

# 车载三维激光雷达外参数的分步自动标定算法

陈贵宾, 高振海, 何磊\*

吉林大学汽车仿真与控制国家重点实验室, 吉林 长春 130022

**摘要** 三维激光雷达外参数标定是智能车通过激光雷达感知环境的基础, 针对常见标定方法实施繁琐、精度低, 以及依赖其他传感器的问题, 提出了一种分步自动标定算法。第 1 步对地面点云进行拟合得到地面方程, 构造水平度函数, 通过粒子群优化(PSO)算法优化水平度函数完成对激光雷达俯仰角、横滚角和纵向位移的标定; 第 2 步标定以第 1 步标定的完成为基础, 在车辆沿直线行驶过程中采集多帧含有同一标定杆的激光点云, 通过聚类得到标定杆聚类中心, 然后在二维平面内对多帧同一标定杆的聚类中心进行直线拟合, 根据直线斜率计算航向角。结果表明, 所提算法的精度可达  $10^{-5}$  数量级, 耗时 0.5 s, 极大地提高了标定精度和效率, 能满足实际工程的使用需求。上述两步自动标定算法由程序自动完成, 并且不依赖于其他传感器即可得到高精度的标定结果。

**关键词** 激光技术; 三维激光雷达; 分步自动标定; 粒子群优化算法; 拟合; 聚类

中图分类号 TN958.98

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201744.1010004

## Step-By-Step Automatic Calibration Algorithm for Exterior Parameters of 3D Lidar Mounted on Vehicle

Chen Guibin, Gao Zhenhai, He Lei

State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun, Jilin 130022, China

**Abstract** The calibration of exterior parameters of a 3D lidar is the basis of an intelligent vehicle perceiving environment through the lidar. Aiming at the major problems of common calibration methods including cumbersome implementation, low precision, and relying on other sensors, we propose a step-by-step automatic calibration algorithm. The first step is to get the ground equation by fitting the ground point cloud, construct the levelness function, and complete the calibration of the pitch angle, roll angle, and longitudinal displacement of the lidar by optimizing the levelness function with the particle swarm optimization (PSO) algorithm. Based on the completion of the first step calibration, the second step calibration needs to collect multi-frame point clouds containing the same calibration pole during the vehicle moving along a straight line. The calibration pole is clustered to get the clustering centers. The linear equation with multi-frame clustering centers is fitted in the two-dimensional plane, and the yaw angle is calculated according to the slope of the fitted straight line. The results show that the precision of the proposed algorithm can reach the magnitude order of  $10^{-5}$ , and the algorithm takes 0.5 s. The calibration precision and efficiency are greatly improved, and actual engineering demands can be satisfied. The two steps are done automatically by the program, and the calibration results with high-precision can be acquired without other sensors.

**Key words** laser technique; 3D lidar; step-by-step automatic calibration; particle swarm optimization algorithm;

fitting; clustering

**OCIS codes** 140.3460; 280.3640; 150.6910

## 1 引言

近几年, 随着人工智能浪潮的再次兴起, 智能驾驶技术迎来了井喷式的发展。三维激光雷达具有精度高、测距范围大, 以及不受光线影响等特点<sup>[1]</sup>, 已被广泛应用于智能驾驶车辆的障碍物检测<sup>[2]</sup>、即时定位与地

收稿日期: 2017-05-22; 收到修改稿日期: 2017-06-13

作者简介: 陈贵宾(1993—), 男, 硕士研究生, 主要从事智能驾驶车辆环境感知方面的研究。E-mail: cgbcgb22@qq.com

导师简介: 高振海(1973—), 男, 博士, 教授, 主要从事智能驾驶车辆仿真与控制方面的研究。E-mail: gaozh@jlu.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: jlu\_helei@126.com

图构建<sup>[3]</sup>、车道线检测<sup>[4]</sup>等环境感知领域<sup>[5-8]</sup>。随着三维激光雷达量产规模的不断扩大以及固态激光雷达技术的不断发展,其成本高的缺点正在被逐步克服,这使得它的使用价值有望进一步提高。

