

# 多焦点激光分离厚透明材料

上官赢, 刘朋, 张军军, 白克强, 段军

华中科技大学武汉光电国家实验室, 湖北 武汉 430074

**摘要** 基于激光热裂纹控制法,提出了多焦点激光分离厚透明材料的方法。通过理论计算与ZEMAX软件模拟相结合的方式,设计了能形成三个焦点的光路系统,并利用该系统进行了夹层玻璃、磷酸二氢钾(KDP)晶体、超白玻璃等透明材料的切割分离实验。结果表明,利用该方法得到的表面平整光滑,无亚表面损伤,粗糙度小,有效解决了单个激光焦点热裂纹分离方法受材料厚度限制的问题,该方法具有很大的应用前景。

**关键词** 激光光学; 激光切割分离; 多焦点; 透明材料; 裂纹控制法

**中图分类号** TN24

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/CJL201744.1102008

## Multi-Focus Laser Separation of Thick Transparent Materials

Shangguan Ying, Liu Peng, Zhang Junjun, Bai Keqiang, Duan Jun

Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Huazhong University of Science and Technology,  
Wuhan, Hubei 430074, China

**Abstract** Based on the laser controlled hot fracture method, a method of separating thick transparent materials with a multi-focus laser is proposed. The optical system which can support three focal points is designed by using the theoretical calculation and ZEMAX software simulation. The separation experiments of transparent materials including laminated glass, potassium dihydrogen phosphate (KDP) crystal and ultra clear glass are carried out by using this system. The results show that this method can obtain the flat and smooth cross section without sub-surface damage and with small roughness, which effectively solves the problem that the hot fracture separation method by a single laser focus is limited by the material thickness, and has great application prospects.

**Key words** laser optics; laser cutting and separation; multi-focus; transparent material; controlled fracture method

**OCIS codes** 140.3390; 160.2750; 120.4820

## 1 引言

透明材料具有热膨胀系数小、硬度大、强度高及密度低等特点,在航空航天、国防、汽车及电子半导体等领域具有广泛的应用<sup>[1-2]</sup>。透明材料的切割是加工的关键工序<sup>[3]</sup>。传统的机械加工方式通常使用硬金属轮或金刚石在材料表面划线后进行机械折断<sup>[4]</sup>。这种方法容易造成切割边缘不规则,甚至表面崩边,严重影响材料的强度与性能<sup>[5]</sup>。

激光切割分离作为一种现代精密加工技术,具有无接触、热损伤小、零切口、加工灵活等特点,是透明材料加工的最佳选择<sup>[6]</sup>。飞秒激光的强烈非线性吸收及冷加工特性使其在微纳加工方面有独特的优势<sup>[7]</sup>。目前研究主要集中于利用飞秒激光成丝技术进行超薄材料的无损加工,而针对厚透明材料的相关研究鲜有报道<sup>[8-9]</sup>。利用单个激光焦点对厚透明材料进行加工时,往往受限于材料厚度,这是因为随着材料厚度的增加,热裂纹切割分离时,材料沿厚度方向上的能量吸收的均匀性变差,导致裂纹的走向难以控制,进而难以实现

**收稿日期:** 2017-05-23; **收到修改稿日期:** 2017-07-03

**基金项目:** 国家自然科学基金(51675205,51475182)

**作者简介:** 上官赢(1991—),男,硕士研究生,主要从事光学设计与激光加工方面的研究。

E-mail: M201572545@hust.edu.cn

**导师简介:** 段军(1956—),男,博士,教授,主要从事激光微纳制造方面的研究。E-mail: duans@mail.hust.edu.cn

较厚透明材料的分离。因此,研究新型激光热裂纹切割分离方式具有重要意义。

本文针对厚透明材料的切割分离加工,提出了一种新型的多焦点激光切割方式,通过理论计算与ZEMAX软件模拟相结合方式,设计了一种多焦点透镜,并将其应用于夹层玻璃的切割,实验结果证明了多焦点激光切割分离厚透明材料的有效性和可行性。

