sup> 来求解(6)式。对(8)式求一阶导数和二阶导数,分别得到  $h'(z_1)$  和  $h''(z_1)$ , 并解得  $h'(z_1) = 0$ , 求解过程中因  $r$  的取值很小,在波长量级,可得到  $h(z_1)$  极值点的近似值,记作  $z_1^{(0)}$ , 解得  $z_1^{(0)} = z$ 。则(6)式的积分结果应为

$$E(r, \varphi, z) = \frac{2\pi}{j\lambda} \sqrt{\frac{2\pi}{kh''(z)}} g(z) \exp\left\{j \left[ kh(z) + \frac{\pi}{4} \right]\right\}. \quad (9)$$

将  $z_1 = z$  代入(7)、(8)式,得到函数  $g(z)$  和  $h(z)$  为

$$g(z) = \frac{|E_1(r_0 - z, z)|}{r_0 - z} \left[ (r_0 - z) J_0 \left[ \frac{kr(r_0 - z)}{\sqrt{(r_0 - z)^2 + r^2}} \right] - jr J_1 \left[ \frac{kr(r_0 - z)}{\sqrt{(r_0 - z)^2 + r^2}} \right] \cos \varphi \right], \quad (10)$$

$$h(z) = z + \frac{1}{\sqrt{(r_0 - z)^2 + r^2}}, \quad (11)$$

$$h''(z) = \frac{1}{r_0 - z}. \quad (12)$$

将(10)~(12)式代入(9)式,可以得到  $E(r, \varphi, z)$  为

$$E(r, \varphi, z) = \frac{2\pi}{j\lambda} \sqrt{\lambda(r_0 - z)} |E_1(r_0 - z, z)| \exp\left\{j\left[k(z + \sqrt{(r_0 - z)^2 + r^2}) + \frac{\pi}{4}\right]\right\} \times \left\{J_0\left[\frac{kr(r_0 - z)}{\sqrt{(r_0 - z)^2 + r^2}}\right] - j\frac{r}{r_0 - z}J_1\left[\frac{kr(r_0 - z)}{\sqrt{(r_0 - z)^2 + r^2}}\right] \cos \varphi\right\}. \quad (13)$$

由(13)式可以看出,锥面镜对光束的会聚使光场放大倍数达  $2\pi[(r_0 - z)/\lambda]^{1/2}$  左右。使用  $E^2$  来近似表示光强  $I$ , 则光强放大倍数可达  $4\pi^2(r_0 - z)/\lambda$  左右。若  $r_0$  取 mm 量级,  $\lambda$  取  $\mu\text{m}$  量级, 强度放大倍数可达  $10^4$  量级。 $r_0$  或者入射光斑越大, 即入射光产生会聚干涉的光斑越大, 会聚干涉场的光强就越大。

考虑到  $r \ll r_0$ , 则就光强而言, 只需保留零阶贝塞尔函数的部分即可, 则有

$$I(r, \varphi, z) \approx k^2 E_1^2(r_0, z) \lambda (r_0 - z) J_0^2(kr), \quad (14)$$

即会聚光场的电场强度分布可以用零阶贝塞尔函数表示。如果所用的锥面镜的锥顶角不是  $90^\circ$ , 则将会聚光场的传播矢量  $\mathbf{k}$  分解为垂直于  $z$  轴的  $k_\perp$  和平行于  $z$  轴的  $k_\parallel$ ,  $k_\perp = k \cos 2\alpha$ ,  $k_\parallel = k \sin 2\alpha$ , 则

$$E_z(r, z) = A(r, z) \exp[iB(r)] J_0(kr \sin 2\alpha) \exp(jkz \cos 2\alpha), \quad (15)$$

$$E_r(r, z) = -i \cot 2\alpha A(r, z) \exp[iB(r)] J_1(kr \sin 2\alpha) \exp(jkz \cos 2\alpha), \quad (16)$$

式中  $A(r, z)$  为实函数, 其值与入射光场的横向分布有关, 且一般而言, 除非光束在传播过程中有明显的衰减或增强, 否则  $A(r, z)$  与  $r$  无关, 也可用  $A(z)$  表达;  $B(r)$  为一个只与  $r$  有关而与  $z$  无关的函数。

至此, 通过(15)、(16)式分别给出了径向偏振光经锥面镜会聚后在会聚区域的纵向电场  $E_z$  和径向电场  $E_r$ 。在横截面上,  $E_z$  按照零阶贝塞尔函数分布,  $E_r$  按照一阶贝塞尔函数分布。