三维激光雷达一般安装于智能驾驶车辆的顶部,而车体坐标系的原点一般设置为激光雷达沿铅垂方向投影到地面的点,这使得激光雷达坐标系与车体坐标系之间存在纵向位移  $\Delta z$ ;此外由于实际安装误差或特殊使用要求,激光雷达未水平安装于车辆顶部,这使得上述两个坐标系在俯仰、横滚和航向方向上存在角度偏差  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\gamma$ 。外参数标定的任务是求解由俯仰角  $\alpha$ 、横滚角  $\beta$ 、航向角  $\gamma$  和纵向位移  $\Delta z$  这 4 个不方便直接测量的物理量构成的旋转平移变换矩阵  $\mathbf{R}$ 。常见的标定方法主要有传统人工标定和多传感器联合标定。传统人工标定一般先建立地面坐标系,然后在地面坐标系的不同位置多次放置同一个纸箱,进而采集同一纸箱的一个角在地面坐标系和激光雷达坐标系下的多组位置,构成超定方程组,进而求解两个坐标系之间的变换矩阵<sup>[9]</sup>。该方法需要人工多次测量诸多物理量,标定效率较低,而且车辆纵轴与地面坐标系的纵轴很难完全重合,从而导致产生额外的测量误差。多传感器联合标定需要摄像头、全球定位系统(GPS)、惯性导航等其他传感器的参与<sup>[10-12]</sup>,标定算法一般比较复杂,标定精度也会受到其他传感器测量精度的影响,并且对标定场的要求也更苛刻,例如标定场必须具有良好的光线和 GPS 信号等。

针对以上问题,本文提出了一种车载三维激光雷达外参数分步自动标定算法,将标定过程分解为 2 个步骤:第 1 步标定算法以地面为参照,完成对激光雷达俯仰角、横滚角和纵向位移的标定;第 2 步标定算法以第 1 步标定的完成为基础,在车辆沿直线行驶过程中,以标定杆为参照,完成对激光雷达航向角的标定。整个标定过程由程序自动执行,无须人工测量任何物理量,标定算法不涉及除激光雷达之外的其他传感器。

## 2 算法原理

激光雷达坐标系  $x'y'z'$  和车体坐标系  $xyz$  在空间中的相对位置关系如图 1 所示,  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  分别为两个坐标系沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴方向的旋转角度偏差,  $\Delta z$  是 2 个坐标系沿  $z$  轴方向的纵向位移。

激光雷达坐标系和车体坐标系之间的转换关系为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & \cos \beta \sin \gamma & -\sin \beta & 0 \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \cos \beta & 0 \\ \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \cos \beta & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

式中  $\mathbf{R}$  为两个坐标系之间的旋转平移变换矩阵。

由此可知,求解出  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  和  $\Delta z$  后便可求出变换矩阵  $\mathbf{R}$ ,从而实现激光雷达坐标系向车体坐标系的转化,完成对三维激光雷达外参数的标定。

### 2.1 第 1 步标定算法原理

第 1 步标定算法忽略航向角  $\gamma$  的影响,以地面为参照求解激光雷达坐标系相对于车体坐标系的俯仰角  $\alpha$ 、横滚角  $\beta$  和纵向位移  $\Delta z$ 。 $\alpha$  和  $\beta$  的存在使得水平地面点云在激光雷达坐标系内并不是水平的,如图 2 所示。

地面在激光雷达坐标系下的平面方程为

$$z' = Ax' + By' + C, \quad (3)$$

式中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均为参数。当  $A=B=0$  时,(3)式表示的平面平行于相应坐标系的  $x'o'y'$  平面,即地面在激光雷达坐标系下呈绝对水平状态,这说明激光雷达坐标系和车体坐标系在俯仰和横滚方向的角度偏差均为 0。据此构造地面在激光雷达坐标系下的水平度函数  $f$ :

$$f = |A| + |B|. \quad (4)$$

$f$  值越小,说明地面在激光雷达坐标系下的水平度越好,激光雷达坐标系和车体坐标系在俯仰和横滚方向上的角度偏差也就越小。因此第 1 步标定算法的目标是先假设  $\gamma$ 、 $\Delta z$  为 0,求出一组最优的  $\alpha$  值和  $\beta$  值,

