

# 基于硅基液晶变焦透镜的相位恢复方法

程 鸿, 吕倩倩, 张文君, 邓会龙, 高要利

安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230039

**摘要** 针对传统的基于光强传输方程(TIE)相位恢复方法中需要通过移动待测物体或者 CCD 以实现光强图像采集所造成的速度慢、精确度低等问题,提出了一种新的基于硅基液晶(LCOS)变焦透镜的相位恢复方法。首先,在 LCOS 上加载具有不同焦距的透镜相位分布图,使其实现变焦透镜的功能;然后通过本研究所设计的系统在同一成像平面上采集不同散焦距离的光强图像;最后求解 TIE 从而得到相位信息。该方法只需要改变 LCOS 上所加载的相位分布图即可形成不同的散焦图像,避免了传统方法中机械移动所造成的误差。模拟与实验结果均验证了所提方法的正确性和有效性。

**关键词** 测量; 相位恢复; 光强传输方程; 硅基液晶; 变焦透镜

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201744.0304001

## Phase Retrieval Method Based on Liquid Crystal on Silicon Tunable-Lens

Cheng Hong, Lü Qianqian, Zhang Wenjun, Deng Huilong, Gao Yaoli

*Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing, Ministry of Education,  
Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China*

**Abstract** In traditional phase retrieval method based on transport of intensity equation (TIE), there are problems of slow speed and low accuracy caused by moving the object to be measured or CCD in the process of light intensity images acquisition. In order to solve these problems, a new method using the liquid crystal on silicon (LCOS) as tunable-lens for phase retrieval is proposed in this paper. Firstly, the phase distribution images with different focal lengths are loaded in a LCOS to make it realize the function of tunable-lens. Then the light intensity images of different defocusing distances are collected in the same imaging plane by the designed system. Finally, the phase information is obtained by solving the TIE. With this method, different defocusing images can be formed by changing the phase distribution image loaded in the LCOS, avoiding the errors caused by mechanical shift. The correctness and effectiveness of the proposed phase retrieval method are verified by the simulation and experimental results.

**Key words** measurement; phase retrieval; transport of intensity equation; liquid crystal on silicon; tunable-lens

**OCIS codes** 120.5050; 070.6120; 120.5060; 200.4740

## 1 引 言

当光波照射在一个物体上时,物体将对波的振幅、波长和相位产生影响,其中 75% 以上的信息隐藏在相位中。但是当光的振动频率达到  $1 \times 10^{15}$  Hz 时,现有的测量设备无法直接获得光的相位<sup>[1]</sup>。因此,需要用获取的光强信息来恢复相位,这就是相位恢复技术。

相位恢复技术主要分为干涉和非干涉两大类<sup>[2]</sup>。光强传输方程(TIE)作为代表性的非干涉相位恢复技术之一,仅需要测量待测光波场在不同传输距离上的光强分布即可通过求解该方程来恢复相位信息。与传统的干涉法相比,TIE 技术无需复杂的光学系统,对实验环境没有苛刻的要求,而且不需要借助额外的参考光<sup>[3]</sup>。

收稿日期: 2016-10-10; 收到修改稿日期: 2016-11-28

基金项目: 国家自然科学基金(61301296,61377006,61501001,61605002,U1201255)、安徽省自然科学基金(1608085QF161)、安徽省高等学校自然科学研究项目(KJ2016A029,KJ2015A114)

