

# 基于矩形几何特性的小型无人机快速位姿估计方法

洪 洋 孙秀霞 王 栋 刘树光 王瀚林

空军工程大学航空航天工程学院, 陕西 西安 710038

**摘要** 为了更加实时、精确地实现小型无人机视觉导航,利用矩形的几何特性以及空间点、线的共面特征,提出了一种基于单目视觉的位姿分步估计方法。该方法在任意位置对空间矩形进行拍摄,通过获取的一对正交消失点,确立无穷远点在像平面的投影关系,完成姿态估计;利用光心、空间矩形以及其投影的共面性特征建立约束方程,求解空间矩形在摄像机坐标系下的法向量,结合欧氏空间线性变换的不变性,实现摄像机坐标系中矩形 4 顶点坐标的线性求解,并根据空间点在世界坐标系与摄像机坐标系间的转换关系,完成位置估计。为了抑制图像噪声对位姿估计的影响,建立基于空间点、线共面特征的指标函数,利用 NM 寻优算法实现对位姿参数的非线性优化。实验结果表明,该算法具有计算精度高、实时性强、适用范围广的优点,设计的优化算法能够有效地抑制图像噪声,提高了位姿估计的稳健性。

**关键词** 机器视觉;位姿估计;矩形几何特性;共面性特征;参数优化

**中图分类号** TP391.4

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/CJL201643.0508006

## Fast Pose Estimation Method for Unmanned Aerial Vehicle Based on Rectangular Geometry Feature

Hong Yang Sun Xiuxia Wang Dong Liu Shuguang Wang Hanlin

*Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China*

**Abstract** In order to improve the vision navigation of unmanned aerial vehicle more real-timely and accurately, a pose estimation method step by step based on monocular vision is proposed using rectangular geometry feature and coplanar feature of points and lines. This proposed method shoots the rectangular target under any position, and two orthogonal vanishing points are achieved. The constraint equation of projection between infinite points and orthogonal vanishing points are established to calculate the rotation parameters. And also a constraint equation is established by using the coplanar feature of camera optical, rectangular target and its projection, which are used to solve the normal vector of rectangular target under camera coordinate system. Based on the invariance feature of linear transformation under Euclidean space, the four vertices of rectangular target under camera coordinate system can be linearly calculated and the solution of the translation estimation can be accomplished through the translation between camera and world coordinate system. Aiming at restraining the influence of noise to estimation, the indicated function based on the coplanar feature of points and lines is obtained, using the NM optimization algorithm to realize the nonlinear optimization of pose parameters. Experimental results show that the proposed method has the advantages of high precision, real-time and wide application. The robustness of estimation algorithm is improved by reducing the image noise through parameter optimization.

**Key words** machine vision; pose estimation; rectangular geometry feature; coplanar feature; parameter optimization

**OCIS codes** 150.0155; 150.1488; 150.6910

**收稿日期:** 2015-12-11; **收到修改稿日期:** 2016-01-11

**基金项目:** 陕西省自然科学基金(2014JM8332)、航空科学基金(20155896025)

**作者简介:** 洪 洋(1991—),男,硕士研究生,主要从事小型无人机视觉导航方面的研究。

E-mail: 17791313736@163.com

**导师简介:** 孙秀霞(1962—),女,教授,博士生导师,主要从事小型无人机导航与控制方法的理论与应用方面的研究。

E-mail: kjgcdx08@126.com

# 1 引 言

近年来,计算机视觉受到国内外学者的广泛关注,并成为实现人工智能的关键技术之一。关于位姿估计的研究作为计算机视觉的主要研究方向,在自主导航、机器人视觉和无人机定点着陆(舰)等领域内有着广阔的应用空间<sup>[1]</sup>,一般的位姿估计方法可以分为两类,一类是基于特征点的位姿估计方法,另一类是基于特征直线的位姿估计方法。

基于特征点的位姿估计方法,即透视  $N$  点定位(PNP)问题,在 1981 年由 Fischler<sup>[2]</sup> 提出之后,引起了国内外学者的广泛重视。对于 PNP 问题的研究大多分成两个方向,即  $N > 5$  或  $2 < N \leq 5$ 。对于前者常采用 DLT、POSIT 或 EPNP 算法<sup>[3]</sup> 进行线性求解。对于后者可分为解析法和迭代法两种。近 30 年来,学者们更多关注于  $2 < N \leq 5$  的 PNP 问题研究,方法也相对成熟。吴福朝等<sup>[4-6]</sup> 通过计算摄像机投影的景深,求解了空间点在摄像机坐标系下的坐标,利用世界坐标系与摄像机坐标系之间的转换关系实现位姿参数估计。然而参数间的耦合导致算法实时性不足;霍炬等<sup>[7-10]</sup> 利用特征目标的几何特性,通过消隐点、消隐线、圆环点在投影关系中的特殊性质建立约束方程,实现对位姿参数的线性求解。但精确辅助标靶这一条件约束了其普遍适用性。综上所述,基于特征点的位姿估计方法,抗干扰性较差,且对特征目标的要求较高,实用性有待进一步提高。

因此,目前更多的学者把目光转向基于特征直线的位姿估计方法。相比较于特征点,特征直线方法具有抗噪性好、抗遮挡性强、图像处理简单等优点,解法也同样可以分为解析法和迭代法两种。关于解析法,文献[11-16]利用空间点与直线的共面性特征,由已知内参数确立关于投影关系的约束方程,逐步实现对位姿参数的线性求解。却也存在着计算方法复杂、各参数计算联系密切容易造成误差积累、计算速度不高的劣势。在迭代法方面,许允喜等<sup>[17-20]</sup> 在正交迭代方法的基础上进行拓展、改进、优化,利用空间点、线的共面性,仅通过设置初始姿态参数  $R_0$ ,实现对位姿参数的寻优估计。该算法精度较高,但计算时间、迭代收敛速度受  $R_0$  影响较大,且不能满足任意  $R_0$  都能完成寻优估计。

本文针对小型无人机自主导航实时性、准确性需求,充分分析基于特征点、线进行位姿估计的优缺点,在文献[21]模型参考逼近方法实现摄像机畸变预标定以及文献[22]求解出摄像机内参数的基础上,提出了一种特征点与直线相结合的快速、精确位姿估计方法。利用像平面中正交消隐点对的几何特性,确立投影关系的约束方程,实现对姿态参数的线性估计。通过光心、空间直线以及其在像平面投影的共面性,求解出空间矩形在摄像机坐标系下的法向量。由线性变换在欧氏空间的不变性,在已知矩形一边长度的情况下,求解空间矩形 4 个顶点在摄像机坐标系下的坐标。利用已求得的姿态参数以及空间点在摄像机坐标系与世界坐标系下的转换关系,实现对位置参数的估计。基于空间点、线的共面性特征作为性能指标,将位姿估计结果作为初值,代入 NM 优化算法进行参数优化,提高了在图像噪声下的计算精度。算法基于单目摄像机,仅通过包含特征信息的一幅图像即可实现快速、精确的位姿估计,减少了旋转角的范围约束,在一定程度上对特征点、线位姿估计方法的缺点进行了弥补,对无人机自主导航上有一定的应用价值。

## 2 预备知识

### 2.1 无人机机体坐标系与摄像机坐标系的转换关系

在图 1 中,同时包含机体坐标系  $o_b x_b y_b z_b$  以及摄像机坐标系  $o_c x_c y_c z_c$ 。本文认为摄像机光轴  $o z_c$  始终

