激光透射焊接聚碳酸酯工艺参数对接触热导率的影响

刘海华,姜宁,郝云,王传洋

苏州大学机电工程学院, 江苏 苏州 215021

摘要 基于建立的三维粗糙表面模型、瞬态有限元模型与热接触模型,研究了激光功率、焊接速率和夹紧力对激光 透射焊接聚碳酸酯接触热导率的影响,并对仿真结果与实验结果进行了对比。研究结果表明,随着焊接速率的增 大,接触热导率减小,且减小趋慢;随着激光功率的增大,接触热导率增大,且增大趋慢;在0~0.25 MPa的夹紧力 范围内,随着激光功率的增大,接触热导率逐渐增大;在较高的激光功率和夹紧力以及较低的焊接速率下,能够得 到较大的接触热导率;所建立的数学模型能较好地预测接触热导率。

Influences of Process Parameters of Laser Transmission Welding of Polycarbonate on Contact Thermal Conductivity

Liu Haihua, Jiang Ning, Hao Yun, Wang Chuanyang

School of Mechanical and Electric Engineering, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215021, China

Abstract Based on the established three-dimensional rough surface model, the transient finite element model and the thermal contact model, the effects of laser power, welding speed and clamp pressure on the contact thermal conductivity of laser transmission welding of polycarbonate are studied, and the comparison between simulated and experimental results is also conducted. The study results show that, with the increase of the welding speed, the contact thermal conductivity decreases and the decrease becomes slow. With the increase of laser power, the contact thermal conductivity increases and the increase becomes slow. When the clamp pressure is within the range of 0-0.25 MPa, the contact thermal conductivity increases with the increase of the laser power. A relatively high contact thermal conductivity can be achieved when the conditions of high laser power, low welding speed and high clamp pressure are satisfied. The contact thermal conductivity can be well predicted based on the built mathematical models.

Key words laser technique; laser transmission welding; thermal contact model; contact thermal conductivity; volume heat source; response surface method

OCIS codes 140.3390; 140.5960; 140.6810; 160.5470

1 引 言

由于试件表面不是绝对光滑的,当激光透射焊接试件表面相互接触时,实际的接触仅仅发生在一些离散 点或微小面上,空隙部分主要是空气或其他介质,热量主要通过接触点和空隙来传递^[1-2]。由于间隙中空气 的导热系数和固体的差别很大,热量的传递被阻碍,使得接触界面产生一定的温差,这种温差会进一步阻碍 热传导,这种现象称为热接触传导^[3-4]。根据一维稳态导热定律,接触热阻为接触面温度差与热流密度的比 值。在接触模型中,采用接触热导率来描述接触面的热传导能力,接触热导率为接触热阻的倒数^[5-6]。国内

收稿日期: 2017-06-29; 收到修改稿日期: 2017-07-29

基金项目: 国家自然科学基金(51475315)

作者简介:刘海华(1990—),女,硕士研究生,主要从事高分子材料加工方法及关键技术方面的研究。

E-mail: 1142823800@qq.com

导师简介:王传洋(1972—),男,博士,教授,主要从事先进制造装备设计及高分子材料加工方法方面的研究。 E-mail: cywang@suda.edu.cn(通信联系人) 外学者对激光透射焊接的工艺参数进行了许多研究^[7-10],但是对接触热导率的研究相对较少。Chen等^[11-13] 研究了不同接触间隙对焊缝宽度、温度场的影响,Liu等^[14]引入了固体的热接触模型,研究了接触热导率对 焊缝宽度和温度场的影响。激光透射焊接试件的接触属于点或微小面的离散接触,激光透射焊接过程是固 体与固体、固体与液体热传导的结合,故目前关于激光透射焊接传热过程的研究方法具有局限性。

本文以聚碳酸酯(PC)为对象,研究了激光功率、焊接速率和夹紧力对接触热导率的影响规律,建立了关于焊接工艺参数的接触热导率数学模型,得到了描述接触热导率和焊接工艺参数的二次多项式经验模型的回归方程,并对接触热导率模型进行了验证。

