

# 自干涉非相干全息成像系统分辨率

翁嘉文 谭穗妍

华南农业大学电子工程学院, 广东 广州 510642

**摘要** 基于拉格朗日不变量法则, 与经典光学成像系统分辨率对照, 分别对自干涉非相干数字全息(SIDH)成像系统的横向以及轴向分辨率展开讨论。通过系统放大率及点扩展函数半峰全宽的计算, 从理论上给出系统横向和轴向分辨率, 以及系统分辨本领判断准则的具体数学表达式。并与经典光学成像系统对比, 指出当全息记录面位于来自物光点的两束球面光波光斑的完全重合处时, 自干涉非相干全息成像系统的横向超分辨率提高了一倍。引入压缩感知数值重构算法改善系统轴向分辨率, 并给出相应的数值模拟及实验结果。研究结果对自干涉非相干数字全息术在成像、测量以及光路设计方面具有重要的指导意义。

**关键词** 全息; 分辨率; 压缩感知; 图像重构技术

中图分类号 O436 文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201643.0609006

## Imaging Resolution of Self-Interference Incoherent Digital Holographic System

Weng Jiawen Tan Suiyan

College of Electronic Engineering, South China Agricultural University, Guangzhou, Guangdong 510642, China

**Abstract** Based to the Lagrange invariant law, the lateral and axial imaging resolution of self-interference incoherent digital holography (SIDH) imaging system is discussed in detail, comparing with the resolution of classical optical imaging system. The mathematical expression for the lateral, axial imaging resolution and the resolution capability criterion are presented in theory, according to the system magnification and the full-width at half-maximum of the point spread function. It indicates that the SIDH can improve the lateral resolution of one time when the hologram is recorded at the position, and the two spherical waves from the object point are perfectly overlapped, comparing with the classical coherent optical imaging systems. The compression sensing numerical reconstruction algorithm is introduced to improve the axial resolution of system, and the corresponding numerical simulation and experimental results are obtained. The analysis results have important guiding significance for SIDH in imaging, measurement and optical system design.

**Key words** holography; resolution; compressive sensing; image reconstruction techniques

**OCIS codes** 090.1995; 170.0110; 100.3010

## 1 引言

非相干数字全息技术<sup>[1-5]</sup>通过非相干光照明、记录和再现物光场信息, 可消除散斑噪声以及由光路中光学元件的反射所产生的寄生干涉相干噪声, 因此引起了人们的广泛关注。Rosen 等<sup>[6-7]</sup>提出菲涅耳非相干相关全息术(FINCH), 以及 Hong 等<sup>[8-9]</sup>采用改进的迈克耳孙干涉光路所提出的自干涉非相干数字全息术(SIDH)都是非相干全息术的重要进展。该技术通过记录每个物光点的菲涅耳相干图样得到全息图, 成功地对原物光场进行数值重构, 并在自适应光学<sup>[10]</sup>、荧光显微<sup>[11-12]</sup>以及彩色成像<sup>[13]</sup>等方面得到了广泛应用。因此, 该全息成像系统的横向及轴向分辨率越发受到人们的关注。

经典光学成像系统, 如透镜成像及相干全息成像均遵从拉格朗日不变量法则<sup>[14]</sup>。但是, 对于非相干全

收稿日期: 2015-12-18; 收到修改稿日期: 2016-01-24

基金项目: 国家自然科学基金(61307011, 51505156)

作者简介: 翁嘉文(1979—), 女, 博士, 副教授, 主要从事数字全息方面的研究。E-mail: weng-jw@163.com

息术,如菲涅耳非相干相关全息术<sup>[15]</sup>、傅里叶非相干单通道全息术(FISCH)<sup>[16]</sup>、自干涉非相干数字全息术,并不满足拉格朗日不变量法则。Rosen 等<sup>[17]</sup>在一定的记录范围内对菲涅耳非相干相关全息术的横向及轴向分辨率展开了讨论。

本文基于拉格朗日不变量法则,对照经典光学成像系统分辨率,对自干涉非相干数字全息成像系统的横向、轴向分辨率以及系统分辨本领判断准则展开详细的理论讨论。通过对系统放大率、点扩展函数(PSF)和半峰全宽(FWHM)的计算,给出在整个记录范围内系统的横向和轴向分辨率,以及系统分辨本领判断准则的具体数学表达式。并且与经典光学成像系统进行比较,指出当全息记录面位于来自物光点的两束球面光波光斑的完全重合处时,自干涉非相干全息成像系统的横向超分辨率可提高 1 倍。另一方面,系统的分辨率不仅与实验光路系统的参数有关,而且与重建算法有关系。针对自干涉非相干数字全息成像系统轴向分辨率的分析,指出系统轴向分辨率的不足,并通过引入压缩感知(CS)算法进行数值重构,减小点扩展函数轴向半峰全宽,以提高轴向分辨率。给出相应的数值模拟及实验研究。研究结果对自干涉非相干数字全息术在成像、测量以及光路设计方面均具有重要的指导意义。

