

非接触回转射线二面角在机测量方法

吴振刚 曾周末 李兴强 吴翔宇 付鲁华*

天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072

摘要 二面角是几何量测量的重要对象。测角方法众多, 但可用于在机、自动化测量的方法仍相对匮乏。提出了一种基于非接触激光回转射线的二面角在机测量方法。激光位移传感器的测量射线在空间内绕固定轴旋转, 构成回转射线, 是测头的核心部分。回转射线扫掠待测工件表面, 通过测量两被测平面与测头的距离信息并结合相应的数据处理, 即可完成二面角的测量。测量装置作为机床的选配件, 由数控机床主轴搭载, 可实现在机测量。提出了基于非接触回转射线的二面角测量方法的数学模型, 分析了相应的误差来源并实验验证了该方法的有效性。该方法可以较好地完成 $0^\circ \sim 120^\circ$ 范围内的角度测量, 测量结果与三坐标测量机给出的相对真值进行了对比, 实验结果表明, 最大误差为 $14''$, 相对误差不超过 0.048% 。

关键词 测量; 角度测量; 二面角测量; 回转射线; 激光位移传感器; 在机测量

中图分类号 TH-3 **文献标识码** A

doi: 10.3788/CJL201643.0508001

Non-Contact on-Machine Dihedral Angle Measurement Approach Based on Rotary Ray-Scanning Mechanism

Wu Zhengang Zeng Zhoumo Li Xingqiang Wu Xiangyu Fu Luhua

State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract The measurement of dihedral angle is one of the most important measuring tasks in geometric measurement. Numerous and diverse angle measuring methods are proposed. However, few in-situ and automatic measuring methods are seriously and vigorously studied. To this end, a novel and simple angle measuring method is proposed, which is based on non-contact rotary ray-scanning mechanism. The rotary rays, emitted from a laser displacement sensor rotates around a fixed axis, constitutes the kernel part of the measuring probe. Which is driven to scan the surface of the workpiece. The distances from the target planes to the probe are obtained and subsequent data analysis is applied to calculate the dihedral angle. As an optional accessory, the measurement probe can be installed on the spindle of numerical control machine for in-situ measurements. The detailed mathematical model as well as the associated tolerance analysis are presented and validating experiments are offered. The method can do well in angle measuring within a nominal measuring range from 0° to 120° . The results are compared against the relative true value offered by three-coordinate measuring machine. It is shown that the maximal error of measuring result is $14''$, and relative error of the proposed approach can be lower than 0.048% even in in-situ complex measuring environments.

Key words measurement; angle measurement; measurement of dihedral angle; rotary ray; laser displacement sensor; in-situ inspection

OCIS codes 120.4630; 120.4640; 120.1880

收稿日期: 2015-11-12; 收到修改稿日期: 2015-12-23

基金项目: 国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ17053903)、天津市应用基础与前沿技术研究计划(14JCZDJC39700, 14JCYBJC18600)

作者简介: 吴振刚(1992—), 男, 硕士研究生, 主要从事几何量激光测量方面的研究。E-mail: junhe_wu@foxmail.com

导师简介: 曾周末(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事检测技术及仪器、系统集成与智能化、微电子机械系统等方面的研究。E-mail: zhzmeng@tju.edu.cn