以下分析相干长度  $L_c$  和横向宽度  $W_T$  这两个参量。

### 2.1.1 相干长度

相干长度代表径向偏振光经锥面镜的会聚后会聚区域在  $z$  轴上的长度。凡是锥顶角小于  $90^\circ$  的情况, 所指的相干长度都代表可从出射端传播出去的部分, 其受限于出射端面的尺寸, 如图 1 所示。根据图 1 中的几何关系, 可得相干长度为

$$L_c = \min\left(\frac{r_M - r_m}{\sin 2\alpha}, \frac{r_M - r_0}{\sin 2\alpha}, \frac{2r_0}{\tan 2\alpha}\right), \quad (17)$$

式中  $\min$  函数代表取这三者中的最小值。不难发现, 当  $2\alpha$  接近  $90^\circ$  时,  $\tan 2\alpha \gg \sin 2\alpha$ , 如果  $r_M$ 、 $r_m$  和  $r_0$  的数量级相同, 则  $L_c = 2r_0 / \tan 2\alpha$ 。

### 2.1.2 横向宽度

如图 1 所示, 虽然相干区域为图中阴影部分, 但是由于径向偏振光的偏振方向沿半径呈辐射状分布, 因此径向偏振光经反射后在光轴上的光场对应地与锥形反射面上红线标识的绕锥面镜一周的光场相叠加, 其强度会远大于离轴较远处相干区的光场强度, 即出现所谓的针状光场<sup>[29]</sup>。关于横向宽度的定义, 各个文献略有不同。文献[29]中的横向宽度实际上是指横截面上光场强度的半峰全宽, 得到纵向电场的横向宽度为  $0.36\lambda$  ( $\lambda$  为波长)。除此之外, 也有文献以贝塞尔函数第一个零点的位置或者光强衰减到  $e^{-2}$  位置处为基准定义横向宽度。这里用横截面上的光场强度的半峰全宽定义横向宽度  $W_T$ ,  $I(r, z)$  可表示为

$$I(r, z) = |A(z)|^2 [J_0^2(kr \sin 2\alpha) + \cot^2 2\alpha J_1^2(kr \sin 2\alpha)], \quad (18)$$

通过求解  $I(W_T/2, 0) = I_{\max}(r, 0)/2$ , 可得  $W_T$ 。

分析(15)、(16)式可以发现, 在  $2\alpha$  接近  $90^\circ$  的情况下, 同一位置处, 当  $I_z \gg I_r$  时,  $2\alpha$  越接近  $90^\circ$ , 纵向分量  $I_z$  越大, 横截面上的分量  $I_r$  就越小, 此时计算  $W_T$  只需要考虑  $I_z$  即可, 则有

$$W_T = \frac{0.36\lambda}{\sin 2\alpha}. \quad (19)$$

图 3 给出了  $2\alpha = 80^\circ$  以及  $2\alpha = 60^\circ$  情况下横截面上的场强分布。

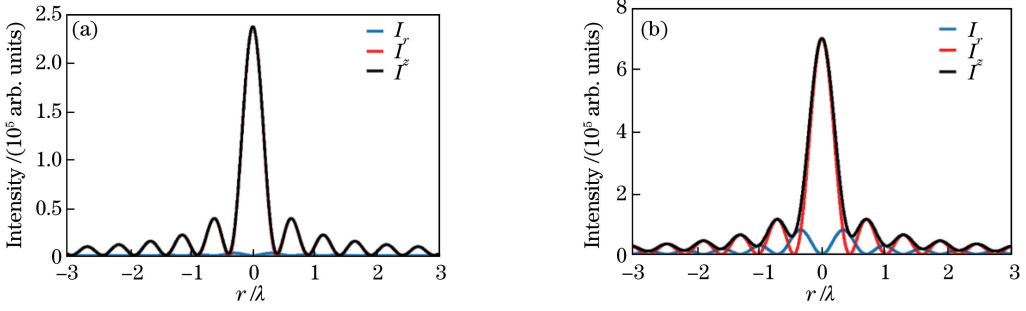


图 3  $z=0$  处横截面上的光强分布。(a)  $2\alpha = 80^\circ$ ; (b)  $2\alpha = 60^\circ$

Fig. 3 Light intensity distributions on cross section when  $z=0$ . (a)  $2\alpha = 80^\circ$ ; (b)  $2\alpha = 60^\circ$