## 2 经典成像系统分辨率

以图 1 所示单透镜成像系统作为经典光学成像系统展开讨论,其中  $R$  为成像透镜半径;  $x_0$  和  $x_i$  为物像尺寸;  $z_0$  和  $z_i$  为物距和像距;  $\tan \theta_0 = R/z_0$  和  $\tan \theta_i = R/z_i$ ,  $\theta_0$  和  $\theta_i$  为边缘光线角。假设物光场和像光场折射率一致,则根据拉格朗日不变量法则有

$$x_0 R / z_0 = x_i R / z_i. \quad (1)$$

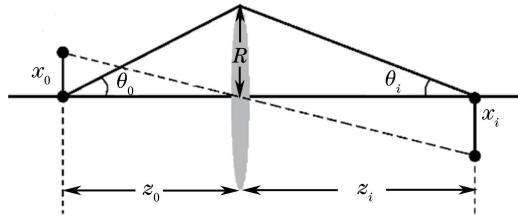


图 1 单透镜成像系统

Fig. 1 Single lens imaging system

另外,对于光瞳半径为  $R$ ,光波波长为  $\lambda$  的成像系统,系统横向分辨率在像平面上为  $\Delta x_i = \lambda z_i / 2R$ ; 物平面上为  $\Delta x_0 = \lambda z_0 / 2R$ 。结合物像横向放大率  $M = |x_i/x_0|$ , 定义横向分辨率比值

$$\rho = \frac{\Delta x_0}{\Delta x_i / M}. \quad (2)$$

相似地,在像面及物面对应的轴向分辨率分别为  $\Delta z_i = \lambda z_i^2 / R^2$  和  $\Delta z_0 = \lambda z_0^2 / R^2$ 。结合经典光学成像系统物像轴向放大率  $M_z = |dz_i/dz_0| = M^2$ , 可得轴向分辨率比值

$$\rho_z = \frac{\Delta z_0}{\Delta z_i / M_z}. \quad (3)$$

当成像系统满足拉格朗日不变量法则时,根据(1)式可得比值  $\rho = \rho_z = 1$ , 即

$$\begin{cases} \Delta x_0 = \Delta x_i / M \\ \Delta z_0 = \Delta z_i / M_z \end{cases}. \quad (4)$$

(4)式可视为拉格朗日不变量法则由分辨率所体现的另一种表达形式。对于其他不遵从拉格朗日不变量法则成像系统,(2)式和(3)式中  $\Delta x_0$  及  $\Delta z_0$  可视为经典光学成像系统的横向及轴向分辨率,  $\Delta x_i/M$  及  $\Delta z_i/M_z$  则表示在相同条件( $\lambda, z_0, R$ )下该成像系统对应的横向及轴向分辨率。因此,以  $\rho$  和  $\rho_z$  的取值作为系统分辨本领判断的准则。若  $\rho > 1$  及  $\rho_z > 1$ , 即  $(\Delta x_i/M) < \Delta x_0$  及  $(\Delta z_i/M_z) < \Delta z_0$ , 说明系统的横向及轴向分辨本领高于经典成像系统; 若  $\rho < 1$  及  $\rho_z < 1$ , 则系统的横向及轴向分辨本领低于经典成像系统。而且随着  $\rho$  及  $\rho_z$  的增大, 系统的分辨本领也随之提高。

### 3 自干涉非相干数字全息成像系统

自干涉非相干数字全息术是基于物光点的自干涉原理进行全息图的记录,其光路原理如图 2 所示。由非相干物点光源发出的光束进入改造后的迈克耳孙干涉仪,由分束镜(BS)分成两束,并分别入射到不同曲率半径的凹面反射镜  $M_A$  和  $M_B$  中,即分别对这两束球面光加入不同的位相调制。其中  $M_A$  和  $M_B$  到达 BS 的距离相同。经反射后的两束光波由 BS 再次会合后在 CCD 面上产生菲涅耳干涉图样。对于多个离散物光点以及连续物体所形成的全息图样可视为物面上所有物光点各自形成的菲涅耳干涉图样的线性叠加。

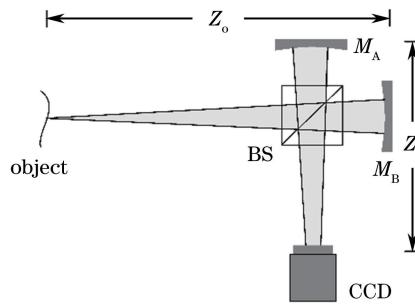


图 2 自干涉非相干数字全息光路原理图

Fig. 2 Apparatus for self-interference incoherent digital holography

以一维情况阐述自干涉非相干全息术的基本原理。将图 2 所示的光路转化为图 3 的等效光路。其中  $x_o$  为物面坐标,  $x_m$  为反射镜面坐标,  $x_c$  为 CCD 面坐标,  $x_h$  为再现像面坐标,  $x_A$  和  $x_B$  分别表示  $M_A$  和  $M_B$  的像面坐标。 $z_o$  为反射镜面与物面的距离,  $z_c$  为反射镜面与 CCD 面的距离,  $z_h$  为 CCD 面与再现像面的距离,  $z_{f_A} = (z_o f_A) / (z_o - f_A)$  和  $z_{f_B} = (z_o f_B) / (z_o - f_B)$  分别为  $M_A$  和  $M_B$  对应的像距,  $z_A = z_{f_A} - z_c$  和  $z_B = z_c - z_{f_B}$  分别为 CCD 面与  $M_A$  和  $M_B$  成像面的距离,  $f_A$  和  $f_B (< f_A)$  分别为  $M_A$  和  $M_B$  焦距。图 3 中 CCD 位于经  $M_A$  和  $M_B$  反射的两束球面光波光斑的完全重合位置处,记  $z_c = z_{overlap}$ 。

