

# 基于最小二乘迭代的多波长同时相移干涉测量方法

范金坪<sup>1,2</sup> 徐小飞<sup>2</sup> 吕晓旭<sup>2</sup> 刘胜德<sup>2</sup> 钟丽云<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>深圳信息职业技术学院电子与通信学院, 广东 深圳 518172

<sup>2</sup>华南师范大学广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广东 广州 510006

**摘要** 提出一种基于最小二乘迭代的多波长同时相移干涉测量方法。该方法可以在三个波长光波同时入射的同轴相移干涉测量系统中,对所有波长进行同时相移,通过单色 CCD 采集一系列相移量未知的多波长同时相移干涉条纹图,利用最小二乘迭代算法提取出单个波长下的包裹相位分布。结合多波长光学位相解包和降噪处理得到合成波长的相位分布,进而测量出待测物体的三维形貌。对该方法进行了数值模拟和光学实验验证,结果表明该方法实验过程简便、测量精度高、抗噪能力强。

**关键词** 测量; 相干光学; 干涉术; 相位测量; 相移技术; 多波长相移干涉术; 最小二乘迭代算法

中图分类号 O438.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201643.0308007

## Simultaneous Phase-Shifting Multi-Wavelength Interferometry Based on the Least-Squares Iterative Algorithm

Fan Jinping<sup>1,2</sup> Xu Xiaofei<sup>2</sup> Lü Xiaoxu<sup>2</sup> Liu Shengde<sup>2</sup> Zhong Liyun<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Electronic Communication Technology Department, Shenzhen Institute of Information Technology, Shenzhen, Guangdong 518172, China

<sup>2</sup>Laboratory of Nanophotonics Functional Materials and Devices, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510006, China

**Abstract** A novel simultaneous phase-shifting multi-wavelength interferometry based on the least-square iterative algorithm is presented. From the in-line phase-shifting interferometry system of three illumination wavelengths, a phase-shifting procedure of all illumination wavelengths can be carried out simultaneously. A sequence of phase-shifting interferograms with unknown phase-shifts at multiple wavelengths have been recorded simultaneously by a monochrome CCD. By using the least-square iterative operation, the wrapped phase at each single wavelength can be retrieved respectively, so the phase of synthetic wavelength can be obtained by multi-wavelength optical phase unwrapping and noise reduction, and then the three-dimensional topography of the measured object is got. The proposed method has been validated by both the numerical simulation and optical experiment, which shows simple optical setup, high measuring accuracy and capacity of anti-noise.

**Key words** measurement; coherence optics; interferometry; phase measurement; phase-shifting technique; multi-wavelength phase-shifting interferometry; least-squares iterative algorithm

**OCIS codes** 030.1640; 120.3180; 120.5050; 050.5080

## 1 引 言

传统情况下使用单一波长的光波进行干涉测量时,虽然测量精度很高,但是求解得到的相位信息分布在 $(-\pi, \pi)$ 之间,当待测物体的实际相位跃变超出 $2\pi$ 或实际光程差变化大于所用光波的波长 $\lambda$ 时,将发生混叠现象,得到不连续的包裹相位图<sup>[1]</sup>。双波长或多波长干涉测量在保持单波长高精度测量的基础上,既解决了

收稿日期: 2015-09-21; 收到修改稿日期: 2015-11-08

基金项目: 国家自然科学基金(61078064, 61177005, 61275015, 61475048)

作者简介: 范金坪(1982—),女,博士,讲师,主要从事数字全息和信息处理方面的研究。E-mail: frieada@qq.com

\*通信联系人。E-mail: zhongly@scnu.edu.cn

相位的折叠问题又扩大了干涉测量的量程,在光学干涉测量领域具有广阔的应用前景<sup>[2-7]</sup>。

在双波长或多波长干涉测量中,单个波长下包裹相位如何提取是首先需要解决的问题。目前的研究成果主要集中于采用两个照明波长的双波长干涉测量<sup>[6-12]</sup>,而对三个及以上波长的干涉测量研究较少。已有的研究成果表明,在合成波长一致的情况下,多波长方法具有比双波长方法更高的测量精度和更大的噪声容限<sup>[11-3,5,13-14]</sup>。常见的多波长干涉测量方法中,文献[3]利用单色 CCD 分别记录三个波长的相移干涉条纹图,利用八步相移方法提取出单个波长下的包裹相位分布,这种方法测量精度较高,但是在每个波长下都需要记录一组相移量已知的干涉条纹图,使得测量过程比较复杂耗时;文献[5,15-17]均是利用彩色 CCD 同时记录红、绿、蓝三个激光波长的干涉条纹图,应用色彩分离的方式得到单波长下的干涉条纹图继而提取出该波长下的包裹相位分布,这种方法测量过程简单,但是对光源有一定的要求,测量精度受限于彩色 CCD 的制作工艺和光谱响应特性。本课题组提出的用单色 CCD 同时记录三个波长的同时相移干涉条纹图,利用主成分分析算法提取出单个波长下的包裹相位分布的方法<sup>[18]</sup>,结合了上述两种方法的优点,测量过程简单,测量精度高,运算时间短,可以实现相移量未知的干涉条纹图的相位信息测量,但是要求三个波长的干涉条纹的对比度有明显的区别。2004年,Wang等<sup>[19-20]</sup>提出了最小二乘改进迭代算法(AIA)并成功用于单波长相移干涉测量。这种方法将干涉条纹图的帧间迭代和像素间迭代结合起来,当参与计算的干涉条纹图的数目足够多时,能够得到非常高的测量精度,由于这种方法能用于相移量未知的待测相位测量,因此其计算结果经常作为参考相位参与测量。本文研究了最小二乘迭代算法在多波长同时相移干涉测量中的应用,通过单色 CCD 采集一系列相移量未知的多波长同时相移干涉条纹图,利用最小二乘迭代算法提取出单个波长下的包裹相位分布,继而得到合成波长的相位分布。与其他的多波长测量方法相比,所提方法对照明光源没有特殊限制,对单个波长的干涉条纹对比度没有特殊要求,能同时分离出各个波长的相位和相移量,测量过程简单,测量精度高。

