

# 吸收介质复折射率的一种测量方法

张秋长<sup>1</sup>, 罗天舒<sup>1</sup>, 谢廷贵<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>厦门大学嘉庚学院, 福建 漳州 363105;

<sup>2</sup>厦门大学电子工程系, 福建 厦门 361005

**摘要** 研究了经过尖劈形吸收介质的光束的实折射角, 获得了复折射率实部和虚部与实折射角之间的关系。结果表明, 当已知空气折射率、尖劈形吸收介质的复折射率及顶角时, 则可计算出实折射角。将两束光分别垂直入射到两个具有不同顶角的同材料尖劈形吸收介质中, 测量从斜边出射的该两束光的实折射角, 即可反演得到吸收介质复折射率的实部和虚部。数值模拟结果显示, 当顶角较小时, 实折射角与顶角近似呈线性变化关系; 当顶角较大时, 实折射角随顶角的变化趋于平坦; 在实部相同的情况下, 实折射角的大小随复折射率虚部的增大而减小。

**关键词** 测量; 几何光学; 光折射; 复折射率

中图分类号 O435

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201744.1104002

## A Measurement Method of Complex Refractive Index for Absorbing Medium

Zhang Qiuzhang<sup>1</sup>, Luo Tianshu<sup>1</sup>, Xie Tinggui<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Tan Kah Kee College, Xiamen University, Zhangzhou, Fujian 363105, China;

<sup>2</sup>Department of Electronic Engineering, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China

**Abstract** The real refractive angle of light beam through the wedge-shaped absorbing medium is studied, and the relationship between the real refractive angle and the real and imaginary parts of the complex refractive index is obtained. The results show that, when the refractive index of the air, the complex refractive index and the vertex angle of the wedge-shaped absorbing medium are given, the real refractive angle can be calculated. When two light beams enter vertically into two samples with the same material but different vertex angles, respectively, the real and imaginary parts of the complex refractive index of the absorbing medium can be obtained by inversion if the real refractive angles of light exiting from the beveled edge are measured. The numerical simulation results show that, when the vertex angle is relatively small, the real refractive angle has the approximate linear relationship with the vertex angle. When the vertex angle is relatively large, the real refractive angle changes gently with the increase of vertex angle. In the case of the same real parts, the magnitude of the real refractive angle decreases as the imaginary part of the complex refractive index increases.

**Key words** measurement; geometric optics; light refraction; complex refractive index

**OCIS codes** 120.5710; 260.2110; 080.1510

## 1 引言

吸收介质的折射率为复折射率, 其虚部不仅决定了介质的吸收特性, 还影响反射光、透射光的偏振状态。现有的复折射率测量方法主要有基于偏振技术的测量法和基于表面等离子体共振技术的测量法等。基于偏振技术的测量方法是通过测量反射光的相位和振幅来测定复折射率的实部和虚部, 这种方法具有非破坏、非接触性的特点, 已被广泛应用于材料的光学性质研究和分析中<sup>[1-5]</sup>。基于表面等离子体共振技术的测量方法是通过测量反射率、共振角、相位差等来计算吸收介质的复折射率<sup>[6-10]</sup>, 这种方法具有高灵敏度、实时和无损伤探测等优点<sup>[11-12]</sup>, 基于该技术的传感器在医疗诊断、生化等领域的应用非常广泛<sup>[13-17]</sup>。现有的复折射率测量技术在透明介质的计算中大多是用复折射率和复角代替相应参数, 这种处理具有一定的局限性<sup>[18-19]</sup>。

收稿日期: 2017-06-12; 收到修改稿日期: 2017-07-09

作者简介: 张秋长(1984—), 男, 硕士, 实验师, 主要从事光学测量方面的研究。E-mail: zqzhang@xujc.com

本文提出了一种基于实折射角法的吸收介质复折射率测量方法,根据麦克斯韦方程及其边值关系,获得了复折射率与实折射角之间的关系,结果表明,仅通过测量光束在待测尖劈形吸收介质中的实折射角,即可计算出吸收介质的复折射率。

