

# 基于空间光调制器的高质量螺旋光束制备

戴茂春<sup>1</sup> 樊代和<sup>1</sup> 王尧<sup>2</sup> 韦联福<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>西南交通大学物理科学与技术学院量子光电实验室, 四川 成都 610031

<sup>2</sup>中山大学物理科学与工程学院光电材料与技术国家重点实验室, 广东 广州 510275

**摘要** 空间光调制器(SLM)使用波长范围较窄、衍射效率不高,限制了高质量螺旋光束研究的开展。鉴于此,提出一种有效的 SLM 优化方法,可极大地提高基于 SLM 制备螺旋光束的光束质量。以 650 nm 波长激光为例,制备了具有不同轨道角动量值的螺旋光束。通过实验分析螺旋光束的强度分布、衍射效率等特征,证明了该优化方法的有效性。

**关键词** 衍射; 轨道角动量; 螺旋光束; 空间光调制器; 优化

**中图分类号** O436

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/CJL201643.0905004

## Generation of High Quality Helical Beams Based on Spatial Light Modulator

Dai Maochun<sup>1</sup> Fan Daihe<sup>1</sup> Wang Yao<sup>2</sup> Wei Lianfu<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Quantum Optoelectronics Laboratory, School of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China

<sup>2</sup>State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, School of Physics and Engineering, Sun Yat-Sen University, Guangzhou, Guangdong 510275, China

**Abstract** The spatial light modulator (SLM) has narrow wavelength range and low diffraction efficiency, and limits the research of high-quality helical beams. Based on this, an effective SLM optimization method is proposed to greatly enhance the quality of helical beams produced by SLM. A laser with 650 nm wavelength is used as an example to produce the helical beams with different orbital angular momentums. The intensity distribution and diffraction efficiency of the generated helical beams are analyzed, and the experimental analysis proves the effectiveness of the proposed optimization method.

**Key words** diffraction; orbital angular momentum; helical beams; spatial light modulator; optimization

**OCIS codes** 050.1940; 050.1950; 050.1970; 050.4865

## 1 引言

轨道角动量(OAM)是光的一个重要物理参数。1992年,Allen等<sup>[1]</sup>通过实验证实了光子轨道角动量的存在。具有 $\exp(il\phi)$ 形式相位因子的光束,其每个光子携带的轨道角动量为 $lh$ (其中 $l$ 为轨道角动量量子数, $l=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $h$ 为普朗克常数 $h$ 与 $2\pi$ 的比值)。具有这种相位因子的光束,典型特征为具有周期性的螺旋相位波前,即在横截面内围绕螺旋光束旋转一周,其相位变化量为 $2\pi$ 的 $l$ 倍。在光束的中心存在相位奇点,光束中心强度为0,光强在截面上呈环状分布。因此这种光束也被称为螺旋光束,通常用拉盖尔-高斯函数<sup>[2-4]</sup>、贝塞尔函数<sup>[5]</sup>等进行描述。螺旋光束自提出以来,由于其在理论上可构成无限维度数的轨道角动量空间,一直是光学领域的研究热点<sup>[6-9]</sup>。近几年,利用螺旋光束的这种独特优点开展的研究工作也取得了进展。例如,2012年,Wang等<sup>[10]</sup>利用光子轨道角动量叠加态实现了太兆位的自由空间信息传输;2014

收稿日期: 2016-04-20; 收到修改稿日期: 2016-05-24

基金项目: 国家自然科学基金(61308008)、中央高校基本科研业务费专项资金(2682014CX081)

作者简介: 戴茂春(1990—),男,博士研究生,主要从事量子光学与量子信息技术等方面的研究。

E-mail: daimaochun@163.com

导师简介: 樊代和(1981—),男,博士,讲师,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: dhfan@swjtu.edu.cn(通信联系人)

年, Malik 等<sup>[11]</sup>提出了一种直接测量 27 维的高轨道角动量叠加态的方法, 为高维量子信息系统的应用提供了可能。

目前, 实验室中产生螺旋光束的方式主要包括: 利用多个柱形棱镜将厄米高斯光束转换成螺旋光束的模式转换法<sup>[12-13]</sup>; 利用液晶等双折射材料制作成带有特定光轴取向的 q-plate 晶体, 将光的偏振态转化成轨道角动量<sup>[14-17]</sup>; 直接从装有相位转换装置的激光谐振腔中产生螺旋光束; 实验制备特定波长的螺旋相位板<sup>[18-21]</sup>等。但无论是哪种方法, 生成的螺旋光束都将具有恒定的轨道角动量值, 不能灵活地应用于当前基于螺旋光束的一些研究领域, 如高密度信息传输<sup>[22]</sup>等。因此寻求一种能够灵活方便地制备、检测螺旋光束的方法, 成为当前人们的研究热点之一。