*通信联系人。E-mail: fuluhua@tju.edu.cn

1 引 言

二面角测量是几何量测量的重要内容,测角方法众多,多种量具、仪器可方便实施测量^[1]。如坐标测量机,可很精确地测量各种角度^[2]。对于小角度精密测量,准直测量技术可获得很好的结果。以光学内反射法^[3]、激光干涉法^[4-5]、激光自混合干涉法^[6]、环形激光动态测角法^[7]为原理的激光测角技术,测量精度高、分辨力好,也可以完成二面角的测量。圣彼得堡电子大学和 PTB 合作研制的精密环形激光测角仪可用于光学多面体和光学编码器的校准、物体外部二面角的测量,测量误差仅为±0.1"^[8]。长春光学精密机械与物理研究所的朱万彬等^[9]曾以激光三角法测量原理,使传感器在一维导轨上平移,进而提取被测平面在直角坐标系下的坐标,通过直线拟合完成了二面角的测量。天津大学魏聚周等^[10]采用激光位移传感器测量待测物体的切向线位移值,再通过几何关系将其转换成转角值,完成角度测量,从而实现了被测零件扭转刚度的测试。西安光机所张辰旸等^[11]利用四象限探测器,通过拾取光斑中心能量的分布和中心的偏离位置,实现了平面转角的动态跟踪。这些测量过程,通常是将被测件置于测量仪器上,或搭建一定的测量环境才得以实施。本文及的测量特别针对于加工现场环境,即期望于在机测量,以上所述仪器显然无法采用。为此,尝试了一种基于具有测距功能的回转射线实现二面角在机测量的方法。本方法具有如下特点:1)非接触测量。整个测量系统的核心器件是激光位移传感器,这是一种以激光三角法为原理的微位移测量传感器,可以实现非接触式测量。2)在机检测。直接利用机床回转主轴带动测头旋转、平移,测头作为一种机床附件,在机床上即可完成角度检测。3)自动化测量。测头使用无线传输技术,将测量信息实时传输给上位机,显示测量结果,自动化完成测量。4)内角测量。相对外角测量,内角测量受空间限制更难实施,可利用的仪器更显匮乏。

2 测量原理

2.1 回转射线测量模型

如图 1 所示,假定空间中存在一条测量射线,该射线具有给出由出射点到被测点之间距离的能力,该射线绕过出射点且垂直于该射线的轴旋转,便可完成平面内被测点相对于旋转中心的极距信息的提取,即回转射线测量模型^[12-13]。

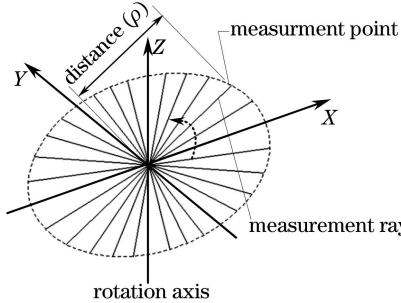


图 1 回转射线测量模型

Fig. 1 Model of rotary ray measurement

2.2 二面角测量原理

本测量方法的测量对象是两个平面构成的二面角,以二面角的平面角作为二面角的度量。图 2 即二面角测量原理图,是二面角沿公共棱方向上的投影,平面的投影 ab 、 $a'b'$ 的夹角即为二面角的平面角。如图所示,使测量射线绕出射点 $A(x_1, y_1, z_1)$ 旋转,当射线扫过任意一个被测面时,可以得到 A 点到被测平面各个位置的距离值,这个距离值由大变小,再由小变大,继而可以得到一个最小值。射线旋转一周,扫掠过平面 ab 和平面 $a'b'$ 各一次,便得到两个最小距离值。若不考虑实际采样密度的问题,这两个最小值即为点 A 到两个平面的垂直距离 d_1 、 d_2 。保持主轴 Z 方向不产生平移,将测量原点移动至位置 $B(x_2, y_2, z_2)$,同理也可以得到 B 点分别到平面 ab 和平面 $a'b'$ 的垂直距离 d_3 、 d_4 。设直线 $AC \parallel$ 平面 ab 且直线 $AD \parallel$ 平面 $a'b'$, 则有:

$$\overline{BC} = d_3 - d_1, \quad (1)$$

$$\overline{BD} = d_4 - d_2, \quad (2)$$

由于平移过程中保持 Z 轴坐标不动, 所以有:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad (3)$$

则二面角的平面角, 即 $\angle CAD$ 可表示为:

$$\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = \arcsin \frac{d_3 - d_1}{\overline{AB}} + \arcsin \frac{d_4 - d_2}{\overline{AB}}, \quad (4)$$

本测量方法的最大测量角度 θ_{\max} 为:

$$\theta_{\max} = 2 \cdot \arcsin \frac{d_{\max} - d_{\min}}{\overline{AB}_{\min}}, \quad (5)$$