## 2 多焦点激光分离材料原理

激光分离透明材料的原理可分为两种:激光熔融切割法及裂纹控制切割法<sup>[10]</sup>。在激光熔融法中,切口端面易产生崩边、重铸层和微裂纹,使得分离表面质量较差。而裂纹控制法具有切缝平直、无碎屑、无显微裂纹等优点<sup>[11]</sup>。这种方法是通过激光的扫描照射,在被切割材料内部产生适当的温度梯度,而非均匀温度场将在材料内诱导热应力产生裂纹。当裂纹尖端应力超过材料的临界应力 $\sigma_f$ 时,裂纹沿激光运动方向扩展,从而使材料分离。材料的临界应力<sup>[12]</sup>为

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma_f}{\pi c}}, \quad (1)$$

式中 $\gamma_f$ 为材料断裂表面能, $E$ 为弹性模量, $c$ 为裂纹长度。

裂纹控制切割分离材料的实验示意图如图1所示,激光光束经扩束镜扩束准直后,通过多焦点透镜,在沿透明材料厚度方向产生多个焦点,并均匀分布于材料厚度方向的不同位置。透明材料放置在二维移动平台上,由工控机控制激光器和二维平台,对透明材料进行切割分离。

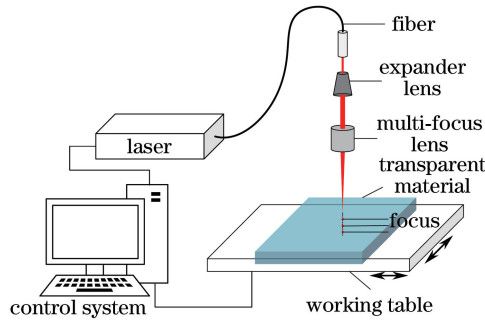


图1 实验系统示意图

Fig. 1 Diagram of experimental system

## 3 多焦点激光产生原理

### 3.1 多焦点透镜工作原理

为了解决单焦点激光热裂纹切割分离透明材料方法中存在的问题,设计了一个多焦点透镜,能在透明材料厚度方向实现同轴不同位置多个焦点的聚焦功能。多焦点透镜是由聚焦镜片 $L_1$ 和中心带有不同孔径和不同焦距的环形聚焦镜片 $L_2$ 和 $L_3$ 组成,其中 $L_2$ 的内环孔径 $k_1$ 大于 $L_3$ 的内环孔径 $k_2$ ,如图2所示。其工作原理是:激光光束经扩束镜扩束准直后,进入多焦点透镜的第一片聚焦镜 $L_1$ ,形成会聚光束 $S_0$ ;  $S_0$ 进入第二片聚焦镜 $L_2$ 时被分为两束光 $S_1$ 和 $S_2$ ,其中 $S_1$ 通过 $L_2$ 的内环孔继续沿原有轨迹传播, $S_2$ 经聚焦镜 $L_2$ 形成二次会聚光束 $S_3$ ;当 $S_1$ 光束到达聚焦镜 $L_3$ 时,也被分为两束光 $S_4$ 和 $S_5$ ,其中 $S_4$ 通过 $L_3$ 的内环孔继续沿原有轨迹传播并聚焦在光轴焦点 $F_3$ 处, $S_5$ 经过 $L_3$ 会聚后聚焦于光轴焦点 $F_2$ 处;而二次会聚光束 $S_3$ 经过 $L_3$ 又被聚焦在光轴焦点 $F_1$ 处。若有后续镜片则重复以上过程。光束经过不同数量的聚焦镜,产生不同折射次数的聚焦,折射的次数越多,在光轴上形成的焦点之间的距离越近,从而形成同光轴不同位置的多焦点。聚焦镜片的数量等于激光焦点产生的数量,聚焦镜片的数量、焦距、间距、小孔直径等由被分离材料的类型及厚度决定。