空间光调制器(SLM)是一种将信息加载于一维或二维的光学数据场上的器件, 其主要功能为调制入射光波信号在空间上的相位分布。凭借着实时控制、灵活方便的特性, SLM 目前被广泛地应用于螺旋光束的制备或检测研究领域<sup>[23-26]</sup>。例如, 2010 年 Berkhout 等<sup>[27-28]</sup>利用两台 SLM 对输入的螺旋光束进行特殊相位调制后, 成功地将其转化为具有横向相位梯度的光束进行了轨道角动量值的检测; 同年, Leach 等<sup>[29]</sup>同样利用两台 SLM 分别对参量下转换的纠缠光子对进行了角位置与轨道角动量的关联度测量, 揭示了纠缠光子对的角位置与轨道角动量之间的量子关联特性等。

目前, SLM 成为制备螺旋光束的主要方法, 对如何利用其制备高质量的螺旋光束具有着重要的实际意义。本文以滨松公司研发的 X10468-02 型的纯相位 SLM 作为研究对象, 基于 SLM 的相位调制原理, 提出了一种新的优化方法, 可有效地提高基于 SLM 制备的螺旋光束的光束质量。通过对利用其制备的携带有 OAM 值的螺旋光束质量进行研究, 进一步证明了该优化方法的有效性。本文结果极大地丰富了利用 SLM 来进行螺旋光束的相关研究工作。

## 2 优化原理及过程

利用 SLM 来制备或检测携带有 OAM 值的螺旋光束的过程中, 重要的一步就是在 SLM 的液晶屏上显示一特定的相位图, 用以调制入射光束的波前。相位图的制作原理: 考虑一束与传播方向  $z$  轴成  $\theta$  角, 与  $x$  轴正方向成  $0^\circ$  角的平面波(波数为  $k$ ), 与一束沿  $z$  方向传播的拉盖尔高斯光束在  $z=0$  的平面处进行干涉, 干涉场的相位分布函数以灰度值的形式构成的二维图像, 即为 SLM 屏幕上所要加载的相位图。具体而言, 假设拉盖尔高斯光束的电场分布为<sup>[30]</sup>

$$u_{p,m}(r, \varphi) = \exp\left[-\frac{ikr^2}{2R} - \frac{r^2}{\omega^2} - i(2p + m + 1)\psi\right] \times \exp(im\varphi) (-1)^p \left(\frac{r\sqrt{2}}{\omega}\right)^m L_p^m\left(\frac{2r^2}{\omega^2}\right), \quad (1)$$

式中  $(r, \varphi)$  表示近场空间极坐标,  $p, m$  为拉盖尔高斯光束的两个参数,  $p+1$  表征拉盖尔高斯光束的径向节点数, 通常只考虑  $p=0$  时的情况,  $m$  表征在光束的横截面上旋转一周相位改变  $2\pi$  的倍数,  $R$  表示光束波前曲率半径,  $\omega$  表示光束半径,  $(2p+m+1)\psi$  表示 Gouy 相位,  $L_p^m$  表示广义拉盖尔多项式。容易计算得到, 当此拉盖尔高斯光束和一束平面波按上述条件发生干涉后, 干涉场的相位分布函数为

$$\Phi(r, \varphi, z) = m\varphi - kx \sin \theta, \quad (2)$$

式中  $k$  为波数。将此分布函数利用计算机以灰度值的形式显示为一幅灰度图, 并加载到 SLM 屏幕上即可。形成的相位图中心有不连续的叉状结构, 因此这种相位图也被称作叉状图, 其中心分叉为  $m$ 。特别地, 利用某些优化算法, 如 G-S 迭代算法<sup>[31]</sup>等, 可对叉状图进一步优化, 使得一束平面波入射到加载有叉状图的 SLM 后, 输出光只出现  $+1$  级衍射光场。在这种情况下, 输出光场的电场表达式可简化为<sup>[32]</sup>

$$u_{+1}(r', \varphi') = 4\pi^2 A_1 i^{|m|} u_{0,m}(r', \varphi') \otimes [\delta(v_x + k \sin \theta) \cdot \delta(v_y)], \quad (3)$$