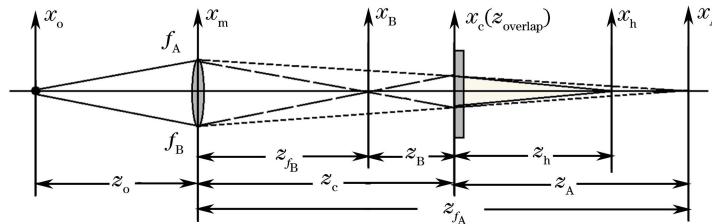


图 3 自干涉非相干数字全息等效光路系统

Fig. 3 Equivalent optical system for self-interference incoherent digital holography

定义数学表达式  $Q_z(x) = \exp[(ik/2z)x^2]$ , 其中  $k = 2\pi/\lambda$ 。考虑单个物光点情况,在 CCD 面上所记录的干涉图样为

$$h_c(x_c) = |E_A(x_c)|^2 + |E_B(x_c)|^2 + E_A(x_c)E_B^*(x_c) + E_A^*(x_c)E_B(x_c), \quad (5)$$

式中  $E_A$  和  $E_B$  分别为经  $M_A$  和  $M_B$  反射的两束球面光波在 CCD 面上的光场分布, 干涉项为

$$E_A(x_c)E_B^*(x_c) = [Q_{z_o-f_A}(x_o)Q_{-z_A}(x_c - x_A)] \cdot [Q_{z_o-f_B}(x_o)Q_{-z_B}(x_c - x_B)]^* = Q_{z_h}(x_c - x_h), \quad (6)$$

式中

$$\begin{cases} x_h = -\frac{z_c}{z_o}x_o = \gamma x_o \\ z_h = -\frac{(z_{f_A} - z_c)(z_{f_B} - z_c)}{z_{f_B} - z_{f_A}} \end{cases} \quad (7)$$

多个离散物光点以及连续物体所形成的全息图样可视为各个物光场点的菲涅耳干涉图样强度的线性叠加。进一步推广至二维情况,并基于相移全息技术对全息图进行处理,提取干涉项,消除直流分量及李生项可得复全息图

$$H_c(x_c, y_c) = \iint dx_o dy_o I_o(x_o, y_o) Q_{z_h}(x_c - \gamma x_o, y_c - \gamma y_o) = I'_o(x_c, y_c) * Q_{z_h}(x_c, y_c), \quad (8)$$

式中  $I_o(x_o, y_o)$  为原物光场强度,  $I'_o(x_c, y_c) = I_o(x_c/\gamma, y_c/\gamma)$ , 符号“\*”表示卷积运算。根据角谱理论(ASM), 对复全息图反向衍射传播进行数值重构可得

$$I'(x_c, y_c) = H_c(x_c, y_c) * Q_{-z_h}(x_c, y_c)。 \quad (9)$$

## 4 自干涉非相干数字全息成像系统分辨率

### 4.1 自干涉非相干数字全息成像系统横向分辨率

根据(7)式, 自干涉非相干数字全息成像系统物像横向放大率  $M' = |z_c/z_o|$ 。系统横向分辨率为  $\Delta x_h/M' = \lambda z_h/(2R_H M')$ , 其中  $R_H$  表示 CCD 面位置处干涉光场的半径。根据图 3 所示, 当 CCD 位于  $z_{overlap}$  之前,  $R_H$  由经  $M_B$  反射的球面光波光斑的大小决定; 当 CCD 位于  $z_{overlap}$  之后, 则  $R_H$  由经  $M_A$  反射的球面光波光斑的大小决定。因此根据光路的几何关系有

$$R_H = \begin{cases} \left| \frac{z_c - z_{f_B}}{z_{f_B}} \right| R, & z_c \leqslant z_{overlap} \\ \left| \frac{z_{f_A} - z_c}{z_{f_A}} \right| R, & z_c > z_{overlap} \end{cases}, \quad (10)$$

式中  $\frac{1}{z_{overlap}} = \frac{1}{2f_A} + \frac{1}{2f_B} - \frac{1}{z_o}$ 。因此有

$$\rho = \begin{cases} \left| \frac{z_c(z_c - z_{f_B})}{z_h z_{f_B}} \right|, & z_c \leqslant z_{overlap} \\ \left| \frac{z_c(z_{f_A} - z_c)}{z_h z_{f_A}} \right|, & z_c > z_{overlap} \end{cases}。 \quad (11)$$

当 CCD 位于  $z_c = z_{f_A}$  或  $z_c = z_{f_B}$  时,  $\rho = 1$ , 这时系统的横向分辨率与经典成像系统一致; 当 CCD 位于  $z_c = z_{overlap}$  时,  $\rho = 2$ , 系统的横向分辨率与经典成像系统相比提高了 1 倍, 系统获得最佳横向超分辨率; CCD 位于其他位置处时,  $1 < \rho < 2$ 。图 4 为  $f_A = 100$  mm 和  $f_B = 75$  mm 时  $\rho(z_o, z_c)$  数值图。

