

# Gamma-Gamma 大气湍流下零判决门限差分探测 自由空间光通信系统误码率性能

李晓燕<sup>1</sup>, 张 鹏<sup>1,2\*</sup>, 佟首峰<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 长春理工大学空间光电技术国家地方联合工程研究中心, 吉林 长春 130022;

<sup>2</sup> 长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022

**摘要** 研究了中强大气湍流条件下基于零判决门限差分探测 (DDTZ) 的自由空间光 (FSO) 通信系统误码率性能。在两束传输光完全相关和完全不相关的情况下, 推导了 DDTZ FSO 通信系统和具有最佳阈值的差分探测系统的平均误码率的计算表达式。仿真结果表明: DDTZ 不存在传统固定判决门限单端探测 (SDTF) 中存在的差错平底问题; 两个接收信号的相关性对 DDTZ 误码率没有影响; DDTZ 误码率性能虽不及最优差分探测, 但明显优于 SDTF, 因此在可实现性和误码率性能方面, DDTZ 更具实际应用价值。

**关键词** 光通信; 自由空间光通信; 平均误码率; 差分探测; 大气湍流; 差错平底效应

中图分类号 TN929.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201744.1106001

## Bit Error Rate Performance of Free Space Optical Communication System Based on Differential Detection with Zero Decision Threshold Under Gamma-Gamma Atmospheric Turbulence

Li Xiaoyan<sup>1</sup>, Zhang Peng<sup>1,2</sup>, Tong Shoufeng<sup>1</sup>

<sup>1</sup> National and Local Joint Engineering Research Center of Space Optoelectronics Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China;

<sup>2</sup> College of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

**Abstract** Bit error rate performance of free space optical (FSO) communication systems based on differential detection with zero decision threshold (DDTZ) under moderate and strong atmospheric turbulence is investigated. Computational expressions of average bit error rate of the DDTZ FSO communication system and the differential detection system with optimal threshold are respectively derived when the two transmission lights are completely correlated or uncorrelated. Simulation results show that the problem of the error floor which is presented in single detection with fixed threshold (SDTF) does not exist in DDTZ. The correlation of two receive signals has no effect on bit error rate of DDTZ. The bit error rate performance of DDTZ is worse than that of optimal differential detection, but better than that of SDTF. Therefore, considering of realizability and bit error rate performance, the DDTZ has more practical application value.

**Key words** optical communications; free space optical communication; average bit error rate; differential detection; atmospheric turbulence; error floor effect

**OCIS codes** 060.2605; 060.4510; 010.1330

收稿日期: 2017-04-11; 收到修改稿日期: 2017-06-25

基金项目: 国家自然科学基金 (91438204, 61705019)、吉林省青年人才托举工程、吉林省优秀青年人才基金 (20170520161JH)

作者简介: 李晓燕 (1988—), 女, 硕士, 工程师, 主要从事空间激光通信方面的研究。E-mail: xiaoyanl15@mails.jlu.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: zhangpeng@cust.edu.cn

# 1 引 言

自由空间光(FSO)通信具有传输容量大、频带宽、速率高、保密性强、部署快捷等优点<sup>[1-5]</sup>,因此受到研究人员的广泛关注。在传统强度调制/直接探测系统中,通常采用固定判决门限单端探测(SDTF),即使用一个探测器的输出数据进行数据恢复,并采用固定判决门限区分数据 0 和 1。接收信号光强因受大气湍流的影响,会出现随机起伏<sup>[6-8]</sup>,导致 SDTF 空间激光通信产生差错平底效应<sup>[9]</sup>,从而严重影响空间光通信系统的性能。

为了解决上述问题,Zhang 等<sup>[10-14]</sup>采用最大似然比检测方法,Yang 等<sup>[9,15]</sup>采用最优信噪比探测方法,Moradi 等<sup>[16]</sup>采用基于导频符号的检测方法。然而,上述几种方法的实现均比较复杂,计算复杂度较高,使通信系统无法实现实时传输,有些方法还需要准确的信道状态信息,从而限制了上述方法在实时通信系统中的应用。近年来,Khalighi 等<sup>[17]</sup>采用差分探测削弱通信背景噪声,Hitam 等<sup>[18]</sup>采用差分探测减小各种天气条件(云、雨、雾、烟尘)对通信系统产生的不利影响,Abadi 等<sup>[19-20]</sup>从接收信号方差的角度分析了弱湍流条件下差分探测 FSO 通信系统性能。已有研究表明,差分探测可以消除各种不利因素的影响,成为解决差错平底效应的有效途径。但是,上述文献并未针对中强湍流下差分探测 FSO 通信系统性能进行分析。由于误码率是衡量通信系统性能的重要指标,而中强湍流是大气湍流的重要组成部分,因此从实际应用和丰富理论的角度出发,有必要进一步研究中强湍流影响下零判决门限差分探测(DDTZ)空间激光通信系统的误码率性能,也有必要研究接收信号相关性对该系统误码率性能的影响。

零判决门限差分探测(DDTZ)的误码率性能最佳,因此本文采用 DDTZ 方法解决传统探测方法存在的差错平底问题,同时可满足实时通信的需求。Gamma-Gamma 模型能较好地模拟中强大气湍流,本文分析了 Gamma-Gamma 大气湍流下 DDTZ FSO 通信系统的误码率性能。在接收信号完全相关和完全不相关两种情况下,推导了 Gamma-Gamma 大气湍流影响下 DDTZ 平均误码率和最优差分探测(DDO)平均误码率的计算表达式。根据上述推导表达式,仿真分析了 DDTZ 是否存在差错平底效应,研究了信号相关性、湍流强度和通信距离对 DDTZ 误码率的影响,并且对比了 DDTZ 与其他探测方法的平均误码率性能。

# 2 系统和信道模型

基于差分探测的 FSO 通信系统框图如图 1 所示<sup>[19]</sup>。利用需要传输的信号  $S \in \{0,1\}$  和它的反信号  $\bar{S}$  分别调制波长为  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的激光器, $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  均处于中心波长为 1550 nm、带宽仅为几十纳米的窄波段内<sup>[17]</sup>。调制器输出的两路信号  $I_1$  和  $I_2$  分别由两个发射天线发射至接收端,为了方便硬件实现,两个发射天线之间的距离应比较近,在此差分探测 FSO 通信系统中,两个发射天线之间的距离为几十厘米或更短。两个发射天线发射的两路信号经过距离为  $L$  的自由空间信道传输后由接收端接收,设到达接收端的两个信号分别为  $y_1$  和  $y_2$ 。接收端由光学滤波器分离出两路光信号,并由探测器进行光电转换,再将探测器输出的两路信号相减,得到最终的判决变量  $v_t$ ,最后将  $v_t$  与判决门限  $v_{th}$  进行比较,进而恢复出传输信息。

在零判决门限差分探测中, $v_{th}$  的值为固定值 0。当所有时刻的  $v_{th}$  值均为最佳判决门限值时,差分探测的性能达到最优,但是该方法需要已知信道状态的先验信息,在实际应用中,此条件难以得到满足。

