

空间光调制器像素尺寸对非球面检测误差影响分析

马 啸^{1,2}, 刘世杰¹, 张志刚¹, 邵建达¹

¹中国科学院上海光学精密机械研究所强激光材料重点实验室, 上海 201800;

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 空间光调制器(SLM)可以在电驱动等信号控制下,实时调节振幅、相位、偏振态等信息,近年来已被尝试用于代替计算全息(CGH)板实现非球面检测。SLM 像素尺寸在 $3.5\sim 20\ \mu\text{m}$,远大于 CGH 板刻蚀分辨率,使得 SLM 的相位调制量在像素尺度离散化,与理想的连续相位存在误差,带来检测精度的降低。因此,有必要评估 SLM 像素尺寸对检测精度的影响,从而选择合适像素尺寸的 SLM。基于菲涅耳衍射原理以及快速傅里叶变换算法,仿真波面经 SLM 调制并传播到待测表面的过程,并探究待测面处生成波面精度与 SLM 像素尺寸大小之间的关系。对多组波面进行仿真并分析波面误差分布发现,SLM 生成补偿波面误差与 SLM 像素尺寸所能表示的最大频率相关,检测时需保证 SLM 像素尺寸所能表示的最大频率大于补偿波面频率最大值。

关键词 测量;非球面检测;空间光调制器;计算全息;菲涅耳衍射

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201744.0104002

Impact of Spatial Light Modulator Pixel Pitch on the Accuracy of Aspheric Testing

Ma Xiao^{1,2}, Liu Shijie¹, Zhang Zhigang¹, Shao Jianda¹

¹Key Laboratory of Materials for High Power Laser, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Spatial light modulator (SLM) is an alternative product as it can change the distribution of amplitude, phase and polarization state under the control of the electric signals. In recent years, SLM is used in aspheric testing in place of the computer generated holography (CGH) plate. However, SLM pixel pitch is around $3.5\sim 20\ \mu\text{m}$, which is much larger than the CGH plate etching resolution and the phase modulation is discrete, error existing with ideal continuous phase modulation and causing detection accuracy reduction. So it is necessary to consider the influence of SLM pixel pitch on detection accuracy so as to choose SLM with proper pixel pitch. Wave-front reconstructed by SLM and spread to the measured surface process is simulated based on Fresnel diffraction theory and fast Fourier transform algorithm. And the relationship between the reference wave-front precision and SLM pixel pitch is analyzed. Several sets of wave-front are computed and the error distribution is analyzed. The conclusion is that the SLM generation compensation wave-front is related to the maximum frequency presented by SLM pixel pitch, and it is necessary to keep the maximum frequency presented by SLM pixel pitch above the compensation wave-front maximum frequency range.

Key words measurement; aspheric surface testing; spatial light modulator; computer generated holography; Fresnel diffraction

OCIS codes 120.3940; 050.1380; 050.1960

收稿日期: 2016-09-18; **收到修改稿日期:** 2016-10-08

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(11602280)

作者简介: 马 啸(1992—),男,硕士研究生,主要从事光学检测方面的研究。E-mail: chujiangkuo@163.com

导师简介: 刘世杰(1979—),男,博士,副研究员,主要从事光学检测技术及检测装置方面的研究。

E-mail: shijieliu@siom.ac.cn(通信联系人)

1 引 言

非球面光学元件广泛应用于航空航天、天文望远镜以及激光约束核聚变等重大前沿项目。非球面光学元件加工精度对其性能有较大影响,然而非球面元件精密制造离不开非球面检测技术。目前,高精度的非球面检测技术是制约非球面广泛应用的主要因素。非球面的检测方法有很多种^[1-5],目前多采用计算全息(CGH)生成补偿波面,实现高精度的非球面检测^[6-8]。然而传统 CGH 板制作成本高、周期长,且只能应用于特定面形非球面元件。实时、通用的检测方法在加工生产过程中有较大需求。伴随着电子技术和制作工艺的提高,近年来研究者们利用相位型空间光调制器(SLM)^[9-10]代替传统的 CGH 板生成补偿波面,实现光学检测。席庆奎^[11-12]从 2004 年开始从事液晶电视用于非球面的实时检测方面的研究。曹召良等^[13]提出利用液晶显示器对各种光学表面进行检测的检测方法。这些研究结果表明,SLM 的特性已成为制约该方法测量非球面精度和不确定度的关键因素之一。