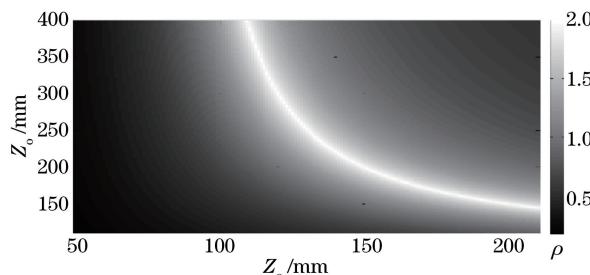


图 4  $\rho(z_o, z_c)$  数值图

Fig. 4 Numerical figure of  $\rho(z_o, z_c)$

### 4.2 自干涉非相干数字全息成像系统轴向分辨率

根据(7)式及物像轴向放大率的定义可得自干涉非相干数字全息成像系统物像轴向放大率为

$$M'_z = \left| \frac{dz_h}{dz_o} \right| = \left| -f_{AB} \frac{z_c^2}{z_o^2} \left( \frac{1}{\zeta_A} + \frac{1}{\zeta_B} \right) \right|, \quad (12)$$

式中  $\frac{1}{f_{AB}} = \frac{1}{f_A} - \frac{1}{f_B}$ ,  $\frac{1}{\zeta_A} = \frac{1}{z_o} + \frac{1}{z_c} - \frac{1}{f_A}$ ,  $\frac{1}{\zeta_B} = \frac{1}{z_o} + \frac{1}{z_c} - \frac{1}{f_B}$ 。由系统轴向分辨率  $\Delta z_h/M'_z = \lambda z_h^2/(R_H^2 M'_z)$  及(7)式、(10)式可得

$$\rho_z = \begin{cases} \left| -f_{AB} \frac{z_c^2 (z_c - z_{f_B})^2}{z_h^2 z_{f_B}^2} \left( \frac{1}{\zeta_A} + \frac{1}{\zeta_B} \right) \right|, & z_c \leqslant z_{overlap} \\ \left| -f_{AB} \frac{z_c^2 (z_{f_A} - z_c)^2}{z_h^2 z_{f_A}^2} \left( \frac{1}{\zeta_A} + \frac{1}{\zeta_B} \right) \right|, & z_c > z_{overlap} \end{cases}。 \quad (13)$$

当 CCD 位于  $z_c = z_{f_A}$  或  $z_c = z_{f_B}$  时,  $\rho_z = 1$ , 这时系统的轴向分辨率与经典成像系统一致; 当 CCD 位于  $z_c = z_{overlap}$  时,  $M'_z = 0$  使得  $\rho_z = 0$ , 系统不具备轴向分辨率; CCD 位于其他位置处时,  $0 < \rho_z < 1$ 。可见, 相同条件下, 自干涉非相干数字全息成像系统轴向分辨能力总是低于经典成像系统。图 5 为  $f_A = 100$  mm 和  $f_B = 75$  mm 时  $\rho_z(z_o, z_c)$  数值图。

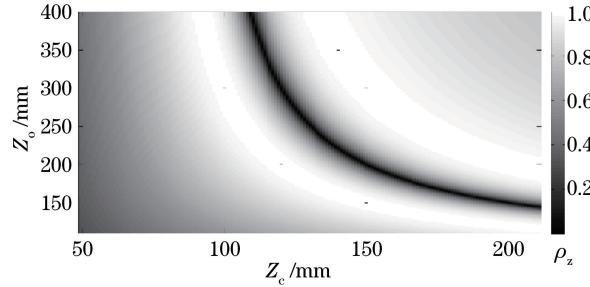


图 5  $\rho_z(z_o, z_c)$  数值图

Fig. 5 Numerical figure of  $\rho_z(z_o, z_c)$

## 5 自干涉非相干数字全息成像系统轴向分辨率的改善

系统的分辨率不仅与实验光路系统的参数有关, 还与重建算法有关系。在不改变光路几何参数的条件下, 为提高自干涉非相干数字全息成像系统轴向分辨本领, 通过引入压缩感知数值重建算法<sup>[18]</sup>, 减小系统点扩展函数轴向半峰全宽, 以提高  $\rho_z$  的值, 获得轴向分辨率的改善。

### 5.1 自干涉非相干数字全息压缩感知重建

假设 CCD 的像素为  $N_x \times N_y$ , 像素大小为  $\Delta_x \times \Delta_y$ ;  $I'_o(x_c, y_c)$  划分为间隔为  $\Delta_x \times \Delta_y$  的  $N_x \times N_y$  个采样点, 将(8)式所表示的测量过程进行离散化可得

$$H(p\Delta_x, q\Delta_y) = \mathcal{F}_{2D}^{-1}\{\mathrm{i}\lambda z_h \cdot \exp[-\mathrm{i}\pi\lambda z_h(m^2\Delta\xi^2 + n^2\Delta\eta^2)] \cdot \mathcal{F}_{2D}[I'_o(m\Delta_x, n\Delta_y)]\}, \quad (14)$$