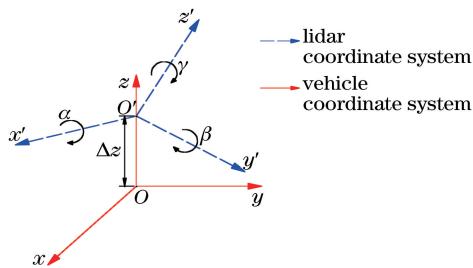


图 1 激光雷达坐标系与车体坐标系的相对位置

Fig. 1 Relative position of lidar coordinate system and vehicle coordinate system

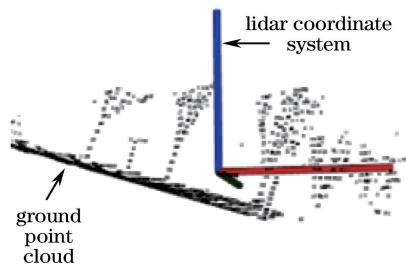


图 2 未标定的激光雷达坐标系

Fig. 2 Uncalibrated lidar coordinate system

并将其代入(1)式对地面点云进行坐标变换。此时求解出的  $f$  值应最小且接近 0, 而相应的(3)式中的参数 C 即为  $\Delta z$ 。

采用最小二乘法拟合地面点云在激光雷达坐标系下的平面方程<sup>[13-14]</sup>。求取地面水平度函数  $f$  的最小值为非线性优化问题, 因此采用粒子群优化(PSO)算法<sup>[15]</sup>, 以  $f$  值最小为优化目标, 自动求取  $\alpha$  和  $\beta$  的最优解。

第 1 步标定算法整体流程如下:

- 1) 输入原始地面点云数据。
- 2) 初始化参数  $\gamma = \Delta z = 0$ ,  $\alpha$  和  $\beta$  为随机值。
- 3) PSO 算法以地面水平度函数  $f$  值最小为优化目标, 自动更新一组  $\alpha$  值和  $\beta$  值。
- 4) 根据更新的  $\alpha$  值和  $\beta$  值, 将原始地面点云数据通过(1)式进行三维坐标变换。
- 5) 根据(3)式, 通过最小二乘法拟合更新地面点云在激光雷达坐标系下的平面方程。
- 6) 根据(4)式, 更新地面水平度函数  $f$ 。
- 7) 判断  $f$  值是否小于阈值  $E$ 。或者迭代次数是否达到预设值  $N$ ; 如果满足其一, 则终止迭代, 输出  $\alpha$  和  $\beta$  以及此时(3)式中的参数 C; 如果都不满足, 则循环执行步骤 3)~6)。

## 2.2 第 2 步标定算法原理

第 1 步标定完成后, 在激光雷达坐标系的二维平面内进行第 2 步标定, 即不考虑所有激光点云的高度, 计算激光雷达坐标系与车体坐标系之间的航向角  $\gamma$ 。

在车辆沿直线行驶过程中, 采集多帧含有同一标定杆的激光点云, 通过高程滤波等方式从激光点云中提取标定杆, 再采用 K-means 聚类算法<sup>[16]</sup>, 得到第  $i$  帧标定杆在激光雷达坐标系二维平面内的聚类中心  $(x'_i, y'_i)$ , 如图 3(a)所示, 如果以激光雷达坐标系为参照, 则多帧同一标定杆的聚类中心如图 3(b)所示。

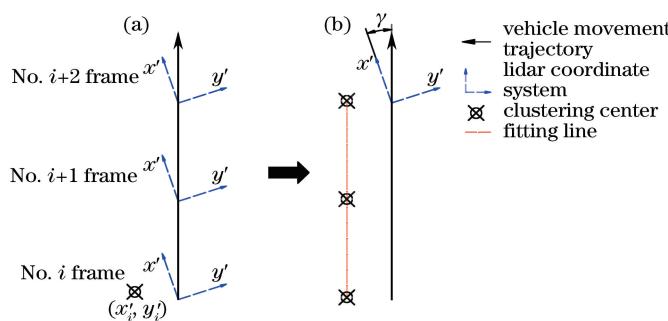


图 3 第 2 步标定算法原理。(a)标定杆聚类中心;(b)以激光雷达坐标系为参照的多帧同一标定杆聚类中心

Fig. 3 The second step calibration algorithm principle. (a) Clustering center of calibration rod;

(b) multi-frame same calibration rod clustering center with reference to the lidar coordinate system

