

海洋湍流中扩展物体漫反射光成像的数值模拟

罗燏娟, 季小玲, 李晓庆

四川师范大学物理与电子工程学院, 四川 成都 610068

摘要 采用空域滤波方法和海洋湍流功率谱, 编制了海洋湍流中扩展物体漫反射光成像的模拟仿真程序, 研究了成像质量与海洋湍流参数和接收孔径之间的关系。研究发现, 随着海水湍流功率谱中由温度引起的海水折射率变化与由盐度变化引起的海水折射率变化的比率的增大, 海水温度方差耗散率的增大, 以及单位质量海水动能耗散率的减小, 海洋湍流的可见参数减小, 成像质量变差。该数值模拟方法为研究海洋湍流中扩展物体的漫反射光成像提供了一种可行、正确的方法。

关键词 海洋光学; 湍流介质中成像; 海洋湍流; 漫反射; 扩展物体; 数值模拟

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201744.1105001

Numerical Simulation of Imaging by Diffuse Reflection Light from Extended Objects in Oceanic Turbulence

Luo Yujuan, Ji Xiaoling, Li Xiaoqing

College of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610068, China

Abstract By using the spatial filtering method and the oceanic turbulence power spectra, the numerical simulation program of imaging by diffuse reflection light from extended objects in oceanic turbulence is designed. The dependence of the imaging quality on the oceanic turbulence parameters and the receiver size is studied. It is found that, with the increases of the ratio of seawater refractive index change caused by temperature to that caused by salinity in the oceanic turbulence power spectra and the dissipation rate of seawater temperature variance, and with the decrease of the dissipation rate of kinetic energy per unit fluid mass, the seeing parameter in oceanic turbulence decreases and the imaging quality degrades. The proposed numerical simulation method provides a feasible and correct approach for the study of imaging by diffuse reflection light from extended objects in oceanic turbulence.

Key words oceanic optics; imaging through turbulent media; oceanic turbulence; diffuse reflection; extended object; numerical simulation

OCIS codes 010.4455; 110.0115; 010.7060; 120.5700

1 引言

激光照明目标漫反射回光特性和成像技术已被广泛应用于诸多激光领域^[1-8]。湍流会降低光学成像质量, 引起光闪烁和漂移等^[9-17]。大气湍流中漫反射光的特性和成像已有研究^[18-20]。近年来, 随着水下光通信、传感和激光雷达等应用的兴起, 深入研究海洋湍流对光成像的影响具有重要意义^[21-23]。大气湍流折射率起伏的空间功率谱仅含有一个峰值, 而海洋湍流折射率起伏的空间功率谱具有复杂的双峰值结构^[24]。本课题组推导出了光波在海洋湍流中的结构函数和空间相干长度的解析公式, 并得到 Kolmogorov 结构函数的 5/3 幂律在海洋湍流的惯性区域中仍然成立的结论^[25]; 推导出了海洋湍流中可见参数的解析表达式, 并修正了已有的用光学传递函数定量描述水下光学成像的模型^[26]。然而, 关于海洋湍流中漫反射光的传输及成像

收稿日期: 2017-06-16; 收到修改稿日期: 2017-07-23

基金项目: 国家自然科学基金(61475105, 61505130)

作者简介: 罗燏娟(1992—), 女, 硕士研究生, 主要从事激光传输特性方面的研究。E-mail: 18215552830@163.com

导师简介: 季小玲(1963—), 女, 博士, 教授, 主要从事激光传输与控制方面的研究。

E-mail: jixl100@163.com(通信联系人)

的数值模拟研究鲜有报道。本文利用空域滤波和海洋湍流功率谱,对扩展物体漫反射光在海洋湍流中的成像进行了数值模拟,研究了光学成像质量与海洋湍流参数和接收孔径之间的关系。

2 海洋湍流中漫反射光传输理论

在傍轴近似条件下,光在随机介质中沿 z 轴方向的传输满足标量波动方程^[27],即

$$2ik \frac{\partial U}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 U + 2k^2(n^2 - 1)U = 0, \quad (1)$$

式中 U 为初始光波复振幅; $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial^2 x + \partial^2/\partial^2 y$ 为拉普拉斯算子, x 和 y 是与传输方向垂直的横向坐标; n 为海水折射率;光波波数 $k = 2\pi/\lambda$,其中 λ 为波长。通常,采用多层相位屏法求解(1)式,即将光束传输路径分成若干段,每一段距离中湍流引起的相位扰动可近似用薄的随机相位屏来处理,光在湍流介质中的传输等价于光在真空和薄随机相位屏中的交替传输^[27]。

