

# 线偏振光与圆偏振光后向散射偏振保持能力

戴俊, 高隽, 范之国

合肥工业大学计算机与信息学院, 安徽 合肥 230009

**摘要** 通过蒙特卡罗仿真方法, 分析了在不同尺度粒子的散射介质中线偏振光与圆偏振光后向散射的偏振保持能力, 并运用瑞利散射和米散射理论对二者散射时偏振态的微观变化进行对比研究。结果表明, 后向散射偏振保持能力与入射光的偏振态和粒子尺度均有关。对于瑞利散射粒子, 线偏振光具有更强的偏振保持能力; 对于米散射粒子, 圆偏振光具有更强的偏振保持能力。

**关键词** 散射; 后向散射; 偏振保持能力; 蒙特卡罗方法; 线偏振光; 圆偏振光

**中图分类号** O436.3      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/CJL201744.0505002

## Polarization-Maintaining Capacity of Backscattered Linearly and Circularly Polarized Lights

Dai Jun, Gao Jun, Fan Zhiguo

School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230009, China

**Abstract** The polarization-maintaining capacities of the backscattered linearly and circularly polarized lights in the scattering media composed of particles with different sizes are analyzed with the Monte Carlo simulation method. The comparative research of the micro-change in polarization states between the linearly and the circularly polarized lights in the process of every scattering event is performed by using the Rayleigh and Mie scattering theories. The results show that the polarization-maintaining capacity depends on the polarization state of incident lights and the size of the particles. As for the Rayleigh-scattering particles, the linearly polarized light has a stronger polarization-maintaining capacity. While as for the Mie-scattering particles, the circularly polarized light has a stronger polarization-maintaining capacity.

**Key words** scattering; backscattering; polarization-maintaining capacity; Monte Carlo method; linearly polarized light; circularly polarized light

**OCIS codes** 290.3200; 290.5850; 290.5855; 290.5870

## 1 引言

光在浑浊介质中传播时, 多次散射会使其方向、相位和偏振态发生改变, 导致光学成像质量下降。偏振成像技术能够对入射光的偏振态进行合适的筛选, 滤除介质的散射光子, 保留目标的成像光子。偏振成像技术能探测到强度成像技术无法感知的目标, 增大探测范围, 提升成像的对比度和分辨率<sup>[1-3]</sup>, 在目标探测<sup>[4]</sup>、生物医学<sup>[5]</sup>、大气遥感<sup>[6]</sup>、天文学<sup>[7]</sup>等领域引起广泛关注。

对偏振光传输特性的研究一般是通过辐射传输方程或蒙特卡罗方法对多次散射进行建模、仿真和实测, 并通过统计偏振光经过介质多次散射传输后的偏振量变化规律来分析偏振传输特性<sup>[8-11]</sup>。偏振度  $f_{DOP}$  是用来描述偏振光性质的重要物理量<sup>[3,8-9]</sup>, 在相同散射条件下, 偏振度越高, 偏振保持能力越强, 偏振保持能力表

收稿日期: 2016-12-28; 收到修改稿日期: 2017-02-05

基金项目: 国家自然科学基金(61271121, 61571175)

作者简介: 戴俊(1990—), 男, 博士研究生, 主要从事偏振信息建模与仿真方面的研究。E-mail: daijun1990@163.com

导师简介: 高隽(1963—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事偏振光探测与偏振信息获取方面的研究。

E-mail: gaojun@hfut.edu.cn

征了偏振光保持其初始偏振态的能力。Ishimaru 等<sup>[8-12]</sup>基于矢量辐射传输方程,实验研究了聚苯乙烯球散射介质中偏振度随光学厚度的变化关系,得出在大粒子时圆偏振光相对线偏振光具有更强的偏振保持能力,而在小粒子时线偏振光具有更强的偏振保持能力。2015 年,Laan 等<sup>[13]</sup>以线偏振光与圆偏振光作为入射光源,研究了红外波段偏振光在雾霾粒子和撒哈拉尘埃粒子中的传输特性,发现圆偏振光具有更强的偏振保持能力,可用来增大探测范围。

偏振保持能力的大小可作为衡量偏振方法是否有效的依据,其相关研究对偏振成像技术的应用具有重要意义<sup>[2-4,13]</sup>。由于矢量辐射传输方程解析困难,散射过程复杂,以往研究往往通过实验或仿真对偏振光经过介质多次散射传输后的光子偏振度进行统计平均,宏观上能说明线偏振光与圆偏振光后向散射偏振保持能力的相对大小,但是没有从本质上说明入射光偏振态和粒子尺度对偏振保持能力影响的机理。

本文通过蒙特卡罗方法对光子在散射介质中的矢量辐射传输进行建模仿真,对偏振光经过介质多次散射后的光子偏振度进行统计,从宏观上说明了线偏振光与圆偏振光在不同尺度粒子的散射介质中后向散射偏振保持能力的相对大小。运用瑞利散射和米散射理论对两种偏振光散射时光子偏振态的微观变化过程进行对比研究,分析二者后向散射的异同,探索入射光偏振态和粒子尺度对偏振保持能力影响的机理,阐明二者在不同尺度粒子的散射介质中偏振保持能力存在差异的原因。

## 2 入射光偏振态和粒子尺度对后向散射的影响

光在浑浊介质中传输时与粒子碰撞发生散射,散射方向由散射角  $\alpha$  和方位角  $\beta$  决定,这两个角度又由粒子的散射相函数决定<sup>[14]</sup>。当入射光 Stokes 矢量  $S_i = [I_i, Q_i, U_i, V_i]$  时,粒子的散射相函数为

$$P(\alpha, \beta, S_i) = s_{11}(\alpha) I_i + s_{12}(\alpha) [Q_i \cos(2\beta) + U_i \sin(2\beta)], \quad (1)$$

式中  $I_i$  表示光强;  $Q_i$  和  $U_i$  表示线偏振分量;  $V_i$  表示圆偏振分量;  $s_{11}(\alpha)$  与  $s_{12}(\alpha)$  为散射矩阵  $M(\alpha)$  的元素,  $M(\alpha)$  可根据粒子大小,由瑞利或米散射理论计算得到<sup>[15]</sup>。相函数决定了光子与粒子碰撞后向各个方向散射的可能性,与入射光的偏振态有关。线偏振光散射后的偏振态与散射角  $\alpha$  和方位角  $\beta$  均有关; 圆偏振光下,  $Q_i = U_i = 0$ , 散射后的偏振态只与散射角  $\alpha$  有关,与方位角  $\beta$  无关。