2 实验材料与设备

实验采用美国 GE 公司生产的 PC0307r 型 PC,其玻璃转化温度为 130 ℃,材料的热学性能参数表达式为

$$\rho = \begin{cases}
-0.319T + 1207, & 27 \ \degree C \leqslant T \leqslant 145 \ \degree C \\
-0.685T + 1253, & T > 145 \ \degree C \\
-0.685T + 1253, & T > 145 \ \degree C \\
\end{cases}$$
(1)
$$k = \begin{cases}
(2.493E - 4)T + 0.186, & 27 \ \degree C \leqslant T \leqslant 145 \ \degree C \\
-(5.536E - 5)T + 0.230, & T > 145 \ \degree C \\
-(5.536E - 5)T + 0.230, & T > 145 \ \degree C \\
\end{cases}$$
(2)
$$c = \begin{cases}
3.420T + 1120.67, & 27 \ \degree C \leqslant T \leqslant 145 \ \degree C \\
27.385T - 2236.38, & 145 \ \degree C < T \leqslant 148 \ \degree C , \\
1.771T + 1537.41, & T > 148 \ \degree C
\end{cases}$$
(3)

式中ρ为材料密度,T 为温度,k 为热导率,E 为弹性模量,c 为比热容。实验采用中国大族激光科技股份有限公司生产的 WFD120 型半导体激光器,深圳市君达仪器公司生产的 KOSAKA SE300 型表面粗糙度测量仪,以及北京凤凰显微设备公司生产的 XTL-165 显微镜。

3 有限元建模

3.1 三维实体建模

实验试件的尺寸为 120 mm×30 mm×3 mm。利用表面粗糙度测量仪测量 PC 试件的表面粗糙度,即 试件粗糙表面二维轮廓。在测定过程中,测量速率为 0.2 mm/s,测量区域为 4 mm 长的线段,采集 8000 个 点的高度坐标。利用分形几何学对试件三维粗糙表面进行建模,粗糙表面二维轮廓 z(x)可由 W-M (Weierstrass-Mandelbrot)函数^[15]进行表征:

$$z(x) = G^{(D-1)} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{\cos(2\pi\gamma^n x)}{\gamma^{(2-D)n}},$$
(4)

式中 x 为二维轮廓采样点的位置坐标; G 为特征尺度系数; D 为二维轮廓分形维数且 1 < D < 2; n 为自然序 列数; 特征参数 $\gamma > 1$, 对于粗糙表面, $\gamma = 1.5^{[16]}$; γ^n 为轮廓的空间频率, 相当于粗糙表面波长的倒数; n_1 用来 描述 W-M 函数的下限截止频率, 其值可由关系式 $\gamma^{n_1} = 1/L_s$ 给出, 其中 L_s 为测量样本长度。

粗糙表面三维函数模型[17]为

$$z'(x',y') = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \gamma^{-(3-D_s)n} \sin \left[\gamma^n \left(x' \cos B_n + y' \sin B_n \right) + A_n \right],$$
(5)

式中 z'(x',y')为粗糙表面三维轮廓;x'和 y'为三维轮廓建模点的位置坐标; C_n 为独立的且服从均值为 0、 方差为 1 的正态分布的随机数; D_s 为理论分形维数且 $2 < D_s < 3$, $D_s = D + 1$; A_n 、 B_n 为相互独立且均 在[0, 2π]区间上均匀分布的随机数。

选用盒子计数法来计算分形维数,通过 Matlab 软件编程,对其自仿射分形维数进行计算,得到了简化后轮廓曲线的自仿射分形维数,即 D=1.7229,故 D_s=2.7229。通过 Matlab 软件编程,得到三维粗糙表面文件,利用 Pro/Engineer 软件加载三维粗糙表面文件以创建三维粗糙面,进而建造三维实体。为了更清晰地展现三维粗糙表面,将 z 值放大 10 倍,图 1 所示为仿真得到的三维粗糙表面及其局部放大图。

3.2 有限元模型

将三维实体导入 Fluent 软件中建立几何模型,试件的重叠尺寸为 40 mm×30 mm。当有限元模型尺寸



图 1 仿真得到的(a)三维粗糙表面及其(b)局部放大

Fig. 1 (a) Three-dimensional rough surface and (b) its local amplification by simulation

较大时,计算时间较长。为了缩短计算时间,在不影响仿真结果的情况下应缩小模型的尺寸,故模型中 PC 透明试件和吸收试件的建模尺寸均为 10 mm×6 mm×3 mm,有限元模型的简化过程如图 2 所示。对模型 进行网格划分,为了提高仿真效果,网格划分相对较细。