采用最小二乘法对图 3(b)中的多帧同一标定杆的聚类中心进行直线拟合, 得到拟合直线在激光雷达坐标系下的方程:

$$y' = k_f x' + b, \quad (5)$$

式中  $k_f$  为拟合直线的斜率,  $b$  为拟合直线的截距。 $k_f$  与车辆沿直线行驶的轨迹斜率相等, 该斜率的反正切值所对应的角度即为所求航向角  $\gamma$ , 即  $\gamma = \arctan k_f$ 。

### 3 误差分析及算法仿真验证

提出的车载三维激光雷达外参数分步自动标定算法所标定的系统误差主要有激光雷达本身的测距误差和最小二乘法拟合数据的误差。此外,第2步标定算法中车辆行驶轨迹的直线度误差会影响多帧同一标定杆聚类中心进行直线拟合的精确度,进而影响航向角 $\gamma$ 的标定精度,因此提高车辆横向控制精度可以减小第2步标定算法的误差;而第1步标定算法PSO参数的选择对第1步标定结果的精度影响很大,因此在实车实验前,对第1步标定算法进行仿真,通过调整相关PSO参数来减小第1步的标定误差。经过多次仿真调整,兼顾标定精度和算法耗时,最终选取的PSO参数如表1所示。

表1 仿真中选取的PSO参数

Table 1 PSO parameters selected in simulation

Parameter	Content	Value
$N_{\max}$	Maximum number of iteration	200
$N_p$	Number of particles	40
$E_0$	Threshold of $f$ value	$10^{-5}$
$C_1$	Individual learning factor	2.0
$C_2$	Social learning factor	2.0
$W$	Inertia weight	0.6
$v_{\max}$	Maximum flight speed	0.8

仿真中用于测试第1步标定算法的地地面点云由人工通过程序在已知倾斜角度(目标标定值)的平面内设定若干点构成,计算过程中PSO算法每次迭代更新的 $\alpha$ 、 $\beta$ 与目标标定值之间的偏差曲线,以及地面水平度函数 $f$ 值的变化曲线,如图4和图5所示。由图4和图5可知,随着PSO算法迭代次数增加,两条偏差曲线以及 $f$ 值曲线均呈向0收敛的趋势,验证了算法的可行性。

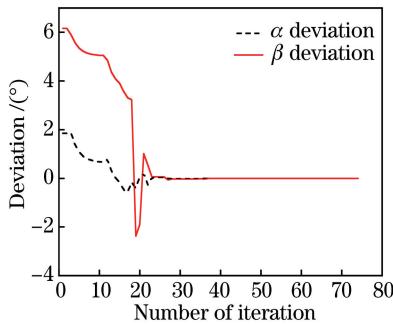
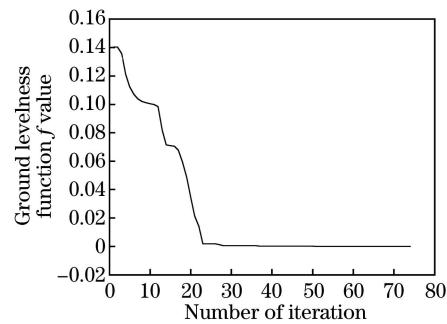


图4 标定误差

Fig. 4 Calibration error

图5 地面水平度函数 $f$ 值Fig. 5 Ground levelness function  $f$  value

选取多组目标标定值进行仿真,结果如表2所示。由表2可知,选取的PSO参数在迭代次数小于100时可使标定精度达到 $10^{-2}$ 数量级,足以满足实际工程的使用需求。

表2 多次仿真的结果

Table 2 Results of multiple simulation

Number of experiment	Parameter	Target value	Experimental value	Deviation	$f$ value	Number of iteration
1	$\alpha$ / (°)	5.0	5.0008	0.0008	$1.824 \times 10^{-6}$	61
	$\beta$ / (°)	1.0	0.9963	0.0037		
	$\Delta z$ / m	1.0	1.0001	0.0001		
2	$\alpha$ / (°)	7.5	7.5037	0.0037	$1.778 \times 10^{-6}$	58
	$\beta$ / (°)	1.8	1.7847	0.0153		
	$\Delta z$ / m	1.4	1.3998	0.0002		
3	$\alpha$ / (°)	10.0	10.0094	0.0094	$1.934 \times 10^{-6}$	71
	$\beta$ / (°)	2.5	2.4621	0.0379		
	$\Delta z$ / m	1.7	1.7004	0.0004		