作者简介: 程 鸿(1981—),女,博士,副教授,主要从事计算信号处理方面的研究。E-mail: chenghong@ahu.edu.cn

因此,该技术在显微镜学、X射线相衬成像、衍射光学以及光学测量等应用领域中有着非常重要的意义<sup>[4-7]</sup>。

传统的 TIE 法需要移动待测物体或者 CCD 实现光强图像的采集,不可避免地降低了数据采集的速度。针对此问题,部分研究者利用空间光调制器(SLM)对光场调制的便利性<sup>[8]</sup>,将其引入到相位计算中,取得了较好的实验效果。德国 Bremer 研究所 Claas 等<sup>[9]</sup>利用 SLM 和  $4f$  装置在傅里叶域对相位进行调制以计算相位信息,但是需要测量 10 幅光强图且算法迭代过程较为复杂。菲律宾大学 Almoró 等<sup>[10]</sup>使用散斑场照明设计了一种适合平滑波前相位求解的系统。麻省理工学院 Zhu 等<sup>[11]</sup>提出了基于混合 TIE 的相位成像技术,利用 SLM 调制光场复振幅,有效地减少了低频噪声的影响,但所使用的正交法提取相位梯度的过程较复杂。南京理工大学左超等<sup>[12]</sup>提出了一种通过在 SLM 上加载角谱传递函数实现散焦,进行单帧采集 2 幅光强图的光强传输系统;该系统对于得到的光强图需要进行图像分割配准,要求光学系统完美对准。此外,他们还提出了基于变焦透镜的光强传输显微系统,利用电控可变焦透镜作为快速轴向扫描装置,赋予传统明场显微镜动态定量显微能力,但是该系统要求采集设备与电控变焦透镜精确同步<sup>[13]</sup>。

作为 SLM 中的一种,硅基液晶(LCOS)具有高分辨率以及高填充因子等诸多优势<sup>[14]</sup>。本文提出了一种基于 LCOS 变焦透镜的 TIE(LT-TIE)相位恢复方法。该方法通过在 LCOS 上加载具有不同焦距的透镜相位分布图,使其实现变焦透镜的功能。同时,本文设计了对应的实验装置,该装置结构简单,只需要修改加载的相位分布图即可方便地采集计算所需的光强图像,避免了 CCD 器件的机械移动。

## 2 LT-TIE 相位恢复方法

基于 TIE 的相位恢复法最早由 Teague<sup>[15]</sup>在 1983 年提出,通过求解该方程即可恢复相位信息。文献<sup>[16]</sup>在此基础上建立了一个如图 1 所示的含透镜的光传播模型,该模型更符合实际情况下普通相机的成像原理。图中,距离物体  $u$  位置处放置一个焦距为  $f$  的透镜,聚焦面与透镜的距离为  $v$ ,散焦图像和聚焦图像之间的距离为  $\Delta z$ 。在该模型下,可以证明欠焦平面和过焦平面与聚焦平面之间也满足 TIE,即:

$$-\nabla \cdot [I(x, y, 0) \nabla \varphi(x, y, 0)] \cong \frac{k}{2\Delta z} [I(x, y, \Delta z) - I(x, y, -\Delta z)], \quad (1)$$

式中:  $k$  为波数,与波长  $\lambda$  之间满足  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $I(x, y, -\Delta z)$ 、 $I(x, y, 0)$  和  $I(x, y, \Delta z)$  分别表示欠焦平面、聚焦平面和过焦平面的光强分布;  $\varphi(x, y, 0)$  表示聚焦平面的相位分布;  $\Delta z$  为散焦距离,该参数的上限由物体最高空间频率  $f_{\max}$  决定,即  $\Delta z < 1/\pi\lambda f_{\max}^2$ , 光强测量过程中的噪声决定了该参数的下限,即  $\Delta z > k\sigma/\sqrt{2}I\nabla^2\varphi$  (假设噪声为标准差  $\sigma$  的高斯噪声)。由于未知的测试物体可能同时包含高频和低频信息,噪声的水平也未知,可以尝试先取不同的散焦距离进行相位恢复,根据最优的恢复结果确定最优的散焦距离。此外,还可以利用多幅强度图对光强微分进行估计,从而灵活地校正非线性误差或者降低噪声的影响<sup>[17]</sup>。通过(1)式求解出聚焦平面的相位后,再根据光路的可逆性,逆向求解出物面的相位。但是基于透镜模型的 TIE 相位恢复方法需要移动待测物体或者 CCD 来采集光强分布,这不可避免会带来机械误差。

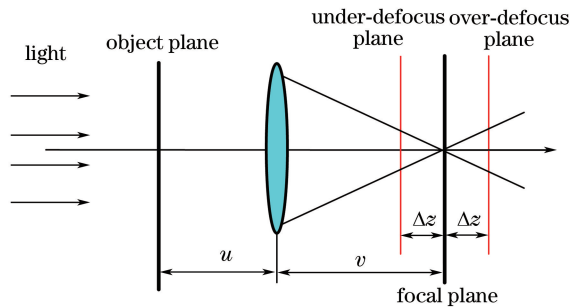


图 1 含透镜的光传播模型

Fig. 1 Light propagation model with lens

为了解决上述问题,本课题组提出一种新方法:通过在 SLM 上加载具有不同焦距的透镜相位分布图,使其实现变焦透镜的功能,然后在同一成像位置记录不同光强分布,进而恢复相位信息,该方法的示意图如图 2 所示。选取 LCOS 作为调制器件,设  $u$  为物体到 LCOS 的距离, $v$  为 LCOS 到成像面的距离。物平面