对于均匀各向同性的海水介质,采用 Nikishov 等^[24]提出的海洋湍流功率谱 $\Phi_n(\kappa)$ 来描述由温度和盐度共同变化引起的海水折射率起伏,即

$$\Phi_n(\kappa) = 0.388 \times 10^{-8} \epsilon^{-1/3} \kappa^{-11/3} [1 + 2.35(\kappa\eta)^{2/3}] \times \chi_T [\omega^2 \exp(-A_T \gamma) + \exp(-A_S \gamma) - 2\omega \exp(-A_{TS} \gamma)] / \omega^2, \quad (2)$$

式中常数 $A_T = 1.863 \times 10^{-2}$, $A_S = 1.9 \times 10^{-4}$, $A_{TS} = 9.41 \times 10^{-3}$, $\gamma = 8.284(\kappa\eta)^{4/3} + 12.978(\kappa\eta)^2$; κ 为湍流功率谱空间波数; η 为 Kolmogorov 内尺度; χ_T 为海水的温度方差耗散率,其取值范围是为 $10^{-4} \sim 10^{-10} \text{ K}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; ϵ 为单位质量的海水湍流动能耗散率,其取值范围为 $10^{-1} \sim 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$; ω 为海水湍流功率谱中由温度引起的海水折射率变化与由盐度变化引起的海水折射率变化的比率,其取值范围为 $[-5, 0]$, -5 和 0 分别表示仅由温度或盐度变化引起海水折射率变化的两种情况。

由 Fried^[28]首次提出的可见参数 r_0 是大气光学中一个重要物理量,它可表征光传输路径上的大气湍流强度。本课题组推导出的海洋湍流中球面波可见参数 r_0 的表达式^[26]为

$$r_0 = [5.237 \times 10^{-8} k^2 z \epsilon^{-1/3} (\chi_T / \omega^2) \times (0.419\omega^2 - 0.838\omega + 1.119)]^{-3/5}, \quad (3)$$

式中 z 为光传输距离。 r_0 值越大,可视条件越好。

由于漫反射光场的发散角非常大,漫反射光传输过程不满足近轴近似光传输波动方程。利用激光照明物体漫反射光成像时,仅关心接收孔径内的光波信息。如果在接受孔径内可得到精确的光波数值,就能够研究其成像特性^[18]。因此,在数值模拟计算时,可采用辅助模板进行空域滤波,辅助模板函数^[29]为

$$M(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in S \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (4)$$

式中 S 为辅助模板的通光区域,通常辅助模板的通光直径需略大于接收孔径。数值计算时,将传输路径分成若干段,传输每段路径后,将光场复振幅与辅助模板函数相乘,这样可使得 S 区域内的光场保持不变,而区域外的光场强度设置为 0 。

湍流介质中的长曝光调制传递函数^[28]可表示为

$$f_{MT} = \exp \left[-\frac{1}{2} D(\lambda\Omega) \right], \quad (5)$$

式中 Ω 为空间角频率,波结构函数 $D(\cdot)$ 为在 Rytov 微扰近似中获得的对数振幅和相位起伏的结构函数之和^[9],可表示为

$$D(\rho) = 8\pi^2 k^2 z \int_0^1 \int_0^{\infty} [1 - J_0(\kappa\xi\rho)] \Phi_n(\kappa) \kappa d\kappa d\xi, \quad (6)$$

式中 $J_0(\cdot)$ 为零阶贝塞尔函数, ρ 为垂直于光波传输方向截面上两点的距离,归一化距离变量 $\xi = 1 - L/z$ (z 为物面到像面的距离; L 为光传输的实际距离,其变化范围为 $[0, z]$)。将(2)式代入(6)式, $\rho \gg \eta$ 时,可得到海洋湍流的波结构函数^[25]为

$$D(\rho, z) = 3.603 \times 10^{-7} k^2 z \epsilon^{-1/3} (\chi_T / \omega^2) \rho^{5/3} \times (0.419\omega^2 - 0.838\omega + 0.419). \quad (7)$$