图 2 有限元模型的简化过程

Fig. 2 Simplification process of finite element model

根据比尔-朗伯定律,采用高斯体热源构建激光透射焊接温度场模拟,模型为

$$q = k\eta \frac{Q}{\pi R^2} \exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right) \exp(-kz''), \qquad (6)$$

式中 q 为激光沿材料厚度方向变化的功率密度; Q 为激光功率; $z^{"}$ 为厚度; R 为到达吸收试件上表面的光斑 半径,其值为 2.5 mm; r 为面上各点到激光中心的距离; η 为透明试件的激光能量透过率,其值为 0.92; k 为 吸收系数,其值为 4100 mm⁻¹。这里忽略各种反射所造成的能量损失。焊接方向沿 X 轴正方向,利用 C 语 言编写源文件,使用 Fluent 软件的用户自定义函数,将光源模型分别施加到对应的单元体上,以实现移动体 热源的加载。

4 热接触模型的建立

4.1 实验设计

采用曲面响应法对激光透射焊接实验数据与模拟结果进行分析,建立各个焊接工艺参数对接触热导率 影响的数学模型,得到描述接触热导率和焊接工艺参数的二次多项式经验模型的回归方程。曲面响应法是 集统计方法(正交实验)和数学方法(回归分析)于一身的新型分析方法,特别是对各因素的交互作用分析有 独特的优势。若所有的自变量都被假定为可测量,则响应曲面可表示为

$$Y_{\text{response}} = f(x_1, x_2, \cdots, x_n) + \varepsilon, \qquad (7)$$

式中 Y_{response} 为响应; x_1, x_2, \dots, x_n 为多个自变量; ϵ 为随机误差。在实际运用中,需要对响应面建立近似数 学模型,经典二次多项式模型可表示为

$$Y_{\text{response}} = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n \beta_{ij} x_i y_j + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_i^2 + \varepsilon,$$
(8)

式中 x_i 和 x_j 为自变量, β_0 为常数项, β_i 为线性项系数, β_{ij} 为交互作用项系数, β_{ii} 为 x_i 的二次项系数。

实验采用三因素五水平全响应的旋转中心复合设计,主要考虑了激光功率、焊接速率和夹紧力三个因素 对接触热导率的影响。选择焊接工艺参数范围时,需要进行大量的单因素实验,分别研究了激光功率、焊接 速率和夹紧力对焊缝宽度影响。采用 Fluent 软件,构建了瞬态有限元模型,利用 C 语言编程实现移动高斯 体热源的加载,得到理论焊缝宽度。将理论焊缝宽度与实际焊缝宽度进行对比,得到接触热导率的值。

令激光功率为 30 W,夹紧力为 0.4 MPa,焊接速率为 5~25 mm/s。不同焊接速率对焊缝宽度的影响如 图 3 所示。可以看出,随着焊接速率的增大,焊缝宽度的实验值与模拟值均逐渐减小,但二者的差值逐渐增大。焊接速率增大,焊件吸收的激光能量减少,则焊缝宽度减小。令激光功率为 20~60 W,焊接速率为 15 mm/s,夹紧力为 0.4 MPa,不同激光功率对焊缝宽度的影响如图 4 所示。可以看出,随着激光功率的增大,焊缝宽度的实验值与模拟值均逐渐增大,且增大趋势变缓,二者的差值逐渐减小。激光功率增大,焊件吸收的激光能量增加,则焊缝宽度增大。当激光功率为 30 W、夹紧力为 0.4 MPa 时,不同焊接速率下的焊缝形 貌如图 5 所示。当焊接速率为 15 mm/s、夹紧力为 0.4 MPa 时,不同激光功率下的焊缝形貌如图 6 所示。



图 3 焊接速率对焊缝宽度的影响 Fig. 3 Weld width versus welding speed



图 4 激光功率对焊缝宽度的影响 Fig. 4 Weld width versus laser power



图 5 不同焊接速率下的焊缝形貌。(a) 7 mm/s;(b) 15 mm/s;(c) 25 mm/s Fig. 5 Weld morphologies under different welding speeds. (a) 7 mm • s⁻¹; (b) 15 mm • s⁻¹; (c) 25 mm • s⁻¹