## 2.2 仿真 $60^\circ$ 锥顶角的锥面镜对径向偏振光的会聚

假设入射光为波长  $1064 \text{ nm}$  的高斯光  $\text{LG}_{0l}$ , 其中  $l$  为阶数。光束沿  $z$  轴垂直入射到  $2\alpha = 60^\circ$  的锥面反射镜,  $r_0 = 1000\lambda$ ,  $\text{LG}_{0l}$  的电场强度<sup>[34]</sup>的表达式为

$$E_{\text{LG}}^{(l)}(r, \phi, z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \left[ \frac{\sqrt{2}r}{\omega(z)} \right]^l \exp[-i(l+1)\Psi(z)] \exp\left\{-r^2 \left[ \frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)} \right]\right\} \times \exp(-il\phi) \exp(ikz), \quad (20)$$

式中  $\omega_0$  为束腰半径,  $\omega_0 = \omega(0)$ ;  $\omega(z)$  为高斯光束距离束腰  $z$  处的束宽,  $\omega(z) = \omega_0 [1 + (z/Z_0)^2]^{1/2}$ , 瑞利距离  $Z_0 = k\omega_0^2/2$ ; 相位因子  $\Psi(z) = \arctan(z/Z_0)$ ; 等相位面曲率半径  $R(z) = z + Z_0^2/z$ 。

设入射光的  $\omega_0 = 1000\lambda$ , 对于  $\text{LG}_{0l}$  而言,  $r_M - r_m \approx 1000\lambda$ , 瑞利距离在  $10^6 \lambda$  量级。根据第 2.1 节的讨论, 会聚光的相干区间为  $(-r_0/\tan 2\alpha, r_0/\tan 2\alpha)$ 。参照设定的参数, 相干长度  $L_c = 1155\lambda$ , 相比较瑞利距离而言, 在这么短的相干长度内的束腰变化可忽略不计, 即  $\omega(z_1) \approx \omega_0$ ,  $\Psi(z_1)$  和  $R(z_1)$  的变化也可忽略不计, 下面考虑取何种模式的光束入射较为合适。

图 4 给出了相同  $\omega_0$  下不同阶数的 LG 的光强分布, 可见随着阶数的增大, 中心暗斑越来越大, 亮环向  $r$  增大的方向移动。根据前面设置的参数, 为了更充分地传递能量高的环状区域, 选择  $\text{LG}_{04}$  模式。以光强的半峰全宽为标准来看,  $\omega_0 = 1000\lambda$  的  $\text{LG}_{04}$  环形光的内环半径约为  $1020\lambda$ , 外环半径约为  $1850\lambda$ 。

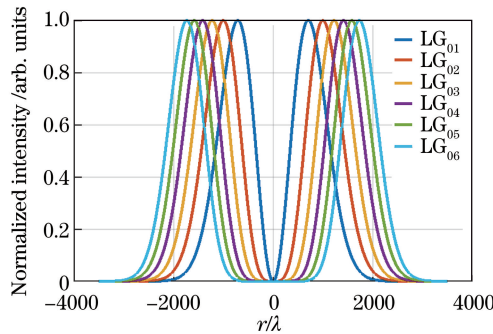


图 4  $\omega_0 = 1000\lambda$  的阶数不同的  $\text{LG}_{0l}$  归一化强度分布

Fig. 4 Normalized intensity distribution of  $\text{LG}_{0l}$  under different orders when  $\omega_0 = 1000\lambda$

相干区域傍轴光场分布为

$$E_z(r, z) = -jk \sin 2\alpha \sqrt{\frac{\lambda(r_0 - z \tan \alpha)}{\tan^3 \alpha}} E_0 \left( \frac{\sqrt{2}\rho}{\omega_0} \right)^l \exp\left(-\frac{\rho^2}{\omega_0^2}\right) \exp(j\epsilon) J_0(kr \sin 2\alpha) \exp(jkz \cos 2\alpha), \quad (21)$$

$$E_r(r, z) = k \cos 2\alpha \sqrt{\frac{\lambda(r_0 - z \tan \alpha)}{\tan^3 \alpha}} E_0 \left( \frac{\sqrt{2}\rho}{\omega_0} \right)^l \exp\left(-\frac{\rho^2}{\omega_0^2}\right) \exp(j\epsilon) J_1(kr \sin 2\alpha) \exp(jkz \cos 2\alpha), \quad (22)$$