## 2 光在吸收介质中的传播

光在吸收介质中的传播示意图如图 1 所示,光波的等幅面一般不与等相面重合,这样的波称为非均匀波,等幅面和等相面的单位矢量分别为  $\mathbf{q}$  和  $\mathbf{s}$ ,两单位矢量之间的夹角为  $\xi = \arccos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{s})$ 。光波的电场强度为  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$ ,磁场强度为  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$ ,其中  $\omega$  为角频率, $t$  为时间, $\mathbf{r}$  为空间位矢。代入麦克斯韦方程<sup>[1,20]</sup>,可以得到

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -i\omega\epsilon\mathbf{E}(\mathbf{r}) \end{cases}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{k}} \cdot \bar{\mathbf{k}} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{k}} \cdot \bar{\mathbf{k}} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

式中  $\bar{\epsilon} = \epsilon + i\sigma/\omega$  为等效复介电常数,其中  $\epsilon$  为介电常数, $\sigma$  为电导率; $\mu$  为磁导率; $\bar{\mathbf{k}} \cdot \bar{\mathbf{k}} = k_0^2 \bar{n}^2 = \omega^2 \mu \bar{\epsilon}$ ,其中  $\bar{n} = n + i\kappa$  为吸收介质的复折射率, $n$  和  $\kappa$  分别为吸收介质的实部和虚部, $k_0$  为真空中的波矢大小; $\bar{\mathbf{k}} = k_s \mathbf{s} + ik_q \mathbf{q}$  为吸收性介质中的复波矢,其中  $k_s$  和  $k_q$  分别为波的相位常数(反映波的传播情况)和衰减常数(反映波的振幅变化)。

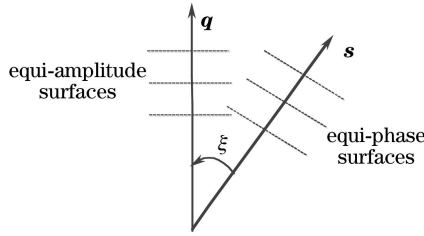


图 1 光束在吸收性介质中的传播

Fig. 1 Propagation of light beam in absorbing medium

由(1)、(2)式可得

$$\begin{cases} n = \frac{\omega}{k_0} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\mu^2 \epsilon^2 + \frac{\mu^2 \sigma^2}{\omega^2}} + \mu \epsilon \right)} \\ \kappa = \frac{\omega}{k_0} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\mu^2 \epsilon^2 + \frac{\mu^2 \sigma^2}{\omega^2}} - \mu \epsilon \right)} \end{cases}. \quad (3)$$

从(3)式可知,吸收介质的复折射率并不是真正的物质常数,而是随入射光频率的变化而变化。

吸收介质中的相位常数、衰减常数与复折射率的实部、虚部之间的关系为

$$\begin{cases} k_s^2 - k_q^2 = k_0^2 (n^2 - \kappa^2) \\ 2k_s k_q \cos \xi = 2n\kappa k_0 \end{cases}. \quad (4)$$

由于  $n$  和  $\kappa$  均不为零,由(4)式可知,  $\xi \neq \pi/2$ ,即两单位矢量不垂直。经计算可得

$$\begin{cases} N_s = \frac{k_s}{k_0} = \sqrt{\frac{\sqrt{(n^2 - \kappa^2)^2 + \left(\frac{2n\kappa}{\cos \xi}\right)^2} + (n^2 - \kappa^2)}{2}}, \\ N_q = \frac{k_q}{k_0} = \sqrt{\frac{\sqrt{(n^2 - \kappa^2)^2 + \left(\frac{2n\kappa}{\cos \xi}\right)^2} - (n^2 - \kappa^2)}{2}} \end{cases}, \quad (5)$$