### 3.2 多焦点透镜光学设计

在理想的光学系统下,将聚焦镜看作薄透镜,由高斯公式<sup>[13]</sup>可知物像之间的关系为

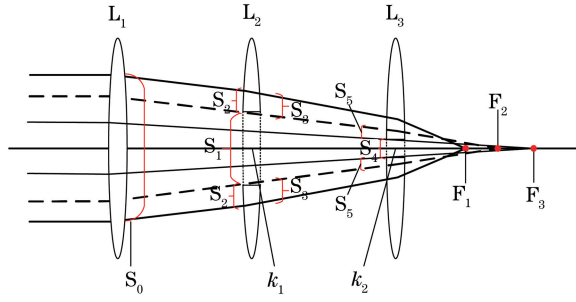


图 2 多焦点形成过程示意图

Fig. 2 Illustration of multi-focus forming process

$$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1, \tag{2}$$

式中  $l'$  为像距,  $l$  为物距,  $f'$  为像方焦距,  $f$  为物方焦距。

由于系统在同一介质空气中, 系统物方、像方焦距相等, 符号相反, 即  $f' = -f$ , 则(2)式可写成

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}. \tag{3}$$

激光光束为平行光, 物距  $l_1$  为无穷大, 则像距  $l'_1 = f'_1$  (一次聚焦位置), 假设各聚焦镜之间间距依次为  $d_1, d_2, d_3, \dots$ , 则物距  $l_2 = -f'_1 + d_1$ , 代入(3)式, 得像距  $l'_2$  为

$$l'_2 = \frac{f'_2(d_1 - f'_1)}{d_1 - f'_1 + f'_2}. \tag{4}$$

物距  $l_3 = l'_2 - d_2$ , 代入(3)式, 则可以得到像距  $l'_3$ 。

设计一组三焦点透镜组, 令  $f'_1$  为 75 mm,  $f'_2$  为 200 mm,  $f'_3$  为 125 mm; 间距  $d_1$  为 20 mm,  $d_2$  为 20 mm; 利用(2)~(4)式计算各焦点位置,  $F_1, F_2$  和  $F_3$  离第一聚焦镜的距离分别为 59.52, 67.343, 75 mm。



图 3 多焦点 ZEMAX 非序列模式三维模型图

Fig. 3 Multi-focus 3D model in ZEMAX non-sequential model

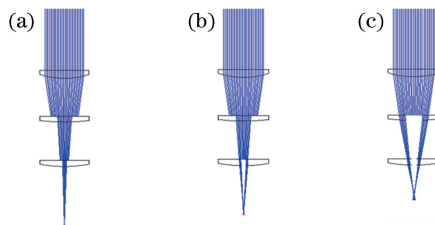


图 4 多焦点 ZEMAX 软件仿真图。(a)  $F_3$ ; (b)  $F_2$ ; (c)  $F_1$

Fig. 4 Multi-focus simulation chart in ZEMAX software. (a)  $F_3$ ; (b)  $F_2$ ; (c)  $F_1$

利用 ZEMAX 光学设计软件进行模拟仿真, 在非序列模式中, 光路系统以及三维阴影图如图 3 所示。在 ZEMAX 序列模式中, 各焦点的形成情况如图 4 所示。由图 3 和图 4 可以看出, 该透镜组产生了三个焦点  $F_1, F_2, F_3$ , 且分布较为均匀; 在理想光学系统下, 透镜看作薄透镜时, 空气中  $F_1$  和  $F_2, F_2$  和  $F_3$  之间的间距分别为 7.823 mm 和 7.657 mm。实际模拟中由于透镜具有一定的厚度, 系统具有一定的像差, 空气中  $F_1$  和  $F_2, F_2$  和  $F_3$  之间的间距变为 7.15 mm 和 6.52 mm, 如图 5 所示, 其中  $L$  为焦点与  $F_1$  之间的距离。该结果

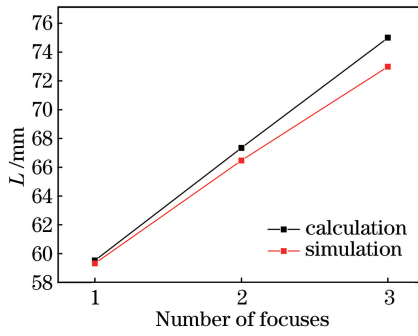


图 5 焦点位置的理论和模拟结果对比图

Fig. 5 Comparison of calculation and simulation results of focus positions

与理论计算结果非常接近。

由激光光场强度积分公式可以推导出能量分布计算公式为

$$\eta = \frac{\int_0^{R_1} 2\pi r \exp\left(-2 \frac{r^2}{R^2}\right) dr}{\int_0^R 2\pi r \exp\left(-2 \frac{r^2}{R^2}\right) dr}, \quad (5)$$

式中  $\eta$  为能量百分比,  $R$  为总光束半径,  $R_1$  为分光束半径,  $r$  为光束中某点至光轴的径向距离。由(5)式得知,若已知总光束和分光束的半径,则可计算出分光束能量占激光总能量的比例。