式中  $\rho = r_0 - z_1^{(0)} \tan \alpha = 2(r_0 - z \tan \alpha)/(1 + \tan^2 \alpha)$ 。

将  $l=4$  代入 (21)、(22) 式, 由于  $I$  与  $|E|^2$  成正比, 用  $|E|^2$  表示  $I$ , 则可以得到会聚区域的光强分量

$I_z$ 、 $I_r$  的分布如图 5(a)、(c)所示。由于  $I_z \gg I_r$ ，即由  $I_z$  决定横向宽度，得到横向宽度约为  $0.42\lambda$ 。拟合得到的会聚电场强度分布如图 5(e)所示，图 5(b)、(d)、(f)分别为  $z=0$  截面上  $I_z$ 、 $I_r$  及总强度  $I$  的分布。

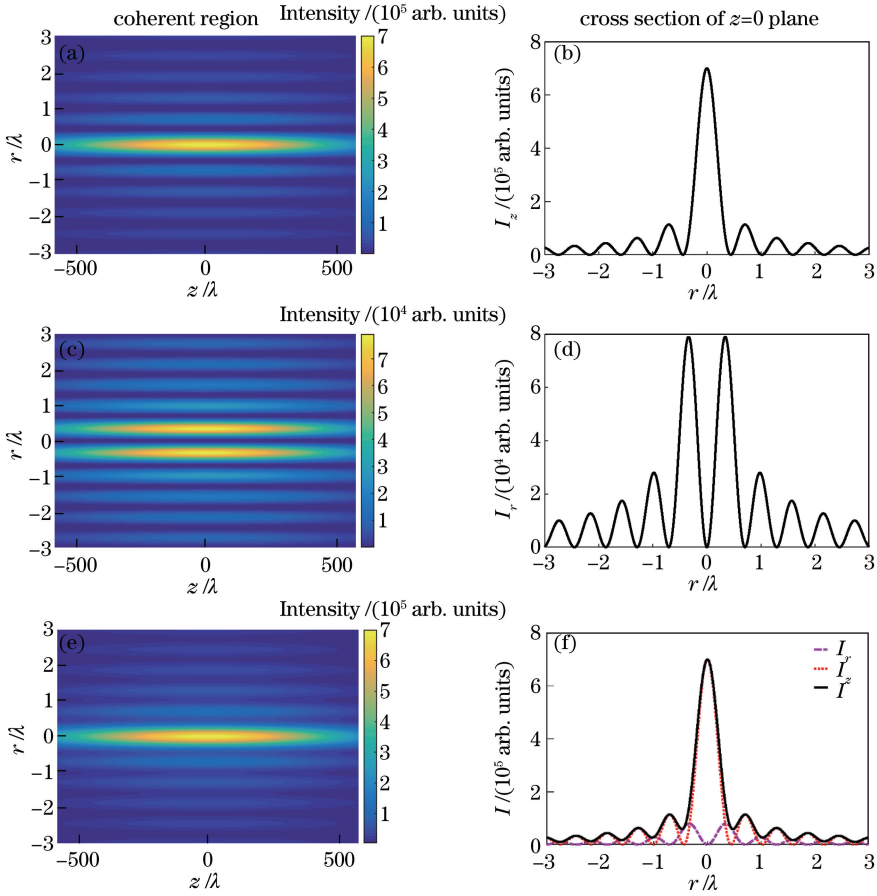


图 5 电场强度分布。(a)(b)  $I_z$ ；(c)(d)  $I_r$ ；(e)(f)  $I$

Fig. 5 Electric field intensity distributions. (a)(b)  $I_z$ ；(c)(d)  $I_r$ ；(e)(f)  $I$

### 3 级联电场的设计

锥面镜结合筒形反射镜的级联电场装置如图 6 所示。该装置由一个锥顶角为  $2\alpha$  的锥面反射镜和底端半径为  $a$  的筒形反射镜构成。通过第 2 节的理论分析可知，垂直入射的径向偏振光经锥面反射镜的反射和会聚后可在光轴附近产生很强的纵向电场，如果在锥面反射镜的光束出射端接一个筒形的反射镜，即可将这样的纵向电场传递下去。假设锥面反射镜和筒形反射镜都具有理想反射面，对入射光只产生一个固定相位增量  $\epsilon$ ，且不会有振幅损失。