研究调制传递函数时,将波结构函数中的 ρ 用 $\lambda\Omega$ 代替。

真空中,成像系统的调制传递函数^[28]可以表示为

$$f_{MT0} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} [\arccos(\Omega/\Omega_0) - (\Omega/\Omega_0) \sqrt{1 - (\Omega/\Omega_0)^2}], & \Omega < \Omega_0 \\ 0, & \Omega \geq \Omega_0 \end{cases}, \quad (8)$$

式中 $\Omega_0 = D_0/\lambda$ 为截止频率, D_0 为接收孔径。

对一个光学系统分辨本领的描述有多种方法,例如可通过到达角起伏和瑞利判据等简单分析分辨本领^[30],可使用调制传递函数的全频谱空间积分作为光学系统分辨本领的度量参数^[30]。在海洋湍流中,长曝光成像分辨率 \mathfrak{R} ^[28] 表示为

$$\mathfrak{R} = 2\pi \int_0^\infty f_{MT0} f_{MT} \Omega d\Omega. \quad (9)$$

将(5)~(8)式代入(9)式,即可得到长曝光条件下海洋湍流的成像分辨率。

在真空中,系统的最小可分辨尺寸 R 主要由接收孔径 D_0 决定,即 $R = 1.22\lambda z/D_0$ 。在海洋湍流中,当接收孔径 D_0 远大于可见参数 r_0 时,系统的最小可分辨尺寸 R 主要由海洋湍流决定,即 $R = 1.22\lambda z/r_0$ 。

3 漫反射光成像的数值模拟结果及分析

研究图 1 所示的漫反射体对相干照明光的反射光在海洋湍流中的传输及成像特性,该漫反射体是由一系列尺寸为 $0.23 \text{ mm} \times 0.23 \text{ mm}$ 的小方格组成,圆环的半径由中心向外依次分别为 $0.82, 1.64, 3.05, 4.69 \text{ mm}$ 。采用在光场上施加高斯随机振幅和相位的方法模拟反射物体对相干照明光的漫反射。在数值模拟中,假设物体被均匀照明,且物体反射率均匀分布,即从物体散射出的漫反射光场的振幅均匀分布,相位在 $[0, 2\pi]$ 范围内均匀随机变化。取光波波长 $\lambda = 0.6328 \text{ }\mu\text{m}$, 网格数为 512×512 , 像面距离 $z = 50 \text{ m}$, 模拟 50 次随机相位散射光的独立传输,海洋湍流中像面光强为 100 次数值模拟的平均结果。

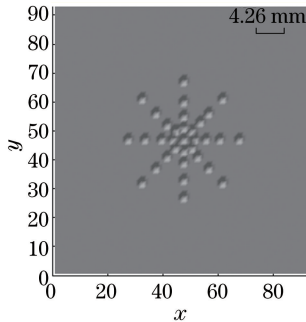


图 1 漫反射物体

Fig. 1 Diffuse reflection object

3.1 接收孔径对成像质量的影响

当 $r_0 = 17.7 \text{ mm}$ 时,海洋湍流中不同接收孔径 D_0 对应的成像最小可分辨尺寸 R 以及可分辨物体细节情况见表 1,其中 D_1, D_2, D_3, D_4 分别表示中心与第一环、第二环、第三环、第四环之间的距离,○表示可以分辨细节,×表示不能分辨细节。与表 1 对应的不同 D_0 情况下的成像及其二维(2D)光强分布如图 2 所示。可以看出,图 2 的结果与表 1 的理论分析结果是一致的。 D_0 越大,能够分辨的细节越多,成像质量越高。但是,当 D_0 增大到一定值后,可分辨细节不再增多,这时成像质量由海洋湍流强度决定。

表 1 海洋湍流中,不同 D_0 下的 R 以及可分辨物体细节情况

Table 1 R and distinguishable details under different D_0 in oceanic turbulence

D_0/mm	R/mm	Distinguishable detail			
		$D_1=0.82 \text{ mm}$	$D_2=1.64 \text{ mm}$	$D_3=3.05 \text{ mm}$	$D_4=4.69 \text{ mm}$
6	6.43	×	×	×	×
10	3.86	×	×	×	○
20	2.18	×	×	○	○
30	2.18	×	×	○	○