多次散射的偏振特性是多个单次散射偏振特性的累计体现,在分析线偏振光后向散射偏振特性时,需同时考虑散射角与方位角的影响,而圆偏振光只需考虑散射角即可。图 1 为光在介质中的多次散射过程,其中箭头连成的路径代表光子的后向散射过程; $S_i$  和  $S_n$  分别为入射光与出射光的 Stokes 矢量; 小圆圈为球形散射粒子;  $M$  为探测器,用来接收后向散射光子并记录光子的空间分布; $d$  为介质厚度。

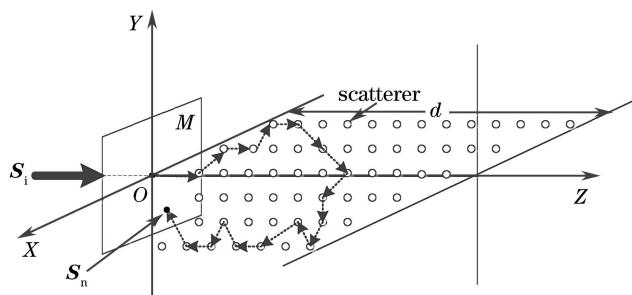


图 1 光在介质中的多次散射过程

Fig. 1 Multiple scattering process of light in medium

根据相函数分析,一般尺度比波长小得多的小粒子的前、后向散射的可能性接近,称为瑞利散射粒子,各向异性因子  $g$  较小且接近于 0,可用瑞利散射理论求解其散射特性<sup>[15]</sup>。此时前、后向散射的可能性几乎相等,光子经历较少散射事件即可到达后向接收面,使得瑞利散射粒子的后向散射光主要由单次大角度后向散射光或低阶次散射光组成,表现出单次大角度后向散射的偏振特性<sup>[10-11]</sup>。一般尺度比波长大或可比拟的大粒子倾向于前向小角度散射,称为米散射粒子,可用米散射理论求解其散射特性<sup>[15]</sup>,其  $g$  值较大。米散射粒子趋于前向小角度散射,因此其后向散射光主要由经历一系列前向小角度散射事件的光子构成<sup>[10-11]</sup>。瑞利散射粒子与米散射粒子的后向散射光的组成存在明显差异,应运用不同理论求解散射特性。这两种粒子的

偏振散射特性具有典型性和代表性,是研究浑浊介质偏振特性常用的粒子类型<sup>[12]</sup>。

### 3 基于蒙特卡罗法的多次散射建模

处理光子散射传输的偏振态问题通常使用蒙特卡罗方法,它可求解任意条件下的辐射传输问题,具有较高的精确度<sup>[14]</sup>。蒙特卡罗方法能跟踪每个光子的位置和偏振态的变化,不仅能统计偏振光经过介质多次散射传输后的偏振量变化规律,还能够记录光子空间位置和偏振态的空间分布。

偏振蒙特卡罗法中的关键问题是光子与介质粒子碰撞后散射方向的确定及偏振态的更新。散射后的运动方向由散射角 $\alpha$ 和旋转角 $\beta$ 决定,这两个角度根据粒子的散射相函数采用拒绝法选取<sup>[14]</sup>。散射发生时,当 $\alpha$ 与 $\beta$ 用拒绝法确定后,得到光子出射时的方向,即可更新光子方向矢量 $[u_x, u_y, u_z]$ 。光子偏振态是相对于某一参考面定义的,在光子散射过程中参考平面的定义和更新至关重要。首先需将入射光的 Stokes 矢量旋转到散射平面上,因为散射矩阵 $\mathbf{M}(\alpha)$ 是以此平面定义的,旋转矩阵为 $\mathbf{R}(\beta)$ ,旋转后 Stokes 矢量为 $\mathbf{S}_1$ 。经 $\alpha$ 角度散射后,Stokes 矢量为 $\mathbf{S}_1$ 与散射矩阵 $\mathbf{M}(\alpha)$ 相乘的结果。然后将此 Stokes 矢量旋转到光子出射方向与Z轴构成的子午面上,旋转矩阵为 $\mathbf{R}(-\gamma)$ , $\gamma$ 可由 $\alpha$ 与 $\beta$ 根据几何关系计算得到<sup>[12,14]</sup>。因此 Stokes 矢量为 $\mathbf{S}_i$ 的入射光经过一次散射后的 Stokes 矢量为

$$\mathbf{S}_{\text{new}} = \mathbf{R}(-\gamma) \mathbf{M}(\alpha) \mathbf{R}(\beta) \mathbf{S}_i, \quad (2)$$

式中

$$\mathbf{R}(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\beta) & \sin(2\beta) & 0 \\ 0 & -\sin(2\beta) & \cos(2\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

相邻两次散射间光子通过的距离为 $\Delta s = -(\ln \xi / u_e)$ , $\xi$ 为在 $(0, 1]$ 区间服从均匀分布的随机数, $u_e$ 为消光系数,每次散射后光子新的坐标为

$$\begin{cases} x = x_0 + u_x \Delta s \\ y = y_0 + u_y \Delta s, \\ z = z_0 + u_z \Delta s \end{cases}, \quad (4)$$

式中 $x_0, y_0, z_0$ 为散射前光子的坐标。每次散射发生时,利用(2)式更新光子偏振态,利用(4)式更新光子坐标,直到 $z < 0$ 时,光子被探测器 M 接收,旋转子午面到初始参考平面 X-Z 平面,光子 Stokes 矢量需左乘 $\mathbf{R}(\phi)$ ,其中 $\phi$ 为

$$\phi = \arctan\left(\frac{u_x}{u_y}\right). \quad (5)$$

如图 1 所示,入射光子偏振态 $\mathbf{S}_i$ 以 X-Z 平面为参考平面,入射方向为 $[0, 0, 1]$ 。当光子在介质中移动并发生散射事件时,用(2)式去更新光子的偏振态。当光子被探测器 M 接收时,根据(5)式,旋转子午面到初始参考平面 X-Z 平面,得到光子的最终偏振态为 $[I_n, Q_n, U_n, V_n]$ 。上述过程完成了对单个光子碰撞过程的跟踪计算,对大量光子如此进行循环跟踪计算,通过统计平均得到介质散射的偏振特性。偏振蒙特卡罗法的具体建模过程可参考文献[12,14,16],其算法流程图如图 2 所示。