由图 6 可以发现，要想将锥面反射镜形成的干涉场最大程度地传递下去，需要筒形反射镜离锥面镜出射

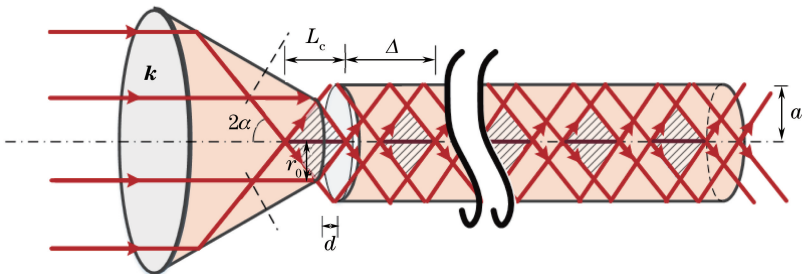


图 6 产生级联电场的系统装置图

Fig. 6 Diagram of device generating cascaded electric field

端很近,或者筒形镜底端半径  $a$  要足够大,否则就会有部分光不能进入筒形镜,从而产生损耗。

在入射光束腰与锥面镜的出射端半径  $r_0$  相当的情况下,相干长度  $L_c = 2r_0 / \tan 2\alpha$ 。光场在无损的筒形反射镜中是周期分布的,周期长度  $\Delta = 2a / \tan 2\alpha$ 。筒形镜的端面和锥面镜的出射端面之间的间距  $d$  需满足  $d < (a - r_0) / \tan 2\alpha$ ,具有理想反射面的筒形镜可以带来轴向上光场的周期性排布,在  $(r, z + N\Delta)$  位置处的电场强度可以表示为

$$E_{(r,z)}(r, z + N\Delta, t) = E_{(r,z)}(r, z) \exp(-j\omega t) \exp\left[jN\left(\frac{k\Delta}{\cos 2\alpha} + \epsilon\right)\right], \quad (23)$$

式中  $\omega$  为光场的角频率,  $-L_c/2 < z < L_c/2$ 。

定义相干长度占空比为

$$\eta = \frac{d}{\Delta} = \frac{r_0}{a}, \quad a \geq r_0. \quad (24)$$

$a$  越接近  $r_0$ ,  $\eta$  越大,当  $a = r_0$  时  $\eta = 1$ ,此时要求锥面镜与筒形镜这两个器件之间的间距  $d = 0$ 。在实际加工过程中,可以将这两者拼接在一起,但还是会存在误差,  $1 - \eta < \gamma$ ,  $\gamma$  为趋近于 0 的小量。事实上,当  $a < r_0$  时,  $\eta$  恒为 1,但是这样就不能完全传输锥面镜形成的相干场,存在损耗,因此不考虑这种情况。理想情况下认为  $a = r_0$  时,  $\eta = 1$ 。

从图 3 和图 5(f)中都可以明显看出,  $I_z$  对  $I$  起主导作用,则对级联电场而言,考虑纵向电场更有意义。接下来讨论  $\eta = 1$  的级联纵向电场的实现条件。

由(12)、(18)式得到周期分布的纵向电场强度  $E_z(z + N\Delta, t)$  为

$$E_z(r, z + N\Delta, t) = E_z(r, z, t) \exp(-j\omega t) \exp\left[jN\left(\frac{k\Delta}{\cos 2\alpha} + \epsilon\right)\right] = A(z, t) \exp[iB(r)] \times J_0(kr \sin 2\alpha) \exp\left\{j\left[k(z + N\Delta) \cos 2\alpha - \omega t + N\left(\frac{k\Delta \sin^2 2\alpha}{\cos 2\alpha} + \epsilon\right)\right]\right\}, \quad (25)$$

式中  $N = 0, 1, 2, \dots, -L_c/2 < z < L_c/2$ 。

图 7 为利用逆切伦科夫效应加速电子的示意图,电子以  $\beta c$  的速度进入光场( $\beta$  为电子的速度与光在真空中速度的比值),速度方向与光速传播方向之间的夹角为  $2\alpha$ (由于电子带负电荷,其真实的运动方向与光束传播方向的夹角应为  $\pi - 2\alpha$ )。当电子沿光波传播方向的速度等于光速时,电子和光能产生有效作用,这就叫做逆切伦科夫效应<sup>[35]</sup>。需要满足切伦科夫条件  $\beta c \cos 2\alpha = v_c$ ,  $v_c$  为光在介质中的传播速度。在真空中,  $\beta \cos 2\alpha = 1$ ,但是超过光速的电子是不存在的,因而在应用中还需要给筒形镜中充入折射率  $n > 1$  的介质气体,切伦科夫条件为

