

用于双飞秒激光高精度绝对测距的卡尔曼滤波算法研究

于佳禾, 师浩森, 宋有建, 曹辉, 胡明列, 王清月

天津大学精密仪器与光电子工程学院超快激光研究室, 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072

摘要 双飞秒激光绝对距离测量系统具有测量精度高、更新速率快的优点,然而测量过程中的高斯白噪声会造成测距精度的降低。提出了一种基于卡尔曼滤波技术的提高双飞秒激光绝对距离测量精度的方法,即通过建立卡尔曼滤波状态空间模型得到测量结果的最优状态估计,大幅度降低随机过程引入的测量精度损失,同时可以得到速度信息估计值。实验结果表明,目标静止时卡尔曼滤波技术可将测量标准差降低近一个数量级;目标匀速运动时,稳定状态下三维状态空间模型估计的速度标准差约 $4 \mu\text{m/s}$ 。

关键词 遥感; 飞秒激光; 激光测距仪; 卡尔曼滤波; 测速

中图分类号 TN247

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201744.0610001

Study on Kalman Filtering in High-precision Absolute Distance Measurement Based on Dual Femtosecond Lasers

Yu Jiahe, Shi Haosen, Song Youjian, Cao Hui, Hu Minglie, Wang Qingyue

Ultrafast Laser Laboratory, College of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Key Laboratory of Opto-Electronic Information Technical Science of Ministry of Education, Tianjin 300072, China

Abstract The absolute distance measurement system based on dual femtosecond lasers has the advantages of high measurement precision and high update rate. However, the effect of white Gaussian noises during the measurement will result in the decrease of measurement precision. The method based on Kalman filtering technique is proposed to improve the absolute distance measurement precision based on dual femtosecond lasers. The Kalman filtering state space model is established to obtain the optimal state estimation of the distance measurement results, which can greatly reduce the measurement precision loss introduced by the stochastic process and meanwhile output the optimal estimated speed value. The experimental results show that the standard deviation of the distance measurement is reduced by nearly an order of magnitude by using the Kalman filtering technique when the target is in a statistic state. The standard deviation of the estimated speed is about $4 \mu\text{m/s}$ when the target is moving at a uniform speed.

Key words remote sensing; femtosecond laser; laser range finder; Kalman filtering; velocimetry

OCIS codes 280.3400; 140.7090; 280.7250

1 引言

在绝对距离测量领域,飞秒量级超短脉冲极大地提高了绝对距离测量的测量精度^[1]。2000年,Minoshima等^[2]使用飞秒激光器演示了绝对距离测量,这项新的距离测量技术得到了国内外广泛的关注^[3-9]。尤其是近年来基于双光梳的绝对距离测量技术的出现,实现了对测量精度和测距量程的稳步提升^[4,8]。美国国家标准技术研究所(NIST)的Coddington等^[4]曾使用两台基于飞秒激光器的光学频率梳作为光源,在1.5 m的模糊范围、200 μs 的采样时间下实现了测量精度为3 μm 的绝对距离测量。2011年,Liu

收稿日期: 2017-01-22; **收到修改稿日期:** 2017-02-19

基金项目: 国家自然科学基金(61675150,61535009)、长江学者和创新团队发展计划(IRT13033)

作者简介: 于佳禾(1993—),女,硕士研究生,主要从事飞秒激光测距方面的研究。E-mail: jiaheyu@tju.edu.cn

导师简介: 宋有建(1981—),男,博士,副研究员,主要从事飞秒激光技术方面的研究。

E-mail: yjsong@tju.edu.cn(通信联系人)

等^[8]采用两台自由运转的飞秒激光器在约 0~1 m 的测量距离上实现了采样时间为 140 μs、测量精度为 2 μm 的绝对距离测量。由于只使用激光的飞行时间进行测量,该测距系统结构的复杂性较双光梳而言大为降低,且测量精度能够满足大部分工业测量的要求。