利用 ZEMAX 软件模拟设置总光束半径为 9 mm,孔 1 半径为 4.0 mm,孔 2 半径为 1.5 mm;光束到达孔 1 时,总光束半径变为 6.68 mm,从孔 1 出射的光束半径为 4.0 mm,即  $R=6.68, R_1=4.0$ 。由(1)式可得出射光束能量为总能量的 59.19%,该部分能量为  $F_2$  与  $F_3$  处的光束能量之和,则焦点 1 处的能量为总能量的 40.8%。

当从孔 1 出射的光束到达孔 2 时,光束总半径变为 2.272 mm,从孔 2 出射的光束半径为 1.5 mm,即此时  $R=2.272, R_1=1.5$ ,由(1)式可得出射光束的能量占总能量的 67.2%,其中  $F_3$  处光束能量为总能量的  $59.19\% \times 67.2\% = 39.8\%$ , $F_2$  处的能量为总能量的 19.4%,则三焦点的能量分布分别为 40.8%,19.4%,39.8%,因此认为该设计符合实验要求。

由 Matlab 软件模拟焦点的分布情况,如图 6 所示。

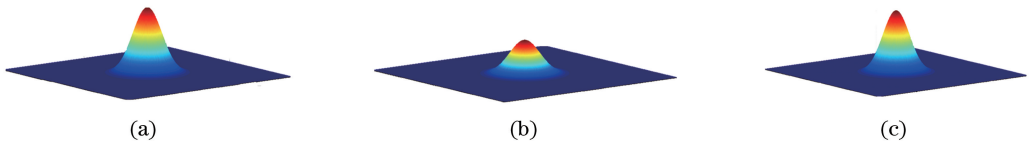


图 6 焦点能量分布模拟图。(a) F1;(b) F2;(c) F3

Fig. 6 Simulated diagrams of focus energy distributions. (a) F1; (b) F2; (c) F3

## 4 实验平台、材料及参数

### 4.1 实验平台

多焦点激光分离厚透明材料实验装置如图 7 所示。本实验使用美国 IPG 公司生产的半导体抽运连续掺镱光纤激光器,型号为 YLR-100,其主要参数见表 1。

表 1 激光器主要参数

Table 1 Main parameters of laser

Parameter	Content
Central emission wavelength / $\mu\text{m}$	1060-1080
Operation mode	Continuous wave
Maximum output power /W	100
Beam quality	<1.1

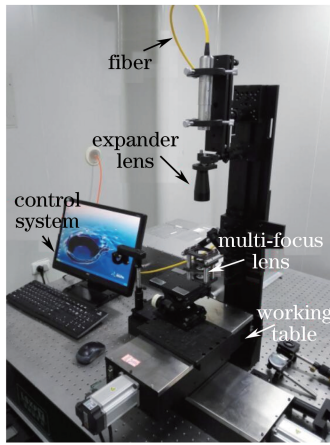


图 7 实验装置

Fig. 7 Experimental setup

#### 4.2 实验材料及参数

本实验所使用的材料为夹层玻璃,即两层厚度为 5 mm 的钠钙玻璃由厚度为 0.38 mm 的聚乙烯醇缩丁醛(PVB)膜牢固粘结在一起<sup>[14]</sup>。

利用上述设计的三焦点透镜组进行激光热裂纹切割分离材料实验。由于材料的折射,空气中的焦点间距需要除以材料的折射率,将  $F_2$  置于材料中间,此时  $F_1$  和  $F_3$  分别处于材料内部接近上下表面处。通过固定每个激光光斑的位置,研究激光功率和扫描速度对 10 mm 厚夹层玻璃热裂纹分离效果的影响,获得激光分离的可行参数区间。实验参数见表 2。

表 2 实验参数

Table 2 Experimental parameters

Parameter	Value
Beam diameter after expansion $D$ /mm	18
Laser power $P$ /W	60, 70, 80, 90, 100
Laser scanning speed $v$ /( $\mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	200-1000