为验证蒙特卡罗法多次散射建模的正确性,利用后向散射光的 Stokes 矢量得到 Mueller 矩阵,并用分量 $m_{11}$ 中的最大值进行归一化,结果如图 3 所示,与其他研究者的结果一致<sup>[17-18]</sup>,证明了建模的正确性。验证实验中光波波长为 $0.58 \mu\text{m}$ ,粒子直径为 $0.6 \mu\text{m}$ ,介质折射率为 1.59。

### 4 仿真实验与分析

针对第 2 节粒子大小和入射光偏振态对后向散射的影响,利用第 3 节蒙特卡罗法的多次散射模型,设计了两种仿真实验来说明偏振光后向散射的偏振保持特性。选取两种不同尺度的粒子:直径为 $0.11 \mu\text{m}$ , $g = 0.10918$ ,保证满足瑞利散射;直径为 $1.05 \mu\text{m}$ , $g = 0.92571$ ,保证满足米散射。粒子的折射率为 1.59,入射光

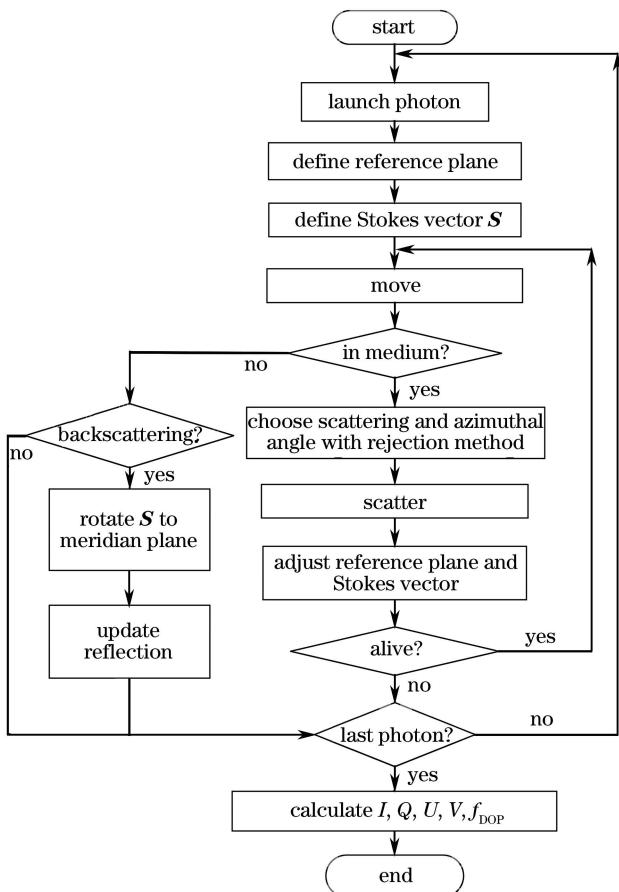


图 2 偏振蒙特卡罗模型的算法流程图

Fig. 2 Flow chart of algorithm based on polarized Monte Carlo model

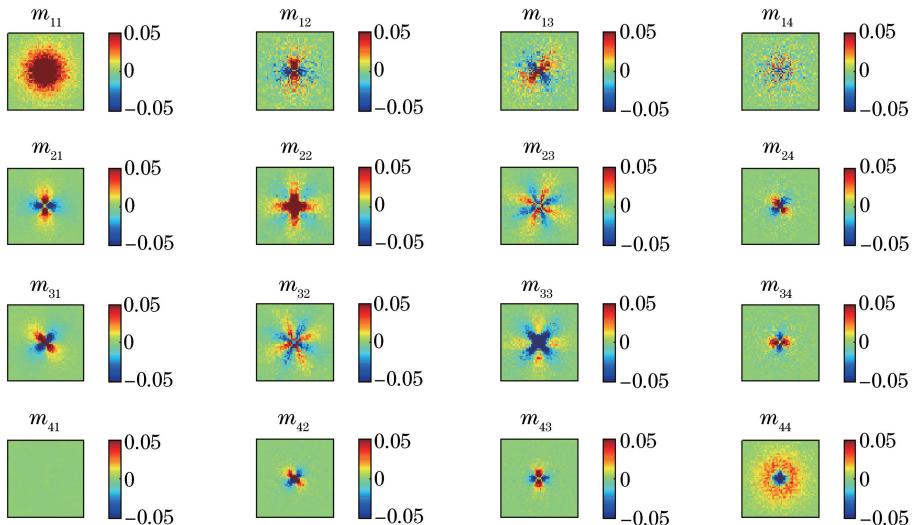


图 3 后向散射的 Mueller 矩阵

Fig. 3 Mueller matrix of backscattering

波长为  $0.58 \mu\text{m}$ 。垂直入射平行线偏振光与右旋圆偏振光的 Stokes 矢量分别为  $[1, 1, 0, 0]$ 、 $[1, 0, 0, 1]$ ，以  $XOZ$  为参考平面，垂直接收后向散射光子。光学厚度  $\tau = \rho \cdot C_{\text{sea}} \cdot d$ ，其中  $\rho$  为散射粒子浓度， $C_{\text{sea}}$  为粒子散射截面， $\tau$  为无量纲量。重复发射  $3 \times 10^6$  个光子，以  $100 \times 100$  的矩阵来记录后向散射成像面的空间分布。在光学厚度为  $\tau$  时，若探测器接收  $N$  个光子，每个光子偏振态为  $S_n = [I_n, Q_n, U_n, V_n]$ ，则后向散射 Stokes 矢量的统计平均为

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n \\ Q = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Q_n \\ U = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N U_n \\ V = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N V_n \end{array} \right. . \quad (6)$$