对于星间测距、大尺寸工业制造等应用而言,由于存在控制定位及对运动目标的跟踪测量等需求,因此绝对距离测量的测量精度和实时性成为评价测距系统的重要指标。本课题组曾讨论脉冲时间抖动对绝对距离测量结果的影响^[10]和影响测量精度的因素^[11],其中高斯白噪声对于测距结果测量精度的影响显著。通过多次测量取平均值的方式可减小测距系统测量标准差至亚微米量级,但这将大幅降低测距系统的实时性,无法发挥双光梳测距方法高更新速率实时测量的优势。因此,如何在保证测距系统实时性的前提下,即保证测距结果高更新速率的前提下减小随机过程对测量过程的影响、在保证测量系统准确度的同时提升系统测量精密性,是本文着重讨论之处。

卡尔曼滤波技术是一种满足最小均方差估计的递归滤波技术,是去除测量过程中产生的高斯噪声的一种常用技术^[12],在目标跟踪、导航控制、雷达系统、计算机图像处理方面有着十分广泛的应用^[13-15]。其观测噪声和状态噪声都是符合高斯过程的白噪声。2014 年,Tao 等^[16]在基于扫频干涉仪的动态距离测量中应用了卡尔曼滤波技术,实现了高精度的动态测量,其中静态过程的测量精度与未经卡尔曼滤波的结果相比提升了 1 个数量级以上。本文将离散卡尔曼滤波技术应用于基于双飞秒激光器的实时绝对距离测量系统,通过建立以三维列向量为状态向量的三维卡尔曼滤波动态模型,以迭代方程求得当前时刻最优状态估计,在保证测量准确度的基础上减小随机噪声对系统和测量的影响,还原出尽可能准确的状态估计值,提高测量精度,同时可以得到目标在实时状态下的速度信息。

2 双飞秒激光测距原理

双飞秒激光测距系统由两台独立、自由运转的被动锁模飞秒激光器、光学互相关系统和数据采集及处理部分组成,实验装置如图 1 所示。其原理是通过非线性光学下采样对测距光脉冲信号展宽,再由飞行时间间隔计算出待测距离值。实验中使用两台重复频率约为 $f_r = 73.817$ MHz 的全偏保光纤飞秒激光器分别作为信号光和本振光。如图 1 所示,信号光分别经过 30% 反射率的参考镜和目标镜反射后通过光纤环形器和半波片(HWP),并与先后通过了光纤隔离器(ISO)和 HWP 的本振光在偏振分光棱镜(PBS)处合束,之后通过周期极化钛氧磷酸钾(PPKTP)倍频晶体进入互相关系统,由光电探测器(APD)进行信号探测。信号光和本振光两台激光器之间具有微小的重复频率差 $\Delta f_r \approx 1.5 \sim 2$ kHz,该重复频率差引入微小周期差。微小周期差使得用本振激光脉冲对信号光脉冲序列进行扫描时,可通过强度互相关在不同周期中对信号光脉冲的不同部分进行采样,得到测量光脉冲的等效采样信号,该信号将飞秒量级的光脉冲在时间上拉伸 $N = f_r / \Delta f_r$ 倍。一个周期下的参考信号和目标信号及下一个周期的参考信号的等效采样信号(分别用 S_{ref1} 、 S_{tar1} 、 S_{ref2} 表示)及 S_{ref1} 的局部放大图如图 2 所示,均呈高斯型。相邻两个参考信号间的时间差为 $1/\Delta f_r$ 。等效采样信号通过采样率为 100 MS/s、14 bit 的高速数字化仪(PXIe-5122, National Instruments, 美国)的采样和计算机的信号处理及拟合,得到参考脉冲和目标脉冲的等效中心时间值 t_{ref1} 、 t_{tar1} 和 t_{ref2} 。