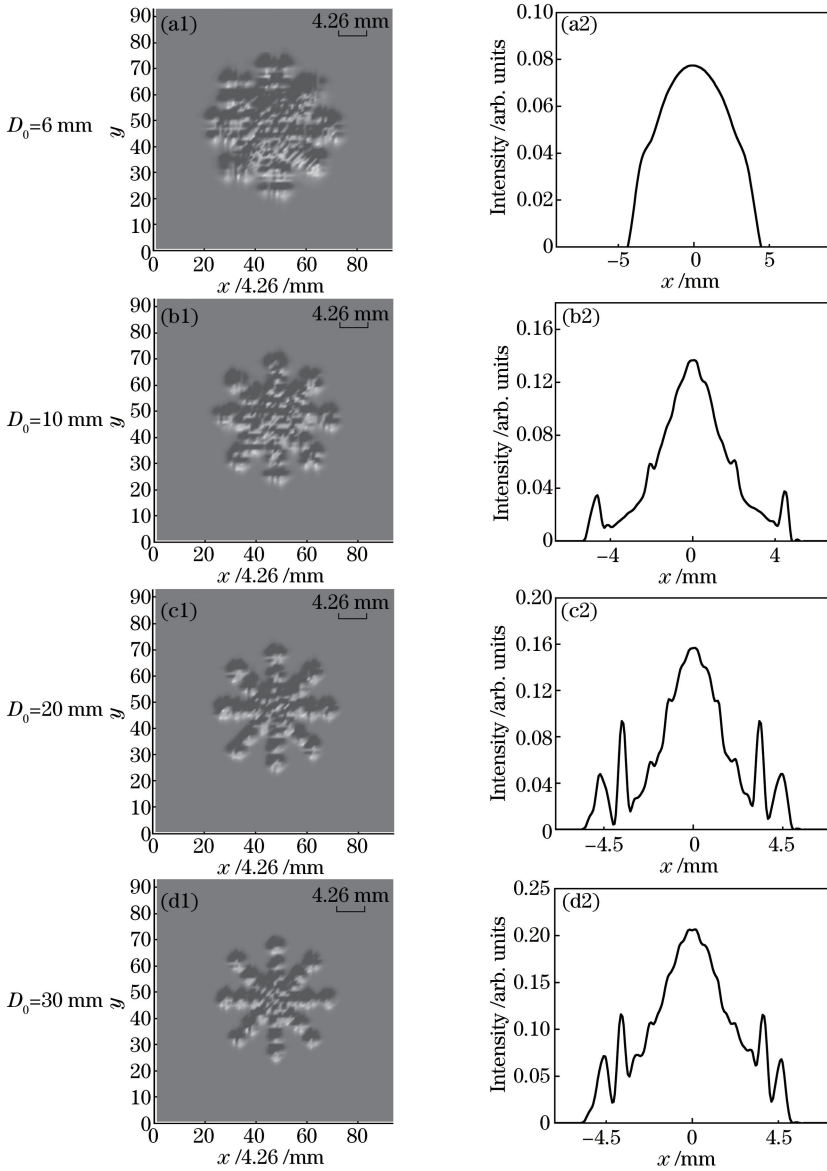


图 2 海洋湍流中,不同 D_0 下的(a1)(b1)(c1)(d1)像及(a2)(b2)(c2)(d2)其二维光强分布

Fig. 2 (a1)(b1)(c1)(d1) Images and (a2)(b2)(c2)(d2) their 2D intensity distributions under different D_0 in oceanic turbulence

在海洋湍流中,不同可见参数 r_0 下分辨率 \mathfrak{R} 随接收孔径 D_0 的变化曲线如图 3 所示,可以看出, \mathfrak{R} 随着 D_0 的增大而增大。当 D_0 足够大时, \mathfrak{R} 趋于稳定值。因此,表 1 和图 2 的结果与图 3 的结果是一致的,这表

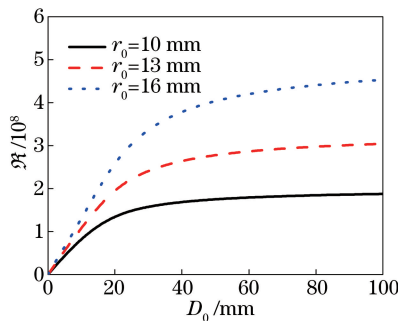


图 3 海洋湍流中,不同 r_0 下的 \mathfrak{R} 随 D_0 的变化

Fig. 3 \mathfrak{R} versus D_0 under different r_0 in oceanic turbulence

明该数值模拟方法是可行和正确的。此外,由图 3 还可知,不同 r_0 下的 \mathcal{R} 的差值随 D_0 的增大而增大。

3.2 海洋湍流对成像质量的影响

在 $D_0 = 40$ mm 和不同可见参数 r_0 条件下,海洋湍流中的成像最小可分辨尺寸 R 以及可分辨物体细节情况见表 2,与表 2 对应的像及其 2D 光强分布如图 4 所示。可以看出,图 4 和表 2 的理论分析结果是一致