式中参数  $N_s$  和  $N_q$  分别为光在吸收介质中传播的有效折射率和衰减的有效折射率,它们的大小不仅与复折

射率有关,还与等相面和等幅面间的夹角有关。

### 3 实折射角和吸收介质复折射率之间的关系

吸收介质复折射率测量方法的光路如图 2 所示,当光由空气垂直入射到顶角为  $\alpha$  的尖劈形吸收介质的直角边时,在界面 1 处,由于光垂直入射,根据边界条件可知,等幅面和等相面重合,进入吸收介质后的光波满足

$$\begin{cases} N_s = n \\ N_q = \kappa \\ \xi = 0 \end{cases} \quad (6)$$

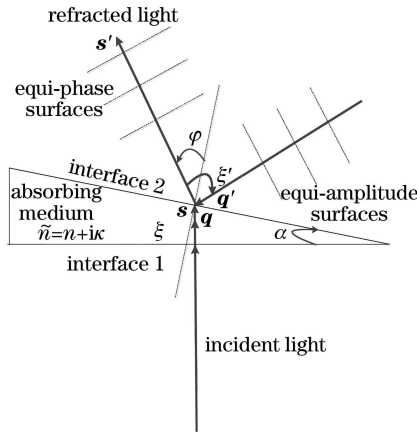


图 2 吸收介质复折射率测量示意图

Fig. 2 Measuring diagram of complex refractive index of absorbing medium

光在界面 2 处由吸收介质折射到空气中,可知入射角为  $\alpha$ ,折射到空气的实折射角为  $\varphi$ ,根据边界条件可知,由于吸收介质中波的相位波矢和衰减波矢在界面上均有切向分量,因此折射波的相位常数  $k'_s$ 和衰减常数  $k'_q$ 之间的关系为

$$\begin{cases} k_s'^2 - k_q'^2 = k_0^2 n_i^2 \\ 2k'_s k'_q \cos \xi' = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中  $\xi'$ 为折射波等幅面和等相面的单位矢量间的夹角, $n_i$ 为空气的折射率。从(7)式可知,折射波为非均匀平面波,等幅面单位矢量  $q'$ 和等相面单位矢量  $s'$ 之间的夹角  $\xi' = \pi/2$ ,即两单位矢量相互垂直。

同时,根据边界条件可得

$$\begin{cases} k_s \sin \alpha = k'_s \sin \varphi \\ k_q \sin \alpha = k'_q \sin \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) \end{cases} \quad (8)$$

由(5)~(8)式可得

$$\frac{n^2}{\sin^2 \varphi} - \frac{\kappa^2}{\cos^2 \varphi} = \frac{n_i^2}{\sin^2 \alpha} \quad (9)$$

由(9)式可知,若已知空气(尖劈形吸收介质所处环境)的折射率、尖劈形吸收介质的复折射率和顶角,则可以计算出折射角的大小。由(5)~(8)式也可以获得在界面 2 处折射到空气中的实折射角的关系式:

$$\sin \varphi = \frac{n_i \sin \alpha}{\sqrt{1/2 [\sqrt{(n_i^2 + \kappa^2 \sin^2 \alpha - n^2 \sin^2 \alpha)^2 + 4n^2 \kappa^2 \sin^4 \alpha} + n_i^2 + \kappa^2 \sin^2 \alpha + n^2 \sin^2 \alpha]}} \quad (10)$$

假设三种样品分别为金( $\bar{n} = 0.47 + i2.83$ )、钠( $\bar{n} = 0.044 + i2.44$ )、铝( $\bar{n} = 1.44 + i5.23$ )<sup>[1]</sup>,按(10)式计算吸收介质一侧的实折射角  $\varphi$ 与顶角  $\alpha$ (顶角相当于吸收介质一侧的入射角)间的关系,结果如图 3 所示。由图 3 可知,当顶角  $\alpha$ 较小时,实折射角  $\varphi$ 与顶角  $\alpha$ 近似呈线性变化关系,而在顶角  $\alpha$ 比较大的情况下,实折射

角  $\varphi$  随顶角  $\alpha$  的变化趋于平坦。另取三种样品,其折射率实部均为 1.33,虚部则分别为 0.1, 1, 10, 分别按 (10) 式对体积分数为 20% 的英脱利匹特溶液(复折射率为  $1.365 + i0.008$ )<sup>[21]</sup> 进行模拟计算,获得实折射角  $\varphi$  随顶角  $\alpha$  的变化关系,如图 4 所示。由图 4 可知,在小角度的情况下,实折射角  $\varphi$  与入射角  $\alpha$  近似呈线性变化关系,而在顶角  $\alpha$  比较大的情况下,实折射角  $\varphi$  趋于饱和;在实部相同的情况下,实折射角  $\varphi$  的大小随着复折射率虚部的增大而减小。