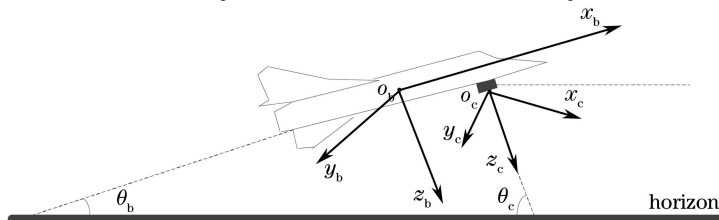


图 1 机体坐标系与摄像机坐标系的转换

Fig. 1 Transformation between the airframe coordinate and camera coordinate

垂直于机体向下,且与机体坐标系  $o z_b$  轴平行。其中角  $\theta_b$ 、 $\theta_c$  分别为机体坐标系和摄像机坐标系相对世界坐标系的俯仰角。

由空间几何知识可知,  $\theta_b$  为机体平面  $\overline{o_b x_b y_b}$  与地平面之间的夹角,  $\theta_c$  为过摄像机光轴所在平面  $\overline{o_c x_c z_c}$  与地平面之间的夹角。由图 1 可知,在  $\overline{o_b x_b y_b}$  与  $\overline{o_c x_c z_c}$  始终垂直的情况下,角  $\theta_b$  和  $\theta_c$  互余,即满足:

$$\theta_b = \frac{\pi}{2} - \theta_c. \quad (1)$$

由于摄像机坐标系下的偏航角  $\varphi_c$ 、滚转角  $\phi_c$  与机体坐标系下的偏航角  $\varphi_b$ 、滚转角  $\phi_b$  一致,可得机体坐标系与摄像机坐标系的姿态角转换关系为

$$\begin{cases} \theta_b = \frac{\pi}{2} - \theta_c \\ \varphi_b = \varphi_c \\ \phi_b = \phi_c \end{cases}. \quad (2)$$

考虑到摄像机固定在无人机上,一般认为摄像机与无人机的位置参数一致。因此,下文将从摄像机坐标系下的俯仰角  $\theta_c$ 、偏航角  $\varphi_c$  和滚转角  $\phi_c$  入手,在求得摄像机位姿参数的基础上,利用(2)式的转换关系,完成小型无人机的位姿估计。

### 2.2 摄像机线性投影模型

采用针孔摄像机模型来描述成像原理。如图 2 所示,利用欧氏坐标系间的转换来描述世界坐标系到图像像素坐标系的投影关系。该过程中涉及 4 个坐标系:世界坐标系 ( $O_w x_w y_w z_w$ )、摄像机坐标系 ( $O_c x_c y_c z_c$ )、图像物理坐标系 ( $O_i x_i y_i$ )、图像像素坐标系 ( $O_u x_u y_u$ )。设空间中的点  $P_w$  的齐次坐标为  $(x_w, y_w, z_w, 1)^T$ ,其图像像素坐标系投影点  $P_u$  的齐次坐标为  $(x_u, y_u, 1)^T$ 。

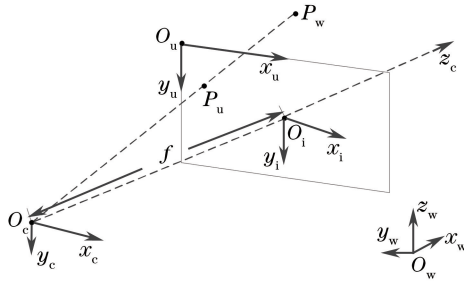


图 2 摄像机针孔成像模型

Fig. 2 Camera pin-hole imaging model

由针孔摄像机成像模型可得空间点  $P_w$  与图像点  $P_u$  的投影关系为

$$sP_u = \mathbf{K} [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}] P_w, \quad (3)$$

式中  $s$  为齐次方程的比例因子,  $\mathbf{K}$  和  $[\mathbf{R} \quad \mathbf{T}]$  分别为摄像机成像的内参数和外参数矩阵,且

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_x & \gamma & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \begin{cases} f_x = f/dx \\ f_y = f/dy \end{cases}, \quad (4)$$

式中  $f$  为摄像机焦距的物理长度,  $dx$ 、 $dy$  为单个像素长、宽的物理长度,  $f_x$ 、 $f_y$  表示焦距在图像坐标系下  $u$  轴和  $v$  轴方向上的像素长度;  $\gamma$  为像素倾斜率,一般情况下  $\gamma = 0$ ;  $[u_0, v_0]$  为主点  $O_i$  的像素坐标;  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$  分别表示投影过程中,特征目标由世界坐标系转换到摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量,又称摄像机的位姿参数。

本文在内参数矩阵  $\mathbf{K}$  已知的前提下,对摄像机位姿参数进行估计。

## 3 基于正交消隐点的姿态参数估计方法

### 3.1 正交消隐点的射影几何原理

由文献[23]可知,在欧氏空间中,两条平行线在图像平面中的交点称为消隐点,它是无穷远点在像平面

上的投影。因此,两组正交平行线的消隐点,称为一对正交消隐点  $v_1$  和  $v_2$ (即,这里的正交是指消隐点对应的空间直线相互正交)。

根据空间射影几何<sup>[23]</sup>知识,欧氏空间点  $X = (x, y, z)$  对应的齐次坐标为  $X' = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ , 其中  $x = x_1/x_4, y = x_2/x_4, z = x_3/x_4$ 。当  $x_4 \rightarrow 0$  时,空间点坐标趋于无穷大,此时的空间点称为无穷远点。文献[22]证明了在穿过无穷远点的情况下,正交消隐点对与光心的连线相互垂直。从而,通过选取适当的摄像机坐标系,可以认为消隐点  $v_1, v_2$  对应的无穷远点分别为  $V_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, V_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ 。

根据(3)式的投影关系,可得

$$s_i v_i = \mathbf{K} [\mathbf{R} \ \mathbf{T}] V_i, i = 1, 2. \quad (5)$$

### 3.2 旋转矩阵的确立与姿态角的求解

将无穷远点坐标代入(5)式进行展开可得

$$\begin{cases} s_1 v_1 = \mathbf{K} [\mathbf{R} \ \mathbf{T}] [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ s_2 v_2 = \mathbf{K} [\mathbf{R} \ \mathbf{T}] [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T \end{cases} \quad (6)$$

根据文献[22],  $v_1 = [u_a \ v_a \ 1]^T, v_2 = [u_b \ v_b \ 1]^T$  分别可由空间矩形在像平面投影的对应边求取交点得到,旋转矩阵  $\mathbf{R}$  可表示为

$$\mathbf{R} = [\mathbf{R}_1 \ \mathbf{R}_2 \ \mathbf{R}_3] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

从而(6)式可进一步展开为

$$\begin{cases} f_x r_{11} + (u_0 - u_a) r_{31} = 0 \\ f_y r_{21} + (v_0 - v_a) r_{31} = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} f_x r_{12} + (u_0 - u_b) r_{32} = 0 \\ f_y r_{12} + (v_0 - v_b) r_{32} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

由旋转矩阵的标准正交性,可知  $\|\mathbf{R}_1\|^2 = (r_{11})^2 + (r_{21})^2 + (r_{31})^2 = 1, \|\mathbf{R}_2\|^2 = (r_{12})^2 + (r_{22})^2 + (r_{32})^2 = 1$ , 则(8)式可联立为

$$\begin{cases} f_x r_{11} + (u_0 - u_a) r_{31} = 0 \\ f_y r_{21} + (v_0 - v_a) r_{31} = 0 \\ (r_{11})^2 + (r_{21})^2 + (r_{31})^2 = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} f_x r_{12} + (u_0 - u_b) r_{32} = 0 \\ f_y r_{12} + (v_0 - v_b) r_{32} = 0 \\ (r_{12})^2 + (r_{22})^2 + (r_{32})^2 = 1 \end{cases} \quad (9)$$

(9)式可以线性对  $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$  进行求解,并通过旋转矩阵的正交性,求得  $\mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_1 \times \mathbf{R}_2$ , 完成摄像机的旋转矩阵  $\mathbf{R} = [\mathbf{R}_1 \ \mathbf{R}_2 \ \mathbf{R}_3]$  的标定。