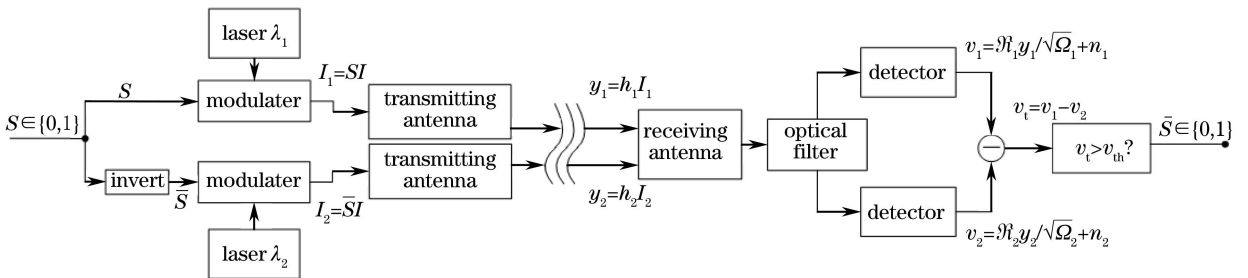


图 1 基于差分探测的 FSO 通信系统框图

Fig. 1 Schematic of FSO communication system based on differential detection

## 2.1 系统模型

上述差分探测 FSO 通信系统中,两个探测器输出的信号可分别表示为

$$v_1 = \mathfrak{R}_1 h_1 SI / \sqrt{\Omega_1} + n_1, \quad (1)$$

$$v_2 = \mathfrak{R}_2 h_2 \bar{S}I / \sqrt{\Omega_2} + n_2, \quad (2)$$

式中  $I$  为当传输信号为 1 时对应的光强;  $n_1, n_2$  分别为两个探测器的噪声,该噪声为均值为 0、方差为  $N_0/2$  的高斯白噪声;  $h_1, h_2$  为大气湍流对两束信号光光强的随机衰减;  $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2$  为光电转换系数;  $\Omega_1, \Omega_2$  为光滤波器对两路信号光的光功率衰减系数。为了简化分析,可设定  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega, \mathfrak{R}_1 = \mathfrak{R}_2 = \mathfrak{R}$ 。

判决变量  $v_i$  的表达式为

$$v_i = v_1 - v_2 = \frac{h_1 \mathfrak{R}SI}{\sqrt{\Omega}} - \frac{h_2 \mathfrak{R}\bar{S}I}{\sqrt{\Omega}} + n_1 - n_2 = \begin{cases} \frac{h_1 \mathfrak{R}SI}{\sqrt{\Omega}} + n_1 - n_2, & S = 1 \\ -\frac{h_2 \mathfrak{R}\bar{S}I}{\sqrt{\Omega}} + n_1 - n_2, & S = 0 \end{cases}. \quad (3)$$

## 2.2 信道模型

理论和实验分析均证明 Gamma-Gamma 模型能够准确地描述中强大气湍流效应下信号光强随机衰落的概率密度函数,因此  $h_1, h_2$  的概率密度函数分别为<sup>[21]</sup>

$$f(h_1) = \frac{2(\alpha_1 \beta_1)^{\frac{\alpha_1 + \beta_1}{2}}}{\Gamma(\alpha_1) \Gamma(\beta_1)} h_1^{\frac{\alpha_1 + \beta_1}{2} - 1} J_{\alpha_1 - \beta_1}(2\sqrt{\alpha_1 \beta_1} h_1), \quad (4)$$

$$f(h_2) = \frac{2(\alpha_2 \beta_2)^{\frac{\alpha_2 + \beta_2}{2}}}{\Gamma(\alpha_2) \Gamma(\beta_2)} h_2^{\frac{\alpha_2 + \beta_2}{2} - 1} J_{\alpha_2 - \beta_2}(2\sqrt{\alpha_2 \beta_2} h_2), \quad (5)$$

式中  $J_v(\cdot)$  为阶数为  $v$  的第二类贝塞尔函数,  $\Gamma(\cdot)$  为 Gamma 函数,  $\alpha_i$  和  $\beta_i$  ( $i=1, 2$ ) 的计算公式为<sup>[21]</sup>

$$\alpha_i = \left\{ \exp \left[ \frac{0.49 \delta_i^2}{(1 + 0.18 d_i^2 + 0.56 \delta_i^{12/5})^{7/6}} \right] - 1 \right\}^{-1}, \quad (6)$$

$$\beta_i = \left\{ \exp \left[ \frac{0.51 \delta_i^2}{(1 + 0.9 d_i^2 + 0.62 d_i^2 \delta_i^{12/5})^{5/6}} \right] - 1 \right\}^{-1}, \quad (7)$$

式中  $d_i = \sqrt{(k_i D^2)/(4L)}$ , 其中  $D$  为接收端接收口径,  $k_i$  为波数 ( $k_i = 2\pi/\lambda_i, \lambda_i$  为传输光的波长);  $\delta_i^2$  为利托夫方差,  $\delta_i^2 = 0.5 C_{n_i}^2 k_i^{7/6} L^{11/6}$ ;  $C_{n_i}^2$  为大气折射率结构常数。

由图 1 可见,两个发射天线之间的距离很近,这种情况下可以认为两束传输光处于相同的纬度和天气条件下。由于  $C_{n_i}^2$  的值由纬度和天气条件决定,因此有  $C_{n_1}^2 = C_{n_2}^2$ <sup>[19-20]</sup>。  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  均处于 1550 nm 波段,且二者仅相差几十纳米,图 2 给出  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  相差 20 nm 和 40 nm 且  $C_{n_1}^2 = C_{n_2}^2 = C_n^2$  时,采用(6)、(7)式计算得到的  $(\alpha_2 - \alpha_1)/\alpha_1$  和  $(\beta_2 - \beta_1)/\beta_1$ 。由图 2 可见,当两束传输光波长相差较小 ( $|\lambda_2 - \lambda_1| < 40$  nm) 且  $C_{n_1}^2 = C_{n_2}^2$  时,有  $\max\{ |(\alpha_2 - \alpha_1)/\alpha_1| \} < 0.016$  和  $\max\{ |(\beta_2 - \beta_1)/\beta_1| \} < 0.015$ , 其中  $|\cdot|$  为绝对值运算,  $\max(\cdot)$  为取最大值运算。因此可认为  $\alpha_1$  和  $\alpha_2, \beta_1$  和  $\beta_2$  近似相等。为了方便分析,令  $C_{n_1}^2 = C_{n_2}^2 = C_n^2, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \beta_1 = \beta_2 = \beta$ 。此时, (4)、(5)式可以表示为

$$f(h_1) = \frac{2(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} h_1^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} J_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta}h_1), \quad (8)$$

$$f(h_2) = \frac{2(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} h_2^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} J_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta}h_2). \quad (9)$$

## 3 差分探测最优固定判决门限和最优判决门限分析

最优判决门限是进行误码率分析的基础,因此有必要对差分探测最小误码率对应的判决门限进行分析。为了对比采用固定判决门限和能实时调整的判决门限的差分探测误码率性能,本节从两方面进行判决分析: 1) 当判决门限为恒定值时,分析差分探测最小误码率对应的判决门限,也称为最优固定判决门限; 2) 当判决