式中  $\mathcal{F}_{2D}$  和  $\mathcal{F}_{2D}^{-1}$  分别表示二维离散傅里叶变换和逆变换,  $\Delta\xi = 1/N_x \Delta_x$ ,  $\Delta\eta = 1/N_y \Delta_y$ 。基于压缩感知理论, 构造自干涉非相干数字全息记录过程的传感矩阵。定义  $g_{(q-1)N_x+p} = h_c(p\Delta_x, q\Delta_y)$  为全息图  $(p, q)$  位置处的值,  $f_{(n-1)N_x+m} = I'_o(m\Delta_x, n\Delta_y)$  为光场  $(m, n)$  位置处的值, 将全息图及光场转化为一维向量表示。定义计算核  $\mathbf{T} = \mathrm{i}\lambda z_h \cdot \exp[-\mathrm{i}\pi\lambda z_h(m^2\Delta\xi^2 + n^2\Delta\eta^2)]$ , 并引入大小为  $(N_x \times N_y \times N_z) \times (N_x \times N_y \times N_z)$  的  $\mathbf{B} = \text{blkdiag}(\mathcal{F}_{2D}, \mathcal{F}_{2D}, \dots, \mathcal{F}_{2D})$  矩阵展开对光场的离散傅里叶变换计算, 其中“blkdiag”表示分块对角矩阵。则(14)式可表示为

$$g = \mathcal{F}_{2D}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{B}f = Hf. \quad (15)$$

最后, 采用两步迭代收缩阈值算法<sup>[19]</sup>对(15)式表示的观测模型求解最优化问题进行重建。

### 5.2 数值模拟与分析

根据如图 2 所示的光路原理进行数值模拟, 比较基于角谱反向传播与基于压缩感知(CS)算法对点扩展函数轴向半峰全宽的影响。波长为  $\lambda = 625$  nm 的点光源位于  $z_o = 150$  mm 处, CCD(256 pixel  $\times$  256 pixel, 每像素尺寸为  $6 \mu\text{m} \times 6 \mu\text{m}$ )位于  $z_c = 175$  mm 处, 反射镜  $M_A$  和  $M_B$  焦距分别为  $f_A = 100$  mm 和  $f_B = 75$  mm。根据(13)式可得  $\rho_z = 0.84$ 。首先, 根据自干涉非相干全息的基本原理模拟数字全息图, 然后基于角谱理论的反向传播及压缩感知算法进行重构。图 6 为对应的像斑中心强度沿轴向的分布, 其中纵轴为  $x$  轴方向, 横轴为  $z$  轴方向, 且  $z_h \in (18, 23)$  mm。比较可见, 基于压缩感知算法获得的像斑强度在轴向  $z$  方向展宽小于基于角谱反向传播对应的像斑。这是因为基于两步迭代收缩阈值算法进行解压缩重建时, 应用了非二次全变分准则约束再现像的边界。当再现像位置远离聚焦位置时, 每个再现像点能量涣散, 边界会变模糊。采用两步迭代收缩阈值算法沿着轴向在不同位置进行重建时, 再现像的能量会随着与聚焦位置距离的增大而更为快速地下降, 因此系统点扩展函数半峰全宽也减小。计算系统基于压缩感知再现算法所对应的点扩展函数轴向半峰全宽  $\Delta z_{h_{cs}}$ , 与基于角谱反向传播再现算法所对应的点扩展函数轴向半峰全宽  $\Delta z_h$  的比值, 则在  $z_c = 175$  mm 处  $\Delta z_{h_{cs}}/\Delta z_h = 0.6$ , 因此  $\rho_z$  上升为  $0.84/0.6 = 1.4$ 。

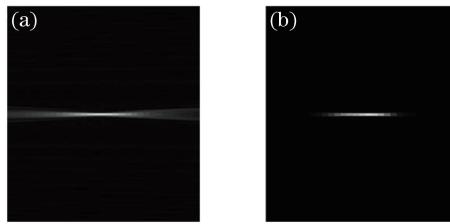
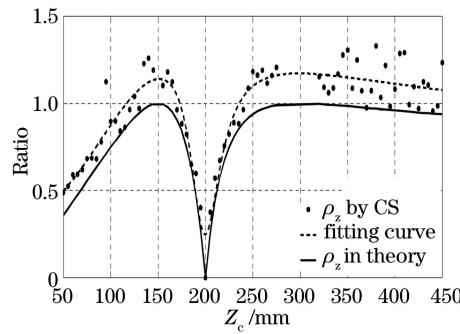


图 6 像斑强度轴向分布图。(a) 基于角谱理论; (b) 基于压缩感知算法

Fig. 6 Axial distribution of image spot intensity. (a) Based on ASM; (b) based on CS algorithm