仿真结果表明,所提出的车载三维激光雷达外参数自动标定算法中的第1步标定算法在输入地面点云后,标定过程由程序自动执行,该算法可行,而且标定精度高,时间复杂度低。

## 4 实车实验

### 4.1 第1步标定算法的实车实验

实车实验中使用C++语言编写算法程序。由于C++语言的执行效率远高于仿真中M函数的执行效率,因此在使用真实激光点云数据之前,利用点云库(PCL)生成已知倾斜角度的模拟地面点云来调整仿真得到的PSO参数,以进一步提高标定精度。最终调整的PSO参数如表3所示,其他PSO参数与表1中的相同。经过测试,标定精度提高到了 $10^{-5}$ 数量级,而算法耗时从仿真的20 s缩短到0.5 s左右。

表3 调整的PSO参数

Table 3 Adjusted PSO Parameters

Parameter	Content	Value
$N_{\max}$	Maximum number of iteration	500
$N_p$	Number of particles	60
$E_0$	Threshold of $f$ value	$10^{-8}$

实验平台是基于某品牌纯电动车改造的试验车,该车搭载美国Velodyne公司的HDL-32E型激光雷达,实验车行驶到地面平整的开阔场地后,采集包含地面点云的点云数据(PCD)文件。相继使用PCL中的loadPCDFile函数以及Viewer类相关函数,读取离线PCD文件中的原始点云数据并将其可视化示,然后进行滤波处理<sup>[17]</sup>,得到地面激光点云,如图6所示。

将滤波得到的地面点云数据输入到第1步标定算法中,标定前后的地面点云以及使用最小二乘法拟合的平面如图7所示。由标定结果可知,提出的车载三维激光雷达外参数分步自动标定算法中的第1步标定算法在实车实验中同样可以准确地计算出两个坐标系之间的 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\Delta z$ 。

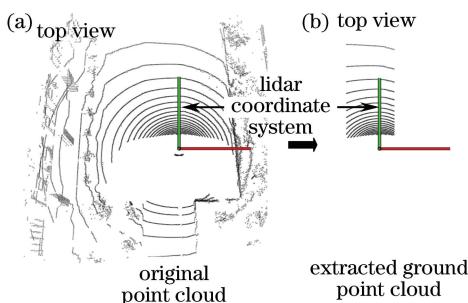


图6 地面点云的提取

Fig. 6 Extraction of ground point cloud

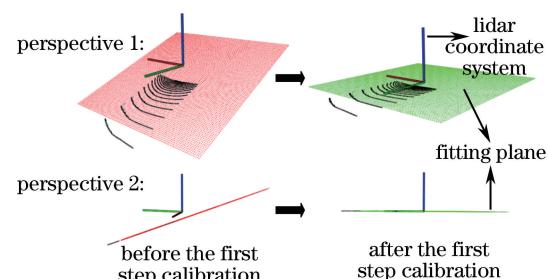


图7 第1步标定结果

Fig. 7 Results of the first step calibration

### 4.2 第2步标定算法的实车实验

将第1步标定算法计算出的 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\Delta z$ 代入(1)式,对PCD文件中的所有点云进行坐标变换,从而完成第1步标定。在此基础上进行第2步标定,即计算 $\gamma$ 。

第2步标定算法实车实验所需要的标定杆以及实际标定场景如图8所示。使用的实验车已经具备一定程度的自动驾驶功能,为了减小车辆在沿直线行驶过程中的直线度误差,在车辆沿直线行驶时规划一条直线路网,然后开启试验车的自动驾驶功能,使车辆沿规划的直线路网行驶,并在该行驶路段放置一个标定杆,采集多帧包含同一标定杆点云的PCD文件。

对离线PCD文件中的点云数据进行滤波及K-means聚类,以获取多帧同一标定杆的聚类中心,如图9所示,然后使用最小二乘法在激光雷达坐标系二维平面内对多帧聚类中心进行直线拟合,最后将拟合直线的斜率代入(6)式计算 $\gamma$ 。

将计算出的 $\gamma$ 代入(1)式,再对离线PCD文件中的所有点云进行坐标变换,完成第2步标定。为了验证标定效果,重新提取标定杆进行聚类处理,并对聚类中心进行直线拟合,第2步标定前后同一点云数据在激