摄像机在俯仰、偏航、滚转方向上的旋转角度分别为  $\theta_c, \varphi_c, \phi_c$ , 则旋转矩阵  $\mathbf{R}$  可表示为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_c \cos \phi_c & -\cos \varphi_c \sin \phi_c & \sin \varphi_c \\ \sin \theta_c \sin \varphi_c \cos \phi_c + \cos \theta_c \sin \phi_c & -\sin \theta_c \sin \varphi_c \sin \phi_c + \cos \theta_c \cos \varphi_c & -\sin \theta_c \cos \varphi_c \\ -\cos \theta_c \sin \varphi_c \cos \phi_c + \sin \theta_c \sin \phi_c & \cos \theta_c \sin \varphi_c \sin \phi_c & \cos \theta_c \sin \varphi_c \end{bmatrix}. \quad (10)$$

则由(10)式可以得到姿态角的表达式为

$$\begin{cases} \theta_c = \arccos(r_{33}/r_{13}) \\ \varphi_c = \arcsin r_{13} \\ \phi_c = -\arctan(r_{12}/r_{11}) \end{cases}, \quad (11)$$

在求得旋转矩阵  $\mathbf{R}$  后,由(11)式可完成摄像机的姿态参数估计。

## 4 基于空间点共面特征的位置参数估计方法

在图3空间矩形透视投影的示意图中,  $O$  为摄像机光心,  $z_c$  轴是摄像机主光轴;点  $A_c, B_c, C_c, D_c$  和  $L_1, L_2, L_3, L_4$  分别为空间矩形  $\overline{ABCD}$  各顶点和直线在摄像机坐标系下的坐标。  $a, b, c, d$  以及直线  $l_1, l_2, l_3, l_4$  分别为空间矩形在像平面的投影。

在摄像机坐标系下,为了简化计算,将矩形  $\overline{A_c B_c C_c D_c}$  所在平面方程的截距设定为1, 则方程可表示为

$$\alpha x + \beta y + \varepsilon z = 1. \quad (12)$$



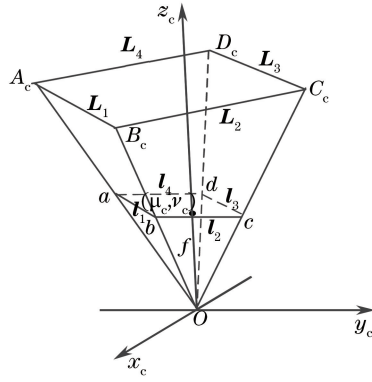


图3 空间矩形透视投影示意图

Fig. 3 Schematic diagram of space rectangular perspective projection

由于侧平面  $\overline{OA_cB_c}$ ,  $\overline{OB_cC_c}$ ,  $\overline{OC_cD_c}$ ,  $\overline{OD_cA_c}$  都是过摄像机光心  $O(0 \ 0 \ 0)$  的空间平面, 从而 4 个侧平面的方程可表示为

$$\alpha_i x + \beta_i y + \varepsilon_i z = 0, i = 1, 2, 3, 4, \quad (13)$$

式中  $(\alpha_i \ \beta_i \ \varepsilon_i)$  分别为所在平面的法向量。由图 3 可知, 直线  $l_1, l_2, l_3, l_4$  分别在空间平面  $\overline{OA_cB_c}$ ,  $\overline{OB_cC_c}$ ,  $\overline{OC_cD_c}$ ,  $\overline{OD_cA_c}$  上, 从而当空间矩形在像平面的投影坐标为  $a = [u_1 \ v_1 \ f]^T, b = [u_2 \ v_2 \ f]^T, c = [u_3 \ v_3 \ f]^T, d = [u_4 \ v_4 \ f]^T$  时, 直线  $l_1, l_2, l_3, l_4$  的方向向量可分别为

$$\begin{cases} l'_1 = [u_2 - u_1 \ v_2 - v_1 \ 0]^T \\ l'_2 = [u_3 - u_2 \ v_3 - v_2 \ 0]^T \\ l'_3 = [u_4 - u_3 \ v_4 - v_3 \ 0]^T \\ l'_4 = [u_1 - u_4 \ v_1 - v_4 \ 0]^T \end{cases}, \quad (14)$$

进而可以得到各平面的法向量为

$$\begin{cases} n_1 = [\alpha_1 \ \beta_1 \ \varepsilon_1]^T = \frac{Oa \times l'_1}{\|Oa \times l'_1\|} \\ n_2 = [\alpha_2 \ \beta_2 \ \varepsilon_2]^T = \frac{Ob \times l'_2}{\|Ob \times l'_2\|} \\ n_3 = [\alpha_3 \ \beta_3 \ \varepsilon_3]^T = \frac{Oc \times l'_3}{\|Oc \times l'_3\|} \\ n_4 = [\alpha_4 \ \beta_4 \ \varepsilon_4]^T = \frac{Od \times l'_4}{\|Od \times l'_4\|} \end{cases}. \quad (15)$$

由于  $L_i (i = 1, \dots, 4)$  为矩形平面与相邻侧平面的交线, 根据文献[24]可知,  $L_i$  的方向向量可以表示为

$$L'_i = [\alpha \ \beta \ \varepsilon]^T \times [\alpha_i \ \beta_i \ \varepsilon_i]^T = \begin{pmatrix} \beta \ \varepsilon & \varepsilon \ \alpha & \alpha \ \beta \\ \beta_i \ \varepsilon_i & \varepsilon_i \ \alpha_i & \alpha_i \ \beta_i \end{pmatrix}, (i = 1, \dots, 4). \quad (16)$$

由线性变换在欧氏空间中的不变性可知, 空间矩形在摄像机坐标系下依然满足  $L_1 \parallel L_3, L_2 \parallel L_4, L_1 \perp L_2, L_3 \perp L_4$ , 且  $|L_1| = |L_3| = |AB|, |L_2| = |L_4| = |BC|$ 。从而可以得出  $n_1 \perp L_3, n_2 \perp L_4$ , 即

$$\begin{cases} n_1 \cdot L_3 = 0 \\ n_2 \cdot L_4 = 0 \end{cases}, \quad (17)$$

对(17)式进行展开、化简可得

$$\begin{cases} (\beta_3 \varepsilon_1 - \beta_1 \varepsilon_3) \alpha + (\alpha_1 \varepsilon_3 - \alpha_3 \varepsilon_1) \beta + (\alpha_3 \beta_1 - \alpha_1 \beta_3) \varepsilon = 0 \\ (\beta_4 \varepsilon_2 - \beta_2 \varepsilon_4) \alpha + (\alpha_2 \varepsilon_4 - \alpha_4 \varepsilon_2) \beta + (\alpha_4 \beta_2 - \alpha_2 \beta_4) \varepsilon = 0 \end{cases}. \quad (18)$$

由于  $n_i = [\alpha_i \ \beta_i \ \varepsilon_i]^T$  为已知量, 则可得到  $[\alpha \ \beta \ \varepsilon]^T$  的单位向量  $[q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ , 即满足  $[\alpha \ \beta \ \varepsilon]^T = m [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$  ( $m$  为大于 0 常数)。在已知矩形一边长度的情况下, 当  $|L_1| = |L_3| = |AB| = L$  时, 可确定常数  $m$ , 具体算法如下。

以顶点  $A_c$  为例,由于点  $A_c$  为空间平面  $\overline{A_c B_c C_c D_c}$ 、 $\overline{O A_c B_c}$  和  $\overline{O D_c A_c}$  的交点,其满足:

$$m \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ \alpha_1 & \beta_1 & \epsilon_1 \\ \alpha_4 & \beta_4 & \epsilon_4 \end{bmatrix} A_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