实际的 SLM 相位调制效果受到 SLM 性能的影响。很多学者对 SLM 波面调制精度进行了研究。张洪鑫等^[14]提出反插值法对 SLM 的非线性相位响应进行校正,韩军等^[15-16]分析了黑栅结构对 SLM 生成波面精度影响,并提出错位叠加优化方案。Zhang 等^[17]分析 SLM 量化编码方法、灰度等级对生成波面精度的影响,并提出相应的抑制误差的方法。纯相位型 SLM 由一系列具有空间尺寸的像素单元组成。每个单元可以被电驱动信号或者其他信号独立控制产生不同的相位调制量,但单个像素单元范围内相位调制量相同。目前德国 Holoeye 公司 GAEA 位相型 SLM 像素尺寸为 $3.74\ \mu\text{m}$,在同类产品中具有最小的像素尺寸,但仍远大于计算全息板刻蚀精度 $10\sim 30\ \text{nm}$ ^[18]。显然像素尺寸过大,SLM 相位调制量在像素尺寸离散化,SLM 相位调制细节会损失,严重影响重建波面精度,这部分误差在以往文献中很少讨论,本文重点分析 SLM 像素尺寸对调制精度的影响。此外,现有工作大多分析位于 SLM 面的生成波面精度误差,这部分误差并不能完全表示待测元件处补偿波面的误差,因此本文基于菲涅耳衍射原理以及离散傅里叶变换算法,精确地仿真波面经 SLM 调制并传播到待测表面的过程,从而获得待测元件处补偿波面误差。

2 基本原理

基于 SLM 的非球面检测光路与 CGH 法类似,如图 1 所示。SLM 对垂直入射的平行光进行相位调制生成补偿波面;补偿波面作为测试光垂直入射到待测非球面;测试光原路返回,经过干涉仪处理后得到待测非球面面形信息,实现非球面零位检测。图中,表面 1 表示 SLM 的后表面;表面 2 表示过待测非球面顶点的平面,该平面平行于表面 1;表面 1 与表面 2 之间的距离为 z 。

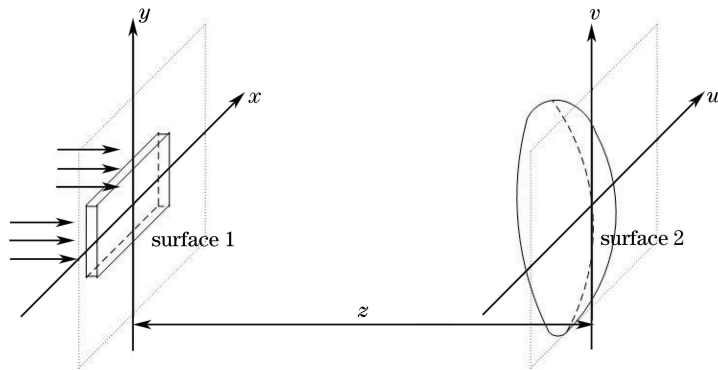


图 1 非球面检测光路

Fig. 1 Aspheric surface testing optical path

在仿真模型中,逐步推导得到受 SLM 像素尺寸影响的平面 2 相位分布,将其与平面 2 理想相位分布比较得到补偿波面误差。仿真流程如图 2 所示:1) 根据待测元件理想面形计算出平面 2 理想相位分布;2) 由平面 2 理想相位分布,得到 SLM 理想相位调制量分布;3) 对理想的 SLM 相位调制量分布进行处理,得到受 SLM 像素尺寸影响的实际的 SLM 相位调制量分布;4) 根据菲涅耳衍射原理,得到平面 2 实际相位分布;5) 对比平面 2 实际相位分布与平面 2 理想相位分布,得到像素尺寸对补偿波面精度的影响。