式中系数  $A_1$  表征衍射光场中  $+1$  衍射级处的光场振幅,  $(r', \varphi')$  表示远场空间极坐标,  $(v_x, v_y)$  表示远场空间直角坐标, 满足  $v_x = r' \cos \varphi'$  和  $v_y = r' \sin \varphi'$ 。  $u_{0,m}(r', \varphi')$  表示  $p=0$ 、轨道角动量量子数为  $m$  的拉盖尔高斯模。在这种情况下, 当一束平面波入射到加载有相位图的 SLM 后, 出射光场将只出现具有轨道角动量量子数为  $m$  的  $+1$  级衍射光。同时,  $+1$  级衍射光相对于中心零级衍射有  $k \sin \theta$  的横向平移。

SLM 的工作原理是将灰度图以不同的电压值加载到 SLM 的液晶像素上, 利用液晶晶体的双折射特性, 在快慢轴之间产生折射率差, 当光入射至 SLM 时, 就会产生一定的相位延迟。因此, SLM 可通过控制不同

电压下每个像素点的像素灰度值,对入射光的相位进行调制,不同波长的入射光所能调制的相位也不相同。总体而言,其相位延迟与波长之间满足关系

$$\psi = (n_s - n_t) \frac{d}{\lambda}, \quad (4)$$

式中  $n_s$  和  $n_t$  是在双折射作用下的液晶晶体分别对应的快、慢轴的折射率,  $d$  为晶体长度,  $\lambda$  为入射光波长。由(4)式可以看出,若要控制 SLM 调制某个特定的相位值,例如  $2\pi$  相位的改变,则不同的波长需要不同的像素灰度值。把某个波长下调制  $2\pi$  相位对应的灰度值称为  $G_{2\pi,\lambda}$ 。

除此之外,在实际使用 SLM 的过程中,并不能直接将计算机生成的叉状图加载到 SLM 的屏幕上。这是因为,在 SLM 的硬件生产过程中,很难保证每一个液晶像素点具有完全相同的物理性质。例如,实验采用的 SLM 液晶像素分辨率为  $792 \text{ pixel} \times 600 \text{ pixel}$ , 像素间距是  $20 \mu\text{m}$ 。对每一个液晶像素点加相同的电压,其对入射光相位的改变量并不相同。因此将叉状相位图加载至 SLM 时,还需要同时加载一幅校正图像对各液晶的物理性质进行校正。具体而言,将随 SLM 出厂提供的校正图像对应的灰度值  $GL_{i,j}$  (其中  $i, j$  表示像素点位置), 和所需叉状相位图中不同位置的灰度值  $GF_{i,j}$  进行相加运算,作为新的相位图。实验中 SLM 液晶的硬件输入位数为 8 位,因此其对应的输入灰度值范围为  $0 \sim 255$ 。基于此,将  $GF_{i,j}$  和  $GL_{i,j}$  的和值对 256 进行取余,除以 255 进行归一化,再乘以特定波长下调制  $2\pi$  相位所需要的灰度值  $G_{2\pi,\lambda}$ , 得到最终的结果  $GV_{i,j}$  加载到 SLM 的液晶屏幕上。整体而言,这一过程可由(5)式表示。这样就完成了完整的对 SLM 显示图像进行加载的过程。

$$GV_{i,j} = \frac{f_{\text{Mod}} [(GF_{i,j} + GL_{i,j}), 256]}{255} \times G_{2\pi,\lambda}, \quad (5)$$

从(5)式可以看出,在实验上利用 SLM 来制备具有特定波长的螺旋光束时,选取适当的校正图像以及调制  $2\pi$  相位对应的灰度值  $G_{2\pi,\lambda}$  起着至关重要的作用。所提出的优化方法主要就是在特定波长下,分别改变校正图像和  $G_{2\pi,\lambda}$  值。通过分析产生的螺旋光束的质量,确定出准确的参数值。具体而言,以实验室现有的一束波长为  $650 \text{ nm}$  的半导体激光为例来研究提出的优化方法。通过对 SLM 液晶屏幕加载不同的校正图像,以及在  $0 \sim 255$  (8 位) 范围内分别改变  $G_{2\pi,\lambda}$  的值,制备了具有 OAM 值的螺旋光束,用 CCD 探测并分析了螺旋光束的强度分布以及衍射效率,最终确定出在该波长下的对应参数值  $G_{2\pi,\lambda}$ 。进而制备得到光束质量较高的螺旋光束。