若入射水平线偏振光为[1,1,0,0],电场矢量沿着X轴方向,水平偏振分量 $I_{\parallel}$ 、垂直偏振分量 $I_{\perp}$ 、线偏振度 $P_{\parallel}$ 分别为

$$I_{\parallel} = 0.5(I + Q), \quad I_{\perp} = 0.5(I - Q), \quad P_{\parallel} = |I_{\parallel} - I_{\perp}| / I = |Q| / I, \quad (7)$$

若入射圆偏振光为[1,0,0,1],右旋圆偏振分量 $I_{\text{right}}$ 、左旋圆偏振分量 $I_{\text{left}}$ ,圆偏振度 $P_c$ 分别为

$$I_{\text{right}} = 0.5(I + V), \quad I_{\text{left}} = 0.5(I - V), \quad P_c = |I_{\text{right}} - I_{\text{left}}| / I = |V| / I. \quad (8)$$

$I_{\parallel}$ 、 $I_{\perp}$ 、 $I_{\text{right}}$ 、 $I_{\text{left}}$ 等强度的相对大小可用来判断偏振方向或旋性是否发生改变<sup>[11,16,19]</sup>。用偏振度随光学厚度的变化来表征偏振保持特性,即相同光学厚度时,偏振度越高,偏振保持能力越强。

#### 4.1 瑞利散射粒子的实验结果与分析

图4为含直径0.11 μm粒子的散射介质中线偏振光与圆偏振光后向散射的偏振度与各强度量随光学厚度的变化曲线。从图4(a)可以看出,随着光学厚度的增加,后向散射光中经历多次散射的光子比例增加,线偏振度与圆偏振度逐渐减小,且线偏振度随光学厚度的变化曲线在圆偏振度之上,即线偏振光比圆偏振光消偏慢,具有更强的偏振保持能力。在图4(b)中,线偏振光平行分量 $I_{\parallel}$ 大于垂直分量 $I_{\perp}$ ,线偏振光的偏振方向未改变,而圆偏振光 $I_{\text{left}}$ 却大于 $I_{\text{right}}$ ,圆偏振光后向散射发生旋性反转,这与文献[19]的实验测量结果规律一致。光学厚度的增加使得光子有更大的可能性返回后向接收面,使得后向散射各强度增加。

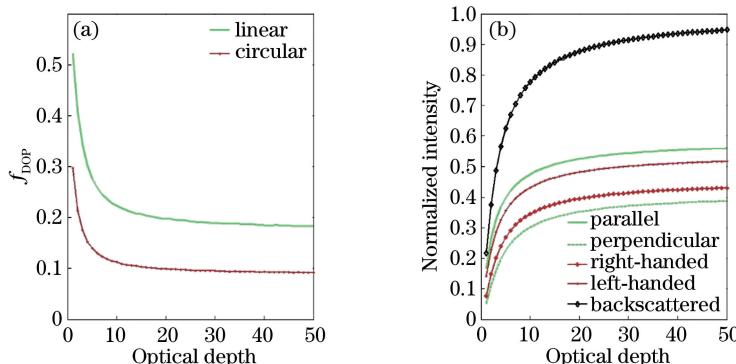


图4 (a) 偏振光后向散射偏振度随光学厚度变化曲线(0.11 μm);(b) 偏振光后向散射强度随光学厚度变化曲线(0.11 μm)

Fig. 4 (a)  $f_{\text{DOP}}$  of backscattered polarized light versus optical depth (0.11 μm); (b) backscattered intensity of polarized light versus optical depth (0.11 μm)

上述现象可通过瑞利散射理论分析,运用瑞利散射理论计算单次散射后的各强度分量。线偏振光入射时,散射强度 $I_{\parallel}^s$ 、水平偏振分量 $I_{\parallel}^s$ 、垂直偏振分量 $I_{\perp}^s$ 为<sup>[14-15]</sup>

$$I_{\parallel}^s = [\mu^2 + 1 + (\mu^2 - 1)\cos(2\beta)]/2, \quad (9)$$

$$I_{\parallel}^s = [|\mu| + 1 + (|\mu| - 1)\cos(2\beta)]^2/4, \quad (10)$$

$$I_{\perp}^s = (|\mu| - 1)^2 \sin^2(2\beta)/4. \quad (11)$$

圆偏振光入射时,散射强度 $I_c^s$ 、右旋圆偏振分量 $I_{\text{right}}^s$ 、左旋圆偏振分量 $I_{\text{left}}^s$ 为<sup>[14-15]</sup>

$$I_c^s = (\mu^2 + 1)/2, \quad (12)$$

$$I_{\text{right}}^s = (\mu + 1)^2/4, \quad (13)$$

$$I_{\text{left}}^s = (\mu - 1)^2/4, \quad (14)$$

式中  $\mu = \cos \alpha$ 。线偏振度与方位角有关,为计算单次散射后线偏振度随散射角的变化特性,对线偏振光的各强度分量的方位角从 0 到  $2\pi$  进行积分求平均,计算得到线偏振度与圆偏振度分别为  $P_l(\mu)$ 、 $P_c(\mu)$ ,表示为

$$P_l(\mu) = \frac{(|\mu| + 1)^2}{2(\mu^2 + 1)}, \quad (15)$$

$$P_c(\mu) = \frac{2\mu}{(\mu^2 + 1)}. \quad (16)$$

为表达偏振方向或旋性的改变,此处偏振度计算未加绝对值符号,负值代表偏振方向或旋性发生改变<sup>[16]</sup>。如图 5 所示为线偏振光与圆偏振光单次散射后偏振度随散射角的变化曲线。对于线偏振光,后向散射不改变偏振方向;而圆偏振光前向散射保留了入射光的旋性,后向散射  $P_c(\mu) < 0$ ,旋性反转<sup>[11,16,19]</sup>。

根据第 2 节的分析,小粒子发生后向散射时,表现出单次大角度后向散射偏振特性。从图 5 可以看出,单次大角度后向散射时,线偏振光不改变偏振方向;而圆偏振光单次大角度后向散射时,旋性发生了改变,导致圆偏振光后向散射发生了旋性反转。在每次散射事件中,粒子散射使得一部分线偏振光的偏振方向发生改变。由于前、后向散射对称,只需计算单次前向散射或后向散射即可,从(9)、(11)式计算得出偏振方向发生改变的线偏振光占总强度的比例为

$$\frac{\int_0^{2\pi} \int_0^1 I_{\perp}^s d\mu d\beta}{\int_0^{2\pi} \int_0^1 I_l^s d\mu d\beta} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{1}{4} (|\mu| - 1)^2 \sin^2(2\beta) d\mu d\beta}{\int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{1}{2} [\mu^2 + 1 + (\mu^2 - 1) \cos(2\beta)] d\mu d\beta} = \frac{1}{16}, \quad (17)$$