的复振幅可以用  $U_o(x, y)$  来表示。首先在 LCOS 上加载如下的透镜相位分布  $h(x, y)$ ：

$$h(x, y) = \text{mod}_{2\pi} \left[ \frac{-\pi}{\lambda f_{\text{LCOS}}} (x^2 + y^2) \right], \quad (2)$$

式中  $f_{\text{LCOS}}$  为所需实现的透镜焦距,  $\text{mod}_{2\pi} x$  表示取模  $2\pi$  运算, 这是因为大多数的 LCOS 对相位的调制作用都在  $2\pi$  范围内, 甚至比  $2\pi$  更小。

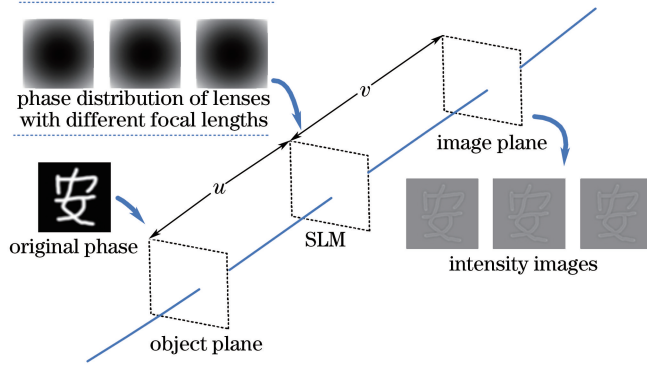


图 2 基于 SLM 的光强传输示意图

Fig. 2 Schematic diagram of light intensity propagation with SLM

假设入射到 LCOS 前的复振幅和经 LCOS 调制后的复振幅分别为  $U_1(x, y)$  和  $U_1'(x, y)$ , 则它们的关系满足：

$$U_1'(x, y) = U_1(x, y)h(x, y). \quad (3)$$

根据菲涅耳衍射公式, 成像平面的复振幅分布  $U(\xi, \eta)$  与  $U_1'(x, y)$  满足的关系为

$$U(\xi, \eta) = \frac{\exp(ikv)}{i\lambda v} \exp\left[i\frac{k}{2v}(\xi^2 + \eta^2)\right] \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_1'(x, y) \exp\left[i\frac{k}{2v}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda v}(x\xi + y\eta)\right] dx dy. \quad (4)$$

成像面的光强分布可以通过下式求得：

$$I(\xi, \eta) = |U(\xi, \eta)|^2. \quad (5)$$

在整个传播过程中, 物平面的复振幅  $U_o(x, y)$  和传播到 LCOS 前的复振幅  $U_1(x, y)$  也满足如(4)式所示的菲涅耳衍射公式。

当在 LCOS 上加载焦距为  $f_{\text{LCOS}} = f$  的相位分布对输入 LCOS 的光场进行调制时, 可以用 CCD 在对应的聚焦面  $v$  处采集到 1 幅聚焦的光强图  $I(x, y, v)$ 。为了获取聚焦平面前后对称位置的散焦图像从而估计微分, 设定一个散焦距离值  $\Delta z$ , 根据透镜成像公式  $1/f = 1/u + 1/v$ , 可以求得应当加载在 LCOS 上的相位调制图的焦距分别为

$$\begin{cases} f_1 = 1/[1/(v - \Delta z) + 1/u] \\ f_2 = 1/[1/(v + \Delta z) + 1/u] \end{cases}, \quad (6)$$

在 LCOS 上加载焦距为  $f_1$  和  $f_2$  的相位分布形成不同的散焦图像, 分别记为  $I(x, y, v')$  和  $I(x, y, v'')$ 。由此, 在不移动 CCD 的情况下, 在同一成像面上可以获得所需的 3 幅光强图。