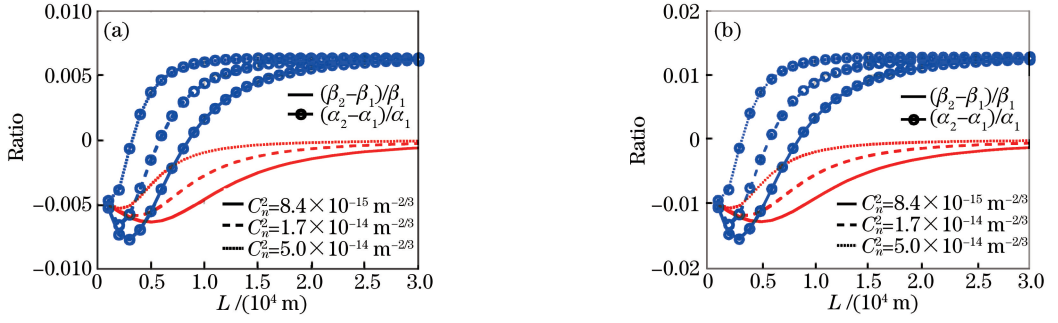


图 2  $\lambda_1, \lambda_2$  取不同值时的  $(\alpha_2 - \alpha_1)/\alpha_1$  和  $(\beta_2 - \beta_1)/\beta_1$ 。(a)  $\lambda_1 = 1550 \text{ nm}, \lambda_2 = 1530 \text{ nm}$ ; (b)  $\lambda_1 = 1550 \text{ nm}, \lambda_2 = 1510 \text{ nm}$

Fig. 2 Variations in  $(\alpha_2 - \alpha_1)/\alpha_1$  and  $(\beta_2 - \beta_1)/\beta_1$  with different  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$ .

(a)  $\lambda_1 = 1550 \text{ nm}, \lambda_2 = 1530 \text{ nm}$ ; (b)  $\lambda_1 = 1550 \text{ nm}, \lambda_2 = 1510 \text{ nm}$

门限能实时变化时,分析差分探测最小误码率对应的判决门限,也称为最优判决门限。此外,两个发射天线之间的距离会影响接收端两个接收信号( $y_1$  和  $y_2$ )之间的相关性<sup>[19]</sup>,为了研究  $y_1$  与  $y_2$  之间的相关系数  $\rho$  对差分探测平均误码率的影响,在  $y_1$  和  $y_2$  完全相关( $\rho = 1$ )和完全不相干( $\rho = 0$ )两种情况下,对最优固定判决门限和最优判决门限进行分析。

瞬时误码率是进行判决门限分析和求解平均误码率的基础,因此首先给出瞬时误码率的表达式。瞬时误码率的计算公式为

$$P_e = P(0)P(e/0) + P(1)P(e/1), \quad (10)$$

式中  $P(0)$  和  $P(1)$  分别为发送数据 0 和 1 的概率,其值均为 0.5;  $P(e/0)$  和  $P(e/1)$  分别为发送数据 0 和 1 条件下的瞬时误码率。由 (3) 式可知,在  $h_1, h_2$  取特定值的条件下,发送数据 0 时,判决变量  $v_t \sim N[(-h_2 \Re I)/\Omega, N_0]$ ,其中  $N[\cdot, \cdot]$  为正态分布,  $N_0$  为方差;发送数据 1 时,判决变量  $v_t \sim N[(h_1 \Re I)/\Omega, N_0]$ 。所以,发送数据 0 和 1 条件下,瞬时误码率  $P(e/0)$  和  $P(e/1)$  可分别表示为

$$P(e/0) = \int_{v_{th}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} \exp\left[-\frac{(x + h_2 \Re I/\sqrt{\Omega})^2}{2N_0}\right] dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{v_{th} + h_2 \Re I/\sqrt{\Omega}}{\sqrt{2N_0}}\right), \quad (11)$$

$$P(e/1) = \int_{-\infty}^{v_{th}} \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} \exp\left[-\frac{(x - h_1 \Re I/\sqrt{\Omega})^2}{2N_0}\right] dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{h_1 \Re I/\sqrt{\Omega} - v_{th}}{\sqrt{2N_0}}\right), \quad (12)$$

式中  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  为高斯余补误差函数。根据 (10) 式可得差分探测平均误码率为

$$\langle P_e \rangle = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(h_1, h_2) P_e dh_1 dh_2, \quad (13)$$

式中  $f(h_1, h_2)$  为  $h_1$  和  $h_2$  的联合概率密度函数。

### 3.1 差分探测最优判决门限分析

为了得到使平均误码率  $\langle P_e \rangle$  最小的判决门限值  $v_{th}$ , 需求出满足  $d\langle P_e \rangle/dv_{th} = 0$  条件的  $v_{th}$ 。将 (10) ~ (12) 式代入 (13) 式可得差分探测的平均误码率  $\langle P_e \rangle$ , 并对其求导可得

$$\frac{d\left\{\frac{1}{4} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(h_1, h_2) \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{v_{th} + h_2 \Re I/\sqrt{\Omega}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{h_1 \Re I/\sqrt{\Omega} - v_{th}}{\sqrt{2N_0}}\right) \right] dh_1 dh_2 \right\}}{dv_{th}} = 0. \quad (14)$$

为使 (14) 式成立, 需满足

$$\frac{d\left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{v_{th} + h_2 \Re I/\sqrt{\Omega}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{h_1 \Re I/\sqrt{\Omega} - v_{th}}{\sqrt{2N_0}}\right) \right]}{dv_{th}} = 0. \quad (15)$$

由于  $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$ ,  $d[\operatorname{erf}(x)]/dx = 2\exp(-x^2)/\sqrt{\pi}$ , 其中  $\operatorname{erf}(\cdot)$  为误差函数, (15) 式可进一步化简为



$$(v_{th} + h_2 \Re I / \sqrt{\Omega})^2 = (h_1 \Re I / \sqrt{\Omega} - v_{th})^2. \quad (16)$$

根据(16)式可得使平均误码率 $\langle P_e \rangle$ 最优的判决门限值  $v_{Opt}$ 为

$$v_{Opt} = \frac{h_1 \Re I / \sqrt{\Omega} - h_2 \Re I / \sqrt{\Omega}}{2}. \quad (17)$$

当  $\rho=1$  时,有  $h_1=h_2$ ,所以当  $\rho=1$  时,差分探测的最优判决门限为 0。由以上分析可知:当  $\rho=0$  时,差分探测的最优判决门限为  $(h_1 \Re I / \sqrt{\Omega} - h_2 \Re I / \sqrt{\Omega})/2$ ;当  $\rho=1$  时,差分探测的最优判决门限为 0。

### 3.2 差分探测最优固定判决门限分析

计算得到差分探测最优固定判决门限的过程比较复杂,因此采用蒙特卡罗方法验证采用固定判决门限条件下,固定判决门限 0 能使差分探测的平均误码率最小的结论。图 3(a)、(b)分别给出  $\rho=0$  和  $\rho=1$  两种情况下,差分探测的平均误码率。由图 3 可见,采用固定判决门限时,对于  $\rho=0$  和  $\rho=1$  两种情况,最小平均误码率所对应的固定判决门限值均为 0,因此在差分探测中采用 0 作为固定判决门限是合理的。