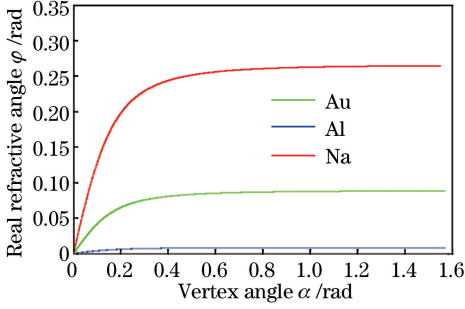


图 3 三种金属样品的实折射角  $\varphi$  与顶角  $\alpha$  间的关系  
Fig. 3 Real refractive angle  $\varphi$  versus vertex angle  $\alpha$  for three kinds of metal samples

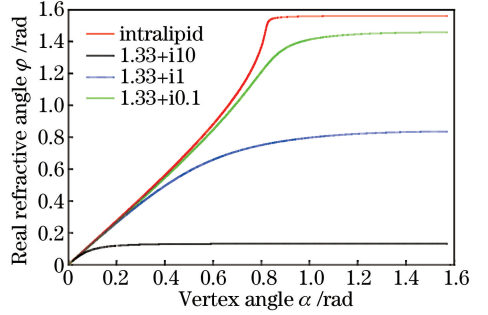


图 4 另三种样品的实折射角  $\varphi$  与顶角  $\alpha$  间的关系  
Fig. 4 Real refractive angle  $\varphi$  versus vertex angle  $\alpha$  for other three kinds of samples

光从吸收介质( $\bar{n} = n + i\kappa$ )入射到大气( $n_i = 1$ )界面,当时  $\alpha = \pi/4$ ,按 (10) 式计算实折射角  $\varphi$  随复折射率的实部  $n$  和虚部  $\kappa$  的变化关系,如图 5 所示。由图 5 可知,当  $\kappa$  值较小时, $\varphi$  随  $n$  值的增大先增大后减小再增大;当  $\kappa$  值较大时, $\varphi$  随  $n$  值的增大先减小后增大;实折射角  $\varphi$  在  $n = \kappa$  附近出现极小值;若  $n$  一定, $\varphi$  随  $\kappa$  值的增大而增大。

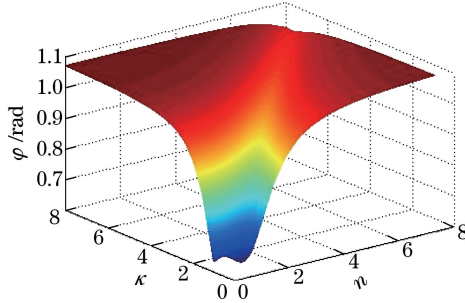


图 5 大气一侧的实折射角  $\varphi$  与复折射率的实部  $n$  和虚部  $\kappa$  间的关系  
Fig. 5 Real refractive angle  $\varphi$  on one side of air versus real part  $n$  and imaginary part  $\kappa$  of complex refractive index

若已知顶角  $\alpha$ ,由 (9) 式可知,只进行一次实折射角  $\varphi$  的测量,将反演不出吸收介质的实部  $n$ 、虚部  $\kappa$  的数值。将光分别垂直入射至具有两个不同顶角的尖劈形吸收介质样品的一边,对折射光进行测量,获得两个实折射角的大小,结合 (9) 式,可得如下关系

$$\begin{cases} \frac{n^2}{\sin^2 \varphi_1} - \frac{\kappa^2}{\cos^2 \varphi_1} = \frac{n_i^2}{\sin^2 \alpha_1} \\ \frac{n^2}{\sin^2 \varphi_2} - \frac{\kappa^2}{\cos^2 \varphi_2} = \frac{n_i^2}{\sin^2 \alpha_2} \end{cases}, \quad (11)$$