同理,对于顶点  $B_c$  可以得到

$$m \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ \alpha_1 & \beta_1 & \epsilon_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \epsilon_2 \end{bmatrix} B_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

当点  $A_c$ 、 $B_c$  的坐标分别  $[X_1 \ Y_1 \ Z_1]^T$ 、 $[X_2 \ Y_2 \ Z_2]^T$  时,对(19)式和(20)式进行联立,化简后为

$$\begin{bmatrix} X_1 - X_2 \\ Y_1 - Y_2 \\ Z_1 - Z_2 \end{bmatrix} = \frac{(\mathbf{H}_1^{-1} - \mathbf{H}_2^{-1})}{m} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

式中

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ \alpha_1 & \beta_1 & \epsilon_1 \\ \alpha_4 & \beta_4 & \epsilon_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ \alpha_1 & \beta_1 & \epsilon_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \epsilon_2 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

由于各空间平面两两不重合,则  $\mathbf{H}_1^{-1}$ 、 $\mathbf{H}_2^{-1}$  存在,(21)式成立。从而当  $L = |\mathbf{AB}| = |\mathbf{L}_1| = |[X_1 - X_2 \ Y_1 - Y_2 \ Z_1 - Z_2]^T|$  时,(21)式两边取模可以得到

$$m = \frac{|(\mathbf{H}_1^{-1} - \mathbf{H}_2^{-1}) [1 \ 0 \ 0]^T|}{|[X_1 - X_2 \ Y_1 - Y_2 \ Z_1 - Z_2]^T|} = \frac{|(\mathbf{H}_1^{-1} - \mathbf{H}_2^{-1}) [1 \ 0 \ 0]^T|}{L}. \quad (23)$$

利用(23)式确定平面  $\overline{A_c B_c C_c D_c}$  法向量  $[\alpha \ \beta \ \epsilon]^T$  后,可根据  $A_c$ 、 $B_c$ 、 $C_c$ 、 $D_c$  为任意三个相交平面交点的特性建立约束方程为

$$\begin{cases} A_c = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \epsilon \\ \alpha_1 & \beta_1 & \epsilon_1 \\ \alpha_4 & \beta_4 & \epsilon_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & B_c = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \epsilon \\ \alpha_1 & \beta_1 & \epsilon_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \epsilon_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C_c = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \epsilon \\ \alpha_2 & \beta_2 & \epsilon_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \epsilon_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & D_c = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \epsilon \\ \alpha_3 & \beta_3 & \epsilon_3 \\ \alpha_4 & \beta_4 & \epsilon_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (24)$$

至此确定了空间矩形 4 个顶点  $A_c$ 、 $B_c$ 、 $C_c$ 、 $D_c$  在摄像机坐标系下的坐标。

由 2.2 节中摄像机小孔成像的投影关系可知,空间矩形顶点在世界坐标系与摄像机坐标系下的转换关系为

$$\begin{cases} A_c = \mathbf{R}\mathbf{A} + \mathbf{T} \\ B_c = \mathbf{R}\mathbf{B} + \mathbf{T} \\ C_c = \mathbf{R}\mathbf{C} + \mathbf{T} \\ D_c = \mathbf{R}\mathbf{D} + \mathbf{T} \end{cases}, \quad (25)$$

则在第 3 节求得旋转矩阵  $\mathbf{R}$  后,可以求解出世界坐标系到摄像机坐标间的平移向量  $\mathbf{T}$ ,完成位置参数估计。

## 5 基于空间点、直线共面性的位姿参数优化算法

在成像过程中,图像噪声会导致提取的特征点坐标与真实值间存在误差,造成位姿估计过程中误差积累,在一定程度上影响计算精度。为了充分利用图像特征,提高参数估计过程的精确性,考虑在不增加辅助特征的前提下,利用图像特征点、直线、光心和空间矩形的共面性作为约束条件,设计性能指标函数,实现对摄像机位姿参数的优化。

图 4 为在摄像机坐标系下,光心  $o_c$  与空间直线  $l_i$ 、 $L_i$  在同一平面内。根据第 3 节求解出平面的法式方程

$\alpha_i x + \beta_i y + \epsilon_i z = 0$ , 可以得到该平面的法向量  $\mathbf{n}_i = [\alpha_i \ \beta_i \ \epsilon_i]^\top$ .  $P_i, \mathbf{L}'_i$  分别为空间直线  $L_i$  上的点和方向向量, 所以其在像平面的投影分别为  $\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}$  和  $\mathbf{R}\mathbf{L}'_i$ . 由小孔成像投影的共面性特征可知,  $\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}$  和  $\mathbf{R}\mathbf{L}'_i$  也在平面  $\alpha_i x + \beta_i y + \epsilon_i z = 0$  内, 则满足:

$$\begin{cases} \mathbf{n}_i^\top \mathbf{R}\mathbf{L}'_i = 0 \\ \mathbf{n}_i^\top (\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}) = 0 \end{cases} \quad (26)$$

图 4 中的  $d_i, \mathbf{s}_i$  分别为空间直线  $L_i$  上到光轴  $oz_c$  上最近的点和空间直线  $L_i$  的单位向量. 取  $\mathbf{m}_i$  为光心  $o_c$  到点  $d_i$  的单位向量, 则在  $\mathbf{n}_i$  已知的情况下, 由解析几何知识<sup>[24]</sup> 可得

$$\begin{cases} \mathbf{s}_i = \frac{1}{\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}} [\beta_i \ -\alpha_i \ 0]^\top \\ \mathbf{m}_i = \frac{1}{\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}} [-\alpha_i \epsilon_i \ -\beta_i \epsilon_i \ \alpha_i^2 + \beta_i^2]^\top \end{cases} \quad (27)$$

由文献[11]可知,  $\mathbf{s}_i$  与  $\mathbf{m}_i$  标准正交. 设参数矩阵  $\mathbf{K}_i = \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^\top + \mathbf{m}_i \mathbf{m}_i^\top$ , 且对于欧氏空间中任一点或向量  $\mathbf{N}$  满足

$$\mathbf{N} = (\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^\top + \mathbf{m}_i \mathbf{m}_i^\top) \mathbf{N} = \mathbf{K}_i \mathbf{N}, i = 1, \dots, 4, \quad (28)$$

取点  $\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}$  和直线  $\mathbf{R}\mathbf{L}'_i$ , 将其代入(28)式, 同样满足

$$\begin{cases} \mathbf{R}\mathbf{L}'_i = \mathbf{K}_i \mathbf{R}\mathbf{L}'_i \\ \mathbf{R}P_i + \mathbf{T} = \mathbf{K}_i (\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}) \end{cases}, \quad (29)$$

进而联立(29)式与(26)式可得:

$$\begin{cases} \mathbf{R}\mathbf{L}'_i - \mathbf{K}_i \mathbf{R}\mathbf{L}'_i = 0 = \mathbf{n}_i^\top \mathbf{R}\mathbf{L}'_i = \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^\top \mathbf{R}\mathbf{L}'_i \\ (\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}) - \mathbf{K}_i (\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}) = 0 = \mathbf{n}_i^\top (\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}) = \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^\top (\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}) \end{cases}, \quad (30)$$

对(30)式进行化简, 建立基于空间点、线共面性误差的指标函数为

$$f(\mathbf{R}, \mathbf{T}) = \sum_{i=1}^4 [ \| (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i) \mathbf{R}\mathbf{L}'_i \|^2 + \| (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i) (\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}) \|^2 ], \quad (31)$$

式中  $f_1(\mathbf{R}, \mathbf{T}) = \sum_{i=1}^4 \| (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i) \mathbf{R}\mathbf{L}'_i \|^2$ ,  $f_2(\mathbf{R}, \mathbf{T}) = \sum_{i=1}^4 \| (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i) (\mathbf{R}P_i + \mathbf{T}) \|^2$  分别体现了空间直线和空间点的共面性误差, 物理意义明确. 由于(31)式中的  $\mathbf{K}_i, \mathbf{L}'_i, P_i$  均可以通过获取图像特征点、直线后计算得到, 从而(31)式可以构造成为最优化问题, 即

$$(\mathbf{R}^*, \mathbf{T}^*) = \min_{\mathbf{R}, \mathbf{T}} [f(\mathbf{R}, \mathbf{T})]. \quad (32)$$

将第 3、4 节的位姿估计结果作为初值, 利用 N-M 非线性优化算法可以对  $(\mathbf{R}, \mathbf{T})$  进行局部寻优.