而粒子散射使得一部分圆偏振光发生旋性反转,从(12)、(14)式计算得出发生旋性反转的圆偏振光占总强度的比例为

$$\frac{\int_0^1 I_{\text{left}}^s d\mu}{\int_0^1 I_c^s d\mu} = \frac{\int_0^1 \frac{1}{4} (\mu - 1)^2 d\mu}{\int_0^1 \frac{1}{2} (\mu^2 + 1) d\mu} = \frac{1}{8}. \quad (18)$$

对于垂直线偏振光[1, -1, 0, 0],在每次散射事件中,粒子散射使得一部分垂直方向的偏振光变为水平方向偏振光;对于+45°方向线偏振光[1, 0, 1, 0],每次散射使得一部分+45°方向的偏振光变为135°方向偏振光。经过计算,这部分光均占总强度的1/16,与水平线偏振光[1, 1, 0, 0]的计算结果一致,只是偏振方向不同,且[1, 1, 0, 0]、[1, -1, 0, 0]与[1, 0, 1, 0]的后向散射偏振度随光学厚度的变化曲线几乎完全重合。因此,垂直线偏振光[1, -1, 0, 0]、+45°方向线偏振光[1, 0, 1, 0]与水平线偏振光[1, 1, 0, 0]具有相同的偏振保持能力。对于左旋圆偏振光[1, 0, 0, -1],每次散射使得一部分左旋圆偏振光变为右旋圆偏振光,计算得到这部分光占总强度的1/8,与右旋圆偏振光的[1, 0, 0, 1]计算结果一致,只是旋性不同,且[1, 0, 0, 1]与[1, 0, 0, -1]的后向散射偏振度随光学厚度的变化曲线几乎完全重合,因此,两者具有相同的偏振保持能力。

在每次散射中,圆偏振光由于散射转化为其相反偏振态的可能性是线偏振光的两倍,这解释了在小粒子的散射介质中,线偏振光比圆偏振光具有更强偏振保持能力的原因。

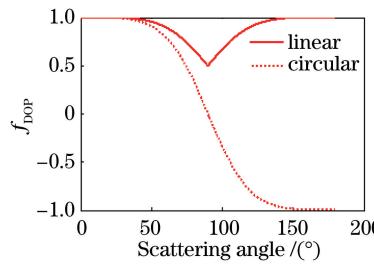


图 5 单次散射后线偏振度与圆偏振度随散射角的变化关系

Fig. 5 Linear and circular polarization degrees versus scattering angle after single scattering

#### 4.2 米散射粒子的实验结果与分析

图 6 为米散射粒子( $1.05 \mu\text{m}$ )中线偏振光与圆偏振光后向散射的偏振度与各强度量随光学厚度的变化

关系。从图 6(a)中可以看出,随着光学厚度的增加,线偏振度迅速减小;而圆偏振度开始时逐渐增加直到0.6附近,然后逐渐减小。米散射粒子与瑞利散射粒子的后向散射偏振特性显著不同,其线偏振光比圆偏振光消偏快,即圆偏振光有更强的偏振保持能力。在图 6(b)中, $I_{\parallel}$ 大于垂直分量 $I_{\perp}$ ,线偏振光的偏振方向未改变; $I_{\text{right}}$ 大于 $I_{\text{left}}$ ,圆偏振光的后向散射旋性得到保持,这与文献[19-20]的实验测量结果规律一致。光学厚度的增加使得光子有更大的可能性返回后向接收面,使得后向散射各强度增加。

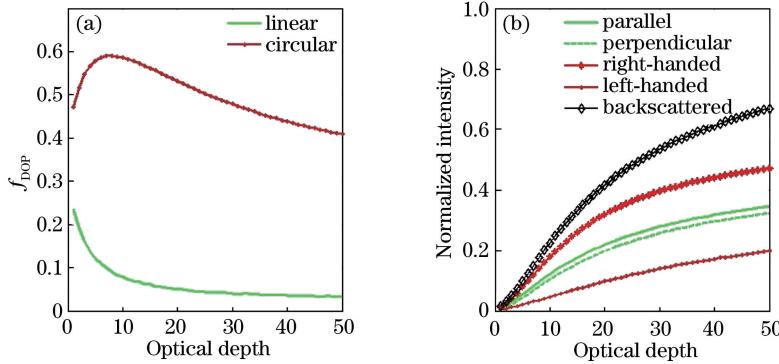


图 6 (a) 偏振光后向散射偏振度随光学厚度变化曲线( $1.05 \mu\text{m}$ );(b) 偏振光后向散射强度随光学厚度变化曲线( $1.05 \mu\text{m}$ )

Fig. 6 (a) Polarization degree of backscattered polarized light versus optical depth ( $1.05 \mu\text{m}$ ); (b) backscattered intensity of polarized light versus optical depth ( $1.05 \mu\text{m}$ )

对于圆偏振光,随着光学厚度的增加,越来越多经历前向小角度散射事件的光子发生后向散射,前向小角度散射的旋性得到保持<sup>[16]</sup>,而几乎所有后向散射光子的 $V_n$ 都大于0,根据(2)式,后向散射光旋性与入射光的相同。如图 6(a)所示,光学厚度增加至7时,偏振保持的光子比例一直在增加,偏振度增大,在7时达到最大值;进一步增加光学厚度,低偏振度光子和消偏光子比例逐渐增加,使得偏振度减小直至消偏<sup>[20]</sup>。图7给出了光学厚度为10时,圆偏振光后向散射 $I$ 、 $V$ 、 $I_{\text{right}}$ 与 $I_{\text{left}}$ 的空间分布,其与方位角无关,均呈环形对称分布;强度 $I$ 随着离光源距离的增加而逐渐减小, $I_{\text{left}}$ 集中分布在离光源较近的圆形区域内, $I_{\text{right}}$ 分布在离光源较远的圆形区域内,与文献[20]的分析一致, $I_{\text{right}}$ 几乎在所有位置均大于 $I_{\text{left}}$ , $V$ 几乎在所有区域均大于0。