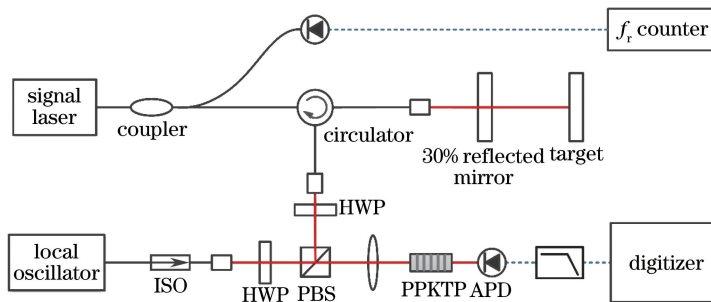


图 1 双飞秒激光绝对距离测量系统实验装置图

Fig. 1 Experimental setup of the absolute distance measurement system based on dual femtosecond lasers

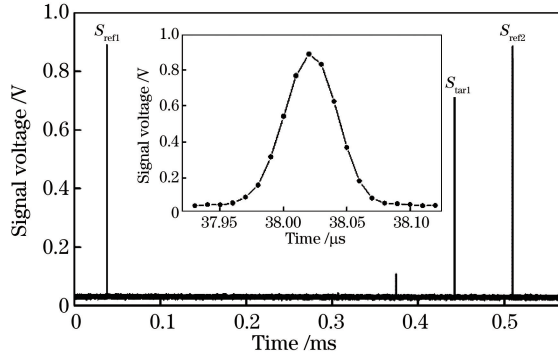


图 2 双飞秒激光绝对距离测量中的等效采样测距信号及首个参考信号的局部放大图

Fig. 2 Equivalent sampling signals and local enlargement figure of the first reference signal in the absolute distance measurement system

因此,待测距离可以表示为

$$L_M = \frac{c}{2n_g} \cdot (t_{tar1} - t_{ref1}) \cdot \frac{\Delta f_r}{f_r} = \frac{c}{2n_g} \cdot \frac{(t_{tar1} - t_{ref1})}{(t_{ref2} - t_{ref1})} \cdot \frac{1}{f_r}, \quad (1)$$

式中 c 表示真空中光速; n_g 表示空气的折射率; t_{ref1} 、 t_{tar1} 和 t_{ref2} 分别表示采样获得的一个周期的参考信号、目标信号和下一个周期的参考信号对应的高斯拟合中心时间; f_r 表示信号激光的重复频率。

对于前文所述的测量精度而言,影响双飞秒激光测距系统测量精度的因素包括激光器量子噪声的影响、激光器重复频率稳定性的影响及数据采集与处理的影响等^[11]。其中激光器的重复频率在不锁定激光器腔长的情况下,受环境中振动、温度等因素影响。为了尽量减小重复频率漂移的影响,实验中使用频率计数器(Frequency Counter 53220A, Agilent, 美国)对激光器的重复频率值进行实时更新。然而测量系统中仍然存在一定的随机噪声的影响,如目标镜的抖动、数据采集中产生的随机噪声等。同时,激光器内量子噪声引起的时间抖动反映在测距结果上的影响也呈高斯分布。虽然通过多次平均可以减小测量结果中随机误差造成的影响,但是也会造成更新速率的降低,无法满足对实时性要求较高的测量任务的要求。

3 基于卡尔曼滤波技术的测距模型建立

为了减小随机过程对测量过程的影响,建立了基于卡尔曼滤波技术的双飞秒激光测距系统的离散化动态模型。目标处于运动状态时,设动态模型的状态向量 \mathbf{x} 为三个元素的列向量, $\mathbf{x} = [L, v, a]^T$, 则对与时间 t 相关的实际距离值 $L_M(t)$ 进行泰勒二阶展开,可以得到

$$L_M(t + \Delta T) = L_M(t) + v(t)\Delta T + \frac{1}{2}a(t)\Delta T^2, \quad (2)$$