### 5 实验结果与分析

#### 5.1 多焦点激光分离的可行参数区间

多焦点激光分离夹层玻璃实验中利用的方法为裂纹控制切割法,其中激光功率  $P$  和激光扫描速度  $v$  是切割质量的两个主要影响因素。按照表 2 参数进行实验,得出该实验的可行参数区间,如图 8 所示,其中红框内为可行参数区间。可以看出,随着激光功率的增加,若要实现切割,激光扫描速度也必须相应地增加,两者近似线性相关。对于给定的激光功率,存在一个最佳的激光扫描速度范围,使得裂纹拓展最为稳定,切口

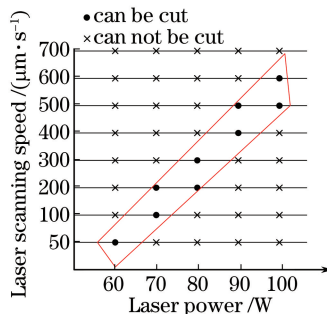


图 8 实验可行参数区间图

Fig. 8 Range of experimental appropriate parameters

质量最好;当激光扫描速度小于该范围时,玻璃迅速形成裂纹,并且裂纹在激光扫描之前不规则扩展,其走向无法控制;当激光扫描速度大于该范围时,玻璃不发生开裂或是仅在玻璃边缘激光照射区域突然爆裂出一条裂纹,该裂纹无法有效扩展。这主要是当激光扫描速度过低时,玻璃内部热量聚集,形成了较大的温度梯度,非均匀温度场产生的热应力远大于玻璃断裂阈值,导致裂纹随机扩展;当激光扫描速度过高时,玻璃无法聚集足够的激光能量,所产生的拉应力小于裂纹扩展所需的断裂强度,因此裂纹无法有效扩展。

### 5.2 夹层玻璃多焦点激光分离效果

传统机械切割的方法需要分别在夹层玻璃两面进行划线、机械力掰片后去除中间 PVB 层,再进行分离,步骤繁琐。利用传统机械切割的分离效果如图 9 所示,可以看出,切口有明显的碎屑,切缝不平直,表面甚至还存在压溃层。由于需要双面划线,存在定位误差,在中间胶层附近玻璃有错位,无法保证两层玻璃严格平行。同时,靠近胶层处的玻璃切口同样产生了微裂纹,玻璃挤压胶层,碎屑嵌入其中。可见机械切割方法效率较低且切割质量差。采用多焦点透镜组进行激光裂纹控制切割分离的效果图如图 10 所示,可以直观地看出,利用多焦点激光切割夹层玻璃得到的切口切缝平直,无碎屑,无显微裂纹。激光扫描一次即可将夹层玻璃整体分离,大大提高了切割效率。同时,在 PVB 中间层附近,如图 10(c)所示,利用  $F_2$  的能量熔化、气化胶层,并使得结合处的玻璃发生热裂,两切缝平直无碎屑并保持平行。



图 9 传统机械切割方法的分离效果图。(a) 200 倍下的边缘切口;(b) 200 倍下的 PVB 胶层

Fig. 9 Separation effect diagrams with traditional mechanical cutting method. (a) Edge kerf magnified by 200 times; (b) PVB adhesive layer magnified by 200 times

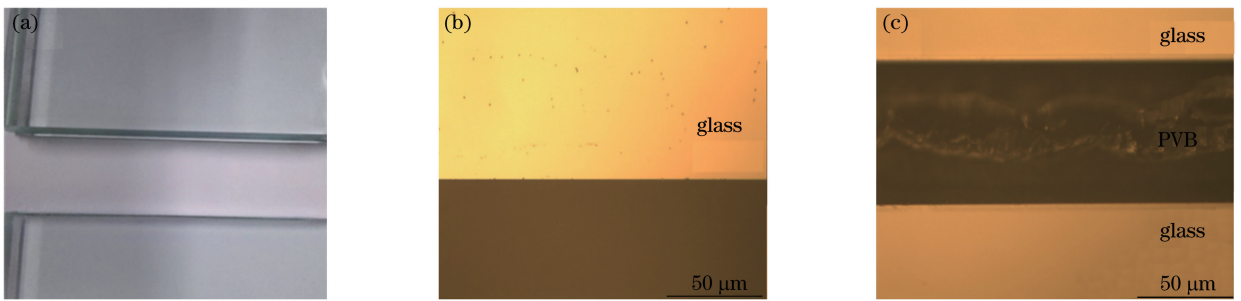


图 10 多焦点组激光切割方法的分离效果图。(a) 实物图;(b) 200 倍下的边缘切口;(c) 200 倍下的 PVB 胶层

Fig. 10 Separation effect diagrams with multi-focus laser cutting method. (a) Picture of real product; (b) edge kerf magnified by 200 times; (c) PVB adhesive layer magnified by 200 times