### 3 实验与结果分析

采用的 SLM 为滨松公司生产的 X10468-2 型空间光调制器。为阐述提出的优化方法及获得的实验结果,搭建了如图 1 所示的实验装置图。图中 Len1 和 Len2 为焦距分别为  $11 \text{ mm}$  和  $300 \text{ mm}$  的透镜, HWP 为半波片, PBS1 和 PBS2 为偏振分束棱镜, NDF 为连续可调的中性衰减片, A 为叉状相位图, B 为校正图像。

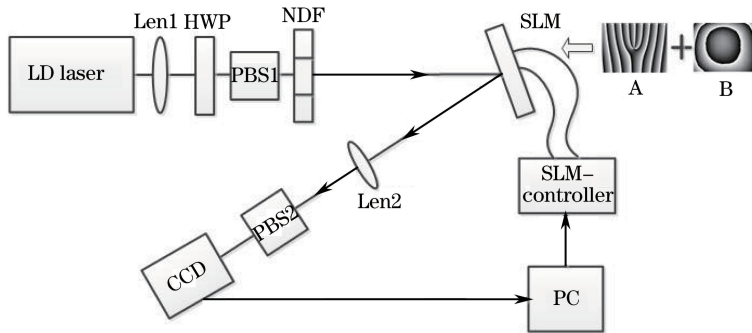


图 1 实验装置图

Fig. 1 Experimental setup

采用波长为  $650 \text{ nm}$  的半导体激光器,经单模光纤耦合输出后作为光源。透镜 Len1 为焦距为  $11 \text{ mm}$  的耦合透镜,用于将光纤中的激光近似于一平面波耦合输出到自由空间。半波片(HWP)结合偏振分束棱镜

PBS1 用于调节激光的偏振方向为竖直方向,以满足 SLM 对偏振的要求。NDF 为连续可调的中性衰减片,用于调节入射到 SLM 的激光光强。经过衰减后的激光,以约  $5^\circ$  的入射角入射到 SLM 的屏幕上。SLM 的液晶屏幕上所需的相位图通过计算机 PC 以(6)式的方法进行加载。经 SLM 制备的螺旋光束,经焦距为 300 mm 的透镜 Len2,聚焦于 CCD 的屏幕上进行成像,成像结果经计算机 PC 采集后分析其强度分布。在 Len2 和 CCD 之间放置偏振分束棱镜 PBS2,用于滤除 SLM 衍射出的杂散光信号。

实验中,生成了一幅经过 G-S 迭代优化的、不失一般性的、中心叉状数  $m=3$  的相位图(如图 1 中插图 A 所示)通过(6)式所示的方法加载到 SLM 的液晶屏幕上。因此从理论上来说,SLM 出射的光只具有  $+1$  级衍射光场。此时输出的螺旋光束对应的 OAM 值  $L=1 \cdot m=3$ 。

实验中,液晶屏幕上所需加载的校正图(如图 1 中插图 B 所示)暂时采用了随 SLM 提供的波长为 750 nm 的校正图像。后面的实验结果可以看出,采用本文方法校正图像的选取对实验结果的影响不大。因此,在 650 nm 波长激光入射下,通过改变  $G_{2\pi,\lambda}$  的值,分别制备并采集了 CCD 所探测到的衍射图样(CCD 探测到的图像为分辨率为  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$  的 8 位位图图像)进而对实验结果进行分析。

图 2(a1)、(b1)、(c1)分别为  $G_{2\pi,650}=100,140,184$  时,CCD 探测到的实验结果。其中,横、纵坐标分别对应着不同的像素点位置。图像的不同灰度值大小正比于光强值。其中,中心坐标在(337,264)位置出现的衍射图样,为探测到的 0 级衍射光,其对应光束的 OAM 值为  $L=0$ 。坐标在(147,264)位置出现的衍射图样为  $+1$  级衍射光,对应光束的 OAM 值为  $L=3$ ,其对应的坐标范围大约为  $30 \text{ pixel} \times 30 \text{ pixel}$ 。图 2(a2)、(b2)、(c2)分别为像素坐标取  $y=264$  时对应的一维灰度分布图。