式中 ΔT 为飞秒测距系统测量的时间间隔; $v(t)$ 是 $L(t)$ 关于时间 t 的一阶导数; $a(t)$ 是 $L(t)$ 关于时间 t 的二阶导数,由于采样时间短, $a(t)$ 在 ΔT 内可以看作一个常量。每经过 ΔT 的采样时间,系统状态向量由 $\mathbf{x}(t)$ 变为 $\mathbf{x}(t + \Delta T)$, 经离散化后相当于由 \mathbf{x}_k 演化为 \mathbf{x}_{k+1} 。则对(2)式进行离散化处理可得

$$L_{k+1} = L_k + v_k \Delta T + \frac{1}{2} a_k \Delta T^2, \quad (3)$$

离散卡尔曼滤波的状态方程及观测方程分别表示为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (4)$$

$$z_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + v_k, \quad (5)$$

式中 z_k 为系统观测量,即双飞秒激光测距系统的测量结果; $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T & \frac{1}{2}\Delta T^2 \\ 0 & 1 & \Delta T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0]$ 分别表示系统的状态转移矩阵和观测矩阵; $\mathbf{B} = [0 \ 0 \ 1]^T$ 是控制矩阵,表示控制量 \mathbf{u} 作用于当前状态的加速度

项, $\mathbf{B}u_k$ 表示系统的输入向量; \mathbf{w}_k 、 v_k 分别表示过程噪声和观测噪声, 它们是互不相关的零均值高斯白噪声,

其协方差矩阵分别为 $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_w^2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{R} = [\sigma_v^2]$ 。由于测距系统中观测量仅为距离信息, 因此 z_k 及观测噪声 v_k 是一维标量。

目标处于静止状态时, 为获得更优的测量更新速率, 可将状态空间模型的状态向量简化为一维模型, 即 $F=1$, $H=1$, $B=0$, $\mathbf{Q}=\sigma_w^2$, $\mathbf{R}=\sigma_v^2$ 。

根据以上给出的线性系统模型和系统基本方程, 可以通过图 3 所示的卡尔曼滤波的 5 个基本迭代方程得到系统状态向量的优化估计值。

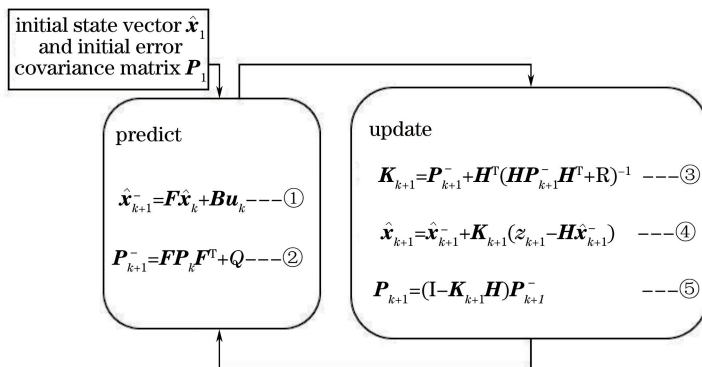


图 3 卡尔曼滤波器的基本迭代方程及计算过程图示
 Fig. 3 Diagram of iteration formulas of the Kalman filter

图 3 中 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ 分别表示根据 k 时刻的最优估计值估计得到的 $k+1$ 时刻的先验状态估计和在 $k+1$ 时刻的最优状态估计; $\hat{\mathbf{P}}_{k+1}^-$ 和 $\hat{\mathbf{P}}_{k+1}$ 分别表示 $k+1$ 时刻的先验估计协方差矩阵和最优估计协方差矩阵; \mathbf{K}_{k+1} 表示 $k+1$ 时刻的卡尔曼系数, 又称滤波增益阵, 是实际观测值与预估值之间残差的加权矩阵。这 5 个基本迭代方程中, ①表示了状态预测情况, 即通过将上一时刻的最优估计值带入状态空间模型对本时刻做出状态的预测; ②表示了系统每一时刻之间不确定性的传递; ③是对卡尔曼滤波增益阵的计算; ④将本时刻的状态预测值用观测信息进行修正, 得本时刻最优估计值; ⑤更新了最优估计值的噪声分布。根据这 5 个基本方程, 即可完成上一时刻到这一时刻的递推, 组成迭代方程。