然而, LCOS 的像素之间存在无法调制的部分: 死区, 这对成像产生了衍射, 降低了其衍射效率。考虑一个具有二维离散像素结构的 LCOS, 其单个正方形像素的边长定义为  $d$ , 像素间距为  $\Delta d$ , 像素数为  $M \times N$ , 填充率定义为  $\eta = (d/\Delta d)^2$ 。对于一个具有有限填充率 ( $\eta < 1$ ) 的 LCOS, 想要使其实现变焦透镜的功能, 设计时应满足  $f_{\text{LCOS}} \geq f_r$ , 其中：

$$f_r = \frac{\max(M, N)\Delta d^2}{\lambda}, \quad (7)$$

在此条件下, 不会产生多级焦点的现象, 并可以通过动态实时改变焦距值, 实现可编程的变焦透镜<sup>[18]</sup>。

此外, 需要注意的是, 如果采用图 2 所示的模型, 在相位恢复的同时会引入额外的二次球面相差, 实验中

通过对 LT-TIE 方法直接求解出的相位补偿一个如下式所示的相位掩膜<sup>[19]</sup>来对相差进行校正,从而得到正确的相位结果。

$$\phi(m, n) = \exp\left[\frac{-i\pi}{\lambda D}(m^2 \Delta\xi^2 + n^2 \Delta\eta^2)\right], \quad (8)$$

式中  $m \times n$  为相位掩膜的大小,  $\Delta\xi$  和  $\Delta\eta$  为离散化抽样间隔,  $D$  是一个可调节的补偿波前曲率的参数。

### 3 模拟实验

根据上述理论做了相关模拟实验,对应的算法步骤如下。

输入: 焦距  $f$ , 物距  $u$ , 散焦距离  $\Delta z$ , 波长  $\lambda$ 。

- 1) 根据(6)式计算出  $f_1$  和  $f_2$ ;
- 2) 将  $f_1$  和  $f_2$  以及给定的  $f$  代入(2)式分别计算对应的相位分布  $h(x, y)$ ;
- 3) 将相位分布分别代入(3)~(5)式可以得到  $I(x, y, v)$ 、 $I(x, y, v')$  和  $I(x, y, v'')$ ;
- 4) 由(1)式求得成像平面  $v$  处的相位。

实验室现有的 LCOS 的像元尺寸为  $12 \mu\text{m}$ , 因此, 模拟实验选取相同的参数进行测试。假设物体为纯相位物体(光强为 1), 如图 3(a)所示, 图像大小  $m \times n = 64 \times 64$ , 波长  $\lambda = 532.8 \text{ nm}$ 。(7)式指出焦距的取值与图像大小以及 LCOS 像元尺寸有关, 本组实验中焦距  $f = 7 \text{ cm}$ , 物距  $u = 10 \text{ cm}$ , 散焦距离  $\Delta z = 20 \mu\text{m}$ 。图 3(b)为经 LCOS 调制后传播至与 LCOS 距离为  $v$  处的光强图。图 3(c)、(d)分别为直接求解出的相位和补偿后的相位。

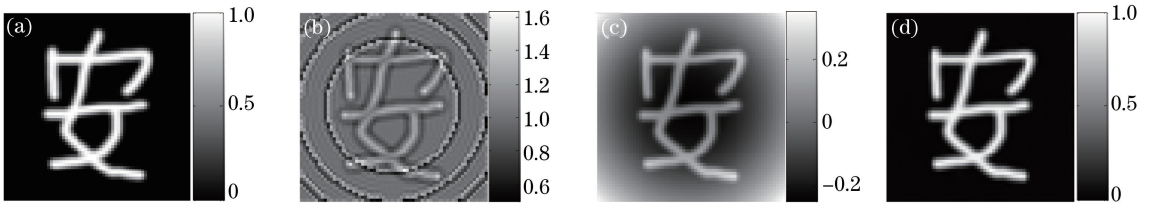


图 3 模拟实验结果。(a)原始相位;(b)光强图;(c)恢复的相位;(d)补偿后的相位

Fig. 3 Results of simulation experiment. (a) Original phase; (b) intensity images; (c) recovery phase; (d) compensated phase