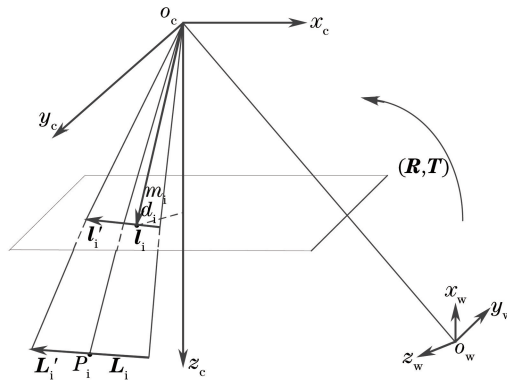


图 4 点线共面性示意图

Fig. 4 Schematic diagram of points and lines coplanarity

## 6 实验结果与分析

### 6.1 仿真实验结果与分析

在仿真实验中,设置主点像素坐标  $u_0=400$  pixel,  $v_0=350$  pixel,等效焦距  $f_x=f_y=300$  pixel。空间矩形的4个顶点在世界坐标系中的三维坐标为  $\mathbf{A}=[50 \ 50 \ 0]^T$ ,  $\mathbf{B}=[50 \ 150 \ 0]^T$ ,  $\mathbf{C}=[150 \ 50 \ 0]^T$ ,  $\mathbf{D}=[150 \ 150 \ 0]^T$ 。摄像机位置相对于世界坐标系的旋转角和平移向量分别为  $\theta_c=10^\circ$ ,  $\varphi_c=15^\circ$ ,  $\phi_c=20^\circ$ ,  $\mathbf{T}=[10 \ 20 \ 30]^T$ 。

#### 6.1.1 图像噪声影响

为了验证本文算法在图像噪声下的抗干扰性,在获取图像的4个顶点坐标上分别加入幅值  $0\sim 3$  pixel的随机噪声。设置步长为  $0.01$  pixel,在不同的噪声水平下对位姿参数估计进行500次蒙特卡罗独立实验,得到标定结果的均方差曲线如图5所示。仿真结果表明,本文算法标定结果的均方差较小,精度优于文献[5],抗干扰效果明显。

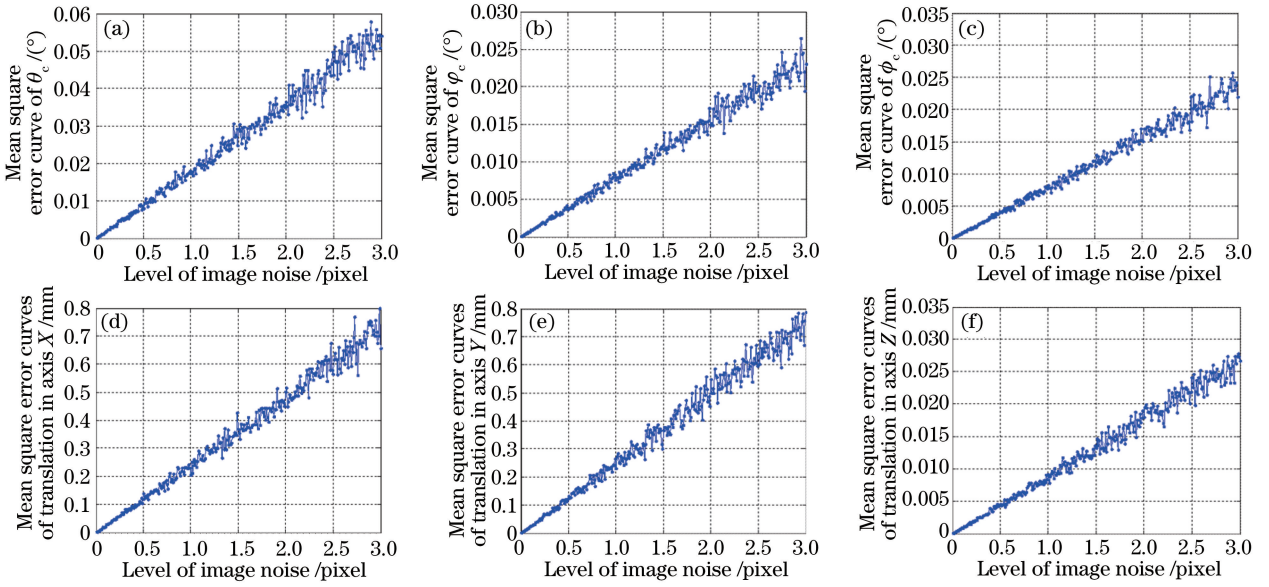


图5 位姿参数在图像噪声下的均方差曲线。(a)~(c) 姿态参数偏差;(d)~(f) 位置参数偏差

Fig. 5 Mean square error curves of pose parameter determined by image noise. (a)~(c) Deviation of attitude parameter; (d)~(f) deviation of location parameter

#### 6.1.2 姿态角范围影响

为了验证算法能够减少旋转角范围的约束,在角度范围  $0\sim 150^\circ$  之间,分别设置俯仰、偏航、滚转角为以  $1^\circ$  为步长变化,对不同旋转角度下的姿态参数进行估计检验,仿真结果的均方差曲线如图6所示。

由图6可知,姿态参数估计的均方误差很小,幅值均小于  $10^{-8}$  pixel。克服了旋转角度范围对姿态估计的约束,避免了对位置估计造成误差积累,提高了算法的适用性,满足位姿估计的精度要求。

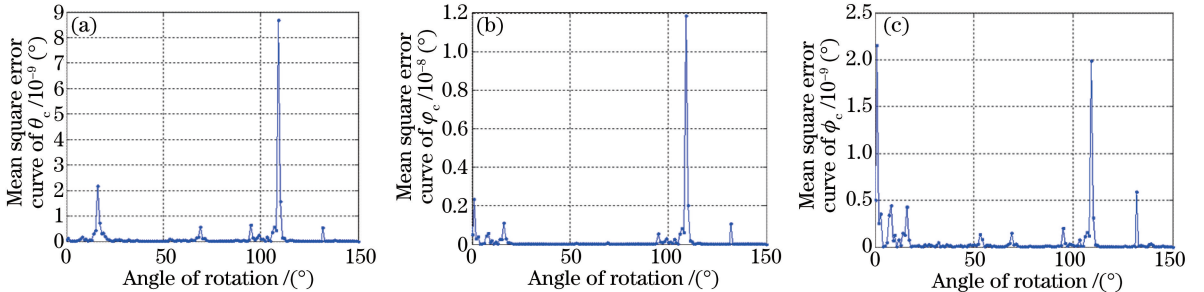


图6 旋转角范围对姿态参数估计影响的均方差曲线

Fig. 6 Mean square error curves of attitude parameter estimation determined by rotation angle range