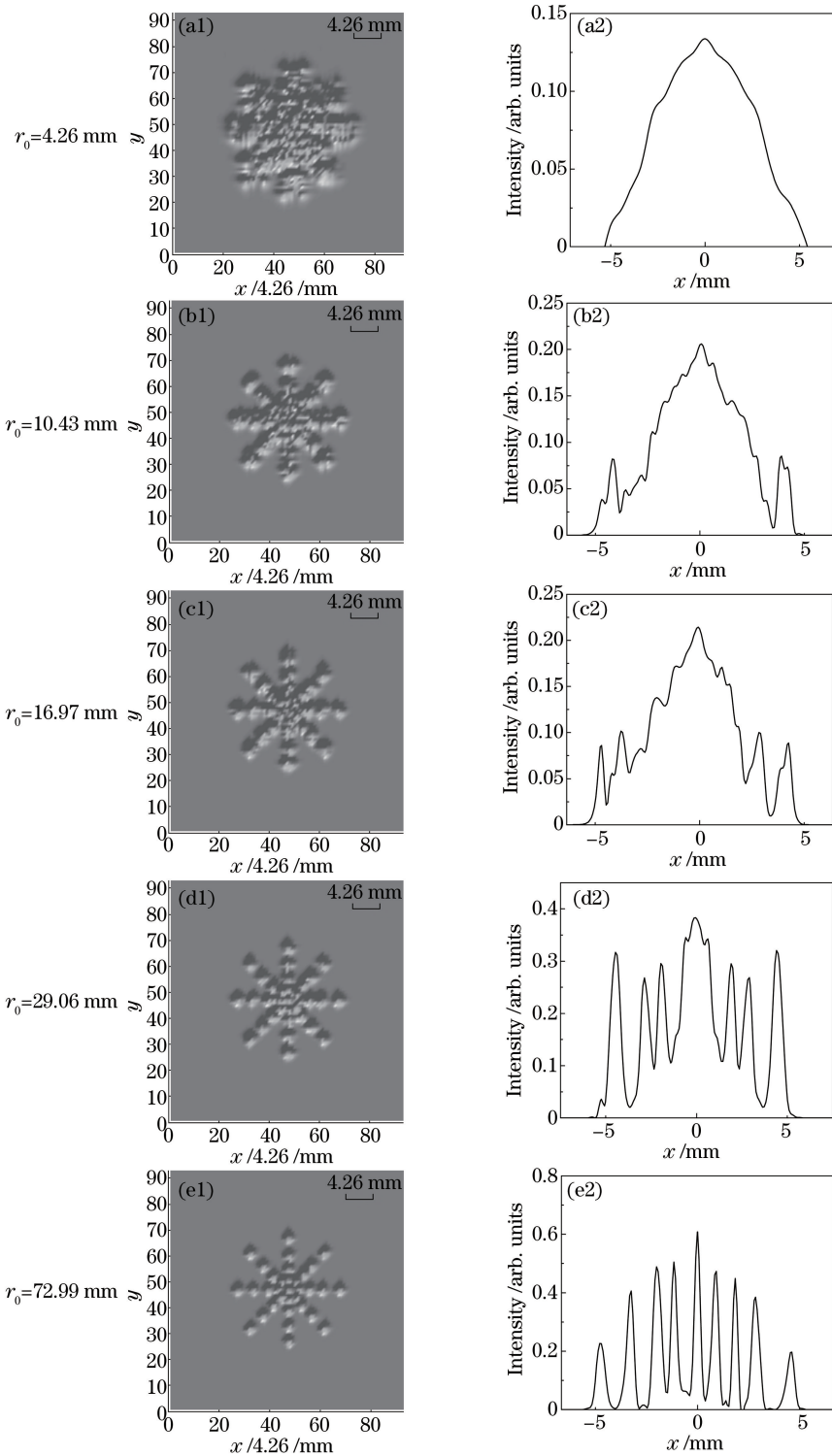


图 4 在海洋湍流中,不同 r_0 下的(a1)(b1)(c1)(d1)(e1)像及(a2)(b2)(c2)(d2)(e2)其二二维光强分布

Fig. 4 (a1)(b1)(c1)(d1)(e1) Images and (a2)(b2)(c2)(d2)(e2) their 2D intensity distributions under different r_0 in oceanic turbulence