为了能够更直观地展示恢复结果的精度,选取了图 3(a)和(d)的竖向中心剖面灰度值进行了比较,如图 4 所示。图中横坐标为图像的行数,纵坐标为灰度值,蓝色点线代表的是原始相位,红色直线代表的是利用 3 幅光强图恢复的相位。此外,还测试了 5 幅光强图的恢复结果,由黑色星表示。从图 4 可以看出,利用 LT-TIE 方法可以较好地计算出相位信息,而采用 5 平面恢复的相位值比 3 平面恢复的相位值精度有所提高。在真实实验中考虑到光强图像采集的实时性,本研究中仍然采用 3 个平面的光强信息估计强度微分。

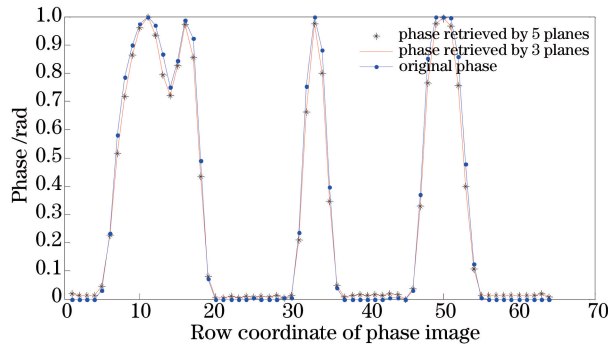


图 4 灰度变化对比

Fig. 4 Comparison diagram of gray level

### 4 实 验

根据所提出的方法,设计了实验数据采集平台系统,原理如图 5 所示。选用激光作为实验光源,所发出

的光首先经中性密度滤光片调节光强,然后经过扩束器以及准直透镜后得到均匀准直光。由于选用的 LCOS 工作在反射模式,因此在 LCOS 前放置分束器将光束一分为二,透射光束经 LCOS 反射后,与 LCOS 上加载的相位调制图均由分束器再反射,从而被 CCD 接收并记录。

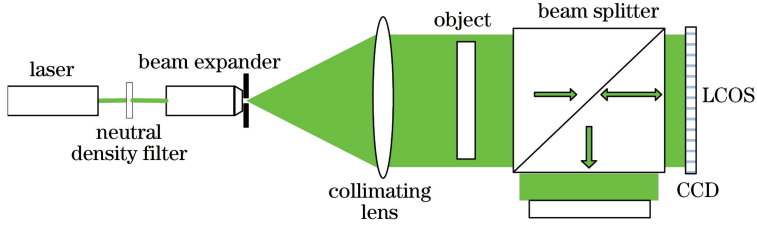


图 5 实验原理图

Fig. 5 Schematic diagram of experimental principle

实验平台如图 6 所示,其中 LCOS(Three-Five Systems, MD1280)的像元尺寸为  $12\ \mu\text{m} \times 12\ \mu\text{m}$ ,分辨率为  $1280\ \text{pixel} \times 1024\ \text{pixel}$ ,填充率为 87%, CCD 的分辨率为  $1280\ \text{pixel} \times 1024\ \text{pixel}$ 。采用波长  $\lambda = 532.8\ \text{nm}$  的绿光激光器作为光源。选取一个  $4 \times 4$  的微透镜阵列作为相位物体<sup>[20]</sup>,如图 7(a)所示,整个透镜阵列大小为  $2\ \text{cm} \times 2\ \text{cm}$ ,每个小微透镜都是由折射率为 1.579 的硅油滴成,微透镜周边填充材料是折射率为 1.403 的聚二甲基硅氧烷(PDMS),该微透镜的最大厚度约为 1.15 mm。