6.1.3 优化算法仿真

利用第 5 节中基于空间点、线共面性的位姿参数优化算法,与 6.1.1 节参数估计结果进行对比实验,图 7 为两种算法标定结果与真实值的均方差曲线。

由图 7 分析可知,优化算法能够有效地消除图像噪声对位姿参数估计的影响,均方误差基本降低到原来的 1/2 左右,进一步提高参数估计的精度,具有很好的精确特性。

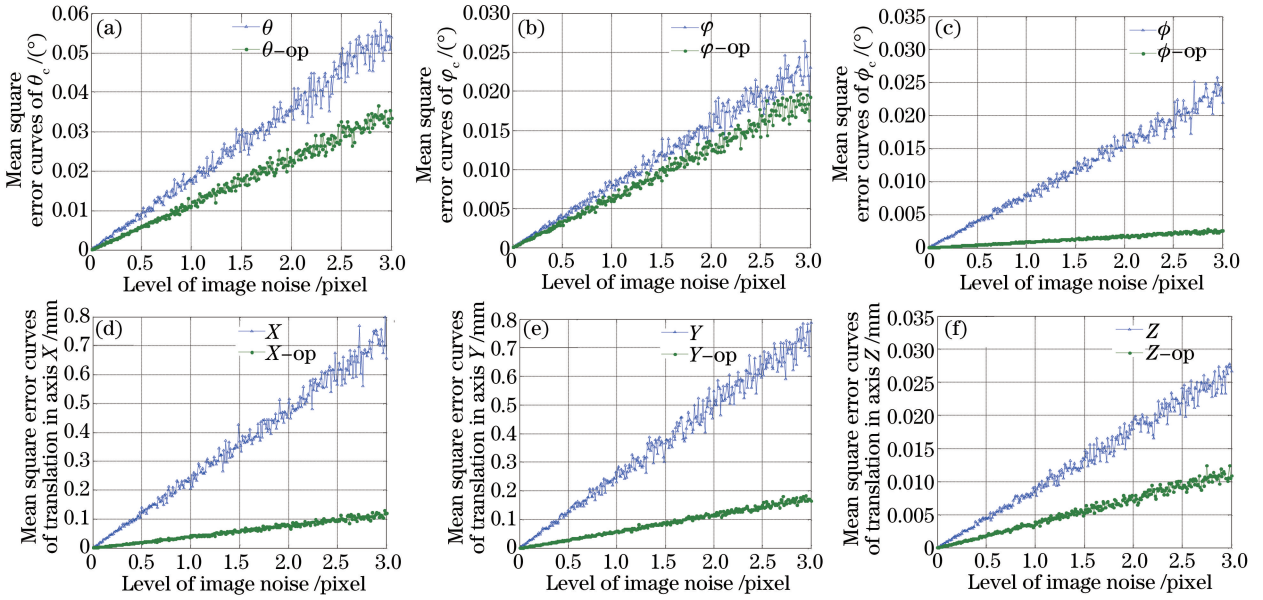


图 7 在图像噪声下优化算法与原算法仿真得到仿真结果的位姿参数估计均方差曲线。

(a)~(c) 姿态参数偏差;(d)~(f) 位置参数偏差

Fig. 7 Mean square error curves of pose parameter determined by image noise between optimization algorithm and original algorithm. (a)~(c) Deviation of attitude parameter; (d)~(f) deviation of location parameter

此外,在 Matlab 中记录单次位姿估计算法和优化算法的仿真运行时间分别为 0.015 s 和 0.047 s,这也同时体现了算法的实时性特征,基本满足小型无人机位姿估计的现实需求。

6.2 实物实验结果与分析

如图 8 所示,在 4 幅二维标靶图像上分别建立世界坐标系,分别选取 4 个顶点构成空间矩形,其世界坐标在选取好坐标原点后由二维标靶物理长度决定,并由 Matlab 角点提取法确定各顶点在图像上的投影像素坐标,并利用文献[22]的方法确定摄像机内参数,具体数据如表 1 所示。

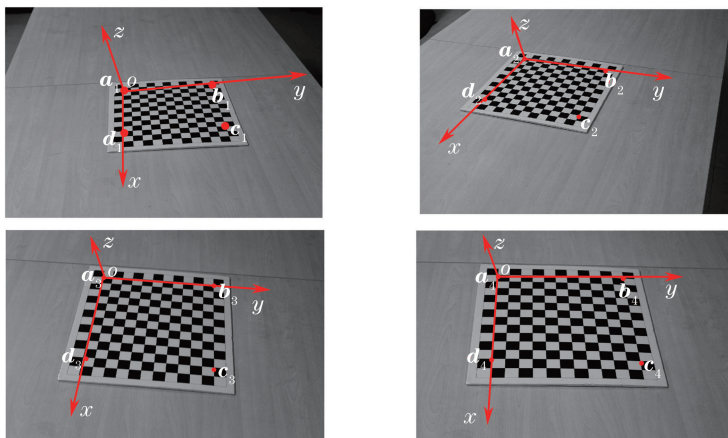


图 8 4 幅二维标靶图像

Fig. 8 Four images of two-dimensional target



表 1 实物实验图像数据

Table 1 Image data of physical experiment

Physical image	Extrinsic parameter		Coordination parallel		Parallel lines /mm	
	$\mathbf{K}$ /pixel		lines /pixel			
Image 1	$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 1602.82 & 0 & 582.00 \\ 0 & 1602.82 & 376.00 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{a}_1 = [479.4 \ 310.2]^T$	$\mathbf{A}_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$			
		$\mathbf{b}_1 = [732.5 \ 275.0]^T$	$\mathbf{B}_1 = [0 \ 1100 \ 0]^T$			
		$\mathbf{c}_1 = [453.3 \ 299.0]^T$	$\mathbf{C}_1 = [1100 \ 1100 \ 0]^T$			
		$\mathbf{d}_1 = [456.1 \ 439.9]^T$	$\mathbf{D}_1 = [1100 \ 0 \ 0]^T$			
Image 2	$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 1805.76 & 0 & 582.00 \\ 0 & 1805.76 & 376.00 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{a}_2 = [355.5 \ 153.3]^T$	$\mathbf{A}_2 = [0 \ 0 \ 0]^T$			
		$\mathbf{b}_2 = [566.6 \ 186.8]^T$	$\mathbf{B}_2 = [0 \ 1100 \ 0]^T$			
		$\mathbf{c}_2 = [494.5 \ 307.0]^T$	$\mathbf{C}_2 = [1100 \ 1100 \ 0]^T$			
		$\mathbf{d}_2 = [250.2 \ 256.4]^T$	$\mathbf{D}_2 = [1100 \ 0 \ 0]^T$			
Image 3	$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 1578.04 & 0 & 582.00 \\ 0 & 1578.04 & 376.00 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{a}_2 = [387.9 \ 177.8]^T$	$\mathbf{A}_3 = [0 \ 0 \ 0]^T$			
		$\mathbf{b}_2 = [735.7 \ 204.2]^T$	$\mathbf{B}_3 = [0 \ 1100 \ 0]^T$			
		$\mathbf{c}_2 = [737.3 \ 463.6]^T$	$\mathbf{C}_3 = [1100 \ 1100 \ 0]^T$			
		$\mathbf{d}_2 = [325.9 \ 431.5]^T$	$\mathbf{D}_3 = [1100 \ 0 \ 0]^T$			
Image 4	$\mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} 1917.70 & 0 & 582.00 \\ 0 & 1917.70 & 376.00 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{a}_2 = [340.3 \ 170.6]^T$	$\mathbf{A}_4 = [0 \ 0 \ 0]^T$			
		$\mathbf{b}_2 = [734.3 \ 181.5]^T$	$\mathbf{B}_4 = [0 \ 1100 \ 0]^T$			
		$\mathbf{c}_2 = [787.6 \ 442.4]^T$	$\mathbf{C}_4 = [1100 \ 1100 \ 0]^T$			
		$\mathbf{d}_2 = [320.3 \ 435.0]^T$	$\mathbf{D}_4 = [1100 \ 0 \ 0]^T$			