利用扫描电镜(SEM)可以更加详细地观察夹层玻璃切口断面的微观形貌,结果如图 11 所示。放大 700 倍后的上边缘切口光滑平直,没有形成微裂纹也没有烧蚀痕迹;放大 2000 倍后的玻璃中心处端面如同镜面一般,没有细微碎屑及毛刺;PVB 胶层上下两层玻璃切口保持平行,PVB 层发生烧蚀或气化,但是玻璃的切割质量并未受到影响,裂纹扩展良好;下边缘切口质量与上边缘的相近。总体可以看出,整个切割端面质量较高,无需后续处理。

利用台阶仪测得的切口粗糙度情况如图 12 所示。在上层玻璃中心处(距前表面 2.5 mm)取虚线 A (长 15 mm)进行粗糙度测量,粗糙度仅为  $1.1965 \mu\text{m}$ ;同理在下层玻璃中心处(距后表面 2.5 mm)取虚线 B (长 15 mm)进行粗糙度测量,粗糙度仅为  $1.2247 \mu\text{m}$ ;上下两层玻璃粗糙度皆维持在  $1 \mu\text{m}$  附近,可见该方法对玻璃材料的损伤极小。横跨两层玻璃及中间胶层取虚线 C (距前表面 2.5 mm,距后表面 1.5 mm)进行粗糙

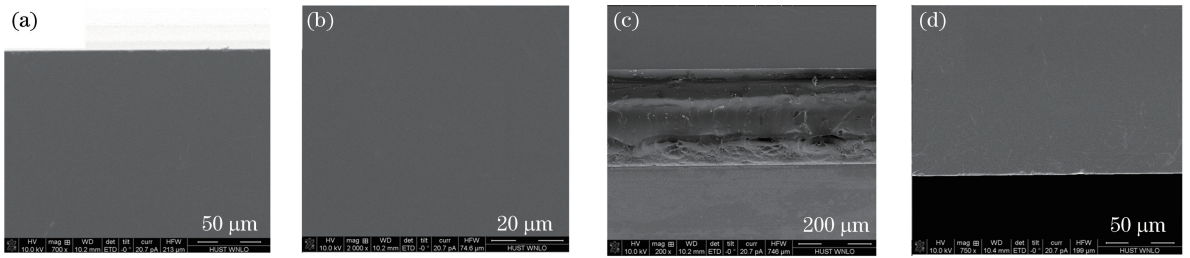


图 11 夹层玻璃切口的 SEM 图。(a)上边缘;(b)玻璃中心;(c) PVB 胶层;(d)下边缘  
 Fig. 11 SEM diagrams of laminated glass kerfs. (a) Top edge; (b) intermediate of glass;  
 (c) PVB adhesive layer; (d) bottom edge

度测量,测得粗糙度为  $2.1668 \mu\text{m}$ 。可以看出,两层玻璃在胶层处的高度仅仅相差  $10 \mu\text{m}$  左右,相比传统的机械切割方法,该方法的定位精度得到大幅度提高,同时也正因为高度差,虚线 C 处的粗糙度明显高于单层玻璃的。因此,可以认为切割端面整体粗糙度较小,切割质量较好。实验结果证明了多焦点激光分离夹层玻璃的可行性,该方法在夹层玻璃的切割加工上具有非常大的应用价值。