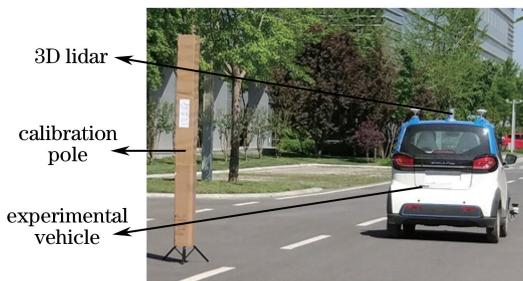


图 8 第 2 步标定场景图

Fig. 8 Scene of the second step calibration

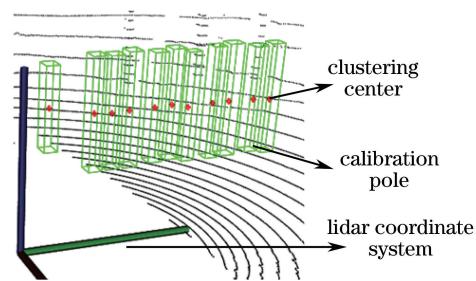


图 9 标定杆提取及聚类

Fig. 9 Calibration pole extraction and clustering

光雷达坐标系  $xoy$  平面内的显示如图 10 所示。由图 10 可知,根据标定前后 2 条拟合直线的斜率,第 2 步标定算法能在很大程度上消除两个坐标系之间的航向偏差。

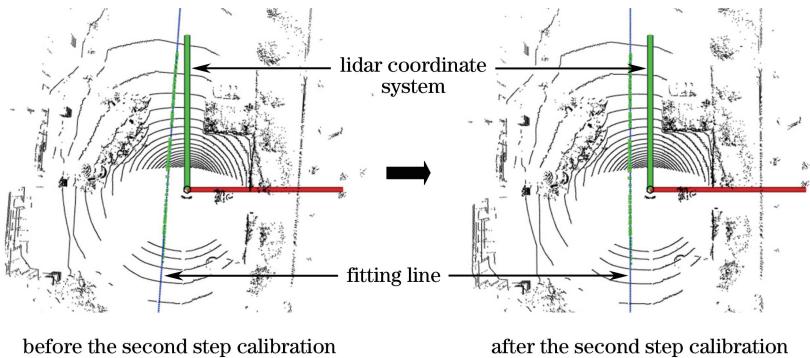


图 10 第 2 步标定结果

Fig. 10 Results of the second step calibration

## 5 结 论

针对车载三维激光雷达外参数标定问题,提出了一种分步自动标定算法。第 1 步在提取地面方程后构造水平度函数,通过 PSO 算法优化水平度函数来求解  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\Delta z$ ;第 2 步以第 1 步标定的完成为基础,在车辆沿直线行驶过程中采集多帧含有同一标定杆的激光点云,通过滤波及聚类得到了多帧同一标定杆聚类中心,然后对其进行直线拟合,根据拟合直线的斜率求解  $\gamma$ 。通过实车实验证明了本算法的标定精度可以达到  $10^{-5}$  数量级,能满足实际工程的使用需求,并且算法不使用其他传感器数据,无须人工测量任何物理量,进入相应的标定场景后可由程序自动完成标定工作。对地面点云和标定杆提取的准确性和有效性,是影响本文标定算法精度和效率的重要因素,也是本课题组后续研究的重要内容。

## 参 考 文 献

- [1] Yang Fei, Zhu Zhu, Gong Xiaojin, et al. Real-time dynamic obstacle detection and tracking using 3D lidar[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2012, 46(9): 1565-1571.  
杨飞, 朱株, 龚小谨, 等. 基于三维激光雷达的动态障碍实时检测与跟踪[J]. 浙江大学学报(工学版), 2012, 46(9): 1565-1571.
- [2] Wang Xinzhu, Li Jun, Li Hongjian, et al. Obstacle detection based on 3D laser scanner and range image for intelligent vehicle[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2016, 46(2): 360-365.  
王新竹, 李骏, 李红建, 等. 基于三维激光雷达和深度图像的自动驾驶汽车障碍物检测方法[J]. 吉林大学学报(工学版), 2016, 46(2): 360-365.
- [3] Qian C, Liu H, Tang J, et al. An integrated GNSS/INS/LiDAR-SLAM positioning method for highly accurate forest stem mapping[J]. Remote Sensing, 2017, 9(1): 1-16.
- [4] Thuy M, León F P. Lane detection and tracking based on lidar data[J]. Metrology and Measurement Systems, 2010,