将表 1 中的数据应用到本文算法中,经过优化得到的位姿估计结果,和张正友教授提供的 Toolbox\_Calibration 工具箱<sup>[25]</sup>求得的位姿参数估计结果如表 2 所示。

表 2 摄像机位姿参数标定结果

Table 2 Results of camera pose parameter calibration

Physical image	Method	Rotation	Rotation	Rotation	Translation $\mathbf{T}$ /mm		
		parameter $\theta_c/(^\circ)$	parameter $\varphi_c/(^\circ)$	parameter $\phi_c/(^\circ)$			
Image 1	Ref.[25]	72.04	0.36	-4.48	-507.1	-214.5	7168.0 <sup>T</sup>
	Proposed	71.52	0.45	-5.01	-503.4	-216.1	7159.2 <sup>T</sup>
Image 2	Ref.[25]	44.45	-42.62	18.32	-1146.5	-1133.6	5480.2 <sup>T</sup>
	Proposed	45.20	-40.89	19.01	-1142.8	-1130.0	5484.7 <sup>T</sup>
Image 3	Ref.[25]	75.36	0.75	3.70	-616.6	-226.9	6982.6 <sup>T</sup>
	Proposed	76.21	1.01	3.54	-615.4	-227.4	6986.6 <sup>T</sup>
Image 4	Ref.[25]	71.94	1.66	3.11	-671.9	-280.1	6734.7 <sup>T</sup>
	Proposed	70.84	2.36	3.79	-668.4	-282.0	6735.6 <sup>T</sup>

因为无法直接获取位姿参数的真实值,所以在求得摄像机内参数以及位姿参数的情况下,本文根据(3)式的投影关系对图 8 中各空间顶点进行重构,比较重构坐标与实际坐标的偏差,间接衡量算法的准确性。具体数据如表 3 所示。

通过比较与实际坐标的偏差,说明了本文算法的精确度与文献[25]的方法大致相同,在可接受的误差范围之内能够对较为准确地对摄像机的位姿进行估计,标定结果满足小型无人机自主导航需要的精度要求。

利用 2.1 节知识,在进行摄像机坐标系与机体坐标之间的转换之后,可完成小型无人机的位姿估计。

表 3 空间点重构坐标及方差  
Table 3 Reconstruction coordinate and deviation error of space point

Physical image	Method	Reconstruction of parallel lines /mm	Parallel lines /mm	Deviation of reconstruction error
Image 1	Ref.[25]	$\mathbf{A}_{1R} = [0.32 \quad -0.26 \quad 0.17]^T$	$\mathbf{A}_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$	0.20
	Proposed	$\mathbf{A}_{1P} = [0.28 \quad 0.31 \quad 0.21]^T$		0.22
	Ref.[25]	$\mathbf{B}_{1R} = [0.45 \quad 1101.20 \quad 0.37]^T$	$\mathbf{B}_1 = [0 \quad 1100 \quad 0]^T$	1.78
	Proposed	$\mathbf{B}_{1P} = [-0.38 \quad 1099.12 \quad 0.23]^T$		0.97
	Ref.[25]	$\mathbf{C}_{1R} = [1100.61 \quad 1099.32 \quad -0.19]^T$	$\mathbf{C}_1 = [1100 \quad 1100 \quad 0]^T$	0.87
	Proposed	$\mathbf{C}_{1P} = [1100.42 \quad 1098.87 \quad 0.11]^T$		1.46
Ref.[25]	$\mathbf{D}_{1R} = [1101.12 \quad 0.35 \quad 0.16]^T$	$\mathbf{D}_1 = [1100 \quad 0 \quad 0]^T$	1.40	
Proposed	$\mathbf{D}_{1P} = [1101.32 \quad 0.13 \quad -0.18]^T$		1.79	
Image 2	Ref.[25]	$\mathbf{A}_{2R} = [0.47 \quad 0.52 \quad -0.14]^T$	$\mathbf{A}_2 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$	0.51
	Proposed	$\mathbf{A}_{2P} = [0.23 \quad 0.19 \quad 0.26]^T$		0.16
	Ref.[25]	$\mathbf{B}_{2R} = [0.42 \quad 1100.31 \quad -0.26]^T$	$\mathbf{B}_2 = [0 \quad 1100 \quad 0]^T$	0.34
	Proposed	$\mathbf{B}_{2P} = [-0.32 \quad 1100.29 \quad 0.16]^T$		0.21
	Ref.[25]	$\mathbf{C}_{2R} = [1099.13 \quad 1100.26 \quad 0.14]^T$	$\mathbf{C}_2 = [1100 \quad 1100 \quad 0]^T$	0.84
	Proposed	$\mathbf{C}_{2P} = [1098.92 \quad 1100.39 \quad 0.25]^T$		1.38
Ref.[25]	$\mathbf{D}_{2R} = [1100.41 \quad 0.14 \quad -0.13]^T$	$\mathbf{D}_2 = [1100 \quad 0 \quad 0]^T$	0.32	
Proposed	$\mathbf{D}_{2P} = [1099.64 \quad 0.37 \quad 0.16]^T$		0.29	
Image 3	Ref.[25]	$\mathbf{A}_{3R} = [0.21 \quad -0.42 \quad 0.51]^T$	$\mathbf{A}_3 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$	0.48
	Proposed	$\mathbf{A}_{3P} = [-0.31 \quad 0.55 \quad 0.29]^T$		0.48
	Ref.[25]	$\mathbf{B}_{3R} = [0.33 \quad 1100.62 \quad -0.31]^T$	$\mathbf{B}_3 = [0 \quad 1100 \quad 0]^T$	1.38
	Proposed	$\mathbf{B}_{3P} = [0.23 \quad 1101.12 \quad -0.14]^T$		1.33
	Ref.[25]	$\mathbf{C}_{3R} = [1100.23 \quad 1099.54 \quad 0.19]^T$	$\mathbf{C}_3 = [1100 \quad 1100 \quad 0]^T$	0.30
	Proposed	$\mathbf{C}_{3P} = [1098.96 \quad 1100.51 \quad 0.11]^T$		1.18
Ref.[25]	$\mathbf{D}_{3R} = [1100.22 \quad 0.14 \quad -0.29]^T$	$\mathbf{D}_3 = [1100 \quad 0 \quad 0]^T$	0.15	
Proposed	$\mathbf{D}_{3P} = [1099.78 \quad 0.62 \quad 0.37]^T$		0.57	
Image 4	Ref.[25]	$\mathbf{A}_{4R} = [0.21 \quad 0.47 \quad -0.32]^T$	$\mathbf{A}_4 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$	0.37
	Proposed	$\mathbf{A}_{4P} = [-0.26 \quad 0.33 \quad 0.41]^T$		0.34
	Ref.[25]	$\mathbf{B}_{4R} = [0.45 \quad 1101.01 \quad 0.17]^T$	$\mathbf{B}_4 = [0 \quad 1100 \quad 0]^T$	1.25
	Proposed	$\mathbf{B}_{4P} = [0.19 \quad 1101.08 \quad -0.22]^T$		1.25
	Ref.[25]	$\mathbf{C}_{4R} = [1099.02 \quad 1100.44 \quad 0.55]^T$	$\mathbf{C}_4 = [1100 \quad 1100 \quad 0]^T$	1.46
	Proposed	$\mathbf{C}_{4P} = [1100.45 \quad 1100.26 \quad 0.41]^T$		0.43
Ref.[25]	$\mathbf{D}_{4R} = [1100.61 \quad -0.25 \quad 0.15]^T$	$\mathbf{D}_4 = [1100 \quad 0 \quad 0]^T$	0.46	
Proposed	$\mathbf{D}_{4P} = [1098.98 \quad 0.26 \quad -0.43]^T$		1.29	