将 CCD 放置在不同位置,即对应不同的  $z_c$ ,进行数值模拟。为适应轴向分辨率的理论表达式(13)式,不考虑 CCD 的有限尺寸,全息图(256 pixel×256 pixel)的尺度大小由(10)式确定,其中反射镜半径  $R = 3\text{ mm}$ 。图 7 中各个离散点对应不同  $z_c$  处基于压缩感知数值重建算法所得的  $\rho_z$  计算值;虚线为对应的拟合数值曲线  $\rho_z(z_c)$ ;实线为根据(13)式计算所得的理论曲线。可见,通过引入压缩感知数值重构算法,可减小系统点扩展函数轴向半峰全宽,提高比值  $\rho_z$ ,改善轴向分辨率。其中,随着  $z_c$  的增大,两光束均为发散光,这时干涉区域光斑的半径也逐步增大,使得在  $z_c$  较大处所得到的全息图中每个像素的尺寸较大,降低了全息图的精度,因此在采用压缩感知数值重构算法进行迭代逼近运算时,该区域会出现较大的起伏。

图 7  $\rho_z(z_c)$  数值曲线图Fig. 7 Numerical curves of  $\rho_z(z_c)$ 

另外,为了更为直观地给出轴向分辨率的改善效果,引入两个仅在轴向位置上有差别的物光点进行数值模拟实验,  $z_o = 150 \pm 0.8\text{ mm}$ ,比较基于角谱反向传播与基于压缩感知对两物光点的重建及分辨结果。图 8 为不同再现位置处重建光场的强度分布,其中图 8(a)为采用角谱反向传播的再现结果,图 8(b)为采用压缩感知算法的再现结果。 $z_h = 20.35\text{ mm}$  和  $z_h = 21.28\text{ mm}$  分别为对应的聚焦像面位置。模拟分析结果可见,与角谱反向传播相比较,由于压缩感知重建算法可以减小点扩展函数轴向半峰全宽,并有效抑制离焦像信息的干扰,所以压缩感知算法重建的分辨效果更优,而且在聚焦像面位置的再现像具有更清晰的边界信息。

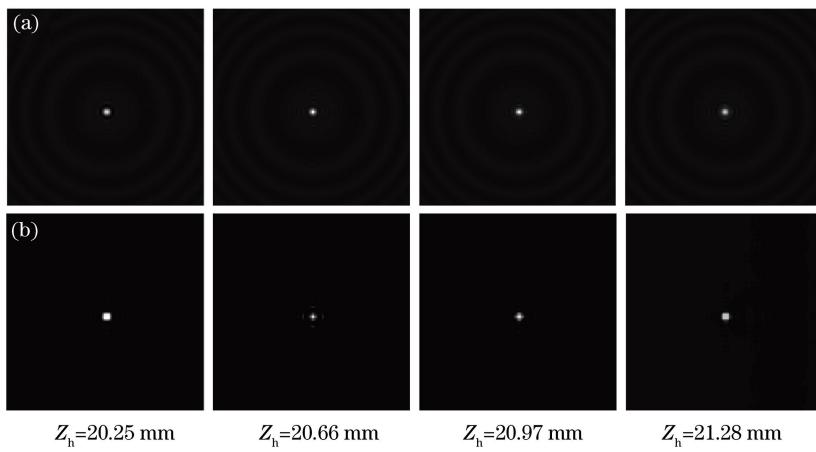


图 8 不同位置处再现光场强度分布。(a) 基于角谱理论; (b) 基于压缩感知算法

Fig. 8 Distribution of reconstructed light field intensity at different positions. (a) Based on ASM; (b) based on CS algorithm

### 5.3 实验与分析

以一个位于 $z_o=147\text{ mm}$ 处波长为 $\lambda=625\text{ nm}$ 的LED,组合显微物镜( $20\times, 0.4\text{ NA}$ )及针孔( $50\text{ }\mu\text{m}$ )作为点光源展开实验研究,实验光路系统如图2所示,其中反射镜 $M_A$ 和 $M_B$ 焦距分别为 $f_A=100\text{ mm}$ 和 $f_B=75\text{ mm}$ 。沿着光轴方向,将CCD放置在一系列不同记录位置 $z_c$ 处对光场信号进行采集,获得对应的相移全息图,并且基于相移技术获得各 $z_c$ 处的复全息图。基于角谱反向传播理论及压缩感知算法在像空间不同成像位置 $z_h$ 处进行数值重构,进而获得像斑强度的轴向分布。图9分别为CCD在位于95,205,325 mm处所记录的同轴全息图样(512 pixel $\times$ 512 pixel,每像素尺寸为 $4.65\text{ }\mu\text{m}\times 4.65\text{ }\mu\text{m}$ ),以及对应的像斑中心强度沿轴向的分布。其中实线表示基于角谱反向传播理论得到的不同位置处的强度分布,虚线则是基于压缩感知算法获得的强度分布。图10对应CCD在一系列不同记录位置 $z_c$ 处点扩展函数轴向半峰全宽比 $\Delta z_{h_{cs}}/\Delta z_h$ 。可见,与数值模拟分析结果一致,该比值总是小于1,即通过引入压缩感知数值重构算法可提高干涉非相干数字全息成像系统的轴向分辨率。