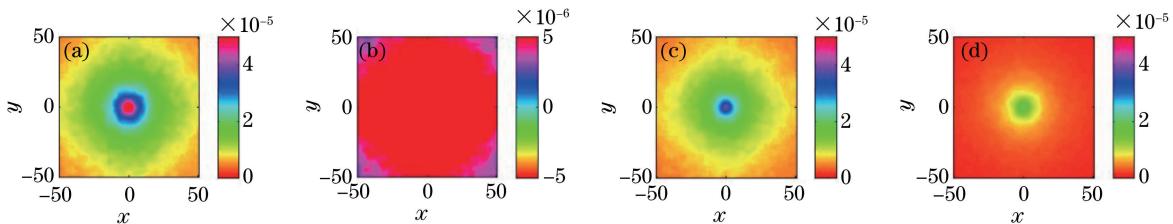


图 7 圆偏振光后向散射的空间分布( $\tau=10$ )。(a)  $I$ ;(b)  $V$ ;(c)  $I_{\text{right}}$ ;(d)  $I_{\text{left}}$

Fig. 7 Spatial distributions of backscattered circularly polarized lights ( $\tau=10$ ). (a)  $I$ ; (b)  $V$ ; (c)  $I_{\text{right}}$ ; (d)  $I_{\text{left}}$

图8给出了光学厚度为10时线偏振光后向散射 $I$ 、 $Q$ 、 $I_{\parallel}$ 与 $I_{\perp}$ 的空间分布,其与方位角有关,并非像圆偏振光那样呈环形对称分布,而是沿X、Y轴对称分布;强度 $I$ 与 $I_{\parallel}$ 分量沿Y轴方向近椭圆形分布, $I_{\perp}$ 分量却呈“十字形”分布,在方位角为 $45^\circ$ 与 $135^\circ$ 方向强度较大,这种“十字形”分布与文献[18]的实验测量结果规律相同; $Q$ 分量在方位角为 $0^\circ$ 与 $90^\circ$ 方向附近保持与入射光相同的偏振方向;在方位角为 $45^\circ$ 与 $135^\circ$ 方向附

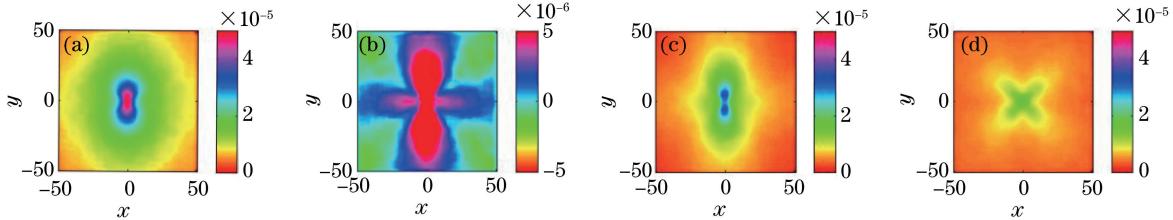


图 8 线偏振光后向散射的空间分布( $\tau=10$ )。(a)  $I$ ;(b)  $Q$ ;(c)  $I_{\parallel}$ ;(d)  $I_{\perp}$

Fig. 8 Spatial distributions of backscattered linearly polarized lights ( $\tau=10$ ). (a)  $I$ ; (b)  $Q$ ; (c)  $I_{\parallel}$ ; (d)  $I_{\perp}$

近却与入射光偏振方向相反,不像 V 分量在所有区域均大于 0,Q 分量出现正负交替的空间分布,下面具体讨论。

米散射粒子的后向散射光主要由一系列经历前向小角度散射事件的光子构成,将入射方向  $\mathbf{k}_i$  与最终散射方向  $\mathbf{k}_b$  间的波矢量  $\mathbf{k}_j$  认为是在单位球上的一条路径 C,且  $\mathbf{k}_b = -\mathbf{k}_i$ ,如图 9 所示<sup>[21]</sup>。由于光趋于前向小角度散射,散射角  $\alpha$  很小,路径 C 可认为是连续的;入射电场矢量定义在参考平面 P 上,可分解为两个分量  $\mathbf{E}_{\text{inc}} = E_{\parallel \text{inc}} \cdot \mathbf{e}_{\parallel \text{inc}} + E_{\perp \text{inc}} \cdot \mathbf{e}_{\perp \text{inc}}$ ,其中下标  $\parallel$  与  $\perp$  分别表示与参考平面 P 平行和垂直的分量, $E_{\parallel \text{inc}}$  和  $E_{\perp \text{inc}}$  都是标量<sup>[21]</sup>, $\mathbf{e}_{\parallel \text{inc}}$  和  $\mathbf{e}_{\perp \text{inc}}$  分别表示与参考平面 P 平行和垂直的单位矢量。沿着路径 C 散射时,由于参考平面就是散射平面,无需旋转参考平面,经历 n 次前向小角度  $\alpha_n$  散射后使得  $\mathbf{k}_b = -\mathbf{k}_i$ ,发生后向散射,最终散射电场矢量为

$$\mathbf{E}_{\text{sca}} = [\mathbf{e}_{\parallel \text{sca}} \quad \mathbf{e}_{\perp \text{sca}}] \mathbf{A}(\alpha) \begin{bmatrix} E_{\parallel \text{inc}} \\ E_{\perp \text{inc}} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

式中散射矩阵  $\mathbf{A}(\alpha)$  为

$$\mathbf{A}(\alpha) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1(\alpha_1) \cdots \mathbf{S}_1(\alpha_n) & 0 \\ 0 & \mathbf{S}_2(\alpha_1) \cdots \mathbf{S}_2(\alpha_n) \end{bmatrix}, \quad (20)$$

式中  $\mathbf{S}_1(\alpha_n)$  与  $\mathbf{S}_2(\alpha_n)$  可通过 Mie 散射理论求解得到<sup>[20]</sup>。