式中  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  分别为两个尖劈形吸收介质样品的顶角,  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  分别为由不同顶角的尖劈形吸收介质斜边折射到空气中的实折射角。对 (11) 式进行推导,可得复折射率的实部和虚部:

$$\begin{cases} n = n_i \sqrt{\frac{\tan^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi_2 \sin^2 \alpha_1 - \tan^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_1 \sin^2 \alpha_2}{\tan^2 \varphi_1 \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \alpha_1 - \tan^2 \varphi_2 \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_2}} \\ \kappa = n_i \sqrt{\frac{\tan^2 \varphi_1 \sin^2 \alpha_2 \cos^2 \varphi_1 - \tan^2 \varphi_2 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \varphi_2}{\tan^2 \varphi_2 \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_2 - \tan^2 \varphi_1 \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \alpha_1}} \end{cases}. \quad (12)$$

由(12)式可知,只要分别测出两个已知尖劈形样品的实折射角,即可计算出复折射率的实部和虚部。

## 4 结 论

通过对光束在劈形吸收介质中的实折射角进行研究,获得了复折射率的实部和虚部与实折射角之间的关系,若已知空气(尖劈形吸收介质所处环境)的折射率、尖劈形吸收介质的复折射率及顶角,则可以计算出实折射角。当顶角较小时,实折射角与顶角近似呈线性变化关系,当顶角较大时,实折射角随顶角的变化趋于平坦;在实部相同的情况下,实折射角的大小随着复折射率虚部的增大而减小。要通过实折射角反演出吸收介质复折射率的实部和虚部,则需要分别对两个具有不同顶角的同材料样品进行测量,测出对应的实折射角,再根据复折射率实部和虚部的关系式,即可计算出实部和虚部的大小。在接下来的工作中将利用该方法进行实验测量,验证该方法的可行性。

## 参 考 文 献

- [1] Born M, Wolf E. Principles of optics[M]. Yang Xiasun, Transl. Beijing: Science Press, 1978: 619-623.  
玻恩,沃耳夫. 光学原理[M]. 杨葭荪,译. 北京:科学出版社,1978:619-623.
- [2] Cao Chunbin, Cai Qi, Song Xueping, *et al.* Model building and optimization of ultrathin silver films by spectroscopic ellipsometry[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2008, 28(5): 995-998.  
曹春斌,蔡琪,宋学萍,等. 超薄 Ag 膜的椭圆偏振光谱建模及解谱[J]. 光谱学与光谱分析,2008,28(5):995-998.
- [3] Zhu Derui, Lai Tianshu, Li Qiujun, *et al.* High precision automatic ellipsometer[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 1997, 36(4): 31-36.  
朱德瑞,赖天树,李秋俊,等. 高精度自动化椭圆偏振光谱仪[J]. 中山大学学报自然科学版,1997,36(4):31-36.
- [4] Azzam R M A, Bashara N M. Ellipsometry and polarized light[M]. Liang Minji, Yin Shubai, Zhang Fuchu, *et al.*, Transl. Beijing: Science Press, 1986.  
阿查姆,巴夏拉. 椭圆偏振测量术和偏振光[M]. 梁民基,尹树百,张福初,等,译. 北京:科学出版社,1986.
- [5] Feng Xingwei, Su Yi. Study on precision of spectroscopic-ellipsometry-measured optical constant of Au film[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 1993, 12(2): 95-104.  
冯星伟,苏毅. 金膜光学常数的椭圆偏振光谱测量精度研究[J]. 红外与毫米波学报,1993,12(2):95-104.
- [6] Zhang Y Y. Study of an absorption-based surface plasmon resonance sensor in detecting the real part of refractive index [J]. Optical Engineering, 2013, 52(1): 4405.
- [7] Iwata T, Maeda S. Simulation of an absorption-based surface-plasmon resonance sensor by means of ellipsometry[J]. Applied Optics, 2007, 46(9): 1575-82.
- [8] Fujii E, Koike T, Nakamura K, *et al.* Application of an absorption-based surface plasmon resonance principle to the development of SPR ammonium ion and enzyme sensors[J]. Analytical Chemistry, 2002, 74(23): 6106.
- [9] Kurihara K, Nakamura K, Hirayama E, *et al.* An absorption-based surface plasmon resonance sensor applied to sodium ion sensing based on an ion-selective optode membrane[J]. Analytical Chemistry, 2002, 74(24): 6323-33.
- [10] Zhang Yingying. SPR technology in detecting the imaginary part of refractive index of absorptive medium[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(10): 102802.  
张颖颖. SPR 技术用于吸收介质的折射率虚部检测[J]. 激光与光电子学进展,2013,50(10):102802.
- [11] Homola J, Yee S S, Gauglitz G. Surface plasmon resonance sensors: Review[C]. SPIE, 1999, 54(1): 93320G.
- [12] Liu Guohua, Chang Lu, Zhang Wei, *et al.* Research and application of SPR sensor technique[J]. Instrument Technique and Sensor, 2005, 11: 1-5.  
刘国华,常露,张维,等. SPR 传感技术的发展与应用[J]. 仪表技术与传感器,2005,11:1-5.
- [13] Zhao Jie, Wang Jingtian, Han Jinghong. An SPR-based determination system for biochemical quantities[J]. Instrument Technique and Sensor, 1996, 3: 37-39.  
赵杰,王景田,韩泾鸿. SPR 生物化学量检测系统[J]. 仪表技术与传感器,1996,3:37-39.
- [14] Zhang Mei, Dai Jixiang, Yang Minghong, *et al.* Fiber-optic surface plasmon resonance hydrogen sensor based on palladium coating[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(12): 1205005.  
张美,代吉祥,杨明红,等. 基于表面等离子体共振的钯膜氢气传感器[J]. 中国激光,2011,38(12):1205005.
- [15] Chen Qianghua, Luo Huifu, Wang Sumei, *et al.* Measurement of air refractive index based on surface plasmon resonance and phase detection by dual-frequency laser interferometry[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(1): 0108001.