图 6 不同激光功率下的焊缝形貌。(a) 60 W;(b) 45 W;(c) 30 W

Fig. 6 Weld morphologies under different laser powers. (a) 60 W; (b) 45 W; (c) 30 W

在激光功率为 30 W、焊接速率为 15 mm/s、夹紧力为 0~0.5 MPa 的条件下进行焊接。理想接触情况 下模拟得到的 X-Y 平面内的温度分布如图 7 所示,不同夹紧力对焊缝宽度的影响如图 8 所示。随着夹紧力 的增大,焊缝宽度的实验值先增大后减小。当夹紧力开始增大时,两接触面的实际接触面积增大,这导致传 递的热量增加,焊缝宽度增大;当夹紧力继续增大时,热传递被阻碍,焊缝宽度减小。在理想接触条件下,无 法模拟夹紧力对焊缝宽度的影响,故随着夹紧力的增大,焊缝宽度的模拟值不变。



图 7 模拟得到的 X-Y 平面内温度分布 Fig. 7 Temperature distribution at X-Y plane by simulation

在有限元模型中设定接触热导率,使模拟焊缝宽度值与实验焊缝宽度值一致,即得到该实验结果对应的接触热导率值。不同焊接速率对接触热导率的影响如图 9 所示,随着焊接速率的增大,接触热导率减小,且减小趋势逐渐变慢。不同激光功率对接触热导率的影响如图 10 所示,随着激光功率的增大,接触热导率增大,且增大趋势逐渐变慢。随着夹紧力的增大,焊缝宽度的实验值先增大后减小,不同夹紧力对接触热导率的影响如图 11 所示,可以看到,在夹紧力为 0~0.25 MPa 的范围内,随着激光功率的增大,接触热导率逐渐增大。通过单因素实验获得各工艺参数取值范围,实验的因素水平编码见表 1。



图 8 夹紧力对焊缝宽度的影响

Fig. 8 Weld width versus clamp pressure



图 10 激光功率对接触热导率的影响





图 9 焊接速率对接触热导率的影响





图 11 夹紧力对接触热导率的影响



Table 1 Level codes of experimental factors Level Factor -20 1 2 -150 60 Laser power /W 2030 40 Welding speed /(mm \cdot s⁻¹) 5 10 1520 25 Clamp pressure /MPa 0 0.06 0.12 0.18 0.24

表1 实验因素水平编码

4.2 实验结果与分析

实验基于三因素五水平全响应的旋转中心复合设计,令激光功率、焊接速率和夹紧力为输入变量,接触 热导率作为输出变量。利用 Design-Expert 软件建立工艺参数组合表,并进行焊接实验。利用显微镜得到 每组焊缝的宽度,利用 Fluent 软件进行分析,设定一定的接触热导率以得到与实验一致的焊缝宽度。具体 实验方案及结果见表 2。

	Table 2	Specific experimental sci	neme and results		
Number	Leser power /W	Welding	Clamp	Contact thermal	
Tumber	Laser power / w	speed /(mm•s ⁻¹)	pressure /MPa	conductivity $/(W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1})$	
1	30	10	0.06	8583	
2	50	20	0.18	12476	
3	40	25	0.12	9600	
4	50	10	0.18	14222	
5	50	20	0.06	9286	
6	50	10	0.06	10575	
7	40	15	0.12	10213	
8	40	15	0.12	10967	
9	30	20	0.18	7989	
10	40	15	0.12	9940	
11	40	15	0.24	15000	
12	30	20	0.06	6316	
13	30	10	0.18	10633	
14	40	15	0.12	10641	
15	20	15	0.12	6446	
16	40	15	0.12	10857	
17	40	5	0.12	14000	
18	40	15	0	5531	
19	40	15	0.12	11389	
20	60	15	0.12	12000	

表 2 具体实验方案及结果

在实验数据的方差分析结果中,如果 P 值小于 0.05,表明该数学模型有效,如果失拟项的 P 值大于 0.05,表示失拟项无效,对模型没有影响。接触热导率数学模型的 P 值小于 1×10⁻⁴,故接触热导率模型有 效。接触热导率模型的失拟项的 P 值为 0.0739,说明该模型是精确的。该模型的拟合度为 0.9433,说明模 型的置信度较高。以上数据表明,建立的接触热导率数学模型是可信的。实际参数的二阶多项式接触热导 率模型表示为