$E_{\parallel \text{inc}}$  与  $E_{\perp \text{inc}}$  沿着路径 C 散射时,如果入射光电矢量沿着  $\mathbf{e}_{\parallel \text{inc}}$  或  $\mathbf{e}_{\perp \text{inc}}$ ,则入射光的偏振方向沿着路径 C 得到保留;将路径 C 以入射光方向为中心旋转 45°得到路径  $C'$ , $\mathbf{e}'_{\parallel \text{inc}}$  和  $\mathbf{e}'_{\perp \text{inc}}$  分别表示与平面  $P'$  平行与垂直的单位矢量,由于散射平面为  $P'$ ,需先将电场矢量  $\mathbf{E}_{\text{inc}}$  从参考平面 P 旋转到散射平面  $P'$ ,应乘以旋转矩阵  $\mathbf{R}(\beta)$ , $\beta$  为从参考平面 P 沿着  $\mathbf{k}_i$  方向顺时针旋转到散射平面  $P'$  的角度,旋转矩阵为

$$\mathbf{R}(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}, \quad (21)$$

式中  $\beta = 45^\circ$ 。在散射平面  $P'$  上经历 n 次前向小角度  $\alpha_n$  散射后使得  $\mathbf{k}_b = -\mathbf{k}_i$ ,发生后向散射,散射矩阵为  $\mathbf{A}(\alpha)$ ,最终需将电场矢量从散射平面  $P'$  旋转回参考平面 P,旋转矩阵仍为  $\mathbf{R}(\beta)$ 。由于  $\alpha_n$  很小, $\mathbf{S}_1(\alpha_1) \cdots \mathbf{S}_1(\alpha_n)$  近似等于  $\mathbf{S}_2(\alpha_1) \cdots \mathbf{S}_2(\alpha_n)$ ,所以

$$\mathbf{E}_{\text{sca}} = [\mathbf{e}_{\parallel \text{sca}} \quad \mathbf{e}_{\perp \text{sca}}] \mathbf{R}(45^\circ) \mathbf{A}(\alpha) \mathbf{R}(45^\circ) \begin{bmatrix} E_{\parallel \text{inc}} \\ E_{\perp \text{inc}} \end{bmatrix} = [\mathbf{e}_{\parallel \text{sca}} \quad \mathbf{e}_{\perp \text{sca}}] \mathbf{A}(\alpha) \begin{bmatrix} -E_{\perp \text{inc}} \\ E_{\parallel \text{inc}} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

式中负号仅表示与设定方向相反。 $E_{\parallel \text{inc}}$  与  $E_{\perp \text{inc}}$  沿着路径  $C'$  散射时,会使得  $E_{\parallel \text{inc}}$  与  $E_{\perp \text{inc}}$  发生调换。因此,如果入射偏振光电矢量沿着  $\mathbf{e}_{\parallel \text{inc}}$  或  $\mathbf{e}_{\perp \text{inc}}$ ,入射光的偏振方向将沿着路径  $C'$  发生改变。

由于散射过程的随机性,实际散射中不可能保证某一光子在后向散射过程中始终在同一平面内散射,上述分析只是从总体上定性说明了米散射粒子中线偏振光后向散射偏振方向随方位角的变化规律,体现了线

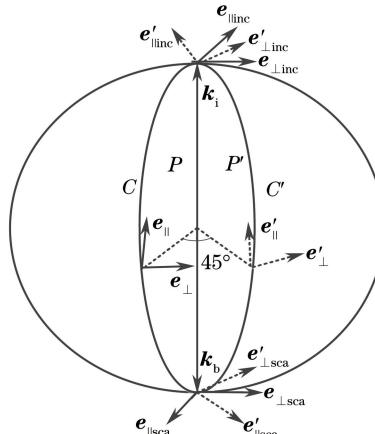


图 9 线偏振光后向散射电场矢量演化示意图

Fig. 9 Schematic diagram of electric vector evolution for backscattered linearly polarized light

偏振光偏振方向的方位依赖性。

对于入射水平线偏振光[1,1,0,0],其电场矢量沿着X轴正方向。根据上述分析,光子在0°方位角平面XOZ内散射,无需旋转参考平面,但电场矢量旋转了180°,保留了入射光偏振方向,对 $I_{\parallel}$ 产生贡献,使得 $Q_n > 0$ ,即为偏振方向保持光子;光子在45°方位角平面内散射电场矢量旋转了90°,对 $I_{\perp}$ 产生贡献,使得 $Q_n < 0$ ,即为偏振方向改变光子;光子在90°方位角平面YOZ内散射,电场矢量方向保持,对 $I_{\parallel}$ 产生贡献,使得 $Q_n > 0$ ,即为偏振方向保持光子。电场矢量方向示意图如图10所示,其中箭头表示光子在不同方位角平面内散射时的电场矢量方向。在方位角0°与90°方向附近光子保持与入射光相同的偏振方向,在方位角45°与135°方向附近却与入射光偏振方向相反,Q分量出现正负交替的空间分布, $I_{\perp}$ 呈“十字形”分布。从粒子的散射相函数分析可知,沿着方位角0°与90°方向比沿45°与135°方向散射的可能性大。在散射次数较小时,保留单次散射特性,偏振方向保持光子多于偏振方向改变光子。随着散射次数的增加,散射方向逐渐随机化,偏振方向改变的光子比例逐渐增加。当散射次数 $1/(1-g) \approx 13$ 时<sup>[21]</sup>,偏振方向保持的光子与偏振方向改变的光子出现的概率相同。光学厚度增加时,经历更多次前向散射的光子发生后向散射,偏振方向改变的光子比例增加,即 $Q_n < 0$ 的光子比例增加,导致线偏振度迅速减小。然而圆偏振光与参考平面的选取无关,旋转参考平面不影响圆偏振光的旋性,从图7可以看出,几乎所有光子的V分量均大于0,圆偏振度的减小相对平缓。根据(6)式计算得出V远大于Q,且 $Q > 0$ ,线偏振光累加偏振方向未改变。当光学厚度为20时,线偏振光偏振度为0.04992,接近于0,可认为发生了消偏;而此时圆偏振光仍有较高的偏振度,为0.53171,即圆偏振光比线偏振光有更强的偏振保持能力。