的, r_0 越大, 可分辨细节越多, 成像质量越高。

表 2 海洋湍流中, 不同 r_0 下的 R 以及可分辨物体细节情况

Table 2 R and distinguishable details under different r_0 in oceanic turbulence

r_0 /mm	R /mm	Distinguishable detail			
		$D_1=0.82$ mm	$D_2=1.64$ mm	$D_3=3.05$ mm	$D_4=4.69$ mm
4.26	9.06	×	×	×	×
10.43	3.70	×	×	×	○
16.97	2.27	×	×	○	○
29.06	1.33	×	○	○	○
72.99	0.53	○	○	○	○

在海洋湍流中, 不同接收孔径 D_0 下的分辨率 \mathfrak{R} 随不同海洋湍流参数的变化如图 5 所示。图 5(a) 表明, 随着 ω 的增大, \mathfrak{R} 逐渐减小, 成像质量变差。如图 5(b)、(c) 所示, 随着海水温度方差耗散率 χ_T 的增大和单位质量海水湍流动能耗散率 ϵ 的减小, \mathfrak{R} 减小, 成像质量下降。因此, 表 2 和图 4 的结果与图 5 的结果是一致的, 进一步表明该数值模拟方法是可行的, 结果是正确的。此外, 由图 5 可知, 随着 ω 和 χ_T 的减小以及 ϵ 的增大, 不同 D_0 下的 \mathfrak{R} 的差别增大, 即接收孔径对成像质量的影响增大。反之, 当 ω 和 χ_T 足够大且 ϵ 足够小时, 不同 D_0 对应的 \mathfrak{R} 值接近, 即此时接收孔径对成像质量的影响可以忽略, 而海洋湍流的强度是决定成像质量的主要因素。海洋湍流的可见参数 r_0 随不同海洋湍流参数的变化如图 6 所示。

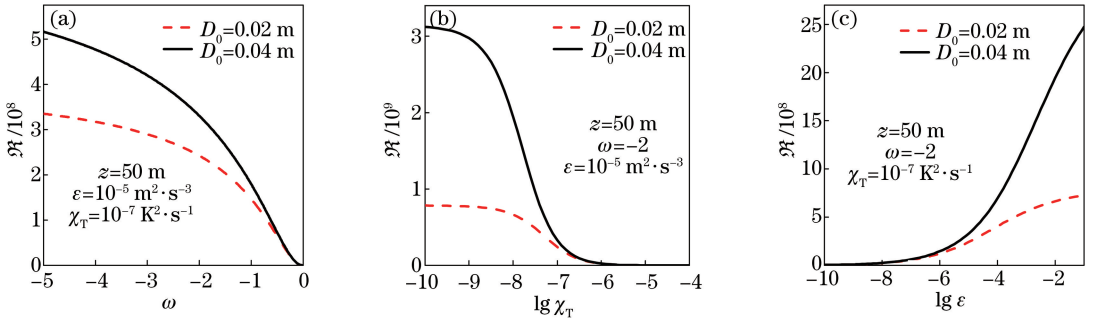


图 5 海洋湍流中, 不同 D_0 下的 \mathfrak{R} 随不同海洋湍流参数的变化。(a) ω ; (b) $\lg \chi_T$; (c) $\lg \epsilon$

Fig. 5 \mathfrak{R} in oceanic turbulence versus different oceanic turbulence parameters under different D_0 . (a) ω ; (b) $\lg \chi_T$; (c) $\lg \epsilon$