式中 d_{\max} 是传感器的最大测量值, d_{\min} 是传感器的最小测量值, \overline{AB}_{\min} 是可分辨的最小平移距离。

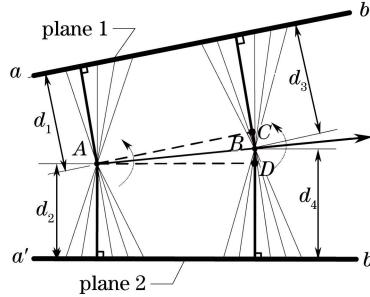


图 2 二面角测量原理图

Fig. 2 Principle figure of dihedral angle measurement

3 实际解决方案与实验结果

3.1 实际解决方案

图 3 为测量过程模型图。回转射线的核心一是测距, 二是旋转。测距可由激光位移传感器完成。本课题组曾提出一种基于激光位移传感器的非接触式机床测头, 该测头除高精度的激光三角法位移传感器外^[14-15], 还提供控制芯片以及配套使用的电源模块及无线数据传输模块, 可以独立完成距离测量任务。旋转可由机床主轴提供, 为此, 测头设计了与机床主轴的连接部件。将测头装卡到数控加工中心的主轴上, 设主轴轴线方向是 Z 轴, 与主轴的轴线正交的两个相互垂直的方向分别是 X 轴和 Y 轴。测头可由主轴带动, 沿 X、Y、Z 三个方向平移, 绕 Z 轴旋转。调节主轴位置, 将测头置于两平面间, 并使其处于传感器的量程范围内。启动机床, 测头绕 Z 轴旋转, 射线在 XOY 平面上扫掠, 开始测量。第 2 节提到的测量原理中, 点 A、B 坐标可以由数控加工中心给出, d_1 、 d_2 、 d_3 、 d_4 是传感器的测量结果, 从而可求得二面角大小。

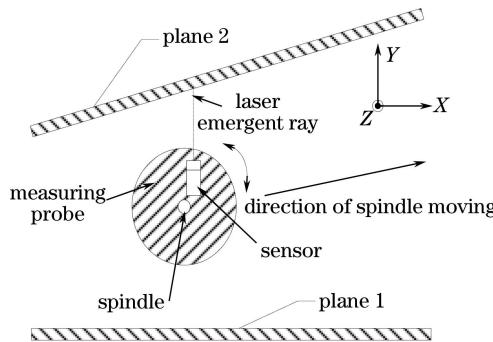


图 3 测量过程模型图

Fig. 3 Model of measurement process

3.2 测量实验搭建

为了验证所述的角度测量方法, 设计并搭建了多组二面角以供测量使用, 使用高精度的三坐标测量机 (CMM) 给出二面角的相对真值, 通过将测量结果与坐标测量机给出的角度值进行对比, 来验证本测量方法

的可行性以及相对于坐标测量机的测量精度。图 4(a)即为本实验设计的待测角度件,在铝板上固定三块钢条,其中 steel bar 1、2 固定,steel bar 3 可转动,两两钢条的侧面便可构成一个二面角,转动 steel bar 3 可以构成多组二面角。

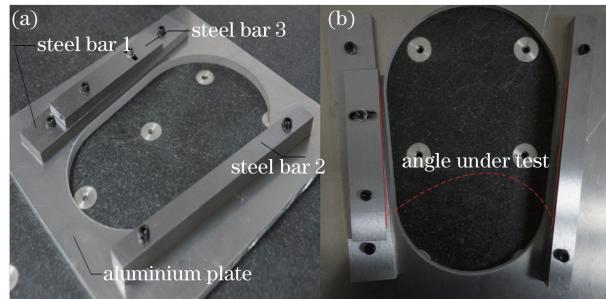


图 4 (a) 待测角度件; (b) 待测二面角

Fig. 4 (a) Angle workpiece under test; (b) dihedral angle under test

3.3 实验结果

使用论述的测角方法对三组标准角(steel bar 1 与 2、3 与 2、转动后的 3 与 2)进行了多组测量,每组测量数据均使用莱伊达法则滤除了粗大误差,测量结果如表 1 所示。从实验结果可以看出,回转射线测角方法的最大误差在 $14''$ 以下,相对误差不超过 0.048%。可以满足工业测量的精度要求。此外,由于实验选用的传感器测量范围是 10 mm,数控加工中心坐标系最小分辨率是 $1 \mu\text{m}$ 。考虑到实际工程精度,取 $d_{\max} - d_{\min}$ 为 8 mm、 \overline{AB}_{\min} 为 5 mm,由(5)式可得,本测量方法的测量范围很大,可以完成全平面内($0^\circ \sim 180^\circ$)任意角度的测量。测量过程如图 5 所示,(a)是 CMM 打点测量,(b)是数控机床(CNC)在机测量,测量曲线如图 6 所示。