4 基于卡尔曼滤波的动态测距性能测试实验结果

4.1 卡尔曼滤波模型的主要参数选取

离散卡尔曼滤波的采样时间很大程度上影响了动态滤波的效果, 尽可能短的采样时间有益于保持测距结果的准确程度。同时, 短采样时间有利于保持测距系统的高更新速率。本文影响采样时间的主要因素是计算机进行数据实时处理和滤波迭代计算的速度, 实际采样时间为 $\Delta T = 5 \text{ ms}$, 即更新速率为 200 Hz。卡尔曼滤波的另一个重要问题是确定方程中各项参数和状态向量初值 \mathbf{x} 。对于状态向量 $\mathbf{x} = [L, v, a]^T$ 而言, 当目标处于静止状态时, 使用一维模型, L 的初值设置为初始 2 s 内的 400 个距离测量结果的平均值, v 和 a 的初值设置为 0; 当目标运动时使用三维模型, L 的初值设置为距离测量初值, v 和 a 的初值为估计值。 \mathbf{P}_k 的

初值通常设为 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。 σ_w^2 是一个经验值, 根据滤波后最优状态估计值的准确程度及滤波去噪效果的好坏主观给出。 σ_v^2 是测距系统本身的观测噪声量, 可由目标静止时原始测距结果数据的方差给出。

4.2 对静止目标绝对距离测量的性能测试实验结果

实验中首先验证了目标静止的状态下基于卡尔曼滤波技术的动态绝对距离测量系统性能, 未经滤波和经过滤波后的测距结果如图 4 所示。由图 4 可知, 除激光器本身性能的影响, 数据采集和处理、空气扰动、目

标镜微小振动和温度等因素影响的存在使未经处理的测距结果存在约±15 μm范围的波动,距离测量结果分布直方图如图4(b)所示,呈高斯分布。如图4(a)所示,经过卡尔曼滤波的去噪处理之后,测距结果测量精度大幅提高。同时,通过在程序中自动采集状态向量首项(位置信息)和测量系统观测噪声量 σ_w^2 ,滤波过程无需经过初始阶段的稳定。设定 $\sigma_w=0.01\ \mu\text{m}$ 时,滤波前3000组数据的平均值为2386576.18899 μm,数据标准差为5.233 μm;滤波后平均值为2386576.19094 μm,数据标准差为0.558 μm。因此,卡尔曼滤波过程对距离测量结果的准确程度影响仅为纳米量级,同时将测距精度提高了一个数量级左右。

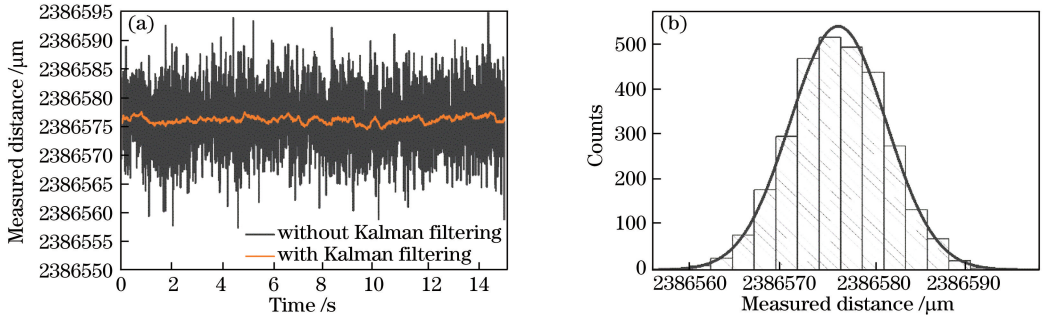


图4 静止状态下未经卡尔曼滤波及使用卡尔曼滤波技术所得距离测量值(a)和测距结果直方图(b)

Fig. 4 Performance of dynamic absolute distance measurement in static state with and without Kalman filtering (a) and histogram of the measured distance results (b)