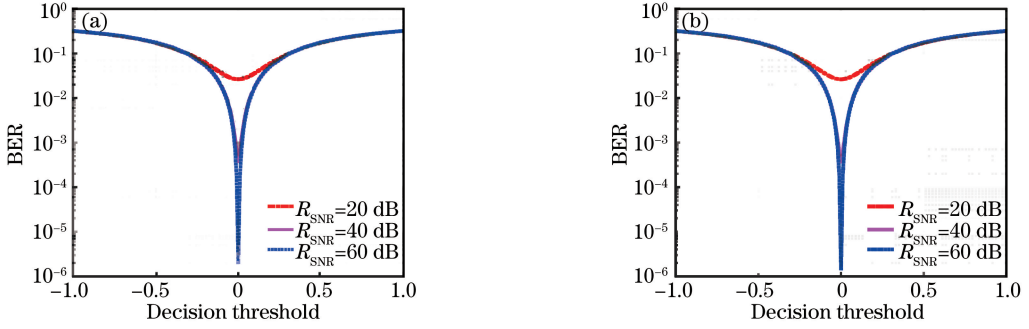


图 3 不同信噪比  $R_{SNR}$  下差分探测的平均误码率。(a)  $\rho=0$ ; (b)  $\rho=1$

Fig. 3 Average bit error rate of differential detection under different signal to noise ratio  $R_{SNR}$ . (a)  $\rho=0$ ; (b)  $\rho=1$

## 4 差分探测 FSO 通信系统平均误码率性能理论推导

为研究  $y_1$  与  $y_2$  之间的相关系数  $\rho$  对 DDTZ 平均误码率的影响,在  $\rho=1$  和  $\rho=0$  两种情况下,推导了 DDTZ 平均误码率的计算表达式。为分析 DDTZ 与 DDO 平均误码率之间的差距,在  $\rho=1$  和  $\rho=0$  两种情况下推导了 DDO 平均误码率的计算表达式。

### 4.1 DDTZ 平均误码率计算表达式推导

#### 4.1.1 $\rho=0$ 时,DDTZ 平均误码率计算表达式推导

DDTZ 平均误码率是判决门限  $v_{th}$  取固定值 0 时差分探测的平均误码率。由第 3.2 节可知,差分探测最优固定判决门限为 0,因此  $v_{th}$  取 0 是合理的。当  $\rho=0$  时有  $f(h_1, h_2) = f(h_1)f(h_2)$ ,将  $f(h_1, h_2) = f(h_1)f(h_2)$ 、 $v_{th}=0$  及(8)~(12)式代入(13)式,可得 DDTZ 平均误码率为

$$\langle P_e \rangle_{00} = \frac{1}{2} \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left\{ \int_0^\infty f(h_2) dh_2 \int_0^\infty h_1^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} J_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta}h_1) \operatorname{erfc}\left(\frac{h_1 \Re I / \sqrt{\Omega}}{\sqrt{2N_0}}\right) dh_1 + \int_0^\infty f(h_1) dh_1 \int_0^\infty h_2^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} J_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta}h_2) \operatorname{erfc}\left(\frac{h_2 \Re I / \sqrt{\Omega}}{\sqrt{2N_0}}\right) dh_2 \right\}, \quad (18)$$

式中  $\int_0^\infty f(h_1) dh_1 = \int_0^\infty f(h_2) dh_2 = 1$ , 利用  $J_\nu(x) = (1/2)G_{0,2}^{2,0}\left[x^2/4 \middle| \begin{matrix} - \\ \nu/2, -\nu/2 \end{matrix} \right]$ ,  $\operatorname{erfc}(\sqrt{x}) = (1/\sqrt{\pi}) \times$

$G_{1,2}^{2,0}\left[x \middle| \begin{matrix} 1 \\ 0, 1/2 \end{matrix} \right]$  以及文献[24]中的(21)式( $G_{p,q}^{m,n}[\cdot]$ 表示 Meijer G 函数<sup>[22]</sup>)将(18)式进一步化简,得到

$\langle P_e \rangle_{00}$  的表达式为

$$\langle P_e \rangle_{00} = \frac{2^{\alpha+\beta-3}}{\pi^{3/2} \Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} G_{5,2}^{2,4} \left( \frac{8}{\alpha^2 \beta^2 \Omega} \gamma_0 \left| \begin{array}{c} \frac{1-\alpha}{2}, \frac{2-\alpha}{2}, \frac{1-\beta}{2}, \frac{2-\beta}{2}, 1 \\ 0, \frac{1}{2} \end{array} \right. \right), \quad (19)$$

式中  $\gamma_0 = (I^2 \mathfrak{R}^2) / N_0$  为信噪比。

#### 4.1.2 $\rho=1$ 时, DDTZ 平均误码率计算表达式推导

由第 2.2 节的分析可知,  $h_1, h_2$  服从参数相同的 Gamma-Gamma 分布, 因此当  $\rho=1$  时, 有  $h_1 = h_2 = h_0$ ,  $h_1, h_2$  的概率密度函数表达式如(8)、(9)式所示。此时,  $P(e/0)$  和  $P(e/1)$  可表示为

$$P(e/0) = P(e/1) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{h_0 \mathfrak{R} I / \sqrt{\Omega}}{\sqrt{2N_0}} \right). \quad (20)$$

$\rho=1$  时, DDTZ 平均误码率  $\langle P_e \rangle_{01}$  为

$$\langle P_e \rangle_{01} = \int_0^\infty f(h_0) P_e dh_0. \quad (21)$$

根据(8)~(10)、(20)式, 可将(21)式表示为

$$\langle P_e \rangle_{01} = \frac{(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^\infty h_0^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} J_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta h_0}) \operatorname{erfc} \left( \frac{h_0 \mathfrak{R} I / \sqrt{\Omega}}{\sqrt{2N_0}} \right) dh_0. \quad (22)$$

利用  $J_\nu(x) = (1/2) G_{0,2}^{2,0} \left[ x^2/4 \left| \begin{array}{c} - \\ \nu/2, -\nu/2 \end{array} \right. \right]^{[22]}$ ,  $\operatorname{erfc}(\sqrt{x}) = (1/\sqrt{\pi}) G_{1,2}^{2,0} \left[ x \left| \begin{array}{c} 1 \\ 0, 1/2 \end{array} \right. \right]^{[23]}$  以及文献[24]中的(21)式, 可以将(22)式进一步化简, 进而得到  $\langle P_e \rangle_{01}$  的表达式为

$$\langle P_e \rangle_{01} = \frac{2^{\alpha+\beta-3}}{\pi^{3/2} \Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} G_{5,2}^{2,4} \left( \frac{8}{\alpha^2 \beta^2 \Omega} \gamma_0 \left| \begin{array}{c} \frac{1-\alpha}{2}, \frac{2-\alpha}{2}, \frac{1-\beta}{2}, \frac{2-\beta}{2}, 1 \\ 0, \frac{1}{2} \end{array} \right. \right). \quad (23)$$

## 4.2 DDO 平均误码率计算表达式推导

DDO 平均误码率是当判决门限能随时调整时差分探测能达到的最小误码率。由第 3.1 节的推导可知: 当  $\rho=0$  时, DDO 平均误码率对应的最优判决门限为  $[(h_1 \mathfrak{R} I) / \sqrt{\Omega} - (h_2 \mathfrak{R} I) / \sqrt{\Omega}] / 2$ ; 当  $\rho=1$  时, DDO 平均误码率对应的最优判决门限为 0。