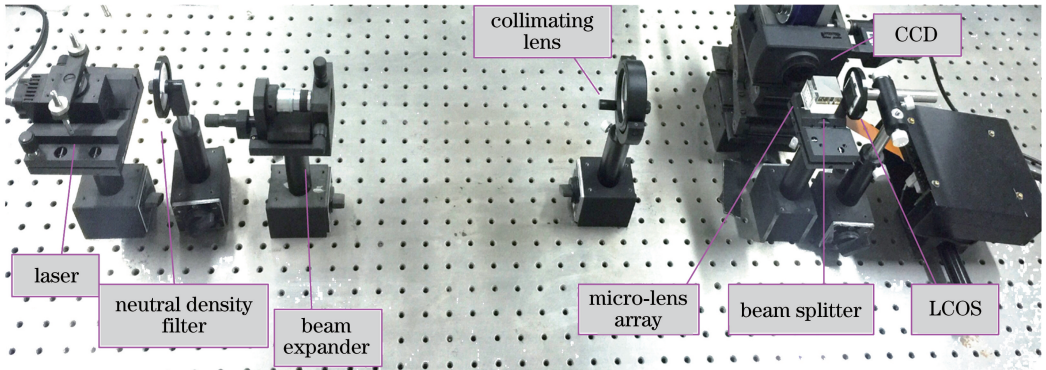


图 6 实验装置图

Fig. 6 Diagram of experimental device

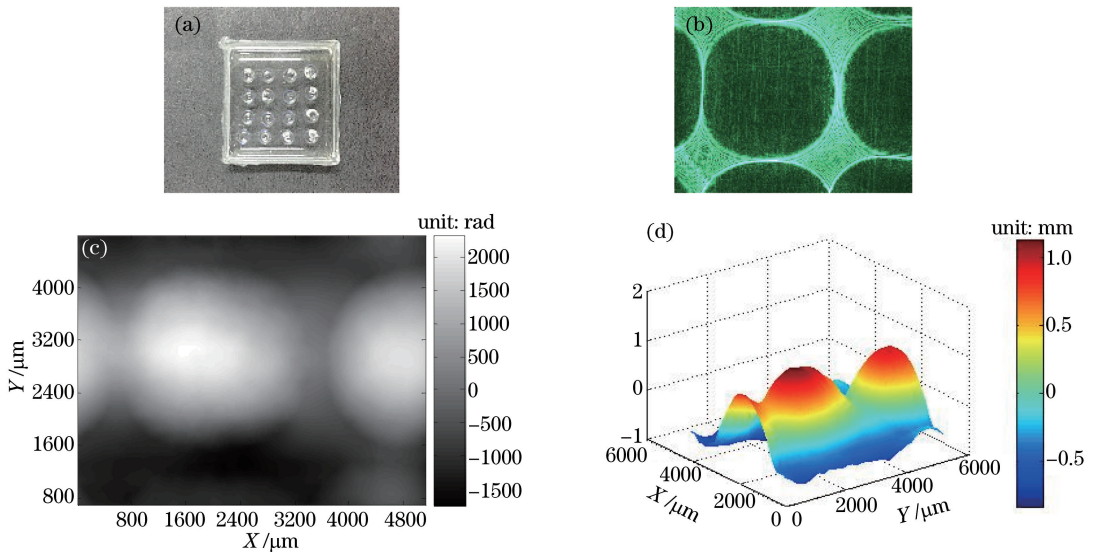


图 7 实验结果。(a)微透镜阵列;(b) CCD 拍摄的光强图;(c)LT-TIE 方法恢复的相位;(d)三维深度分布

Fig. 7 Experimental results. (a) Micro-lens array; (b) intensity images captured by CCD;

(c) phase retrieved by LT-TIE; (d) 3D rendering

本组实验中焦距  $f=7\text{ cm}$ , 散焦距离  $\Delta z=20\text{ }\mu\text{m}$ 。图 7(b)为 CCD 采集的光强图。图 7(c)、(d)为恢复出的透镜的相位和对应的定量深度值,经 LT-TIE 方法测得的透镜最大厚度约为 1.13 mm。

## 5 结 论

传统的 TIE 相位恢复法一般需要通过移动待测物体或者 CCD 以实现光强图像的采集,实验中不可避免会引入机械误差。本研究提出了一种新的基于 LCOS 变焦透镜的相位恢复方法,并设计了相应的实验装置。针对本研究所使用的非远心系统引入的相位畸变问题,可以通过对二次球面相差进行补偿来解决。模拟和实验结果证明了本研究所提方法的正确性和有效性。需要指出的是,通过选取更小像元尺寸的 LCOS、进一步将系统装置在轴向上精确对准、降低 CCD 在采集过程引入的噪声等措施,可以得到更好的实验结果。