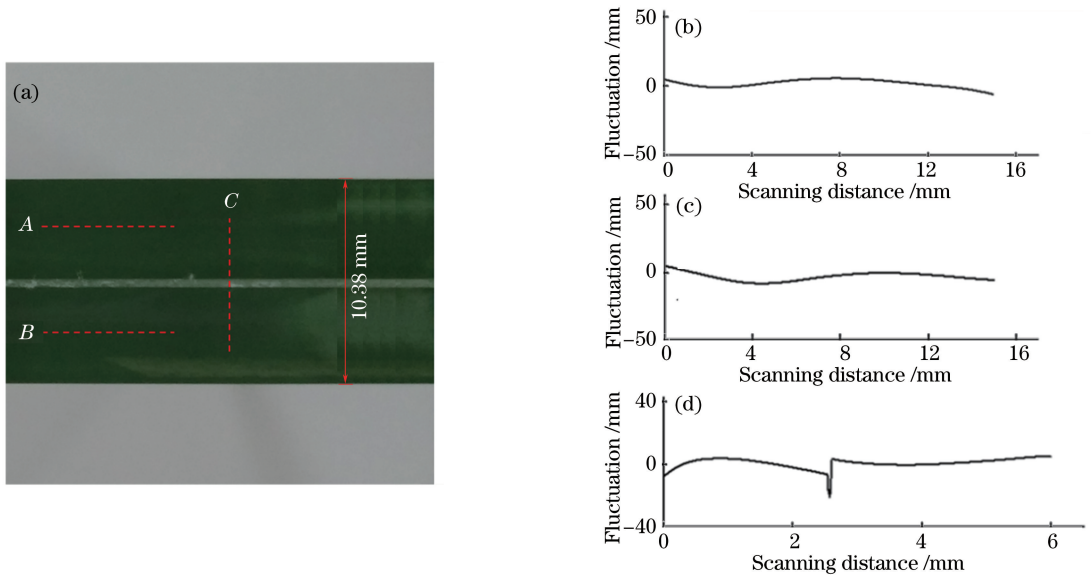


图 12 夹层玻璃切口表面粗糙度。(a)实物图;(b)虚线 A;(c)虚线 B;(d)虚线 C  
 Fig. 12 Surface roughnesses of laminated glass kerfs. (a) Picture of real product; (b) dotted line A;  
 (c) dotted line B; (d) dotted line C

### 5.3 多焦点激光的更多应用

多焦点激光还可以广泛应用于诸多脆性透射材料的加工,根据材料的不同厚度设计不同焦点分布的多焦点透镜,使得激光能量在材料厚度方向上均匀分布,裂纹稳定并可控扩展,进而实现高质量切割。利用该方案还进行了单层较厚玻璃、超白玻璃、磷酸二氢钾(KDP)晶体等透射材料的分离实验,如图 13 所示。可以看出,较传统机械切割方法,切割质量都获得较大提升,具体工艺仍待进一步研究。

## 6 结 论

在 ZEMAX 软件模拟的基础上,设计了多个不同环形孔径和焦距的透镜并组成多焦点透镜,改善了激光能量在材料厚度方向分布的不均匀性,实现了裂纹沿透明材料厚度方向扩展的可控性,一次性完成了厚度为  $10 \text{ mm}$  的夹层玻璃的切割分离。结果表明,切割分离表面平整光滑,无任何破碎崩边,切割分离断面平整无毛刺,两层玻璃高度仅相差  $10 \mu\text{m}$ ,粗糙度整体水平都较低,无需后续处理,并获得了激光多焦点切割分离夹层玻璃的可行参数区域。同时,多焦点激光系统也可应用于厚单层玻璃、光学晶体、特殊玻璃等材料的切

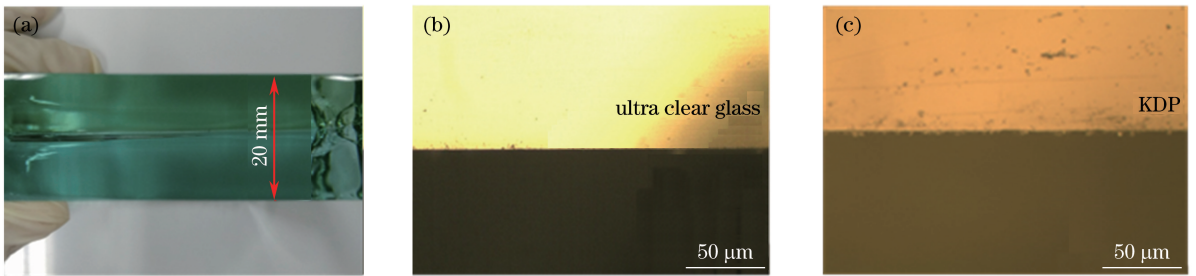


图 13 其他材料的多焦点激光分离效果图。(a)单层较厚玻璃;(b)超白玻璃;(c) KDP  
Fig. 13 Separation effect diagrams of other materials by using multi-focus laser cutting.