## 7 结 论

提出了一种基于矩形几何特性以及空间点、线共面性特征的小型无人机快速位姿估计方法。通过分步求解无人机的姿态参数和位置参数,克服了一些研究中求解位姿参数时,约束方程中参数相互耦合、实时性较差的不足,实现了一种通过线性方程快速、精确求解小型无人机位姿参数的方法;并利用光心、空间矩形点、线及其像平面投影之间的共面性特征建立性能指标函数,实现了对位姿参数的非线性优化,提高了计算结果的精确度。大量的仿真和实物实验结果验证了该算法的实时性、准确性以及有效性,并通过加载图像噪声、以及在大旋转角范围内进行姿态角估计,体现了该算法良好的抗噪性以及适用性。为后续工作提供了可靠的参数基础,在小型无人机自主导航方面具有广泛的应用前景。但也能看到,该研究依然是在合作目标下进行的,在一定情况下也存在着适用性不足的缺点,有待进一步提高。

## 参 考 文 献

1 Wang Xiaojian, Pan Shunliang, Qiu Liwei, *et al.*. Analytic algorithm of pose estimation based on two pairs of parallel

- lines[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(3): 600-604.  
 王晓剑, 潘顺良, 邱力为, 等. 基于双平行线特征的位姿估计解析方法[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(3): 600-604.
- 2 Fishler M A, Bolles R C. Random sampleconsensus: A paradigm for modelfitting with applicationsto imageanalysisandautomatedcartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
- 3 Li Shujie, Liu Xiaoping. An accurate and fast algorithm for camera pose estimation[J]. Journal of Image and Graphics, 2014, 19(1): 20-27.  
 李书杰, 刘晓平. 摄像机位姿的高精度快速求解[J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(1): 20-27.
- 4 Wu Fuchao, Hu Zhanyi. A study on P5P problem[J]. Journal of Software, 2001, 12(5): 768-775.  
 吴福朝, 胡占义. 关于 P5P 问题的研究[J]. 软件学报, 2001, 12(5): 768-775.
- 5 Wang Peng, Sun Changku, Zhang Zimiao. Linear pose estimation with a monocular vision system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2006, 32(5): 1126-1131.  
 王 鹏, 孙长库, 张子森. 单目视觉位姿测量的线性求解[J]. 仪器仪表学报, 2011, 12(5): 1126-1131.
- 6 Sun Fengmei, Wang Weining. Pose determination from a single image of a single parallelogram[J]. Acta Automatica Sinica, 2006, 32(9): 746-752.  
 孙凤梅, 王卫宁. 基于单个平行四边形单幅图像的物体定位[J]. 自动化学报, 2006, 32(9): 746-752.
- 7 Huo Ju, Yang Wei, Yang Ming. A self-calibration technique based on the geometry property of the vanish point[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 465-472.  
 霍 炬, 杨 卫, 杨 明. 基于消隐点几何特性的摄像机自标定方法[J]. 光学学报, 2010, 30(2): 465-472.
- 8 Xu Song, Sun Xiuxia, Liu Xi, *et al.*. Geometry method of camera self-calibration based on a rectangle[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1115002.  
 徐 嵩, 孙秀霞, 刘 希, 等. 基于矩形的摄像机自标定几何方法[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1115002.
- 9 Zhang Liang, Xu Jinfa, Xia Qingyuan, *et al.*. Feature recognition of ground target and position and attitude estimation for unmanned aerial vehicle[J]. Journal of National University Defense Technology, 2015, 31(7): 159-164.  
 张 梁, 徐锦法, 夏青元, 等. 地面目标特征识别与无人飞行器位姿估计[J]. 国防科技大学学报, 2015, 31(7): 159-164.
- 10 Wang G, Wu J, Ji Z. Single view based pose estimation from circle or parallel lines[J]. Pattern Recognition Letters, 2008, 29: 977-985.
- 11 Zhang X, Wang K, Zhang Z, *et al.*. A new line-based orthogonal iteration pose estimation algorithm[C]. Information Engineering and Computer Science, International Conference on. IEEE, 2009: 1-4.
- 12 Li F, Tang D, Shen N. Vision-based pose estimation of UAV from line correspondences[J]. Procedia Engineering, 2011, 15: 578-584.
- 13 Ansar A, Daniilidis K. Linear pose estimation from points or lines[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 2003, 25(5): 578-589.
- 14 Guo Y. A novel solution to the P4P problem for an uncalibrated camera[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2013, 45(2): 186-198.
- 15 Zhao Zhenqing, Ye Dong, Chen Gang, *et al.*. Binocular vision method of measuring pose based on perpendicular lines[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(10): 1015003.  
 赵振庆, 叶 东, 陈 刚, 等. 垂直直线特征的双目视觉位姿测量方法[J]. 光学学报, 2014, 34(10): 1015003.
- 16 Zhang Min, Jin Longxu, Li Guoning, *et al.*. Camera distortion calibration method based on straight line characteristics [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(6): 0615001.  
 张 敏, 金龙旭, 李国宁, 等. 基于直线特征的摄像机镜头畸变标定方法[J]. 光学学报, 2015, 35(6): 0615001.
- 17 Xu Yunxi, Jiang Yunliang, Chen Fang. An extended orthogonal iteration algorithm for pose estimation from point and line segment correspondences[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(11): 3129-3135.  
 许允喜, 蒋云良, 陈 方. 基于点和直线段对应的扩展正交迭代位姿估计算法[J]. 光学学报, 2009, 29(11): 3129-3135.
- 18 Xu Yunxi, Jiang Yunliang, Chen Fang, *et al.*. Global pose estimation iterative algorithm for multi camera from point and line correspondences[J]. Acta Photonic Sinica, 2010, 39(10): 1881-1888.  
 许允喜, 蒋云良, 陈 方, 等. 基于点线对应的多摄像机全局位姿估计迭代算法[J]. 光子学报, 2010, 39(10): 1881-1888.
- 19 Li Xin, Long Gucan, Liu Jinbo, *et al.*. Accelerative orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0115004.

- 李 鑫, 龙古灿, 刘进博, 等. 相机位姿估计的加速正交迭代算法[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0115004.
- 20 Li Xin, Zhang Yueqiang, Liu Jinbo, *et al.*. A direct least squares method for camera pose estimation based on straight line segment correspondences[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(6): 0615003.
- 李 鑫, 张跃强, 刘进博, 等. 基于直线段对应的相机位姿估计直接最小二乘法[J]. 光学学报, 2015, 35(6): 0615003.
- 21 Xu Song, Sun Xiuxia, Liu Shuguang, *et al.*. Model reference approaching method of camera distortion calibration[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(7): 0715001.
- 徐 嵩, 孙秀霞, 刘树光, 等. 摄像机畸变标定的模型参考逼近方法[J]. 光学学报, 2013, 33(7): 0715001.
- 22 Hong Yang, Sun Xiuxia, Cai Ming, *et al.*. An intrinsic parameter self-calibration technique based on infinite homography between orthogonal vanishing points[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(12): 1208001.
- 洪 洋, 孙秀霞, 蔡 鸣, 等. 基于正交消失点无穷单应的摄像机内参数自标定方法[J]. 中国激光, 2015, 42(12): 1208001.
- 23 Wu Chaofu. Mathematical methods in computer vision[M]. Beijing: Science Press, 2008: 86-111.
- 吴朝福. 计算机视觉中的数学方法[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 86-111.
- 24 Chen Fuliang, Zhang Zhenlan, Huang Haoran. Analytic geometry[M]. Beijing: Science Press, 2005: 63-73.
- 陈抚良, 张振兰, 黄浩然. 解析几何[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 63-73.
- 25 Zhang Z. Camera calibration with one-dimensional objects [J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 2004, 26(7): 892-899.