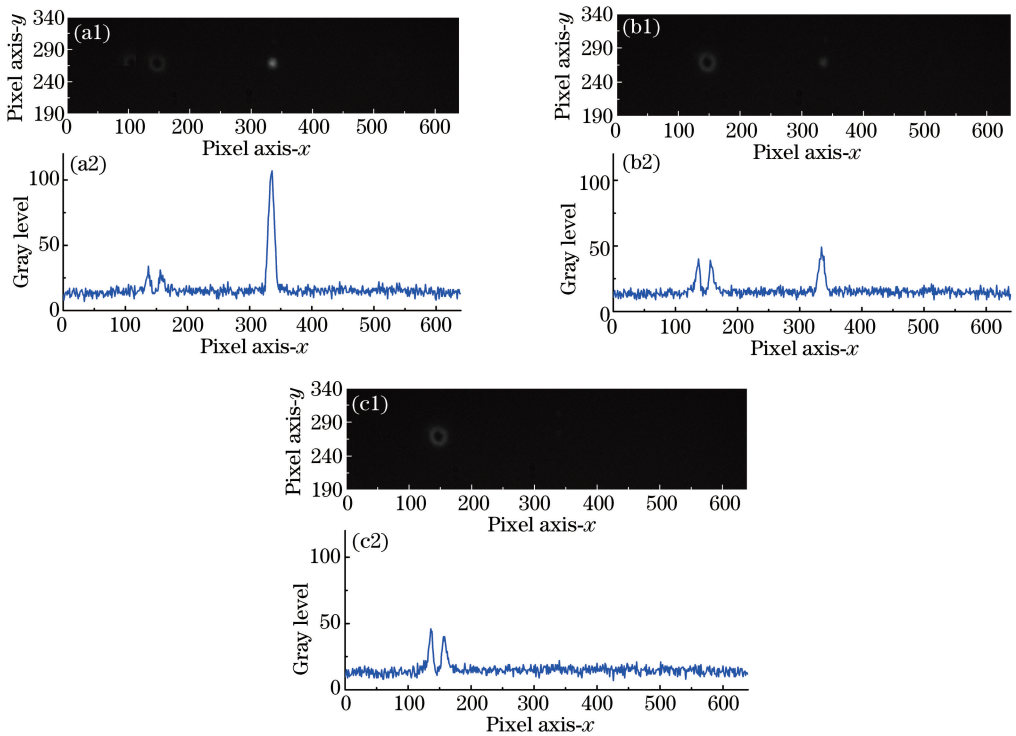


图 2 CCD 探测到的衍射图样及对应的一维灰度分布图。(a)  $G_{2\pi,650}=100$ ; (b)  $G_{2\pi,650}=140$ ; (c)  $G_{2\pi,650}=184$

Fig. 2 Diffraction patterns detected by CCD and corresponding one-dimensional gray level distribution.

(a)  $G_{2\pi,650}=100$ ; (b)  $G_{2\pi,650}=140$ ; (c)  $G_{2\pi,650}=184$

从图 2 中可以看出,改变  $G_{2\pi,650}$  的值,0 级衍射光(对应着  $L=0$ )的强度和  $+1$  级衍射光(对应着  $L=3$ )的强度交替的变化。通过将  $+1$  级和 0 级衍射光的总灰度值分别累加,  $+1$  级和 0 级中心坐标分别在(146, 265)、(335, 265)位置,邻近  $37 \text{ pixel} \times 37 \text{ pixel}$  像素矩阵的灰度值和,并扣除背景灰度值(如中心坐标在(100,100)位置,邻近  $37 \text{ pixel} \times 37 \text{ pixel}$  的像素矩阵的灰度值和),分别作出了  $+1$  级衍射光和 0 级衍射光归一化灰度值随  $G_{2\pi,650}$  值的关系,如图 3 所示。