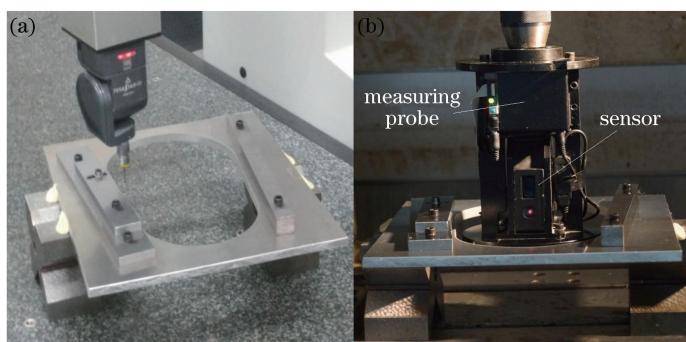


图 5 测量过程图。(a) CMM 打点测量; (b) CNC 在机测量

Fig. 5 Figures of measuring progress. (a) Measuring on CMM; (b) measuring on CNC

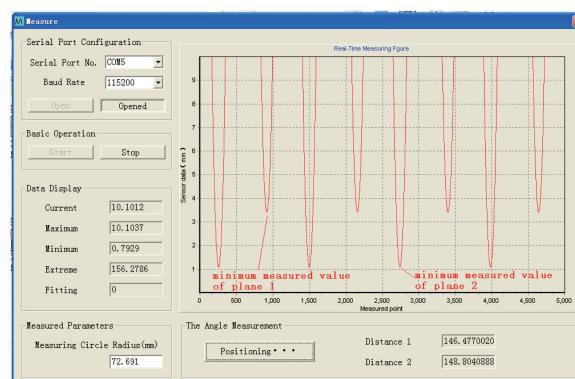


图 6 测量曲线图

Fig. 6 Snapshot of measuring curves

表 1 测角实验结果

Table 1 Result for angle measuring experiment

	X /mm	Y /mm	d ₁ /mm	d ₂ /mm	Measurement of mean /([°])	Relative truth value /([°])	Maximum error /(")	Relative error /%
No.1	371.763	-242.770	149.0948	147.9521				
	371.763	-230.770	150.4046	148.3028				
	371.763	-219.770	151.6154	148.6193	7.9365		11.16	0.039
	371.763	-206.770	153.0297	148.9996				
	374.463	-194.170	151.7268	152.0525		7.9396		
No.2	373.763	-232.570	148.2262	150.2451				
	373.763	-222.870	149.2849	150.5298				
	373.763	-202.270	151.5397	151.1256	7.9358		13.68	0.048
	373.763	-192.470	152.6083	151.4010				
	373.763	-182.270	153.7278	151.6926				
No.3	372.463	-267.570	147.1802	149.3287				
	372.463	-255.470	148.1140	150.2479				
	372.463	-235.770	149.6187	151.7487	8.7765		10.08	0.032
	372.463	-222.170	150.6583	152.7993				
	372.463	-203.270	152.0950	154.2517		8.7793		
No.4	373.963	-267.470	148.6807	147.8404				
	373.963	-251.270	149.9242	149.0684				
	373.963	-230.670	151.5047	150.6482	8.7770		8.28	0.026
	373.963	-214.570	152.7312	151.8866				
	373.963	-194.370	154.2712	153.4341				
No.5	373.763	-228.970	150.1997	148.648				
	373.763	-218.370	151.1228	149.8074				
	373.763	-205.670	152.2243	151.1947	11.3098		1.08	0.026
	373.763	-197.470	152.0981	152.9456				
	373.763	-185.770	153.3831	153.9671		11.3101		
No.6	373.963	-232.770	148.0382	150.0572				
	373.963	-225.370	148.8548	150.7083				
	373.963	-216.170	149.8515	151.5136	11.3075		9.36	0.023
	373.963	-198.270	151.8097	153.0740				
	373.963	-180.770	153.7289	154.5968				