目标静止状态下,使用数据平均的方式提升测量精度是一种常用方法。图5是测距结果的艾伦偏差图,表示了对测量结果平均不同次数,即不同采样时间下的测量精度的变化情况。如图5所示,采样时间越长,即平均次数越多,则测量结果艾伦偏差越小,如5 ms采样时间下测量结果艾伦偏差为5.233 μm,0.5 s采样时间下测量结果艾伦偏差约为0.5 μm。由图5可知,其牺牲测距系统测量更新速率的缺点显而易见,这对于要求高度实时性的测距应用而言不适用。滑动平均是另一种提升测量精度的常用方法,属于低通时域滤波方法。表1列出了对图4中测量结果进行不同参数的卡尔曼滤波和滑动平均的处理结果。由表1可知,卡尔曼滤波中过程噪声参数 σ_w^2 越低,测量精度越高,测量均值与原始数据差值小于10 nm;滑动平均的平均次数越高,测量精度越高,但测量均值与原始数据差值相对较大,约为20 nm。同时,滑动平均的方法局限于目标静止状态,对于动态目标而言滑动平均的结果是错误的。卡尔曼滤波的方法则适用于动态目标的绝对距离测量。

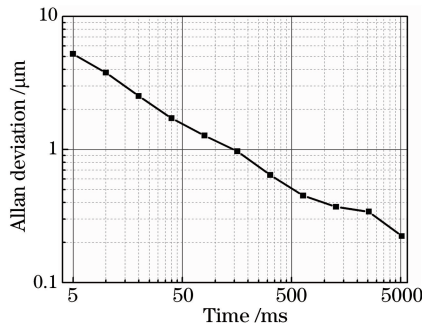


图5 静止状态下未经卡尔曼滤波的绝对距离测量结果艾伦偏差图

Fig. 5 Allan deviation of absolute distance measurement results without Kalman filtering in static state

表1 目标静止状态下原始测距结果与卡尔曼滤波结果、滑动滤波结果对比

Table 1 Contrast of results of dynamic absolute distance measurement in static state with and without Kalman filtering and with moving average

Measured Distance		With Kalman filtering			Moving average		
Mean / μm	Standard deviation / μm	$\sigma_w / \mu\text{m}$	Mean / μm	Standard deviation / μm	Average times	Mean / μm	Standard deviation / μm
2386576.18899	5.233	0.01	2386576.19094	0.558	100	2386576.20423	0.583
		0.005	2386576.19179	0.476	200	2386576.21107	0.432
		0.001	2386576.19772	0.341	500	2386576.20576	0.352

4.3 对运动目标绝对距离测量的动态性能测试实验结果

为验证目标运动时基于卡尔曼滤波技术的绝对距离测量系统动态性能,将目标镜放置在位移平台(M-405.DG,PI,上海)上,调节位移平台移动方向与测距光束方向平行。控制位移平台由同一位置分别以 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 mm/s 的速度运动。实验中位移平台性能决定了其最大运动速度为 1 mm/s,但卡尔曼滤波三维状态空间模型可跟踪的目标速度原理上并不受限。图 6(a)~(c)是未经卡尔曼滤波及使用卡尔曼滤波技术所得的绝对距离测量值比较,可以看出该算法中卡尔曼滤波的结果可以很好地跟随绝对距离测量的原始结果,并且即使在目标由静止至运动状态发生突变时,距离测量也无需较长稳定时间。如图 6(a)中局部放大图所示,距离测量结果标准差大大减小。图 6(d)是位移平台分别以 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 mm/s 的速度一维运动时三维状态空间模型得到的速度最佳估计值。从图 6(d)可以看出,目标运动状态突变时速度最优估计需要经过时间为 1~2 s 的稳定过程,稳定后估计速度平均值与位移平台设定值间差值小于 1 $\mu\text{m/s}$,数据标准差约为 4 $\mu\text{m/s}$ 。