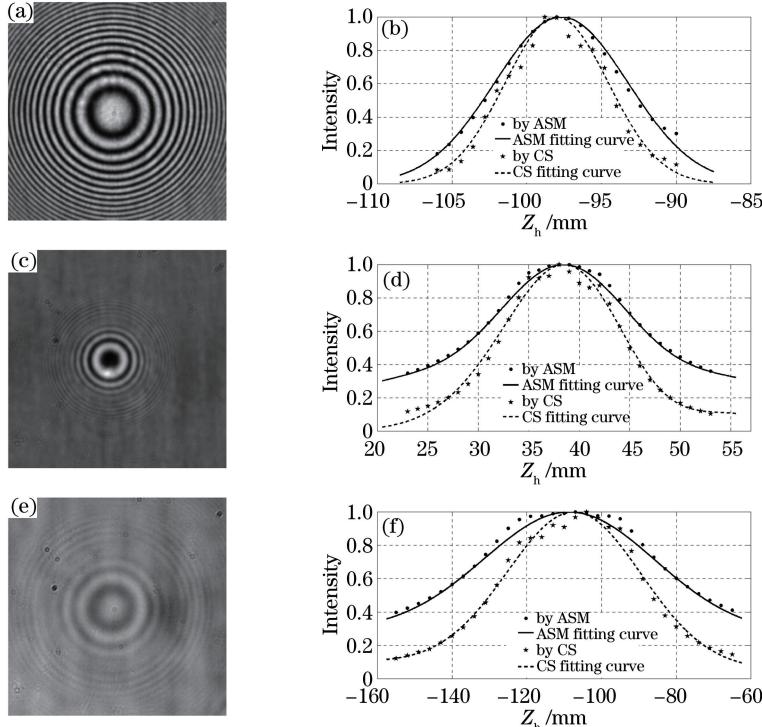


图9 全息图及对应像斑强度轴向分布曲线图。(a)(b)  $z_c=95\text{ mm}$ ; (c)(d)  $z_c=205\text{ mm}$ ; (e)(f)  $z_c=325\text{ mm}$

Fig. 9 Hologram and axial distribution curves of corresponding image spot intensity. (a)(b)  $z_c=95\text{ mm}$ ;

(c)(d)  $z_c=205\text{ mm}$ ; (e)(f)  $z_c=325\text{ mm}$

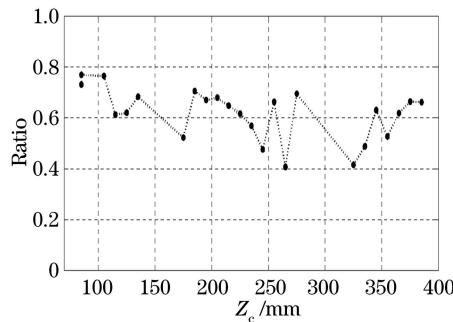


图10 点扩展函数轴向半峰全宽比

Fig. 10 Axial FWHM ratio of PSF

另外,以 USAF1951 标准板(group1 的 element5 和 element6, 分辨率为 3.17 lp/mm 和 3.56 lp/mm)为待测物体, LED 为照明光源, 进行实验。图 11(a)~(c) 为所记录的全息图样, 复全息图强度和位相分布。基于角谱反向传播与基于压缩感知对全息图在不同空间位置进行数值再现, 如图 11(d)~(e) 所示, 其中  $z_h = 120 \text{ mm}$  为聚焦像面位置。随着与聚焦像面位置距离的增大, 基于压缩感知算法的再现像的强度和清晰度下降较快, 更能有效地分辨纵向聚焦像面位置。在聚焦像面处, 基于反向传播和基于压缩感知再现算法重构获得的再现像相关度达 0.97。因此可见, 再现算法可在保持系统横向分辨率的同时提高轴向分辨率。

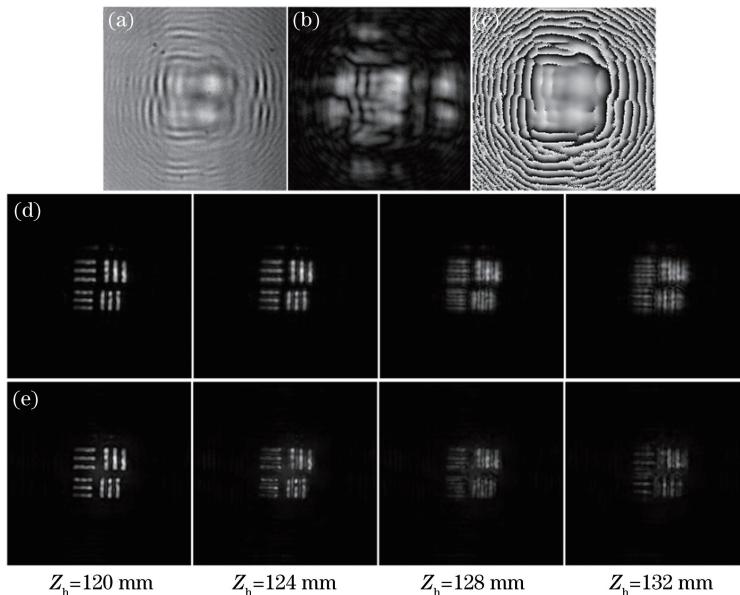


图 11 USAF 实验。(a)全息图;(b)全息强度;(c)位相;(d)基于 ASM 和(e)CS 重建算法的不同位置处再现光场强度分布

Fig. 11 USAF experiment. (a) Hologram; (b) intensity of hologram; (c) phase; reconstructed light field intensity distribution at different positions based on (d) ASM and (e) CS algorithm