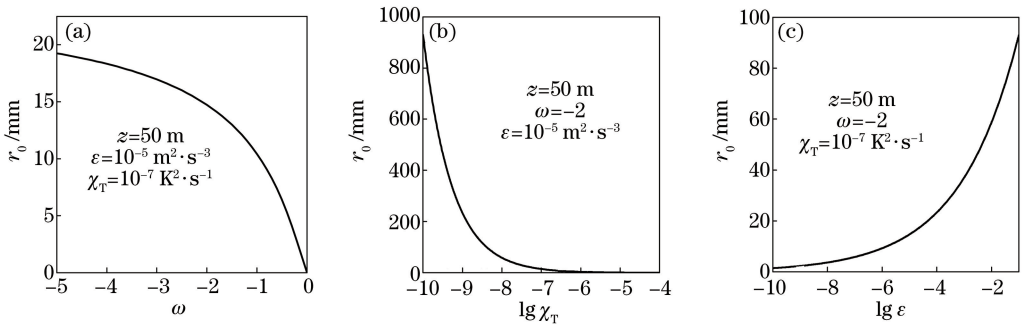


图 6 海洋湍流中, r_0 随不同海洋湍流参数的变化。(a) ω ; (b) $\lg \chi_T$; (c) $\lg \epsilon$

Fig. 6 r_0 in oceanic turbulence versus different oceanic turbulence parameters. (a) ω ; (b) $\lg \chi_T$; (c) $\lg \epsilon$

4 结 论

采用空域滤波的方法, 基于海洋湍流功率谱, 编制了海洋湍流中扩展物体漫反射光成像的模拟仿真程序, 研究了海洋湍流中扩展物体漫反射光成像的规律, 并研究了成像质量与海洋湍流参数和接收孔径之间的关系。研究发现, 随着海水湍流功率谱中温度与盐度起伏的比率的增大, 海水温度方差耗散率的增大, 以及单位质量海水湍流动能耗散率的减小, 海洋湍流的可见参数 r_0 减小, 成像质量变差。研究结果表明, 这种数

值模拟方法是可行的,结果是正确的,为研究海洋湍流中扩展物体漫反射光成像提供了一种方法。研究结论对工作于水下湍流环境中的扩展物体漫反射光成像的相关应用具有重要意义。

参 考 文 献

- [1] Borah D K, Voelz D G. Cramer-Rao lower bounds on estimation of laser system pointing parameters by use of the return photon signal[J]. *Opt Lett*, 2006, 31(8): 1029-1031.
- [2] Borah D K, Voelz D G. Estimation of laser beam pointing parameters in the presence of atmospheric turbulence[J]. *Appl Opt*, 2007, 46(23): 6010-6018.
- [3] Lukesh G, Chandler S, Voelz D G. Estimation of laser system pointing performance by use of statistics of return photons[J]. *Appl Opt*, 2000, 39(9): 1359-1371.
- [4] Andrejczuk M, Moszkowic S, Haman K E. Radar-echo tracking by use of invariant moments[J]. *Appl Opt*, 2003, 42(29): 5891-5896.
- [5] Dong Zhiwei, Zhang Ruihuan, Zhang Weibin, *et al.* Noise features in streak tube lidar echo signal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(9): 0928001.
董志伟, 张瑞环, 张伟斌, 等. 条纹管激光雷达回波噪声特性研究[J]. *光学学报*, 2016, 36(9): 0928001.
- [6] Zhang Jinsheng, Wang Shicheng, Xu Ping, *et al.* Development and demarcating of diffuse reflector of laser guided weapon simulation system[J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2005, 16(4): 421-424.
张金生, 王仕成, 徐萍, 等. 激光制导武器仿真系统漫反射屏研制及标定[J]. *光电子·激光*, 2005, 16(4): 421-424.
- [7] Zhou Xin, Sun Jiangfeng, Jiang Peng, *et al.* Imaging experimental study based on the width of 532 nm-laser target echo pulse[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(s1): s111002.
周鑫, 孙剑锋, 姜鹏, 等. 基于 532 nm 激光目标回波脉冲宽度的成像实验研究[J]. *光学学报*, 2015, 35(s1): s111002.
- [8] Zhao Peng, Zhang Yan, Zhang Xiaoya, *et al.* Echo online extraction for diffuse reflection laser ranging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 35(10): 1028002.
赵鹏, 张艳, 张小亚, 等. 激光漫反射测距回波信号在线提取方法[J]. *光学学报*, 2015, 35(10): 1028002.
- [9] Andrews L C, Phillips R L. *Laser beam propagation through random media*[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- [10] Gu Y, Gbur G. Scintillation of nonuniformly correlated beams in atmospheric turbulence[J]. *Opt Lett*, 2013, 38(9): 1395-1397.
- [11] Ji X L, Deng J P. Effect of spherical aberration on scintillations of Gaussian beams in atmospheric turbulence[J]. *Phys Lett A*, 2014, 378(36): 2729-2735.
- [12] Liu X H, Pu J X. Investigation on the scintillation reduction of elliptical vortex beams propagating in atmospheric turbulence[J]. *Opt Express*, 2011, 19(27): 26444-26450.
- [13] Liu X L, Shen Y, Liu L, *et al.* Experimental demonstration of vortex phase-induced reduction in scintillation of a partially coherent beam[J]. *Opt Lett*, 2013, 38(24): 5323-5326.
- [14] Jia Rui, Wei Hongyan, Zhang Hongjian, *et al.* Scintillation index of echo wave in slant atmospheric turbulence[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(11): 1113001.
贾锐, 韦宏艳, 张洪建, 等. 斜程大气湍流中点目标回波的闪烁研究[J]. *中国激光*, 2015, 42(11): 1113001.
- [15] Chen Zhen, Chu Xingchun, Zhao Shanghong, *et al.* Study of the drift characteristics of Airy vortex beams in atmospheric turbulence[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(12): 1213002.
陈振, 楚兴春, 赵尚弘, 等. 艾里涡旋光束在大气湍流中的漂移特性研究[J]. *中国激光*, 2015, 42(12): 1213002.
- [16] Wang Jiaan, Wang Xinlan, Guo Linyang, *et al.* Light intensity scintillation of Airy beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(6): 0626001.
王加安, 王馨兰, 郭林杨, 等. 艾里光束的光强闪烁研究[J]. *光学学报*, 2017, 37(6): 0626001.
- [17] Ke Xizheng, Zhang Yu. Scintillation of partially coherent beam in atmospheric turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(1): 0106001.
柯熙政, 张宇. 部分相干光在大气湍流中的光强闪烁效应[J]. *光学学报*, 2015, 35(1): 0106001.
- [18] Wang Yingjian, Wu Yi. Numerical simulation of propagation of diffuse reflection light of extended object[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, 18(10): 1470-1472.
王英俭, 吴毅. 扩展物体漫反射光传输及成像的数值模拟研究[J]. *光学学报*, 1998, 18(10): 1470-1472.
- [19] Zhang Yu, Li Xinyang, Rao Changhui. Numerical simulation method of propagation of diffuse reflection optics based on