4 误差分析

限于篇幅限制,仅就主要误差加以分析。

4.1 栅栏效应引入的误差

在论述的数学模型中,测量结果需要的是测量点到两个平面的垂直距离。而测量过程是间断采样,是对一被测平面均匀扫描后,从连续变化的测量结果中取其中的最小值作为垂直距离。其效果如同透过栅栏的缝隙观看外景一样,只有位于缝隙后的少数景像才能被看到,其余景像均被栅栏挡住,这就是栅栏效应。即这个垂直距离很可能因为栅栏效应而漏掉,使测量结果产生系统误差。而这个误差的大小与采样点的个数(扫描频率)有直接的关系。

设一周采样点为N,采样间隔 $\alpha=2\pi/N$,则最大角误差 $\delta_\alpha=\alpha/2=\pi/N$,由此引入的传感器原始误差为

$$\delta_d = d(1/\cos\delta_\alpha - 1), \quad (6)$$

式中d是测量点到被测平面的理论距离,通过标定标准环规,测量基圆半径72.691 mm,取传感器的最大量程10 mm,即d取82.691 mm;若一周采样点1250个,则由栅栏效应引入的最大系统误差为0.26 μm 。

从(6)式可以看出,由栅栏效应引入的系统误差随测量点的增加而减少,提高采样频率,降低机床主轴转

速都可以使误差减小,然而考虑到蓝牙数据传输的实时性,采样频率不能无限提高。而且,从图 7 中可以看到,当采样点超过 1000 时,误差的减小并不明显。因此,一周采样 1250 个点即可。相对于传感器的测量误差,0.26 μm 的系统误差基本可以忽略不计;此外,在实际测量中,可以通过多圈扫描来提高采样密度,从而使测量的最小值无限地逼近点到平面的垂直距离,来减小误差。

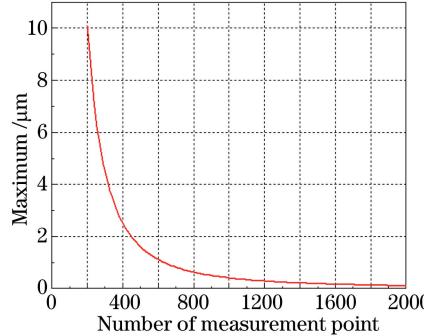


图 7 栅栏效应引入的误差

Fig. 7 Measurement error caused by fence effect

4.2 随机误差产生的影响

本测量方法会引入激光位移传感器、机床坐标系带来的随机误差,随机误差项比较多,为此,需要分析随机误差带来的影响,以指导实际测量。由(4)式可得:

$$\theta_{\text{CAD}} = \arcsin \frac{d_3 - d_1}{AB} + \arcsin \frac{d_4 - d_2}{AB} = f(d_1, d_2, d_3, d_4, \overline{AB}), \quad (7)$$

随机误差有激光位移传感器的测量误差 $\sigma_{d1}, \sigma_{d2}, \sigma_{d3}, \sigma_{d4}$, 实际是一个传感器的重复测量,记为 σ_d ; 机床坐标系的随机误差 $\sigma_{x1}, \sigma_{x2}, \sigma_{y1}, \sigma_{y2}$, 可以认为机床坐标系各个方向的误差相同,记为 $\sigma_{x,y}$ 。根据仪器精度的相关理论^[16], 系统总的随机误差是单个随机误差的方和根:

$$\sigma_\theta^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta f}{\delta d_i} \right)^2 \sigma_{d_i}^2, \quad (8)$$

式中:

$$\begin{cases} \frac{\delta f}{\delta d_3} = -\frac{\delta f}{\delta d_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_3 - d_1}{AB} \right)^2}} \frac{1}{AB} \\ \frac{\delta f}{\delta d_4} = -\frac{\delta f}{\delta d_2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_4 - d_2}{AB} \right)^2}} \frac{1}{AB} \end{cases}, \quad (9)$$