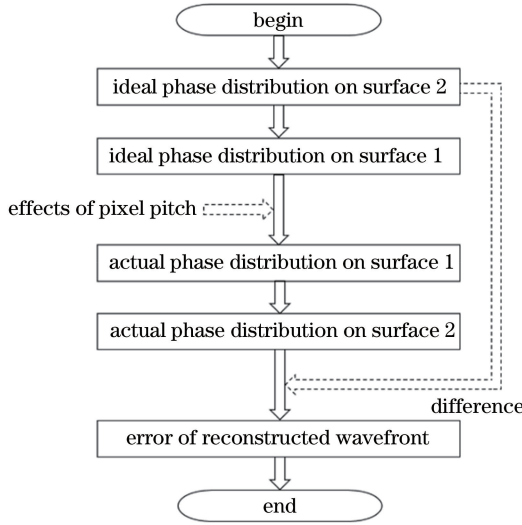


图 2 仿真过程

Fig. 2 Simulation process

仿真模型第 2 步中,SLM 理想相位调制量分布由待测非球面理想面形决定,可以采用光线追迹法^[19-20]或者物理光学传播的方法^[21]计算得到,本文采用后者。为了减小计算量,采用球面代替非球面作为待测表面,球面半径为 R 。

根据待测非球面理想面形得到平面 2 的理想相位分布为

$$\phi(u, v) = \frac{\pi}{\lambda R}(u^2 + v^2). \quad (1)$$

根据菲涅耳衍射原理反算得到平面 1 上理想的光场分布为

$$U(x, y) = \exp\left[-i \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i\phi(u, v)] \times i\lambda z}{\exp(ikz) \times \exp\left[i \frac{k}{2z}(u^2 + v^2)\right]} \times \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda z}(xu + yv)\right] du dv. \quad (2)$$

从平面 1 的光场分布中提取相位信息,得到 SLM 的理想相位调制量分布为

$$\varphi(x, y) = \text{unwrap}\{\text{angle}[U(x, y)]\}, \quad (3)$$

式中 $\text{angle}()$ 为从复数值中得到相位值的函数符号,相位范围 $[-\pi, \pi]$; $\text{unwrap}()$ 为相位解包裹函数符号。得到 SLM 上理想相位调制量分布后,接下来考虑像素尺寸对相位调制效果的影响。

仿真模型中不同像素尺寸的 SLM 如图 3 所示。图 3(a)中 SLM 像素尺寸为 W_1 ,图 3(b)中 SLM 像素尺寸为 W_2 。同一像素内相位调制量相同,受像素尺寸影响后的相位调制量分布为

$$\varphi_e(x, y) = \frac{\int_{m\omega}^{(m+1)\omega} \int_{n\omega}^{(n+1)\omega} \varphi(x, y) dx dy}{\omega \times \omega}, m = \text{floor}(x, \omega), n = \text{floor}(y, \omega), \quad (4)$$

式中 ω 代表像素尺寸, m 和 n 分别代表 x 和 y 方向上的像素序号, $\text{floor}()$ 为向下取整函数。仿真中进行的是离散数值计算,通过改变单个像素中采样点的个数以调节像素尺寸。图 3(a)中每个像素包含 36 个采样点,像素尺寸为 6 倍采样间距;图 3(b)中每个像素包含 9 个采样点,像素尺寸为 3 倍采样间距。

入射光场经过 SLM 调制后,传播到平面 2 的实际的光场分布可以根据菲涅耳衍射计算得到,即

$$U_2(u, v) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[i \frac{k}{2z}(u^2 + v^2)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} U_1(x, y) \exp\left[i \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda z}(xu + yv)\right] dx dy, \quad (5)$$

式中 $U_1(x, y) = \exp[i\varphi_e(x, y)]$, 表示经过 SLM 调制后平面 1 实际光场分布。由平面 2 实际光场分布可以

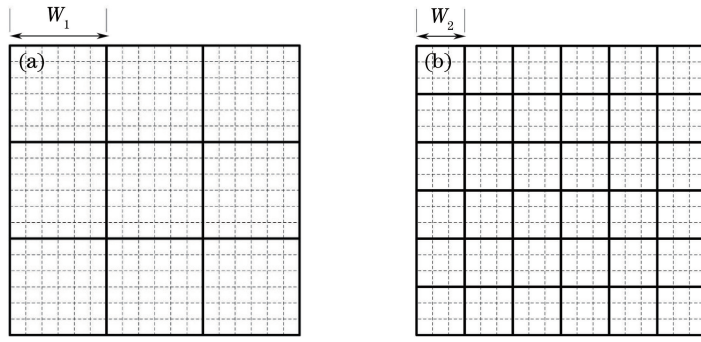


图 3 仿真模型中不同像素尺寸的 SLM。(a)单个像素中有 36 个采样点;(b)单个像素中有 9 个采样点

Fig. 3 SLM with different pixel pitches in simulation model. (a) 36 sampling points in one pixel;
(b) 9 sampling points in one pixel