#### 4.2.1 $\rho=0$ 时, DDO 平均误码率计算表达式推导

当  $v_{th} = [(h_1 \mathfrak{R} I) / \sqrt{\Omega} - (h_2 \mathfrak{R} I) / \sqrt{\Omega}] / 2$  时, 根据(11)、(12)式,  $P(e/0)$  和  $P(e/1)$  可表示为

$$P(e/0) = P(e/1) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{h \mathfrak{R} I / \sqrt{\Omega}}{2\sqrt{2N_0}} \right), \quad (24)$$

式中  $h = h_1 + h_2$ 。采用矩匹配的方法, 可将  $h$  的概率密度函数  $f(h)$  ( $h_1$  与  $h_2$  的的概率密度函数) 拟合为

$$f(h) = \frac{\lambda \mu^\mu h^{\lambda\mu-1}}{\hat{h}^{\lambda\mu} \Gamma(\mu)} \exp \left( -\mu \frac{h^\lambda}{\hat{h}^\lambda} \right), \quad (25)$$

式中  $\lambda, \mu$  和  $\hat{h}$  为  $\alpha-\mu$  分布的参数。令  $\alpha-\mu$  分布与 Gamma-Gamma 分布的一阶矩、二阶矩和四阶矩相等, 便可求出  $\lambda, \mu$  和  $\hat{h}$  的值, 具体求解方程组为<sup>[25]</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Gamma^2\left(\mu + \frac{1}{\lambda}\right)}{\Gamma(\mu)\Gamma\left(\mu + \frac{2}{\lambda}\right) - \Gamma^2\left(\mu + \frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{E^2(h)}{E(h^2) - E^2(h)} \\ \frac{\Gamma^2\left(\mu + \frac{2}{\lambda}\right)}{\Gamma(\mu)\Gamma\left(\mu + \frac{4}{\lambda}\right) - \Gamma^2\left(\mu + \frac{2}{\lambda}\right)} = \frac{E^2(h^2)}{E(h^4) - E^2(h^2)}, \\ \widehat{h} = \frac{\mu^{\frac{1}{\lambda}} \Gamma(\mu) E(h)}{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{\lambda}\right)} \end{array} \right. \quad (26)$$

式中  $E(h)$ 、 $E(h^2)$  和  $E(h^4)$  分别为  $h$  的一阶矩、二阶矩和四阶矩,可由 Gamma-Gamma 分布概率密度函数求得,具体计算公式见文献[25]。可以采用 MATLAB 或 Maple 工具求解上述方程组,进而求得  $\lambda$ 、 $\mu$  和  $\widehat{h}$  的值。

根据(10)、(21)、(24)、(25)式,得到最优差分探测平均误码率  $\langle P_e \rangle_{\text{Opt0}}$  的表达式为

$$\langle P_e \rangle_{\text{Opt0}} = \int_0^\infty f(h) P_e dh = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{\lambda \mu^\mu h^{\lambda \mu - 1}}{\widehat{h}^{\lambda \mu} \Gamma(\mu)} \exp\left\{-\mu \frac{h^\lambda}{\widehat{h}^\lambda}\right\} \operatorname{erfc}\left(\frac{h \Re I / \sqrt{\Omega}}{2 \sqrt{2} N_0}\right) dh. \quad (27)$$

#### 4.2.2 $\rho=1$ 时,DDO 平均误码率计算表达式推导

由第 3.1 节的推导可知,当  $\rho=1$  时,DDO 平均误码率对应的最优判决门限为固定值 0;当  $\rho=1$  时,DDTZ 平均误码率对应的最优判决门限也为固定值 0。因此有  $\langle P_e \rangle_{\text{Opt1}} = \langle P_e \rangle_{01}$ ,  $\langle P_e \rangle_{01}$  的表达式如(23)式所示。

## 5 数值模拟

对 DDTZ FSO 通信系统的误码率性能进行仿真分析。仿真中采用的参数及其详细数值如表 1 所示。由第 2.2 节的分析可知,当两束传输光波长相差较小时,它们的大气湍流衰减系数服从参数相同的概率密度函数( $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ ),在后文分析中,采用  $\lambda_2 = 1550$  nm 计算  $\alpha$  和  $\beta$  的值。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

Parameter	Value
Wavelength /nm	$\lambda_1 = 1530, \lambda_2 = 1550$
Receiver aperture diameter	0.07
Refractive-index structure constant $C_n^2 / \text{m}^{-2/3}$	$8.4 \times 10^{-15}, 1.7 \times 10^{-14}, 5.0 \times 10^{-14}$
Photo-current conversion ratio $\Re / (\text{A} \cdot \text{W}^{-1})$	1
Link distance $L / \text{m}$	5000
Optical filter attenuation coefficient $\Omega$	1
Signal to noise ratio $\gamma_0 / \text{dB}$	0-100

### 5.1 推导公式正确性验证

采用蒙特卡罗方法,验证  $\langle P_e \rangle_{00}$ 、 $\langle P_e \rangle_{01}$ 、 $\langle P_e \rangle_{\text{Opt0}}$  和  $\langle P_e \rangle_{\text{Opt1}}$  表达式的正确性,即(19)、(23)、(27)式是否正确。仿真中,数值计算采用的仿真参数如表 1 所示。蒙特卡罗方法采用的一部分参数与数值计算所用的仿真参数相同(表 1)。在蒙特卡罗仿真中,当发送信号为 1 时,对应的光强  $I=1$ ,循环次数  $N_n = 10^7$ 。在数值计算中,采用  $\lambda_2 = 1550$  nm 计算  $\alpha$  和  $\beta$  的值,因此在蒙特卡罗仿真中,也采用  $\lambda_2 = 1550$  nm 计算  $\alpha$  和  $\beta$  的值。

为了详细说明获得蒙特卡罗仿真结果的过程,给出了蒙特卡罗仿真流程图,如图 4 所示,其中 G-G( $\alpha, \beta$ ) 表示参数为  $\alpha$  和  $\beta$  的 Gamma-Gamma 分布; $N(0, N_0/2)$  为均值为 0、方差为  $N_0/2$  的正态分布; $N_n$  为传输的信息位数,取值为  $10^7$ ;  $N_{\text{NUM}}$  为传输错误的信息位数; $R_{\text{BER}}$  为误码率。图 4 可表示  $\langle P_e \rangle_{00}$ 、 $\langle P_e \rangle_{01}$ 、 $\langle P_e \rangle_{\text{Opt1}}$  和  $\langle P_e \rangle_{\text{Opt0}}$  的蒙特卡罗求解方法。当  $\rho=0$  时,流程图第 5 步产生两个相互独立的变量  $h_1$  和  $h_2$ ;当  $\rho=1$  时,