$$n\beta \cos 2\alpha = 1. \quad (26)$$

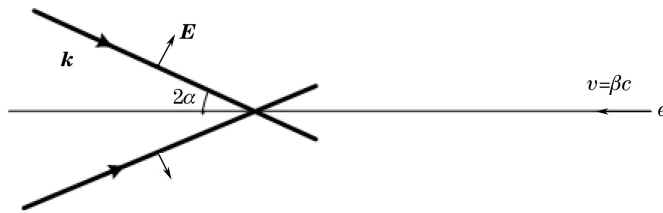


图 7 利用逆切伦科夫效应加速电子的示意图

Fig. 7 Schematic of electron acceleration by reverse Cherenkov effect

在给定  $n$  和  $\beta$  的情况下,选择满足(21)式的  $2\alpha$ ,当满足光速与光场的相位匹配条件时,  $\omega t - kz / \beta$  为一个恒定常数,此时便可进行电子加速。

使用以一定锥顶角传播的径向偏振光作为与电子作用的光场,与普通的线偏振平面波相比,能提供给电子的能量要大得多。由文献[17]、[36]可以得到,将电子与线偏振平面波作用和电子与以一定锥顶角传播的径向偏振光作用能够获得的最大能量可表示为

$$\Delta W_{\max}^{\text{plane, linearly}} = 38.8 \left(\frac{P}{n}\right)^{1/2}, \quad (27)$$



$$\Delta W_{\max}^{\text{conical, radially}} = 68.8 \sin \theta \left( \frac{PL_c}{\lambda} \right)^{1/2}. \quad (28)$$

通常情况下,  $L_c$  会比  $\lambda$  高 3~6 个数量级, 光束尺寸大的情况下  $L_c$  更大, 显而易见, 一定锥角传播的径向偏振光能够让与之作用的电子获得更大的能量。

电子加速器具体的设计是另外一个较为复杂的问题, 需要考虑的条件很多, 如气体的折射率、入射光的功率和初始电子的能量等, 这里不再展开讨论。仅从构造级联的纵向电场这一角度来分析, 为使周期排布产生的相位变化对级联电场加速电子没有影响, 由(25)式可知, 需要满足

$$\frac{k\Delta \sin^2 2\alpha}{\cos 2\alpha} + \epsilon = 2m\pi, \quad (29)$$

式中  $m$  取正整数。假设  $\eta=1$ , 如果想要形成完全的级联纵向电场的情况, 需要满足  $\Delta=L_c$ ,  $L_c$  仍然取入射光束束腰与锥面镜出射端尺寸相当的情况, 即  $L_c=2r_0/\tan 2\alpha$ , 其中  $r_0$  可表示为

$$r_0 = \frac{(2m\pi - \epsilon)\lambda}{4\pi \sin 2\alpha}. \quad (30)$$

根据(30)式, 合适的  $r_0$  取值为一系列离散的点。假设筒形镜是无吸收的、仅产生  $\pi$  相位增量的光学元件,  $2\alpha=60^\circ$ , 其长度为 1 m, 那么  $r_0=[(2m-1)\lambda]/3.464$  ( $m$  取大于 1 的整数)。

如果入射光的尺寸也和锥面镜出射端尺寸相当, 则  $L_c=2r_0/\tan 2\alpha$ , 考虑到实际中理想反射面并不存在, 但还是希望相干长度能够尽可能的长, 以减少反射次数, 那么  $r_0$  应该尽量取较大的值, 如  $m=1732$ , 则  $r_0=999.682\lambda$ ,  $L_c=2r_0/\tan 2\alpha=1154\lambda$ , 电子加速区的长度等于筒形镜长度, 可达 1 m。

由(30)式可见, 级联的纵向电场对  $r_0$  的精确度要求很高, 这一点也将是实际应用中需要解决的一大难点。

## 4 结 论

首先依据基尔霍夫衍射理论计算锥面镜对径向偏振光的会聚特性, 认为径向偏振光经锥面镜会聚后在光轴附近具有很强的纵向电场, 其在横截面上呈零阶贝塞尔函数形式分布。相干长度取决于入射光的横向尺寸、锥面镜的出射端尺寸以及锥面镜锥顶角的大小, 横向宽度也与锥顶角大小有关。经分析, 会聚区域的电场强度比入射光强度大得多。当以束腰为  $1000\lambda$  的  $LG_{04}$  (以光强的半峰全宽为标准来看, 光斑的内环半径为  $1020\lambda$ , 外环半径为  $1850\lambda$ ) 入射, 当锥面镜锥顶角为  $60^\circ$ 、出射端半径为  $1000\lambda$  时, 相干长度为  $1155\lambda$ , 横向宽度为  $0.42\lambda$ 。