 $648.75x_{p}x_{c} - 347.5x_{w}x_{c} - 4.04761x_{p}^{2} + 9.57955x_{w}^{2} - 40037.87879x_{c}^{2}$ (9)

式中Yete为接触热导率,x,x,和x。分别为激光功率、焊接速率与夹紧力。当夹紧力为0.12 MPa时,激光 功率和焊接速率对接触热导率的影响如图 12 所示。当焊接速率为 15 mm/s 时,激光功率和夹紧力对接触 热导率的影响如图 13 所示。当激光功率为 40 W 时,夹紧力和焊接速率对接触热导率的影响如图 14 所示。 由图 12~14 可知,当夹紧力为 0.12~0.24 MPa、激光功率为 40~60 W、焊接速率为 5~15 mm/s 时,接触热 导率较大,说明在较高的激光功率、较低的焊接速率和较高的夹紧力条件下,能够得到较大的接触热导率。 这是因为在较低的焊接速率和较高的激光功率下,温度梯度较大,导致接触热导率变大;接触面积随着夹紧 力的增大而增大,导致接触热导率变大。







图 13 激光功率和夹紧力对接触热导率的影响 Fig. 13 Effects of laser power and clamp pressure on contact thermal conductivity



图 14 夹紧力和焊接速率对接触热导率的影响

Fig. 14 Effects of clamp pressure and welding speed on contact thermal conductivity

4.3 模型验证

为了验证接触热导率数学模型的准确性,随机抽取三组工艺参数,对模拟结果进行验证。其中,每组工艺参数重复两次,实验结果为两次实验的平均值。当激光功率为 40 W、焊接速率为 20 mm/s、夹紧力为 0.2 MPa时,焊缝宽度的模拟与实验结果如图 15 所示。接触热导率的预测值、实验值及二者间的误差见表



图 15 焊缝宽度的(a)模拟与(b)实验结果 Fig. 15 (a) Simulated and (b) experimental results of weld width

1202002-7

3,可以看到,所建立的数学模型能在较小的误差下较好地预测接触热导率。

表 3 接触热导率的预测值、实验值及二者间的误差

Table 3 Predicted and experimental value of contact thermal conductivity and errors between them

Laser		Weldler and / Cl		Predicted value of contact	Experimental value of		
		$(mm \cdot s^{-1})$	pressure / MPa	thermal conductivity /	contact thermal conductivity /	Error / 1/0	
power / W	$(\mathbf{W} \boldsymbol{\cdot} \mathbf{m}^{-2} \boldsymbol{\cdot} \mathbf{K}^{-1})$			$(\mathbf{W} \boldsymbol{\cdot} \mathbf{m}^{-2} \boldsymbol{\cdot} \mathbf{K}^{-1})$			
	40	20	0.2	11837	11000	7.60	
	50	20	0.1	10387	11065	8.59	
	50	25	0.2	13462	12691	6.07	

5 总 结

构建了试件的三维粗糙模型和三维瞬态有限元模型,建立了关于激光功率、焊接速率和夹紧力的接触热导率数学模型,基于上述模型研究了工艺参数对激光透射焊接 PC 的影响。在实验参数取值范围内,焊缝宽度随着激光功率的增加而增大,随着焊接速率的增加而减小,随着夹紧力的增加先增大后减小。随着焊接速率的增大,接触热导率逐渐减小,且减小趋势逐渐变慢;随着激光功率的增大,接触热导率逐渐增大,且增大趋势逐渐变慢;当夹紧力为 0~0.25 MPa 时,随着夹紧力的增大,接触热导率逐渐增大。通过曲面响应法建立的数学模型能够根据工艺参数较准确地预测接触热导率。

参考文献

- [1] Zheng J, Li Y Z, Wang L, *et al*. An improved thermal contact resistance model for pressed contacts and its application analysis of bonded joints[J]. Cryogenics, 2014, 61(5): 133-142.
- [2] Ji C C, Zhu H, Jiang W. Fractal prediction model of thermal contact conductance of rough surfaces[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2013, 26(1): 128-136.
- [3] Wang Qiang, Jiao Junke, Wang Feiya, et al. Finite element analysis of CFRP and stainless steel laser welding [J].
 Laser Technology, 2016, 40(6): 853-859.