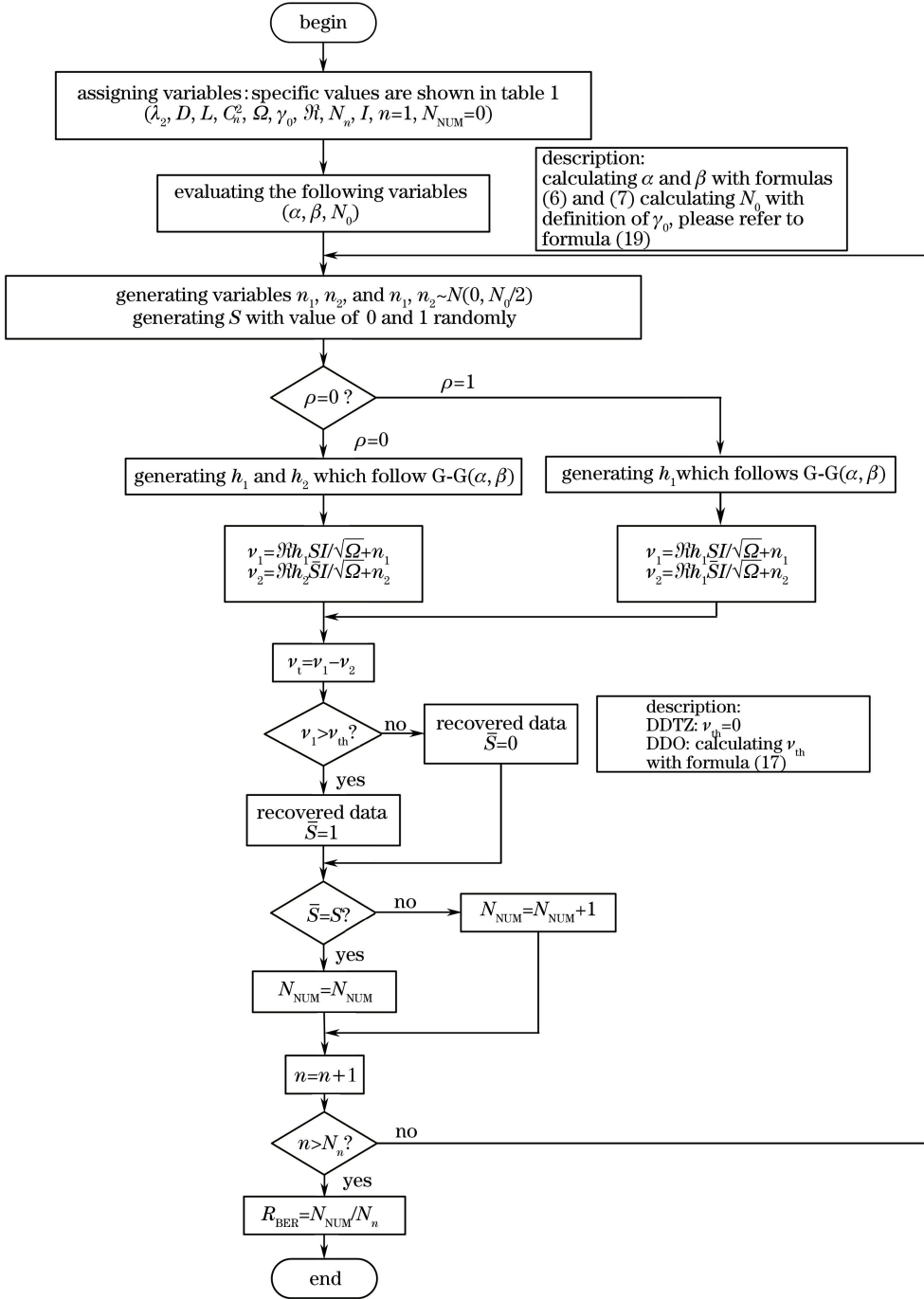


图 4 蒙特卡罗仿真流程图

Fig. 4 Flow chart of Monte Carlo simulation

$h_1 = h_2$ , 流程图第 5 步只需产生一个变量  $h_1$  即可。此外, 当计算 DDTZ 平均误码率时, 流程图第 8 步  $v_{th} = 0$ ; 当计算 DDO 平均误码率时, 流程图第 8 步  $v_{th}$  的值可由 (17) 式计算得到。

图 5 为  $\rho = 0$  时, DDTZ 平均误码率  $\langle P_e \rangle_{00}$  曲线, 图中给出了使用 (19) 式计算得到的  $\langle P_e \rangle_{00}$  和采用蒙特卡罗方法得到的  $\langle P_e \rangle_{00}$  仿真曲线。图 6 为  $\rho = 1$  时, DDTZ/DDO 平均误码率  $\langle P_e \rangle_{01} / \langle P_e \rangle_{0pt1}$  曲线, 图中给出了采用 (23) 式计算得到的  $\langle P_e \rangle_{01} / \langle P_e \rangle_{0pt1}$  和采用蒙特卡罗方法得到的  $\langle P_e \rangle_{01} / \langle P_e \rangle_{0pt1}$  仿真曲线。图 7 为  $\rho = 0$  时, DDO 平均误码率  $\langle P_e \rangle_{0pt0}$  曲线, 图中给出了采用 (27) 式计算得到的  $\langle P_e \rangle_{0pt0}$  和采用蒙特卡罗方法得到的  $\langle P_e \rangle_{0pt0}$  仿真曲线。从图 5~7 可以看出, 数值计算和蒙特卡罗方法得到的平均误码率曲线重合, 因此 (19)、(23)、(27) 式的计算表达式是正确的。

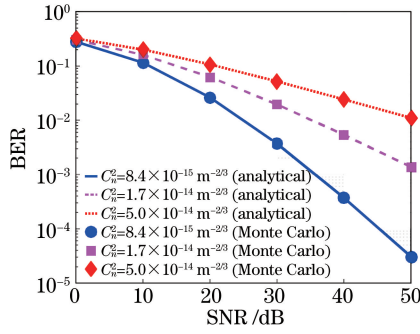


图 5  $\rho=0$  时 DDTZ 平均误码率  $\langle P_e \rangle_{00}$

Fig. 5 DDTZ average bit error rate  $\langle P_e \rangle_{00}$  when  $\rho=0$

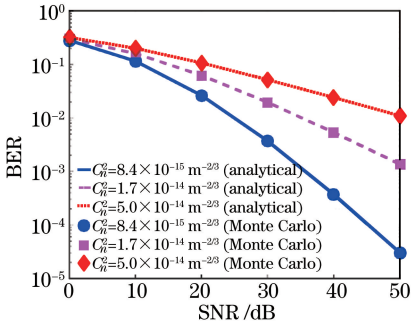


图 6  $\rho=1$  时的 DDTZ/DDO 平均误码率

Fig. 6 DDTZ/DDO average bit error rate when  $\rho=1$

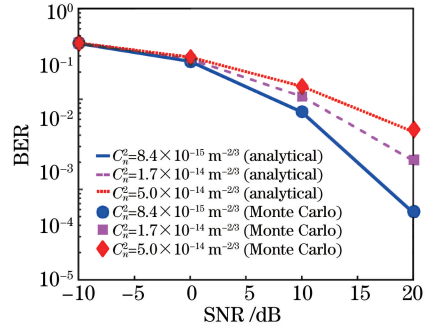


图 7  $\rho=0$  时的 DDO 平均误码率

Fig. 7 DDO average bit error rate when  $\rho=0$

## 5.2 验证 DDTZ 不存在差错平底效应

为了分析零判决门限差分探测能否克服差错平底效应,给出了 DDTZ( $\rho=0$ )、DDTZ( $\rho=1$ )、SDTF 平均误码率的比较,如图 8 所示。由于 DDTZ( $\rho=0$ )和 DDTZ( $\rho=1$ )的平均误码率相等,因此用一条仿真曲线表示。从仿真图中可以看出,当信噪比增加到 35 dB 后,SDTF 平均误码率不随信噪比的增大而下降,而 DDTZ 平均误码率随着信噪比的增大一直呈下降趋势,因此 DDTZ 不存在差错平底效应。