- 17(3): 311-321.
- [5] Tan Jun. Research on road-scene perception technologies based on information fusion in structural environments [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2014.  
谭筠. 结构化环境下基于信息融合的道路场景感知技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2014.
- [6] Xiao Qiang. Multi-elements composed drivable area extraction for unmanned ground vehicles in field terrain [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015.  
肖强. 地面无人车辆越野环境多要素合成可通行区域检测[D]. 北京: 北京理工大学, 2015.
- [7] Gong Tianan, Wang Yuncai, Kong Lingqin, et al. Chaotic lidar for automotive collision warning system[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(9): 2426-2430.  
龚天安, 王云才, 孔令琴, 等. 面向汽车防撞的混沌激光雷达[J]. 中国激光, 2009, 36(9): 2426-2430.
- [8] Kou Tian, Wang Haiyan, Wang Fang, et al. Model of moving target trajectory detected based on airborne laser radar imaging[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(10): 101002.  
寇添, 王海晏, 王芳, 等. 基于机载激光雷达成像的动目标轨迹检测模型[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(10): 101002.
- [9] Ye Gang. Multi-target detection and tracking algorithm for autonomous driving car based on a 3D lidar in urban traffic environment[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2016.  
叶刚. 城市环境基于三维激光雷达的自动驾驶车辆多目标检测及跟踪算法研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2016.
- [10] Jiao Hongwei, Qin Shiqiao, Hu Chunsheng, et al. Research on the coordinates calibration of pulse lidar and camera [J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(1): 0108006.  
焦宏伟, 秦石乔, 胡春生, 等. 一种脉冲激光雷达与摄像机标定方法的研究[J]. 中国激光, 2011, 38(1): 0108006.
- [11] Chen Yuan, Zhao Zhimin, Chen Zhen. The improvement of extrinsic calibration of laser rangefinder with CCD and its applications[J]. Applied Laser, 2008, 28(3): 219-222.  
陈远, 赵志敏, 陈震. 激光雷达和CCD外部标定方法的改进及其应用研究[J]. 应用激光, 2008, 28(3): 219-222.
- [12] Zhu Zhu. 3D data based understanding of unstructured scenes for vehicle navigation [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014.  
朱株. 基于三维数据面向无人车导航的非结构化场景理解[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
- [13] Li Wei, Sun Yuanchao, Li Zongchun, et al. An improved least-square plane fitting algorithm[J]. Science of Surveying and Mapping, 2017, 42(1): 15-19, 100.  
李伟, 孙元超, 李宗春, 等. 一种改进的最小二乘平面拟合算法[J]. 测绘科学, 2017, 42(1): 15-19, 100.
- [14] Zeng Qihong, Mao Jianhua, Li Xianhua, et al. Planar-fitting filtering algorithm for lidar points cloud[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33(1): 25-28.  
曾齐红, 毛建华, 李先华, 等. 激光雷达点云平面拟合过滤算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2008, 33(1): 25-28.
- [15] Wang Hao, Ouyang Haibin, Gao Liqun. An improved global particle swarm optimization[J]. Control and Decision, 2016, 31(7): 1161-1168.  
王皓, 欧阳海滨, 高立群. 一种改进的全局粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2016, 31(7): 1161-1168.
- [16] Zhao Wenchong, Cai Jianghui, Zhao Xujun, et al. Fast K-means clustering algorithm based on influence space[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2016, 37(9): 2060-2064.  
赵文冲, 蔡江辉, 赵旭俊, 等. 一种影响空间下的快速K-means聚类算法[J]. 小型微型计算机系统, 2016, 37(9): 2060-2064.
- [17] Wang Jinliang, Chen Lianjun. Review on filtering algorithm for lidar points cloud data[J]. Remote Sensing Technology and Application, 2010, 25(5): 632-638.  
王金亮, 陈联君. 激光雷达点云数据的滤波算法述评[J]. 遥感技术与应用, 2010, 25(5): 632-638.