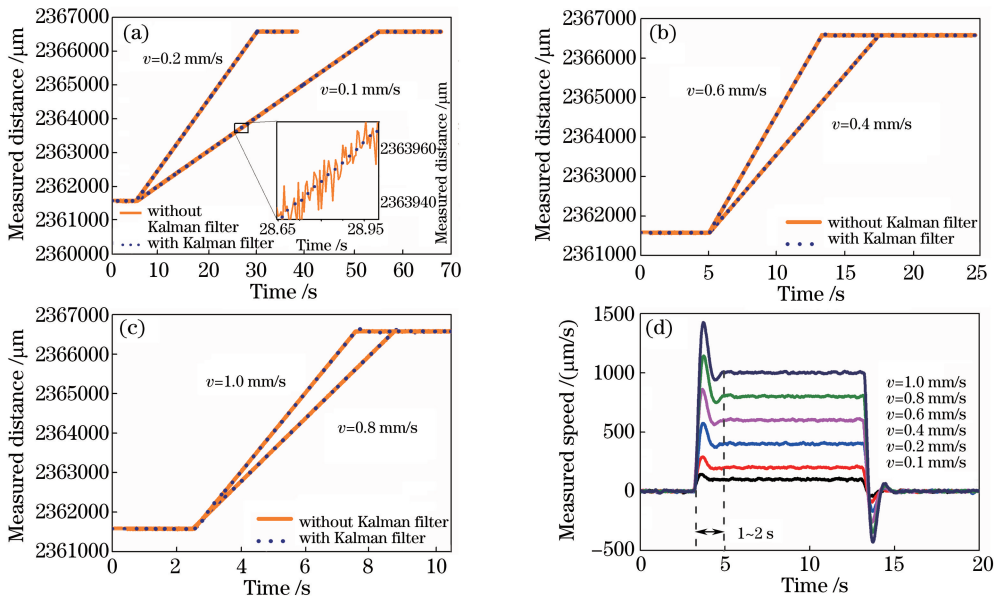


图 6 运动状态下未经卡尔曼滤波及使用卡尔曼滤波技术所得距离测量值。(a) $v=0.1$ mm/s 及 $v=0.2$ mm/s 测距结果;
(b) $v=0.4$ mm/s 及 $v=0.6$ mm/s 测距结果;(c) $v=0.8$ mm/s 及 $v=1.0$ mm/s 测距结果;
(d) $v=0.1$ mm/s、 $v=0.2$ mm/s、 $v=0.4$ mm/s、 $v=0.6$ mm/s、 $v=0.8$ mm/s 及 $v=1.0$ mm/s 速度估计结果

Fig. 6 Performance of dynamic absolute distance measurement with and without Kalman filtering. (a) Measured distance when $v=0.1$ mm/s and $v=0.2$ mm/s; (b) measured distance when $v=0.4$ mm/s and $v=0.6$ mm/s; (c) measured distance when $v=0.8$ mm/s and $v=1.0$ mm/s; (d) estimated speed when $v=0.1$ mm/s, $v=0.2$ mm/s, $v=0.4$ mm/s, $v=0.6$ mm/s, $v=0.8$ mm/s and $v=1.0$ mm/s

5 结 论

建立了卡尔曼滤波状态空间模型,在不牺牲双飞秒激光绝对距离测量系统更新速率的前提下提升测量精度约 1 个数量级,同时给出动态过程中的速度信息估计。这一结果大大削弱了飞秒激光测距系统中随机噪声的影响,可应用于高精度工程测量。通过提升数据采集及处理的硬件性能和优化滤波算法可进一步提升测量系统更新速率。动态测量过程中,可跟踪的目标物体速度理论上不受卡尔曼状态空间模型限制。目标物体的运动状态不局限于匀速运动,使用动态三维模型时,只要根据实际情况给出适当的系统输入向量 u_k ,即可实现目标在变加速运动状态下的动态测量,可应用于测量微小振动、物体微小形变等工程应用。在当前的三维状态空间模型中,由于采样时间较短,假定加速度在一个采样时间内为恒定值,因此,对于变加速运动的物体而言,距离测量更新速率越高,可跟踪的目标最大加速度越大。