得到平面 2 的实际相位分布为

$$\phi_2(x, y) = \text{unwrap}\{\text{angle}[U_2(u, v)]\} \quad (6)$$

计算平面 2 实际相位分布与平面 2 理想相位分布的差值,以表示补偿波面的误差。采用两个量化指标表征补偿波面误差: P_V 为平面 2 上所有采样点实际相位与理想相位差值的峰谷值; R_{MS} 为平面 2 上所有采样点实际相位与理想相位差值的均方根值。

3 仿真结果

为确保仿真结果的可靠性,必须要考虑仿真算法本身的误差^[22]并进行抑制。算法本身的误差可以用不考虑 SLM 像素尺寸影响的情况下仿真得到的补偿波面误差来表示。算法误差主要来自离散傅里叶变换算法。离散傅里叶变换中,空域的采样间距、空域有限的采样范围以及频域的采样间距都会给计算结果带来误差^[23],这些误差可以通过缩小空域采样间距以及扩大空域采样范围来减小。反复调节空域采样频率以及空域采样范围,直到算法本身误差被有效抑制。最后所选取的平面 1 采样范围是边长 $L=200 \text{ mm}$ 的正方形,如图 4 所示。图中阴影部分是指平面 1 上具有相位调制功能的区域,需要生成的理想球面波,所以具有相位调制功能的区域是圆形,其半径 $r=4 \text{ mm}$ 。平面 1 上的采样间距为 $8 \mu\text{m}$ 。

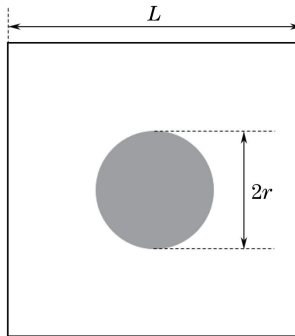


图 4 仿真模型中平面 1

Fig. 4 Surface 1 in the simulation model

仿真中选用待测球面半径 R 为 1400,1450,1550,1700,2000 mm。SLM 与待测球面顶点的距离(平面 1 与平面 2 间距) $z=700 \text{ mm}$ 。仿真得到不同半径的补偿波面误差随 SLM 像素尺寸变化情况。补偿波面误差 P_V 值随像素尺寸的变化情况如图 5(a)所示。补偿波面误差 R_{MS} 值随像素尺寸的变化情况如图 5(b)所示。可以发现, P_V 和 R_{MS} 值随像素尺寸变化总体上呈现上升趋势; P_V 和 R_{MS} 值经过一段缓慢变化后,在某个像素尺寸后开始急剧上升;补偿波面半径越大, P_V 和 R_{MS} 开始急剧上升处像素尺寸越大。

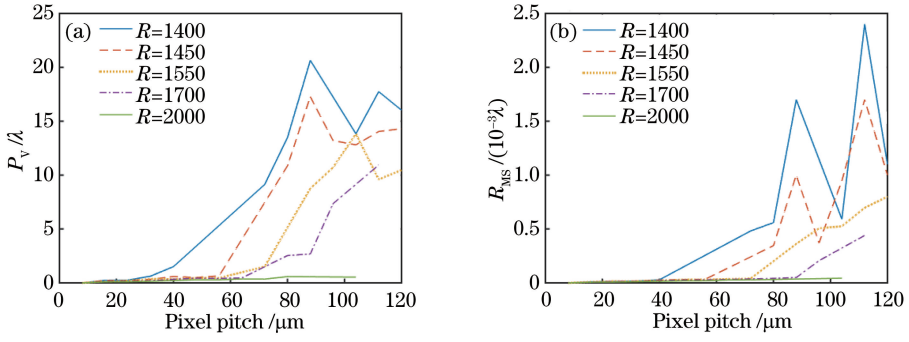


图 5 补偿波面误差随像素尺寸变化. (a) P_V 值随像素尺寸变化; (b) R_{MS} 值随像素尺寸变化
Fig. 5 Compensation wave-front error changes with pixel pitch. (a) P_V changes with pixel pitch;
(b) R_{MS} changes with pixel pitch