## 参 考 文 献

- [1] Mir M, Bhaduri B, Wang R, *et al.* Quantitative phase imaging[J]. *Progress in Optics*, 2012, 57: 133-217.
- [2] Zuo Chao, Chen Qian, Sun Jiasong, *et al.* Non-interferometric phase retrieval and quantitative phase microscopy based on transport of intensity equation: a review[J]. *Chinese J Lasers*, 2016, 43(6): 0609002.  
左 超, 陈 钱, 孙佳嵩, 等. 基于光强传输方程的非干涉相位恢复与定量相位显微成像: 文献综述与最新进展[J]. *中国激光*, 2016, 43(6): 0609002.
- [3] Kou SS, Waller L, Barbastathis G, *et al.* Transport-of-intensity approach to differential interference contrast (TI-DIC) microscopy for quantitative phase imaging[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(3): 447-449.
- [4] Eisebitt S, Lüning J, Schlotter W F, *et al.* Lensless imaging of magnetic nanostructures by X-ray spectro-holography [J]. *Nature*, 2004, 432(7019): 885-888.
- [5] Marchesini S, He H, Chapman H N, *et al.* X-ray image reconstruction from a diffraction pattern alone[J]. *Physical Review B*, 2003, 68(14): 1401011.
- [6] Faulkner H M, Rodenburg J M. Movable aperture lensless transmission microscopy: a novel phase retrieval algorithm [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(2): 023903.
- [7] Shomali R, Darudi A, Nasiri S. Application of irradiance transport equation in aspheric surface testing [J]. *Optik*, 2012, 123(14): 1282-1286.
- [8] Liang Yansheng, Yao Baoli, Ma Baiheng, *et al.* Holographic optical trapping and manipulation based on phase-only liquid-crystal spatial light modulator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(3): 0309001.  
梁言生, 姚保利, 马百恒, 等. 基于纯相位液晶空间光调制器的全息光学捕获与微操纵[J]. *光学学报*, 2016, 36(3): 0309001.
- [9] Claas F, Mostafa A, Christoph V K, *et al.* Phase retrieval by means of a spatial light modulator in the Fourier domain of an imaging system[J]. *Applied Optics*, 2010, 49(10): 1826-1830.
- [10] Almoró P F, Waller L, Agour M, *et al.* Enhanced deterministic phase retrieval using a partially developed speckle field [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(11): 2088-2090.
- [11] Zhu Y H, Shanker A, Tian L, *et al.* Low-noise phase imaging by hybrid uniform and structured illumination transport of intensity equation[J]. *Optics Express*, 2014, 22(22): 26696-26711.
- [12] Zuo C, Chen Q, Qu W, *et al.* Noninterferometric single-shot quantitative phase microscopy[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(18): 3538-3541.
- [13] Zuo C, Chen Q, Qu W, *et al.* High-speed transport-of-intensity phase microscopy with an electrically tunable lens[J]. *Optics Express*, 2013, 21(20): 24060-24075.
- [14] Tian Miao, Chen Xiao, Gao Yunshu, *et al.* Diffraction properties of LCoS gratings and its application in  $1\times N$  wavelength selective switches[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(9): 090502.  
田 淼, 陈 笑, 高云舒, 等. LCoS 平面光栅的衍射特性及其在  $1\times N$  型波长选择开关中的应用[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(9): 090502.
- [15] Teague M R. Deterministic phase retrieval: a Green's functions solution[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1983, 73(11): 1434-1441.
- [16] Cheng Hong, Zhang Fen, Liu Kaifeng, *et al.* Phase retrieval technology under partially coherent optical field based on lens model[J]. *Journal of Optoelectronics•Laser*, 2014(11): 2239-2244.  
程 鸿, 张 芬, 刘凯峰, 等. 基于透镜模型的部分相干光场相位检索技术[J]. *光电子•激光*, 2014(11): 2239-2244.

- [17] Waller L, Luo Y, Yang S Y, *et al.* Transport of intensity phase imaging in a volume holographic microscope[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(17): 2961-2963.
- [18] Shen Chuan, Liu Kaifeng, Zhang Cheng, *et al.* Multi-plane holographic projection using programmable fresnel phase lenses[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(5): 0509002.  
沈 川, 刘凯峰, 张 成, 等. 可编程菲涅耳相位透镜应用于多平面全息投影[J]. *光子学报*, 2014, 43(5): 0509002.
- [19] Etienne C, Pierre M, Christian D. Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms[J]. *Applied Optics*, 1999, 38(34): 6994-7001.
- [20] Fang C, Dai B, Zhuo R, *et al.* Focal-length-tunable elastomer-based liquid-filled plano-convex mini lens[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(2): 404-407.