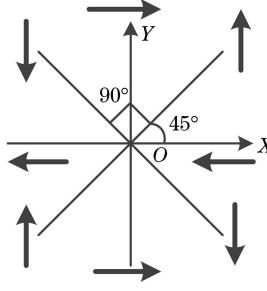


图10 电场矢量方向示意图

Fig. 10 Schematic diagram of electric vector direction

对于垂直线偏振光[1,-1,0,0]及+45°方向线偏振光[1,0,1,0],其散射过程及成像面的空间分布与水平线偏振光[1,1,0,0]的规律相同,分析方法相同,只是偏振方向不同。其本质上都是线偏振光,且[1,1,0,0]、[1,-1,0,0]与[1,0,1,0]的后向散射偏振度随光学厚度的变化曲线几乎完全重合,因此,它们与水平线偏振光[1,1,0,0]具有相同的偏振保持能力。对于左旋圆偏振光[1,0,0,-1],其散射过程及成像面的空间分布与右旋圆偏振光[1,0,0,1]的规律相同,分析方法相同,只是旋性不同,本质上都是圆偏振光,且[1,0,0,1]与[1,0,0,-1]的后向散射偏振度随光学厚度的变化曲线几乎完全重合,因此,两者具有相同的偏振保持能力。

## 5 结 论

利用蒙特卡罗方法仿真线偏振光与圆偏振光的后向散射过程,运用瑞利散射和米散射理论对两者散射时光子偏振态的微观变化过程进行对比研究。结果表明,后向散射偏振保持能力与入射光的偏振态和粒子尺度均有关。对于瑞利散射粒子,线偏振光具有更强的偏振保持能力。对于米散射粒子,圆偏振光具有更强的偏振保持能力。

目前研究仅限于单一介质的球形粒子的偏振光传输特性,考虑到实际散射环境的复杂性,下一步将对非球形、混叠不均且折射率变化环境下的偏振传输特性进行研究。

## 参 考 文 献

- [1] Dubreuil M, Delrot P, Leonard I, *et al.* Exploring underwater target detection by imaging polarimetry and correlation techniques[J]. Applied Optics, 2013, 52(5): 997-1005.
- [2] Nothdurft R E, Yao G. Effects of turbid media optical properties on object visibility in subsurface polarization imaging [J]. Applied Optics, 2006, 45(22): 5532-5541.
- [3] Nothdurft R E, Yao G. Expression of target optical properties in subsurface polarization-gated imaging [J]. Optics Express, 2005, 13(11): 4185-4195.
- [4] Laan J D, Scrymgeour D A, Kemme S A, *et al.* Increasing detection range and minimizing polarization mixing with circularly polarized light through scattering environments[C]. SPIE, 2014, 9099: 909908.
- [5] He Honghui, Zeng Nan, Liao Ran, *et al.* Progresses of polarization imaging techniques and their applications in cancer detections[J]. Progress in Biochemistry and Biophysics, 2015, 42(5): 419-433.  
何宏辉, 曾楠, 廖然, 等. 偏振光成像技术用于肿瘤病变检测的研究进展[J]. 生物化学与生物物理进展, 2015, 42(5): 419-433.
- [6] Miller D A, Dereniak E L. Selective polarization imager for contrast enhancements in remote scattering media[J]. Applied Optics, 2012, 51(18): 4092-4102.
- [7] Snika F, Cravenjones J, Escuti M, *et al.* An overview of polarimetric sensing techniques and technology with applications to different research fields[C]. SPIE, 2014, 9099: 90990B.
- [8] Ishimaru A, Jaruwatanadilok S, Kuga Y. Polarized pulse waves in random discrete scatters[J]. Applied Optics, 2001, 40(30): 5495-5502.
- [9] Sun P, Ma Y, Liu W, *et al.* Experimentally determined characteristics of the degree of polarization of backscattered light from polystyrene sphere suspensions[J]. Journal of Optics, 2013, 15(5): 055708.
- [10] Laan J D, Wright J B, Scrymgeour D A, *et al.* Evolution of circular and linear polarization in scattering environments [J]. Optics Express, 2015, 23(25): 31874-31888.
- [11] Ni X, Alfano R. Time resolved backscattering of circularly and linearly polarized light in a turbid medium[J]. Optics Letters, 2004, 29(23): 2773-2775.
- [12] Zhang Su, Zhan Junlong, Bai Sike, *et al.* Influence of smoke concentration on transmission characteristics of polarized light[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(7): 0729001.  
张肃, 戚俊彤, 白思克, 等. 烟雾浓度对偏振光传输特性的影响[J]. 光学学报, 2016, 36(7): 0729001.
- [13] Laan J D, Scrymgeour D A, Kemme S A, *et al.* Detection range enhancement using circularly polarized light in scattering environments for infrared wavelengths[J]. Applied Optics, 2015, 54(9): 2266-2274.
- [14] Ramella-Roman J, Prahl S, Jacques S. Three Monte Carlo programs of polarized light transport into scattering media: Part I[J]. Optics Express, 2005, 13(12): 4420-4438.
- [15] Bohren C, Huffman D R. Absorption and scattering of light by small particles[M]. New York: Wiley-VCH, 1998.
- [16] Yu Yang, Fan Zhiguo, Xu Shaohan, *et al.* Study on helicity flip of backscattered circular polarized light[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(11): 1113004.  
于洋, 范之国, 徐少罕, 等. 圆偏振光的后向散射旋性反转特性分析[J]. 中国激光, 2015, 42(11): 1113004.
- [17] Bartel S, Hielscher A H. Monte Carlo simulations of the diffuse backscattering Mueller matrix for highly scattering media[J]. Applied Optics, 2000, 39(10): 1580-1588.
- [18] Rakovic M J, Kattawar G W, Mehrubeoglu M, *et al.* Light backscattering polarization patterns from turbid media: Theory and experiment[J]. Applied Optics, 1999, 38(15): 3399-3408.
- [19] Kartazayeva S A, Ni X, Alfano R R. Backscattering target detection in a turbid medium by use of circularly and linearly polarized light[J]. Optics Letters, 2005, 30(10): 1168-1170.
- [20] Morgan S, Ridgway M. Polarization properties of light backscattered from a two layer scattering medium[J]. Optics Express, 2000, 7(12): 395-402.
- [21] MacKintosh F C, John S. Diffusing-wave spectroscopy and multiple scattering of light in correlated random media[J]. Physical Review B, 1989, 40(4): 2383-2406.