4 分析与讨论

SLM 加载计算全息图, 最小周期为 2 倍的像素尺寸, 故可以表示的最大频率与 SLM 像素尺寸直接相关, 即

$$f_{\max} = \frac{1}{2\omega}, \quad (7)$$

式中 ω 代表 SLM 像素尺寸。显然, SLM 像素尺寸越大可以表示最大频率越小, 高频缺失就越严重。所以补偿波面误差 P_V 和 R_{MS} 值随着像素尺寸的增大而增大。

进一步分析不同像素尺寸下, 补偿波面误差的频率分布情况。补偿波面是球面波, 其频率分布可以表示为

$$f(r) = \frac{r}{R \times \lambda}, \quad (8)$$

式中 R 为补偿波面半径, r 为补偿波面上一点到补偿波面中心的距离。由(8)式可知, 补偿波面中心位置有频率最小值 0, 补偿波面边缘处有频率最大值。

对 $R = 1500 \text{ mm}$ 的补偿波面进行研究。将补偿波面按照频率值划分为不同频率区域如图 6 所示。图中同一颜色区域具有相同频率, 最外面的黄色区域为超出补偿波面范围的区域, 实际划分的同心圆环远比图 6 中精细。计算每个圆环内的 P_V 和 R_{MS} 值, 频率分布如图 7 所示。图 7(a)、(b) 中, 横坐标 f 代表圆环区域的频率, 可以通过(8)式求得, 纵坐标分别代表圆环区域的 P_V 和 R_{MS} 值。可以发现, 补偿波面频率越大的区域, P_V 和 R_{MS} 值越大; 当补偿波面频率大到一定程度时, P_V 和 R_{MS} 值开始急剧增大。

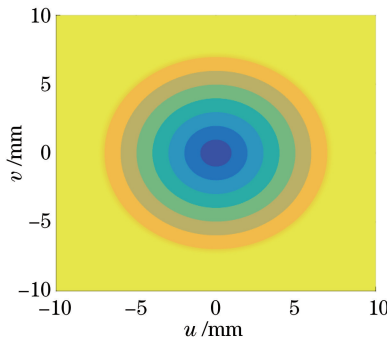


图 6 划分后补偿波面示意图
Fig. 6 Schematic of compensation wave-front after divide

选取 P_V 、 R_{MS} 值突变位置的频率值, 并计算各像素尺寸所能表示的最大频率值, 结果如表 1 所示。表 1 中, 第一列为像素尺寸, 第二列为像素尺寸可以表示的最大频率, 通过(7)式求得, 第三列为 P_V 值开始急剧上升的频率值, 第四列为 R_{MS} 值开始急剧上升的频率值。三个特征频率变化趋势完全一致, 且数值比较接

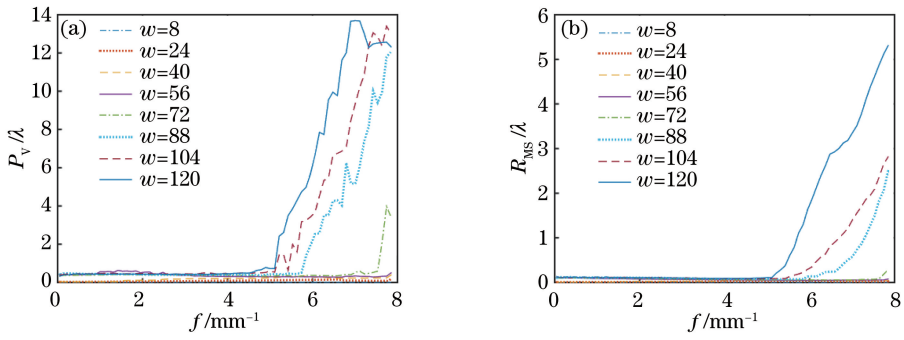


图 7 $R=1500$ mm 时, 补偿波面误差频率分布。(a) P_V 随频率分布; (b) R_{MS} 随频率分布

Fig. 7 Frequency distribution of compensation wave-front error when $R=1500$ mm. (a) P_V changes with frequency; (b) R_{MS} changes with frequency