- frequency filtering[J]. *Optics and Optoelectronic Technology*, 2011, 9(5): 52-57.
- 张宇, 李新阳, 饶长辉. 基于空间频率域滤波的漫反射光大气湍流传输数值模拟仿真方法[J]. *光学与光电技术*, 2011, 9(5): 52-57.
- [20] Wu Z S, Li Y Q. Scattering of a partially coherent Gaussian-Schell beam from a diffuse target in slant atmospheric turbulence[J]. *JOSA A*, 2011, 28(7): 1531-1539.
- [21] Hou W, Woods S. Optical turbulence on underwater image degradation in natural environments[J]. *Appl Phys*, 2012, 51(14): 2678-2686.
- [22] Hou W, Jarosz E. Impacts of underwater turbulence on acoustical and optical signals and their linkage[J]. *Opt Express*, 2013, 21(4): 4367-4375.
- [23] Hou W. A simple underwater imaging model[J]. *Opt Lett*, 2009, 34(17): 2688-2690.
- [24] Nikishov V V, Nikishov V I. Spectrum of turbulent fluctuations of the sea-water refraction index[J]. *International Journal of Fluid Research*, 2000, 27(1): 82-98.
- [25] Lu L, Ji X L, Baykal Y. Wave structure function and spatial coherence radius of plane and spherical waves propagating through oceanic turbulence[J]. *Opt Express*, 2014, 22(22): 27112-27122.
- [26] Pu H, Ji X L. Oceanic turbulence effects on long-exposure and short-exposure imaging[J]. *J Opt*, 2016, 18(10): 105704.
- [27] Fleck J A, Morris J R, Feit M D. Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere[J]. *Appl Phys A*, 1976, 10(2): 129-160.
- [28] Fried D L. Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures[J]. *JOSA*, 1966, 56(10): 1372-1379.
- [29] Vadim V D, Mikhail A V, Valeriy V K. Speckle-field propagation in "frozen" turbulence: Brightness function approach [J]. *JOSA A*, 2006, 23(8): 1924-1936.
- [30] Rao Ruizhong. *Modern atmospheric optics*[M]. Beijing: Science Press, 2012.
饶瑞中. *现代大气光学*[M]. 北京: 科学出版社, 2012.