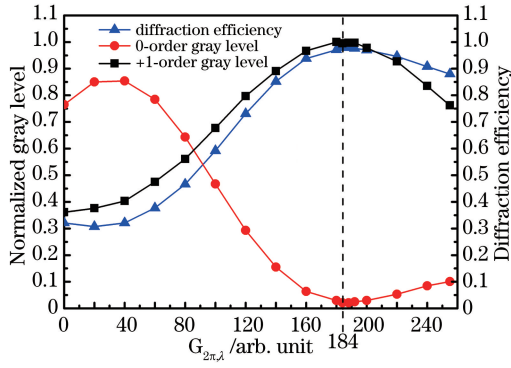


图 3 +1 级、0 级衍射光的归一化灰度值和衍射效率与  $G_{2\pi,650}$  的变化关系图

Fig. 3 Relationship of the normalized gray level of the +1st / 0th diffraction light and diffraction efficiency with  $G_{2\pi,650}$

图 3 中,红色圆点和黑色方块分别代表衍射 0 级和 +1 级的灰度值,对应左边的纵坐标;而黑色三角代表衍射效率,对应右边的纵坐标。可以看出,随着  $G_{2\pi,650}$  值的增加,0 级衍射光的强度将出现先减小后增大的现象,而 +1 级衍射光的强度将出现先增大后减小的现象。结合图 2 和图 3 的实验结果可以看出,当  $G_{2\pi,650} = 184$  时,SLM 的远场衍射将只出现 OAM 值为  $L = 3$  的 +1 级衍射光。该 +1 级衍射光即为所需要制备的高质量螺旋光束,与上节中(5)式的理论预期一致。

定义  $\eta = \frac{I_{+1}}{I_{+1} + I_0}$  为 SLM 制备螺旋光束的效率,其中,  $I_{+1}$  是 +1 级衍射光对应的灰度值,  $I_0$  是 0 级衍射光对应的灰度值,通过图 3 中衍射效率与  $G_{2\pi,650}$  的关系曲线可知,当  $G_{2\pi,650} = 184$  时,得到最大的衍射效率  $\eta_{\max} = 97.9\%$ 。在这种情况下,可认为从 SLM 出射光束的能量基本都集中在具有 OAM 值  $L = 3$  的 +1 级衍射光上。由以上实验结果可知,通过改变对应波长的  $G_{2\pi,\lambda}$  值,可有效地提高基于 X10468-02 型 SLM 制备的螺旋光束的衍射效率及光束质量。进一步证明了本文方法可制备高质量螺旋光束。

除了研究  $G_{2\pi,\lambda}$  的值对制备螺旋光束带来的影响,同时也研究了校正图像的选取对 SLM 制备螺旋光束所带来的影响。在入射激光的波长为 650 nm 时,使用同样的  $m = 3$  叉状图,并固定  $G_{2\pi,650} = 184$ ,分别在 SLM 的液晶屏幕上加载了随 SLM 提供的不同波长的校正图像并制备了对应的螺旋光束。通过分析 CCD 探测到的  $L = 3$  的螺旋光束的强度,发现当选择 750~850 nm 的校正图像时,对实验上制备波长为 650 nm 的螺旋光束的影响不大。具体的实验结果如图 4 所示。其中,图 4(a)中黑色实线和红色虚线分别表示使用 750 nm 和 850 nm 对应的校正图像时,得到的  $L = 3$  的螺旋光束的一维灰度分布曲线图,像素坐标在  $y = 264$  处。可以看出,二者的一维灰度值图几乎没有什么区别。图 4(b)显示了分别使用 750 nm 到 850 nm 之间共 11 个校正图(每个校正图的间隔为 10 nm)时,CCD 探测到的  $L = 3$  的螺旋光束的归一化强度值,其统