近。可以认为, 补偿波面不同频率区域精度不同; 补偿波面中频率小于 SLM 像素尺寸对应 f_{max} 的区域, 补偿波面精度基本相同; 补偿波面中频率大于 SLM 像素尺寸对应 f_{max} 的区域, 补偿波面精度严重变差。表中 # 代表在补偿波面频率范围内, P_V 或者 R_{MS} 值尚未急剧上升。

表 1 $R=1500$ mm 时, 不同像素尺寸特征频率

Table 1 Characteristic frequency of different pixel pitches when $R=1500$ mm

$w / \mu\text{m}$	f_{max} / mm^{-1}	f_{pv} / mm^{-1}	f_{rms} / mm^{-1}
8	62.50	#	#
24	20.83	#	#
40	12.50	#	#
56	8.93	#	#
72	6.94	7.21	7.53
88	5.68	5.74	5.85
104	4.81	5.11	5.43
120	4.17	4.48	5.11

5 结 论

基于菲涅耳衍射原理, 仿真 SLM 生成补偿波面, 模拟补偿波面精度与 SLM 像素尺寸之间的关系, 进而分析补偿波面误差的频率分布。结果显示, 随着 SLM 像素尺寸增大, 其对应的 f_{max} 减小, 当 f_{max} 仍大于补偿波面最大频率值时, 补偿波面精度变化不大; 当 f_{max} 小于补偿波面最大频率值时, 补偿波面中频率大于 f_{max} 部分的精度急剧下降, 补偿波面整体的精度也就急剧下降。所以, 在选用 SLM 进行面形检测时, 需考虑 SLM 像素尺寸决定的 f_{max} , 保证 f_{max} 大于待测面最大频率。另外, 计算了待测元件处补偿波面误差, 而非 SLM 处生成波面误差, 相应的计算原理和计算过程可为相关研究提供借鉴。讨论了像素尺寸对待测元件处补偿波面精度影响, 并可以指导光学元件面形检测中 SLM 的制作或选取以及检测结果的误差分析。

参 考 文 献

[1] Shi Tu, Yang Yongying, Zhang Lei, *et al.* Surface testing methods of aspheric optical elements[J]. Chinese Optics, 2014, 7(1): 26-46.
 师 途, 杨雨英, 张 磊, 等. 非球面光学元件的面形检测技术[J]. 中国光学, 2014, 7(1): 26-46.

[2] Song Qiang, Yang Baoxi, Yuan Qiao, *et al.* Study on large convex aspherical lens testing[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0408003.
 宋 强, 杨宝喜, 袁 乔, 等. 大口径凸球面面形检测方法研究[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0408003.

[3] Jin Chunxiang, Liu Shijie, Zhou You, *et al.* Study on measurement of medium and low spatial wavefront errors of long focal length lens[J]. Chinese Optics Letters, 2014, 12(S2): S21203.

[4] Zhao Wenchuan, Su Xianyu, Liu Yuankun, *et al.* Testing an aspheric mirror based on phase measuring deflectometry [J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(5): 1338-1341.