- 陈强华, 罗会甫, 王素梅, 等. 基于表面等离子体共振和双频激光干涉相位测量的空气折射率测量[J]. 中国激光, 2013, 40(1): 0108001.
- [16] Sun Boshu, Huang Zihao, Wang Xiaoping, *et al.* Intensity-modulated surface plasmon resonance array sensor based on polarization control[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(3): 0312003.  
孙博书, 黄子昊, 王晓萍, 等. 偏振控制光强调制型点阵 SPR 传感器研究[J]. 光学学报, 2011, 31(3): 0312003.
- [17] Chen Qianghua, Luo Huifu, Wang Sumei, *et al.* Gas refractive index measurement system based on a surface plasmon resonance sensor with self-adaptive structure for angle shift and phase detection[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(12): 1212003.  
陈强华, 罗会甫, 王素梅, 等. 一种基于相位测量的角漂移自适应结构表面等离子体共振气体折射率测量系统[J]. 光学学报, 2012, 32(12): 1212003.
- [18] Gu Wen, Wu Yunhua, Chen Yuerui, *et al.* Study on the properties of light propagation at the metal interface[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2009, 1: 31-34.  
顾闻, 邬云骅, 陈岳瑞, 等. 光在金属界面的传输特性研究[J]. 红外与毫米波学报, 2009, 1: 31-34.
- [19] Zhang Qiuzhang. The calculation of the refraction angle of light propagation at metal interface[J]. Journal of Xiamen University (Natural Science), 2015, 54(2): 242-246.  
张秋长. 光在金属界面传播的实折射角计算[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2015, 54(2): 242-246.
- [20] Guo Shuohong. Electrodynamics (2th edition)[M]. Beijing: Higher Education Press, 1997.  
郭硕鸿. 电动力学(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1997.
- [21] Ding H F, Lu J Q, Jacobs K M, *et al.* Determination of refractive indices of porcine skin tissues and intralipid at eight wavelengths between 325 and 1557 nm[J]. Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science & Vision, 2005, 22(6): 1151-1157.