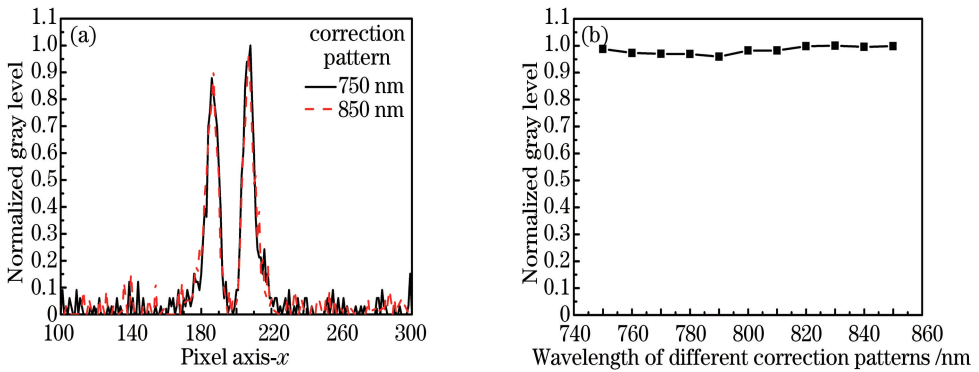


图 4 改变校正图像对螺旋光束光强的影响。(a) 750 nm 和 850 nm 校正图对应的归一化灰度值分布图;  
(b) 不同校正图对应的归一化灰度值的变化图

Fig. 4 Influence on the intensity of helical beams by changing correction patterns. (a) Distribution diagram of normalized gray value for 750 nm and 850 nm correction patterns; (b) variation diagram of normalized gray value for different correction patterns

计结果为  $I_{+1} = 0.983 \pm 0.014$ , 可以看出, 制备的  $L = 3$  的螺旋光束的强度基本不变。因此, 从图 4 的实验结果可以看出, 对本文方法而言, 校正图像的选取对实验结果的影响不大。从而证明, 在某个波长下,  $G_{2\pi, \lambda}$  值大小的选取, 对 SLM 制备螺旋光束而言起着关键的作用。

## 4 结 论

基于液晶空间光调制器的工作原理, 提出一种优化方法, 有效地提高了利用空间光调制器制备的携带不同 OAM 值的螺旋光束的光束质量。具体而言, 以 650 nm 波长的激光光源为例, 通过分析在此波长下调制  $2\pi$  相位的像素灰度值  $G_{2\pi, 650}$  与制备的螺旋光束的强度之间关系, 发现当  $G_{2\pi, 650} = 184$  时, 可获得与理论分析(只出现 OAM 值为  $L = 3$  的  $+1$  级衍射)一致的具有 OAM 值的螺旋光束。同时研究发现, 对实验用到的 SLM 而言, 校正图像的选取对制备的螺旋光束的强度影响不大。需要补充的是, 本文方法并不局限于 650 nm 波长的激光光源, 针对其他波段下利用 SLM 的制备高质量螺旋光束的研究同样具有借鉴意义。使用该优化方法, 将极大地扩展利用 SLM 来进行相关 OAM 研究的范围。

## 参 考 文 献

- Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Phys Rev A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- Guo L N, Chen Y H, Liu L, *et al.* Propagation of a Laguerre-Gaussian correlated Schell-model beam beyond the paraxial approximation[J]. *Optics Communications*, 2015, 352: 127-134.
- Jia B H, Gan X S, Gu M. Anomalous phenomenon of a focused evanescent Laguerre-Gaussian beam[J]. *Opt Express*, 2005, 13(25): 10360-10366.
- Nie Z Q, Shi G, Li D Y, *et al.* Tight focusing of a radially polarized Laguerre-Bessel-Gaussian beam and its application to manipulation of two types of particles[J]. *Physics Letters A*, 2015, 379(9): 857-863.
- Sokolovskii G S, Dudelev V, Losev S N, *et al.* Influence of the axicon characteristics and beam propagation parameter  $M^2$  on the formation of Bessel beams from semiconductor lasers[J]. *Quantum Electronics*, 2013, 43(5): 423-427.
- Babiker M, Bennett C R, Andrews D L, *et al.* Orbital angular momentum exchange in the interaction of twisted light with molecules[J]. *Phys Rev Lett*, 2002, 89(14): 143601.
- Rao L Z, Pu J X. Spatial correlation properties of focused partially coherent vortex beams[J]. *J Opt Soc Am*, 2007, 24(8): 2242-2247.
- Bouchal Z, Celechovsky R. Mixed vortex states of light as information carriers[J]. *New Journal of Physics*, 2004, 6(1): 131.
- Jeascher A, Fiihrapter S, Maurer C, *et al.* Holographic optical tweezers for object manipulations at an air-liquid surface [J]. *Opt Express*, 2006, 14(13): 6342-6352.
- Wang J, Yang J Y, Fazal I M, *et al.* Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(7): 488-496.
- Malik M, Mirhoseinni M, Lavery M P J, *et al.* Direct measurement of a 27-dimensional orbital-angular-momentum state vector[J]. *Nature Communications*, 2014, 5: 3115.
- Allen L, Courtial J, Padgett M J. Matrix formulation for the propagation of light beams with orbital and spin angular momenta[J]. *Phys Rev E*, 1999, 60(6): 7497-7503.
- Beijersbergen M W, Allen L, Van der Veen H. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum[J]. *Optics Communications*, 1993, 96(1-3): 123-132.
- Marrucci L, Karimi Ebrahim, Slussarenko S, *et al.* Spin-to-orbital conversion of the angular momentum of light and its classical and quantum applications[J]. *Journal of Optics*, 2011, 13(6): 064001.
- Karimi E, Piccirillo B, Marrucci L, *et al.* Light propagation in a birefringent plate with topological charge[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(8): 1225-1227.
- Marrucci L, Manzo C, Paparo D. Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in inhomogeneous anisotropic media[J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 96(16): 163905.
- Karimi E, Slussarenko S, Piccirillo B, *et al.* Polarization-controlled evolution of light transverse modes and associated Pancharatnam geometric phase in orbital angular momentum[J]. *Phys Rev A*, 2010, 81(5): 053813.