参 考 文 献

- [1] Fontaine J J, Diels J C, Wang C Y, *et al.* Subpicosecond-time-domain reflectometry[J]. *Opt Lett*, 1981, 6(9): 405-407.
- [2] Minoshima K, Matsumoto H. High-accuracy measurement of 240-m distance in an optical tunnel by use of a compact femtosecond laser[J]. *Appl Opt*, 2000, 39(30): 5512-5517.
- [3] Ye J. Absolute measurement of a long, arbitrary distance to less than an optical fringe[J]. *Opt Lett*, 2004, 29(10): 1153-1155.
- [4] Coddington I, Swann W C, Nenadovic L, *et al.* Rapid and precise absolute distance measurements at long range[J]. *Nat Photonics*, 2009, 3(6): 351-356.
- [5] Wu Tengfei, Liang Zhiguo, Yan Jiahua. Theoretical study on air dispersion compensation in the distance measurement of femtosecond pulsed laser[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(12): 1208004.
武腾飞, 梁志国, 严家骅. 飞秒激光测距中空气色散补偿理论研究[J]. *中国激光*, 2012, 39(12): 1208004.
- [6] Wu Xuejian, Li Yan, Wei Haoyun, *et al.* Femtosecond optical frequency combs for precision measurement applications [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(3): 030001.
吴学健, 李岩, 尉昊贇, 等. 飞秒光学频率梳在精密测量中的应用[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(3): 030001.
- [7] 秦鹏, 宋有建, 胡明列, 等. 基于飞秒脉冲飞行时间的任意长绝对距离测量[J]. *中国激光*, 2012, 39(8): 0803004.
- [8] Liu T A, Newbury N R, Coddington I. Sub-micron absolute distance measurements in sub-millisecond times with dual free-running femtosecond Er fiber-lasers[J]. *Opt Express*, 2011, 19(19): 18501-18509.
- [9] Xu Liming, Song Youjian, Liang Fei, *et al.* All polarization maintaining fiber based dual-comb high precision absolute distance measurement system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(s2): s212001.
许立明, 宋有建, 梁飞, 等. 全保偏光纤化的双光梳高精度绝对测距系统[J]. *光学学报*, 2015, 35(s2): s212001.
- [10] Shi H, Song Y, Liang F, *et al.* Effect of timing jitter on time-of-flight distance measurements using dual femtosecond lasers[J]. *Opt Express*, 2015, 23(11): 14057-14069.
- [11] Liang Fei, Song Youjian, Shi Haosen, *et al.* Measurement precision analysis for the rapid ranging systems based on dual femtosecond lasers[J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2015, 26(8): 1553-1560.
梁飞, 宋有建, 师浩森, 等. 双飞秒激光测距系统的测量精度分析[J]. *光电子 • 激光*, 2015, 26(8): 1553-1560.
- [12] Chui C K, Chen G. Kalman filtering with real-time applications[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1987: 217-228.
- [13] Cen M, Luo D. Error-space estimation method and simplified algorithm for space target tracking[J]. *Appl Opt*, 2010, 49(28): 5384-5390.
- [14] Zander T E, Madyastha V, Patil A, *et al.* Phase-step estimation in interferometry via an unscented Kalman filter[J]. *Opt Lett*, 2009, 34(9): 1396-1398.
- [15] Wang Dan, Zhao Xin, Zou Yonggang, *et al.* Research on filtering algorithm based on laser ranging system[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(10): 101402.
王丹, 赵鑫, 邹永刚, 等. 基于激光测距系统的滤波算法研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(10): 101402.
- [16] Tao L, Liu Z, Zhang W, *et al.* Frequency-scanning interferometry for dynamic absolute distance measurement using Kalman filter[J]. *Opt Lett*, 2014, 39(24): 6997-7000.