则系统总的随机误差为:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)\sigma_d^2}{AB^2} + \frac{[\varepsilon_1(d_1 - d_3) + \varepsilon_2(d_2 - d_4)]^2(x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2)}{AB^6} \sigma_{x,y}^2, \quad (10)$$

式中:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_3 - d_1}{AB} \right)^2}} = \frac{1}{\cos \angle CAB} \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_4 - d_2}{AB} \right)^2}} = \frac{1}{\cos \angle BAD} \end{cases}, \quad (11)$$

式中 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 是两个误差放大系数,与两个被测半角的大小有关。当被测二面角比较小时, $\angle CAB, \angle BAD$ 也相对较小,此时 $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2 \approx 1$, (10)式可以简化为:

$$\sigma_y^2 = \frac{4\sigma_d^2}{AB^2} + \frac{(d_1 + d_2 - d_3 - d_4)^2(x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2)}{AB^6}\sigma_{x,y}^2. \quad (12)$$

通过(12)式可以看出,随机误差受主轴平移跨距 \overline{AB} 的影响非常大。当被测二面角较小时,在传感器的量程范围内,由于可以有较大的平移跨距,这使得随机误差的影响非常小,因而,会有更好的测量效果。

当被测二面角比较大时,由于受到传感器量程的限制,平移跨距大大减小,误差放大系数也随之增大,此时本测量方法受随机误差的影响非常大,已经不能满足高精度的角度测量要求。图8为 ϵ^2 随被测半角的变化趋势,从图中可以看出,当被测半角超过 60° 时,误差放大系数会迅速增大。因此,虽然已经证明本测量方法理论上可以完成 $0^\circ \sim 180^\circ$ 的二面角测量。但是为了保证较好的测量效果,实际测量角度应不超过 120° 。

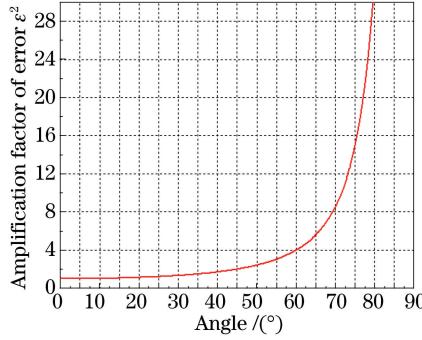


图8 误差放大系数随角度的变化趋势

Fig. 8 Trends of amplification factor of error with the change of angle

5 结 论

介绍了一种新的角度测量方法——基于非接触回转射线的角度测量。以机床主轴为依托,带动测量射线旋转成簇,构成回转射线。回转射线扫掠待测工件表面,提取基于旋转轴的轴向距离信息,结合机床坐标系,完成被测面法向量信息的提取,从而完成被测二面角的测量。实验表明,本测量方法测量范围大、自动化程度高、能够实现在机检测,有望成为一种新型二面角在机测量实用方法。