通过在锥面镜后增加筒形反射镜的方法, 可以实现纵向电场的级联。筒形镜对级联纵向电场的横向宽度没有影响; 纵向电场的周期由筒形镜的内径和锥面镜的锥顶角决定; 相干长度占空比  $\eta$  与锥面镜出射端半径和筒形镜内径半径有关,  $\eta$  越大, 级联程度越高。若想要光轴上的电场完全级联, 则要求  $\eta=1$ 。当锥面镜出射端半径与筒形镜内半径相等时, 光束利用效率最高。但是, 此时对筒形镜与锥面镜的间距要求很高, 两者要贴紧。如果想要实现完全的电场级联以进行电子加速, 则还需要满足电子在行进过程中与光场能够有固定的相位关系, 这就要求筒形镜的内径只能取由相位关系得到的离散值, 这对锥面镜的出射端孔径和筒形镜内径的精度要求很高。当所采用的锥面镜的锥顶角为  $60^\circ$ , 出射端半径和筒形反射镜的内径均为  $999.682\lambda$  时, 可以实现纵向电场级联、周期为  $1154\lambda$ 、横向宽度为  $0.42\lambda$  以及  $\eta=1$  的分布。当用于电子加速时, 电子加速区长度可随筒形反射镜的长度增大而增大, 可达到米级。这样的设计将进一步挖掘电子加速的潜力。

## 参 考 文 献

- [1] Mushiaki Y, Matsumura K, Nakajima N. Generation of radially polarized optical beam mode by laser oscillation[C]. Proceedings of IEEE, 1972: 1107-1109.
- [2] Hall D G. Vector-beam solutions of Maxwell's wave equation[J]. Optics Letters, 1996, 21(1): 9-11.
- [3] Zhan Q W. Cylindrical vector beams: From mathematical concepts to applications[J]. Advances in Optics and Photonics, 2009, 1(1): 1-57.
- [4] Quabis S, Dorn R, Eberler M, et al. Focusing light to a tighter spot[J]. Optics Communications, 2000, 179(1/2/3/4/5/6): 1-7.