(a) Single-layer thick glass; (b) ultra clear glass; (c) KDP

割分离,为进一步深入研究提供了参考。

### 参 考 文 献

- [1] Zhou Shengfeng, Zeng Xiaoyan. Laser separation of brittle material[J]. Journal of Applied Optics, 2007, 28(3): 321-327.  
周圣丰, 曾晓雁. 激光分离脆性材料的研究[J]. 应用光学, 2007, 28(3): 321-327.
- [2] Zhao Q L, Wang Y L, Yu G, *et al.* Investigation of anisotropic mechanisms in ultra-precision diamond machining of KDP crystal[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2009, 209(8): 4169-4177.
- [3] Deng L M, Duan J, Zeng X Y, *et al.* A study on dual laser beam separation technology of KDP crystal [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2013, 72: 1-10.
- [4] Zhang Kunling. Overview the machining technology of hard and brittle materials [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2008, 5: 1-6.  
张坤领. 硬脆材料加工技术发展现状[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2008, 5: 1-6.
- [5] Wen Chuanxin. Development of automatic glass cutting system based on PC's management and CNC's control[D]. Nanjing: Southeast University, 2004: 10-12.  
温传新. 基于 PC 管理及 CNC 控制的自动玻璃切割系统开发[D]. 南京: 东南大学, 2004: 10-12.
- [6] Ji Lingfei, Yan Yinzhou, Bao Yong, *et al.* Research and consideration on laser cutting technique of ceramics [J]. Chinese J Lasers, 2008, 35(11): 1686-1692.  
季凌飞, 闫胤洲, 鲍勇, 等. 陶瓷激光切割技术的研究现状与思考[J]. 中国激光, 2008, 35(11): 1686-1692.
- [7] Xing Songling, Liu Lei, Zou Guisheng, *et al.* Effects of femtosecond laser parameters on hole drilling of silica glass [J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(4): 0403001.  
邢松龄, 刘磊, 邹贵生, 等. 飞秒激光参数对石英玻璃微孔加工的影响[J]. 中国激光, 2015, 42(4): 0403001.
- [8] Zhang Yanjie, Song Haiying, Liu Haiyun, *et al.* Fabrication of millimeter-scaled holes by femtosecond laser filamentation[J]. Chinese J Lasers, 2017, 44(4): 0402012.  
张艳杰, 宋海英, 刘海云, 等. 飞秒激光成丝制备毫米级深孔[J]. 中国激光, 2017, 44(4): 0402012.
- [9] Hu Mengning, Ge Licheng, Zhang Jinping, *et al.* Hole-drilling with high depth-diameter ratio using multi-pulse femtosecond laser[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(4): 0403006.  
胡梦宁, 葛励成, 张晋平, 等. 多脉冲飞秒激光深小孔的加工[J]. 中国激光, 2016, 43(4): 0403006.
- [10] Tsai C, Liou C. Fracture mechanism of laser cutting with controlled fracture[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering-Transactions of the Asme, 2003, 125(3): 519-528.
- [11] Sysoev V K, Zakharchenko A V, Vyatlev P A, *et al.* Increasing the efficiency of controllable laser thermal cleavage of insulating materials[J]. Journal of Optical Technology, 2004, 71(2): 117-120.
- [12] Yang Lijun, Wang Maolu, Wang Yang, *et al.* YAG laser cutting of soda-lime glass sheets with fracture control method [J]. Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(3): 512-515.  
杨立军, 王懋露, 王扬, 等. 应用裂纹控制法的钠钙玻璃 YAG 激光切割技术[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(3): 512-515.
- [13] Hu Shaoqiang. An analysis of the thin-lens imagery with Newton formula[J]. Journal of Xinjiang Normal University (Natural Sciences Edition), 2004, 23(3): 99-101.  
胡绍强. 用牛顿公式对薄透镜成像的分析[J]. 新疆师范大学学报(自然科学版), 2004, 23(3): 99-101.
- [14] Pang Shihong. Effective thickness research of laminated glass[D]. Beijing: China Building Materials Academy, 2009: 10-14.  
庞世红. 夹层玻璃等效厚度研究[D]. 北京: 中国建筑材料科学研究总院, 2009: 10-14.