致 谢 在此特别感谢香港大学寇新宇博士的悉心指导。

参 考 文 献

- 1 Tao Wei, Pu Zhaobang, Sun Yunbin. The development of angle measurement technique[J]. Laser Journal, 2002, 23(2): 5-7.
陶 卫, 浦昭邦, 孙运斌. 角度测量技术的发展[J]. 激光杂志, 2002, 23(2): 5-7.
- 2 Sun Zhi. Research on measurement system for the angle of work-piece based on laser displacement sensor [D]. Changchun: Changchun University of Science and Technology, 2010: 1-4.
孙 治. 基于激光位移传感器的工件角度测量系统的研究[D]. 长春: 长春理工大学, 2010: 1-4.
- 3 Zheng Defeng, Wang Xiangzhao, Li Zhongliang, et al.. Dynamic measurement of small angle with two prisms [J]. Chinese J Lasers, 2007, 34(9): 1255-1259.
郑德锋, 王向朝, 李中梁, 等. 一种使用双棱镜的动态小角度测量方法[J]. 中国激光, 2007, 34(9): 1255-1259.
- 4 Yang Tao. Design and implementation of the simultaneous measurement system of large range displacement and angle based on laser heterodyne interferometry[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Science and Technology, 2015: 3-14.
杨 涛. 激光外差干涉大范围位移和角度同时测量系统的设计与实现[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2015: 3-14.
- 5 Zheng Defeng, Wang Xiangchao, Tang Feng. An improved method of angle measurement with a position sensitive detector[J]. Chinese Optics Letters, 2007, 5(7): 403-406.
郑德锋, 王向朝, 唐峰. 一种使用位置敏感探测器的改进角度测量方法[J]. 中国光学, 2007, 5(7): 403-406.
- 6 Zhong Jingang, Zhang Xianhua, Ju Zhixiang. Absolute small-angle measurement based on optical feedback interferometry [J]. Chinese Optics Letters, 2008, 6(11): 830-832.
钟敬刚, 张献华, 朱志祥. 基于光反馈干涉仪的小角度绝对测量[J]. 中国光学, 2008, 6(11): 830-832.
- 7 Zhou Caihong, Yun Peng, Liang Yajun, et al.. Application of ring laser in angule measurement [J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2012, 32(6): 5-8.
周彩红, 云鹏, 梁亚君, 等. 环形激光在角度测量中的应用[J]. 天文学报, 2012, 32(6): 5-8.

- 周彩红, 云 鹏, 梁雅军, 等. 环形激光在测角方面的应用[J]. 宇航计测技术, 2012, 32(6): 5-8.
- 8 Filatov Y, Loukianov D, Probst R. Dynamic angle measurement by means of a ring laser[J]. Metrologia, 1997, 34(4): 343-351.
- 9 Zhu Wanbin, Zhong Jun, Mo Renyun. Application of laser displacement sensor in measurement of angle[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2010, 29(6): 131-133.
- 朱万彬, 钟 俊, 莫仁芸. 激光位移传感器在角度测量中的应用[J]. 传感器与微系统, 2010, 29(6): 131-133.
- 10 Wei Juzhou, He Baiyan, Fang Yonggang. Study of small rotation angle measurement method based on laser displacement sensor[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2015, 34(8): 50-53.
- 魏聚周, 何柏岩, 方永刚. 基于激光位移传感器的小转角测量方法研究[J]. 传感器与微系统, 2015, 34(8): 50-53.
- 11 Zhang Chenyang. Study on measurement of laser active target tracking angle[D]. Xi'an: Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Science, 2014: 1-9.
- 张辰旸. 激光动态目标跟踪角度测量技术研究[D]. 西安: 中国科学院西安光学精密机械研究所, 2014: 1-9.
- 12 Wang Zhong, Su Ye, Liu Xinbo, et al.. An approximation hole center positioning method by rotating laser displacement sensor[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(6): 0608001.
- 王 仲, 苏 野, 刘新波, 等. 回转激光位移传感器逼近式孔心定位方法[J]. 中国激光, 2012, 39(6): 0608001.
- 13 Liu Xinbo, Wang Zhong, Su Ye, et al.. Measurement of parallelism between rotating axis and guideway of a machine tool based on approximation hole center positioning method[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(11): 1108015.
- 刘新波, 王 仲, 苏 野, 等. 基于逼近式定心法测量机床回转轴对导轨的平行度[J]. 中国激光, 2012, 39(11): 1108015.
- 14 Sun Changku, He Mingxia, Wang Peng. Laser measurement technology[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2000: 129-131.
- 孙长库, 何明霞, 王 鹏. 激光测量技术[M]. 天津: 天津大学出版社, 2000: 129-131.
- 15 Xiong Zhiyong, Zhao Bin. Inner hole range-finding sensor with laser triangulation based on trapezoid prism[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(12): 1212001.
- 熊志勇, 赵 斌. 基于梯形棱镜的激光三角法内孔测距传感器[J]. 光学学报, 2011, 31(12): 1212001.
- 16 Ma Hong, Wang Jinbo. Instrument accuracy theory[M]. Beijing: Beihang University Press, 2009: 106-112.
- 马 宏, 王金波. 仪器精度理论[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009: 106-112.