- 18 Oenrawsingh S S R, van Houwelingen J A W, Eliel E R, *et al.* Production and characterization of spiral phase plates for optical wavelengths[J]. *Applied Optics*, 2004, 43(3): 688-694.
- 19 Sueda K, Miyaji G, Miyanaga N, *et al.* Laguerre-Gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses[J]. *Opt Express*, 2004, 12(15): 3548-3553.
- 20 Oemrawsingh S S R, Ma X, Voigt D, *et al.* Experimental demonstration of fractional orbital angular momentum entanglement of two photons[J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 95(24): 240501.
- 21 Liu Kui, Guo Jun, Cai Chunxiao, *et al.* Experimental generation of continuous-variable hyperentanglement in an optical parametric oscillator[J]. *Phys Rev Lett*, 2014, 113(17): 170501.
- 22 Willner A E, Huang H, Yan Y, *et al.* Optical communications using orbital angular momentum beams[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2015, 7(1): 66-106.
- 23 Jack B, Yao A M, Leach J, *et al.* Entanglement of arbitrary superpositions of modes within two-dimensional orbital angular momentum state spaces[J]. *Phys Rev A*, 2010, 81(4): 043844.
- 24 Wang X L, Chen J, Li Y N, *et al.* Optical orbital angular momentum from the curl of polarization[J]. 2010, 105(25): 253602.
- 25 Fickler R, Lapkiewivz R, Ramelow S, *et al.* Quantum entanglement of complex photon polarization patterns in vector beams[J]. *Phys Rev A*, 2014, 89(6): 060301.
- 26 Wang W B, Gozali R, Nguyen T A, *et al.* Propagation and transmission of optical vortex beams through turbid scattering wall with orbital angular momentums[J]. *Proceedings of SPIE*, 2015, 9318: 931805.
- 27 Berkhout G C G, Lavery M P J, Courtial J, *et al.* Efficient sorting of orbital angular momentum states of light[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 105(15): 153601.
- 28 Lavery M P J, Berkhout G C G, Courtial J, *et al.* Measurement of the light orbital angular momentum spectrum using an optical geometric transformation[J]. *Journal of Optics*, 2011, 13(6): 064006.
- 29 Leach J, Jack B, Romero J, *et al.* Quantum correlations in optical angle-orbital angular momentum variables[J]. *Science*, 2010, 329(5992): 662-665.
- 30 Arlt J, Dholakia K, Allen L, *et al.* The production of multiringed Laguerre-Gaussian modes by computer-generated holograms[J]. *Journal of Modern Optics*, 1998, 45(6): 1231-1237.
- 31 Lin J, Yuan X C, Tao S H, *et al.* Synthesis of multiple collinear helical modes generated by a phase-only element[J]. *J Opt Soc Am A*, 2006, 23(5): 1214-1218.
- 32 Qi Xiaoqing, Gao Chunqing, Liu Yidong. Generation of helical beams with pre-determined energy distribution based on phase modulation gratings[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(1): 264-270.  
齐晓庆, 高春清, 刘义东. 利用相位型衍射光栅生成能量按比例分布的多个螺旋光束的研究[J]. *物理学报*, 2010, 59(1): 264-270.