- [5] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(23): 233901.
- [6] Yan Jie, Lu Yonghua, Wang Pei, *et al.* Study of focal spot of radially polarized beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(12): 3597-3603.  
阎杰, 鲁拥华, 王沛, 等. 径向偏振光聚焦光斑研究[J]. *光学学报*, 2010, 30(12): 3597-3603.
- [7] Zheng Xiao, Yang Yanfang, He Ying, *et al.* Tight focusing of double-ring-shaped Bessel-Gaussian radially polarized beam through a dielectric interface[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(4): 0426001.  
郑晓, 杨艳芳, 何英, 等. 双环贝塞尔-高斯径向偏振光束经介质分界面的强聚焦[J]. *光学学报*, 2016, 36(4): 0426001.
- [8] Cai Xunming, Zhao Jingyun, Fan Menghui, *et al.* Effect of elliptic annular aperture on focusing of radially polarized beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(3): 0326002.  
蔡勋明, 赵晶云, 范梦慧, 等. 椭圆环光阑对径向偏振光聚焦研究的影响[J]. *光学学报*, 2016, 36(3): 0326002.
- [9] Wang H, Yuan G, Tan W, *et al.* Spot size and depth of focus in optical data storage system[J]. *Optical Engineering*, 2007, 46(6): 065201.
- [10] Zhan Q W. Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization[J]. *Optics Express*, 2004, 12(15): 3377-3382.
- [11] Peng F, Yao B, Yan S, *et al.* Trapping of low-refractive-index particles with azimuthally polarized beam[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2009, 26(12): 2242-2247.
- [12] Liu Z, Jones P H. Fractal conical lens optical tweezers[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(1): 1-11.
- [13] Allegre O J, Perrie W, Edwardson S P, *et al.* Laser microprocessing of steel with radially and azimuthally polarized femtosecond vortex pulses[J]. *Journal of Optics*, 2012, 14(8): 085601.
- [14] Niziev V G, Nesterov A V. Influence of beam polarization on laser cutting efficiency[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1999, 32(13): 1455-1461.
- [15] Gu M, Kang H, Li X. Breaking the diffraction-limited resolution barrier in fiber-optical two-photon fluorescence endoscopy by an azimuthally-polarized beam[J]. *Scientific Reports*, 2014: 3627.
- [16] Youngworth K S, Brown T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. *Optics Express*, 2000, 7(2): 77-87.
- [17] Fontana J R, Pantell R H. A high-energy, laser accelerator for electrons using the inverse cherenkov effect[J]. *Journal of Applied Physics*, 1983, 54(8): 4285-4288.
- [18] Salamin Y I. Low-diffraction direct particle acceleration by a radially polarized laser beam[J]. *Physics Letters A*, 2010, 374(48): 4950-4953.
- [19] Kimura W D, Kim G H, Romea R D, *et al.* Laser acceleration of relativistic electrons using the inverse cherenkov effect[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 74(4): 546-549.
- [20] Kimura W D, Steinhauer L C, Kim G H, *et al.* Update on the aft inverse cerenkov laser acceleration experiment[C]. *Proceedings of the 1993 Particle Accelerator Conference*, 1993: 2564-2566.
- [21] Goodman J W, Gustafson S C. *Introduction to fourier optics*[M]. 2<sup>nd</sup> ed. New York: McGraw-Hill, Inc., 1996: 79-110.
- [22] Born M, Wolf E. *Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*[M]. 2<sup>nd</sup> ed. Oxford City: Cambridge University Press, 1964: 375-382.
- [23] McLeod J H. The axicon: A new type of optical element[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1954, 44(8): 592-597.
- [24] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 1959, 253(1274): 358-379.
- [25] Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. I. An integral representation of the image field[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 1959, 253(1274): 349-357.
- [26] Prabakaran K, Chandrasekaran R, Mahadevan G, *et al.* Tight focusing of generalized cylindrical vector beam with high NA lens axicon[J]. *Optics Communications*, 2013, 295: 230-234.
- [27] Ushakova E E, Kurilkina S N. Formation of Bessel light pulses by means of a conical mirror[J]. *Journal of Applied Spectroscopy*, 2011, 77(6): 827-831.
- [28] Kuntz K B, Braverman B, Youn S H, *et al.* Spatial and temporal characterization of a Bessel beam produced using a

- conical mirror[J]. *Physical Review A*, 2009, 79(4): 043802.
- [29] Zhu M N, Cao Q, Gao H. Creation of a 50000 lambda long needle-like field with 0.36 lambda width[J]. *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, 2014, 31(3): 500-504.
- [30] Borovikov V A. Uniform stationary phase method[J]. *Theoretical & Mathematical Physics*, 1994, 2(1): 21-25.
- [31] Conde O M, Perez J, Catedra M F. Stationary phase method application for the analysis of radiation of complex 3-D conducting structures[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation Society*, 2001, 49(5): 724-731.
- [32] Zhao Tingyu, Liu Qinxiao, Yu Feihong. The point spread function analysis in a wavefront coding system based on stationary phase method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(7): 074207.  
赵廷玉, 刘钦晓, 余飞鸿. 波前编码系统的点扩散函数稳相法分析[J]. *物理学报*, 2012, 61(7): 074207.
- [33] Pan Chao. Study on applied research in optics of stationary phase method and ambiguity function[J]. *Journal of Hubei Polytechnic University*, 2010, 26(4): 39-42.  
潘 超. 运用稳相法和模糊函数设计离焦不敏感光学系统[J]. *湖北理工学院学报*, 2010, 26(4): 39-42.
- [34] Zhou Bingkun, Gao Yizhi, Chen Tirong, *et al.* Principles of laser [M]. 6<sup>th</sup> ed. Beijing: National Defense of Industry Press, 2009: 74.  
周炳坤, 高以志, 陈侗嵘, 等. 激光原理[M]. 6版. 北京: 国防工业出版社, 2009: 74.
- [35] Dyakonov M I, Varshalovich D A. Optical modulation of electron beam by inverse Cerenkov effect[J]. *Physics Letters A*, 1971, 35(4): 277-278.
- [36] Edighoffer J A, Kimura W D, Pantell R H, *et al.* Free-electron interactions with light using the inverse cerenkov effect [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1981, 17(8): 1507-1514.