- 赵文川, 苏显渝, 刘元坤, 等. 基于相位偏折术的非球面镜检测方法[J]. 中国激光, 2010, 37(5): 1338-1341.
- [5] Li Ming, Yan Lisong, Xue Donglin, *et al.* Hybrid compensation testing of convex asphere with computer generated holograms and fold sphere[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(11): 1112001.
李明, 闫力松, 薛栋林, 等. 计算机再现全息与辅助球面混合补偿检测凸非球面方法研究[J]. 光学学报, 2015, 35(11): 1112001.
- [6] Feng Jie. High accuracy aspheric surface testing based on computer-generated hologram[D]. Chengdu: Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, 2014: 35-60.
冯 婕. 基于 CGH 高精度非球面检测技术研究[D]. 成都: 中国科学院光电技术研究所, 2014: 35-60.
- [7] Gao Songyao, Sui Yongxin, Yang Huajiang. High precise testing of asphere with computer-generated hologram and error evaluation[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0612003.
高松涛, 隋永新, 杨怀江. 用计算全息图对非球面的高精度检测与误差评估[D]. 光学学报, 2013, 33(6): 0612003.
- [8] Huang Ya, Ma Jun, Zhu Rihong, *et al.* Investigation of measurement uncertainty of optical freeform surface based on computer-generated hologram[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(11): 1112007.
黄 亚, 马 骏, 朱日宏, 等. 基于计算全息的光学自由曲面测量不确定度分析[J]. 光学学报, 2015, 35(11): 1112007.
- [9] Liu Yongjun, Hu Lifa, Cao Zhaoliang, *et al.* The investigation of controllable phase liquid crystal spatial light modulator[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 34(12): 1799-1802.
刘永军, 胡立发, 曹召良, 等. 高精度纯相位液晶空间光调制器的研究[J]. 光学学报, 2005, 34(12): 1799-1802.
- [10] Hu L, Xuan L, Liu Y, *et al.* Phase-only liquid-crystal spatial light modulator for wave-front correction with high precision[J]. Optic Express, 2004, 12(26): 6403-6409
- [11] Xi Qingkui. Research on the error theory and application of the real-time computer-generated holograms[D]. Nanjing: Nanjing University of Science & Technology, 2007: 69-90.
席庆奎. 实时计算全息技术与误差分析理论分析研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2007: 69-90.
- [12] Bai Xuelian. Research on computer-generated hologram aspheric testing based on liquid crystal television[D]. Nanjing: Nanjing University of Science & Technology, 2004: 45-70.
白雪莲. 液晶电视用于计算全息非球面测试技术的研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2004: 45-70.
- [13] Cao Zhaoliang, Hu Wusheng, Hu Lifa, *et al.* Application of the liquid crystal kinoform for optical testing[J]. Acta Photonica Sinica, 2006, 35(12): 1941-1945.
曹召良, 胡五生, 胡立发, 等. 液晶相息图用于光学检测[J]. 光子学报, 2006, 35(12): 1941-1945.
- [14] Zhang Hongxin, Zhang Jian, Wu Liying, *et al.* Wavefront correction using liquid crystal spatial light modulator[J]. Infrared and Laser Engineering, 2008, 37(6): 1062-1065.
张洪鑫, 张 健, 吴向莹, 等. 液晶空间光调制器用于波前校正的研究[J]. 红外与激光工程, 2008, 37(6): 1062-1065.
- [15] Han Jun, Zheng Ting, Nie Liang, *et al.* Optimization method of reconstruct wavefront based on spatial light modulator [J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(9): 1413-1418.
韩 军, 郑 婷, 聂 亮, 等. 基于空间光调制器的波面重建优化方法研究[J]. 光子学报, 2011, 40(9): 1413-1418.
- [16] Shen Chuan, Zhang Cheng, Liu Kaifeng, *et al.* Research on issues about reconstructed holographic image based on a pixelated spatial light modulator[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(3): 0309001.
沈 川, 张 成, 刘凯峰, 等. 基于像素结构空间光调制器的全息再现像问题研究[J]. 光学学报, 2012, 32(3): 0309001.
- [17] Zhang H, Zhou H, Li J, *et al.* Research on encoding multi-gray-scale phase hologram and wavefront reconstruction [J]. Applied Optics, 2016, 55(10): 2701-2707.
- [18] Li Chonguang. Design, manufacture and error analysis of CGH for ultra-precision testing aspheric surface [D]. Changchun: Jilin University, 2013: 13-14.
李重阳. 用于超高精度非球面面形检测的 CGH 的设计、制作及误差分析[D]. 长春: 吉林大学, 2013: 13-14.
- [19] Meng Xiaochen, Hao Qun, Zhu Qiudong, *et al.* Optimization design of partially compensating lens based on Zemax [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(6): 0622002.
孟晓辰, 郝 群, 朱秋东, 等. 基于 Zemax 的部分补偿透镜的优化设计[J]. 光学学报, 2011, 31(6): 0622002.
- [20] Xing Zhenchong, Zhang Bao, Hong Yongfeng. Design of compensator of convex aspheric surface with small apertures [J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(11): 1116001.
邢振冲, 张 葆, 洪永丰. 一种小口径凸非球面补偿器的设计[J]. 中国激光, 2015, 42(11): 1116001.
- [21] Goodman J W, Gustafson S C. Introduction to Fourier optics[J]. Optical Engineering, 1996, 35(5): 1513.
- [22] Voelz D G. Computational Fourier optics[M]. Bellingham: SPIE, 2011: 63-82.
- [23] Schmidt J D. Numerical simulation of optical wave propagation[M]. Bellingham: SPIE, 2010: 87-130.