## 5.3 大气湍流强度和通信距离对 DDTZ 平均误码率的影响分析

为了分析大气湍流对零判决门限差分探测平均误码率的影响,给出了不同距离和不同湍流强度条件下 DDTZ 平均误码率与 SNR 的关系曲线。从图 9 可以看出,通信距离越长,湍流强度对 DDTZ 平均误码率的影响越明显。当  $L$  取 1500 m 和 3000 m 时,弱湍流条件下( $C_n^2=8.4 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $R_{\text{BER}}=10^{-5}$ )的 DDTZ 平均误码率性能分别优于中等湍流条件下( $C_n^2=1.7 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $R_{\text{BER}}=10^{-5}$ )1 dB 和 10 dB。出现上述现象的原因是:当传输距离较长时,接收信号光强度发生深衰落的概率增大,光强度的衰落会导致信号光强度小于接收端背景噪声,使数据恢复发生错误,从而导致湍流强度对 DDTZ 平均误码率的影响增大。

## 5.4 DDTZ 与其他探测方法的平均误码率性能对比

为了能够准确定位 DDTZ 的性能,对比 DDTZ 平均误码率、差分探测所能达到的最优平均误码率(DDO 平均误码率)、传统单端探测所能达到的最优平均误码率(SDO 平均误码率)和传统 SDTF 平均误码率性能。图 10 为 SDTF、SDO、DDTZ、DDO 平均误码率对比曲线。对比(19)、(23)式可知,DDTZ( $\rho=0$ )、DDTZ( $\rho=1$ )、DDO( $\rho=1$ )平均误码率相等,因此三者用一条仿真曲线表示。由图 10 可见,DDO( $\rho=0$ )平均误码率性能最好,DDTZ( $\rho=0$ )、DDTZ( $\rho=1$ )、DDO( $\rho=1$ )平均误码率性能次之,SDO 平均误码率性能较差,SDTF 平均误码率性能最差。DDO( $\rho=0$ )平均误码率性能优于 DDTZ( $\rho=0/\rho=1$ ) 23 dB( $R_{\text{BER}}=10^{-6}$ ,  $C_n^2=8.4 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ );DDTZ( $\rho=0/\rho=1$ )平均误码率性能优于 SDO 3 dB( $R_{\text{BER}}=10^{-6}$ ,  $C_n^2=8.4 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ),并且该优势不受信噪比的影响。此外,与 SDTF 相比,DDTZ( $\rho=0/\rho=1$ )平均误码率性能具有明显优势。当  $R_{\text{SNR}}$  为 10 dB 和 30 dB 时,DDTZ 平均误码率比 SDTF 分别小 0.1 和 1 个数量级;当  $R_{\text{SNR}}=30$  dB 时,在  $C_n^2=8.4 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$  和  $C_n^2=5 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  条件下,DDTZ 平均误码率比 SDTF 分别小 1 个数量级和不到 1 个



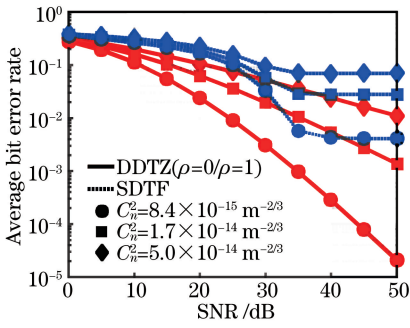


图 8 DDTZ ( $\rho=0$ )、DDTZ ( $\rho=1$ )、SDTF 的平均误码率比较  
Fig. 8 Comparison of average bit error rate of DDTZ ( $\rho=0$ ), DDTZ ( $\rho=1$ ) and SDTF

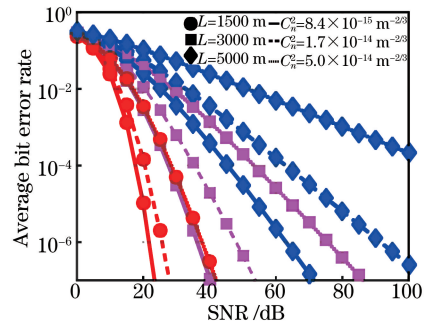


图 9 不同距离、不同湍流强度条件下的 DDTZ 平均误码率  
Fig. 9 Average bit error rate of DDTZ under different communication distances and atmospheric conditions

数量级(图 8)。因此,与 SDTF 相比,当信噪比较高时,DDTZ 平均误码率性能优势明显,并且该优势随着湍流强度的增加而减小。

在  $\rho$  对 DDTZ 平均误码率性能影响方面,由图 10 可见,DDTZ( $\rho=0$ )平均误码率与 DDTZ( $\rho=1$ )相等,而 DDO( $\rho=1$ )平均误码率小于 DDO( $\rho=0$ ),从以上结果可以看出, $\rho$  对 DDTZ 平均误码率性能没有影响,而对 DDO 平均误码率存在影响, $\rho$  越小,DDO 平均误码率性能越好。此外,从图 10 还可以看出,当  $\rho=1$  时,DDTZ 平均误码率与 DDO 相等;当  $\rho=0$  时,DDTZ 平均误码率比 DDO 大很多。因此,当  $\rho=1$  时,DDTZ 平均误码率为最优差分探测误码率,而当  $\rho=0$  时,差分探测平均误码率性能还有很大的提升空间。但是,要取得最优差分探测误码率,就要增加计算复杂度、设备复杂度并且需要先验信息,但是这些要求均会导致 FSO 通信系统无法实现实时传输。此外,虽然 DDTZ 平均误码率性能不如 DDO,但是 DDTZ 平均误码率性能优于 SDO,比 SDTF 平均误码率性能好很多,并且 DDTZ 不存在差错平底效应。因此,在实际应用中,DDTZ 方法的实现复杂度较小,通信性能较优。

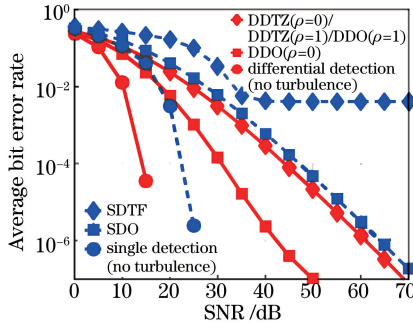


图 10 SDTF、SDO、DDTZ、DDO 平均误码率对比  
Fig. 10 Comparison of average bit error rate of SDTF, SDO, DDTZ and DDO

### 5.5 $\Omega$ 对 DDTZ 平均误码率的影响

以上分析都是在  $\Omega=1$  的条件下进行的。图 11 为光滤波器衰减系数  $\Omega$  对零判决门限差分探测平均误码率的影响。由图 11 可见,随着  $\Omega$  的增加,DDTZ 平均误码率增大,当  $\Omega$  超过 2 时,功率衰减一半,DDTZ 平均误码率将大于传统单端探测能达到的 SDO 平均误码率。此外,即使  $\Omega$  达到 3,此时滤波器输出功率仅为输入功率的 33%,DDTZ 平均误码率依然小于传统固定判决门限差分探测。为了保证 DDTZ 的平均误码率性能,应选择  $\Omega$  尽量小的光滤波器。在实际应用中, $\Omega$  小于 1.5 的光滤波器不难得到,可以保证 DDTZ 平均误码率性能优于 SDO,同时明显优于 SDTF 平均误码率性能。因此,实际应用中能够保证 DDTZ 抑制大气湍流不利影响的能力。