王强, 焦俊科, 王飞亚, 等. CFRP 与不锈钢激光焊接的有限元分析[J]. 激光技术, 2016, 40(6): 853-859.

- [4] Liu Haiqiang, Guo Zhen, Wang Shiyu, *et al*. Research on thermal contact conductance using multi-piece heat sink to hold crystal and dissipate heat in solid-state laser[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(5): 0502006.
 刘海强,过振,王石语,等.固体激光器中多块热沉夹持晶体散热时接触热导研究[J].中国激光, 2011, 38(5): 0502006.
- [5] Jeng Y R, Chen J T, Cheng C Y. Thermal contact conductance of coated surfaces [J]. Wear, 2006, 260(1/2): 159-167.
- [6] Zhang X, Cong P Z, Fujii M. A study on thermal contact resistance at the interface of two solids [J]. International Journal of Thermophysics, 2006, 27(3): 880-895.
- [7] Wei Hong, Wang Chuanyang. Technics and performance research of laser transmission welding polycarbonate plastics
 [J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(11): 1103003.

韦宏,王传洋.聚碳酸酯激光透射焊接工艺及性能研究[J].中国激光,2011,38(11):1103003.

[8] Tan Yun, Zhu Yunlu, Wang Chunming. Research on the properties of laser transmission welding of transparent polypropylene[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(12): 1203003.

谭赟,朱云鹭,王春明.透光白色聚丙烯激光透射焊接工艺研究[J].中国激光,2013,40(12):1203003.

- [9] 王传洋,郝云,沈璇璇,等.工艺参数对激光透射焊接聚碳酸酯影响[J].焊接学报,2016,37(7):57-60.
- [10] Wang Chuanyang, Shen Xuanxuan. Techniques and performance research on laser transmission welding of polypropylene plastics[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(2): 021403.

王传洋, 沈璇璇. 聚丙烯激光透射焊接工艺及性能研究[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(2): 021403.

- [11] Xu X F, Parkinson A, Bates P J, et al. Effect of part thickness, glass fiber and crystallinity on light scattering during laser transmission welding of thermoplastics[J]. Optics & Laser Technology, 2015, 75(6): 123-131.
- [12] Chen M L, Zak G, Bates P J, et al. Experimental study on gap bridging in contour laser transmission welding of polycarbonate and polyamide[J]. Polymer Engineering & Science, 2011, 51(8): 1626-1635.

- [13] Taha Z A, Roy G G, Hajim K I, et al. Mathematical modeling of laser-assisted transmission lap welding of polymers
 [J]. Scripta Materialia, 2009, 60(8): 663-666.
- [14] Liu H X, Liu W, Meng D D, et al. Simulation and experimental study of laser transmission welding considering the influence of interfacial contact status[J]. Materials & Design, 2016, 92: 246-260.
- [15] Lai Kexue, Li Cancan, Chen Lang, et al. Synchronizer gear ring defect recognition based on fractal characteristics[J]. Journal of Hubei University of Technology, 2016, 31(1): 8-11.

赖科学,李灿灿,陈朗,等.基于分形特征的同步器齿环缺陷识别研究[J].湖北工业大学学报,2016,31(1):8-11.

[16] Chen Qi, Ma Yunbo, Yin Jianbo, et al. Research on the simulation method of tooth surface topography based on the fractal theory[J]. Journal of Mechanical Strength, 2014, 36(6): 911-915.

陈奇,马运波,尹剑波,等.基于分形理论的齿面形貌模拟方法研究[J].机械强度,2014,36(6):911-915. [17] Deng Keyue, Liu Zheng, Deng Jujun, *et al*. Variation of surface profile topography based on W-M function model[J].

Machinery Design & Manufacture, 2017(1): 47-50. 观云日、刘正在、观日东、悠、班M 乙烯糖 明天主天体 南区 维持在 化相体 [1]、相关选出上任相对,2017(1)。

邓可月,刘政,邓居军,等.W-M函数模型下表面轮廓形貌的变化规律[J].机械设计与制造,2017(1):47-50.