## 6 结 论

基于拉格朗日不变量法则, 对照经典光学成像系统分辨率, 根据自干涉非相干数字全息成像系统的光学原理, 对其横向以及轴向分辨率展开了详细地讨论。通过理论推导给出自干涉非相干全息成像系统横向和轴向放大率, 以及系统分辨本领判断准则的具体数学表达式。并且以经典光学成像系统为对照, 指出自干涉非相干全息成像系统全息记录面位于光斑重合处将获得横向超分辨率, 分辨本领提高 1 倍。另一方面, 针对系统轴向分辨的不足, 通过引入压缩感知算法进行数值重构, 减小系统点扩展函数轴向半峰全宽, 以获得轴向分辨率的改善, 并且给出了相应的数值模拟及实验分析结果。研究结果对自干涉非相干数字全息术在成像、测量以及光路设计方面均具有重要的意义。非相干数字全息打破了拉格朗日不变法则, 在横向分辨率提高的同时轴向分辨率下降, 是否存在新的平衡法则是今后所要展开的研究重点。

## 参 考 文 献

- 1 Poon T C. Three-dimensional image processing and optical scanning holography[J]. *Adv Imag Elect Phys*, 2003, 126: 329-350.
- 2 Shaked N T, Katz B, Rosen J. Review of three-dimensional holographic imaging by multiple-viewpoint-projection based methods[J]. *Appl Opt*, 2009, 48(34): H120-136.
- 3 Liu Yingchen, Fan Jinping, Zeng Fanchuang, et al.. Recording, reconstruction and realization of white-light Fresnel incoherent digital holography[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(10): 1009002.
- 4 刘英臣, 范金坪, 曾凡创, 等. 白光菲涅耳非相干数字全息的记录、再现及实现[J]. 中国激光, 2013, 40(10): 1009002.
- 4 Wan Yuhong, Man Tianlong, Tao Shiquan. Imaging characteristics and research progress of incoherent holography[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(2): 0209004.

- 万玉红, 满天龙, 陶世荃. 非相干全息术成像特性及研究进展[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209004.
- 5 Guo Xiaole, Wan Yuhong, Man Tianlong, *et al.*. Correction characteristics of wavefront aberration in incoherent digital holographic adaptive optics[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(11): 1109004.  
郭小乐, 万玉红, 满天龙, 等. 非相干数字全息自适应光学波前校正特性研究[J]. 中国激光, 2014, 41(11): 1109004.
- 6 Rosen J, Brooker G. Digital spatially incoherent Fresnel holography[J]. Opt Lett, 2007, 32(8): 912-914.
- 7 Rosen J, Brooker G, Indebetouw G, *et al.*. A review of incoherent digital Fresnel holography[J]. Journal of Holography and Speckle, 2009, 5(2): 124-140.
- 8 Hong J, Kim M K. Single-shot self-interference incoherent digital holography using off-axis configuration[J]. Opt Lett, 2013, 38(23): 5196-5198.
- 9 Hong J, Kim M K. Overview of techniques applicable of self-interference incoherent digital holography[J]. J Europ Opt Soc Rap Public, 2013, 8: 13077.
- 10 Kim M K. Incoherent digital holographic adaptive optics[J]. Appl Opt, 2013, 52(1): A117-A130.
- 11 Rosen J, Brooker G. Non-scanning motionless fluorescence three-dimensional holographic microscopy[J], Nat Photonics, 2008, 2(3): 190-195.
- 12 Yanagawa T, Abe R, Hayasaki Y. Three-dimensional mapping of fluorescent nanoparticles using incoherent digital holography[J]. Opt Lett, 2015, 40(14): 3312-3315.
- 13 Kim M K. Full color natural light holographic camera[J]. Opt Express, 2013, 21(8): 9636-9642.
- 14 Born M, Wolf E. Principles of optics[M]. Oxford: Pergamon Press, 1980, 165, 414, 435.
- 15 Lai X, Zeng S, Lv X, *et al.*. Violation of the Lagrange invariant in an optical imaging system[J]. Opt Lett, 2013, 38(11): 1896-1898.
- 16 Kelner R, Rosen J, Brooker G. Enhanced resolution in Fourier incoherent single channel holography (FISCH) with reduced optical path difference[J]. Opt Express, 2013, 21(17): 20131-20144.
- 17 Rosen J, Kelner R. Modified Lagrange invariants and their role in determining transverse and axial imaging resolutions of self-interference incoherent holographic systems[J]. Opt Express, 2014, 22(23): 29048-29066.
- 18 Weng Jiawen, Yang Chuping, Li Hai. Self-interference incoherent digital holography by compressive sensing[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(2): 0209001.  
翁嘉文, 杨初平, 李 海. 自干涉非相干数字全息的压缩感知重建[J]. 光学学报, 2016, 36(2): 0209001.
- 19 Bioucas-Dia J M, Figueiredo M A T. A new twist: Two step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration[J]. IEEE Image Process, 2007, 16(12): 2992-3004.