## 6 结 论

推导了 DDTZ 和 DDO 平均误码率的表达式,分析了大气湍流影响下 DDTZ FSO 通信系统平均误码率

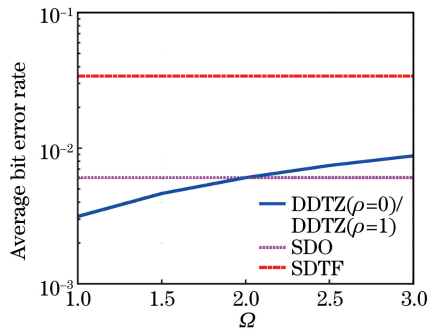


图 11  $\Omega$  对 DDTZ 平均误码率的影响

Fig. 11 Effect of  $\Omega$  on average bit error rate of DDTZ

性能。仿真结果表明：当信噪比增加到 35 dB 后，SDTF 出现差错平底现象，而 DDTZ 不存在差错平底现象；接收信号的相关性不影响 DDTZ 平均误码率，并且通信距离越大，湍流强度对 DDTZ 平均误码率的影响越明显；此外，DDTZ 平均误码率性能虽然不及 DDO，但是优于 SDO ( $R_{\text{BER}} = 10^{-6}$ ,  $C_n^2 = 8.4 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ) 3 dB，且 DDTZ 平均误码率性能明显优于 SDTF，因此从实现复杂度和性能角度权衡，实际应用中更适合采用 DDTZ 方法。

### 参 考 文 献

- [1] Han Liqiang, You Yahui. Performance of multiple input multiple output free space optical communication under atmospheric turbulence and atmospheric attenuation[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(7): 0706004.  
韩立强, 游雅晖. 大气衰减和大气湍流效应下多输入多输出自由空间光通信的性能[J]. 中国激光, 2016, 43(7): 0706004.
- [2] Chen Chunyi, Yang Huamin, Jiang Huilin, *et al.* Performance analysis of large-aperture receiving and selection of aperture size in atmospheric optical communications[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(11): 2957-2961.  
陈纯毅, 杨华民, 姜会林, 等. 大气光通信中大孔径接收性能分析与孔径尺寸选择[J]. 中国激光, 2009, 36(11): 2957-2961.
- [3] Ke Xizheng, Liu Mei. Diversity reception technology over atmospheric turbulence channels in wireless optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0106005.  
柯熙政, 刘妹. 湍流信道无线光通信中的分集接收技术[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0106005.
- [4] Hu Qingsong, Huang Yuhua, Wang Junbo, *et al.* Performance analysis of multi-hop free space optics over strong turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0906004.  
胡庆松, 黄玉划, 王俊波, 等. 强湍流下多跳自由空间光通信的性能分析[J]. 光学学报, 2013, 33(9): 0906004.
- [5] Yang G W, Khalighi M A, Bourennane S, *et al.* Approximation to the sum of two correlated Gamma-Gamma variates and its applications in free-space optical communications[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2012, 1(6): 621-624.
- [6] Wu Xiaojun, Wang Hongxing, Li Bifeng, *et al.* Affect analysis of atmospheric turbulence on fading characteristics in free-space optical system over different environments[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(5): 0513001.  
吴晓军, 王红星, 李笔锋, 等. 不同传输环境下大气湍流对无线光通信衰落特性影响分析[J]. 中国激光, 2015, 42(5): 0513001.
- [7] Zhang Huiying, Li Hongzuo, Xiao Dongya, *et al.* Performance analysis of spatial-diversity reception over combined effects of atmospheric turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(4): 0405002.  
张慧颖, 李洪祚, 肖冬亚, 等. 大气湍流综合效应下空间分集接收性能研究[J]. 中国激光, 2016, 43(4): 0405002.
- [8] Zhao Jing, Zhao Shanghong, Li Yongjun, *et al.* Application of spatial diversity technology for airborne laser communication[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(8): 080603.  
赵静, 赵尚弘, 李勇军, 等. 空间分集技术在航空激光通信中的应用研究[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(8): 080603.
- [9] Yang L X, Song X G, Cheng J L, *et al.* Free-space optical communications over lognormal fading channels using OOK with finite extinction ratios[J]. IEEE Access, 2016, 4: 574-584.
- [10] Zhang L, Wu Z Y. Closed-form suboptimal maximum-likelihood sequence detection for free-space optical

- communications[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(27): 6441-6447.
- [11] Zhu X M, Kahn J M. Free-space optical communication through atmospheric turbulence channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(8): 1293-1300.
- [12] Sun Z G, Zhang Y Y. A fast blind detection algorithm for outdoor visible light communications[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2015, 7(6): 15591440.
- [13] Song T Y, Kam P Y. A robust GLRT receiver with implicit channel estimation and automatic threshold adjustment for the free space optical channel with IM/DD[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2014, 32(3): 369-383.
- [14] Zhang L, Wu Z Y, Zhang Y Y, *et al.* Improved maximum likelihood detection for mitigating fading estimation error in free space optical communication[J]. *Optical Engineering*, 2013, 52(1): 015004.
- [15] Yang L X, Cheng J L, Holzman J F. Electrical-SNR-optimized detection threshold for OOK IM/DD optical wireless communications[C]. *13<sup>th</sup> Canadian Workshop on Information Theory*, 2013: 13823316.
- [16] Moradi H, Refai H H, LoPresti P G. Thresholding-based optimal detection of wireless optical signals[J]. *IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking*, 2010, 2(9): 689-700.
- [17] Khalighi M A, Xu F, Jaafar Y, *et al.* Double-laser differential signaling for reducing the effect of background radiation in free-space optical systems[J]. *IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking*, 2011, 3(2): 145-154.
- [18] Hitam S, Abdullah M K, Mahdi M A, *et al.* Impact of increasing threshold level on higher bit rate in free space optical communications[J]. *Journal of Optical and Fiber Communications Research*, 2009, 6(1): 22-34.
- [19] Abadi M M, Ghassemlooy Z, Khalighi M A, *et al.* FSO detection using differential signaling in outdoor correlated-channels condition[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2016, 28(1): 55-58.
- [20] Abadi M M, Ghassemlooy Z, Zvanovec S, *et al.* Impact of link parameters and channel correlation on the performance of FSO systems with the differential signaling technique [J]. *IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking*, 2017, 9(2): 138-148.
- [21] Liu C, Yao Y, Sun Y X, *et al.* Analysis of average capacity for free-space optical links with pointing errors over Gamma-Gamma turbulence channels[J]. *Chinese Optics Letters*, 2010, 8(6): 537-540.
- [22] Jeffrey A, Zwillinger D. *Table of integrals, series, and products*[M]. New York: Academic Press, 2007.
- [23] Brychkov Y A, Marichev O I, Prudnikov A P. *Integrals and series. Volume 3: More special functions*[M]. New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1986.
- [24] Adamchik V S, Marichev O I. The algorithm for calculating integrals of hypergeometric type functions and its realization in REDUCE system[C]. *ISSAC '90 Proceedings of the International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*, 1990: 212-224.
- [25] Peppas K P. A simple, accurate approximation to the sum of Gamma-Gamma variates and applications in MIMO free-space optical systems[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2011, 23(13): 839-841.