## 2 原 理

在多波长同时相移干涉测量系统中,当三个波长 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 和 $\lambda_3$ 的光波通过相同的干涉光路后,在单色 CCD 靶面上形成的混叠多波长相移干涉图可以表示为

$$I'_{mn} = \sum_{i=1}^3 [A_{i,mn} + B_{i,mn} \cos(\Phi_{i,m} + \delta_{i,n})] = A_{mn} + \sum_{i=1}^3 (B_{i,mn} \cos \Phi_{i,m} \cos \delta_{i,n} - B_{i,mn} \sin \Phi_{i,m} \sin \delta_{i,n}), \quad (1)$$

式中上标 $t$ 代表理论值,下标 $n$ 代表干涉条纹图的次序( $n=1,2,\dots,N$ ), $m$ 为干涉条纹图上像素点的位置( $m=1,2,\dots,M$ )。  $A_{i,mn}$ 、 $B_{i,mn}$ 、 $\Phi_{i,m}$ 和 $\delta_{i,n}$ 分别表示第 $i$ 个波长下的背景强度、调制幅度、相位分布和相移器产生的相移量( $i=1,2,3$ )。

在基于最小二乘迭代算法的多波长同时相移干涉测量中,首先假设同一个波长下不同相移干涉条纹图中,同一个像素点的调制幅度和背景强度相同,即满足 $B_{i,m}=B_{i,m1}=\dots=B_{i,mN}$ 以及 $A_{i,m}=A_{i,m1}=\dots=A_{i,mN}$ 。令 $a_m=A_{1,m}+A_{2,m}+A_{3,m}$ , $b_m=B_{1,m}\cos\Phi_{1,m}$ , $c_m=-B_{1,m}\sin\Phi_{1,m}$ , $d_m=B_{2,m}\cos\Phi_{2,m}$ , $e_m=-B_{2,m}\sin\Phi_{2,m}$ , $f_m=B_{3,m}\cos\Phi_{3,m}$ , $g_m=-B_{3,m}\sin\Phi_{3,m}$ ,则(1)式可以改写为

$$I'_{mn} = a_m + b_m \cos \delta_{1,n} + c_m \sin \delta_{1,n} + d_m \cos \delta_{2,n} + e_m \sin \delta_{2,n} + f_m \cos \delta_{3,n} + g_m \sin \delta_{3,n}. \quad (2)$$

所有干涉条纹图上的第 $m$ 个像素点的最小二乘误差项可以表示为

$$S_m = \sum_{n=1}^N (I'_{mn} - I_{mn})^2 = \sum_{n=1}^N (a_m + b_m \cos \delta_{1,n} + c_m \sin \delta_{1,n} + d_m \cos \delta_{2,n} + e_m \sin \delta_{2,n} + f_m \cos \delta_{3,n} + g_m \sin \delta_{3,n} - I_{mn})^2, \quad (3)$$

其中 $I_{mn}$ 表示实验中测得的干涉条纹的强度分布。如果相移量 $\delta_{i,n}$ 是已知的,根据最小二乘理论,需要满足下列极值条件:

$$\frac{\partial S_m}{\partial a_m} = 0, \quad \frac{\partial S_m}{\partial b_m} = 0, \quad \frac{\partial S_m}{\partial c_m} = 0, \quad \frac{\partial S_m}{\partial d_m} = 0, \quad \frac{\partial S_m}{\partial e_m} = 0, \quad \frac{\partial S_m}{\partial f_m} = 0, \quad \frac{\partial S_m}{\partial g_m} = 0, \quad (4)$$

求解(4)式将得到以下矩阵:

$$X = U^{-1}Q, \quad (5)$$

式中,各矩阵表示如下:

$$U = \begin{bmatrix} N & \sum_{n=1}^N c_{1,n} & \sum_{n=1}^N s_{1,n} & \sum_{n=1}^N c_{2,n} & \sum_{n=1}^N s_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{3,n} & \sum_{n=1}^N s_{3,n} \\ \sum_{n=1}^N c_{1,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n}^2 & \sum_{n=1}^N c_{1,n} s_{1,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n} c_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n} s_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n} c_{3,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n} s_{3,n} \\ \sum_{n=1}^N s_{1,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n} s_{1,n} & \sum_{n=1}^N s_{1,n}^2 & \sum_{n=1}^N c_{2,n} s_{1,n} & \sum_{n=1}^N s_{1,n} s_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{3,n} s_{1,n} & \sum_{n=1}^N s_{1,n} s_{3,n} \\ \sum_{n=1}^N c_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n} c_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{2,n} s_{1,n} & \sum_{n=1}^N c_{2,n}^2 & \sum_{n=1}^N c_{2,n} s_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{2,n} c_{3,n} & \sum_{n=1}^N c_{2,n} s_{3,n} \\ \sum_{n=1}^N s_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n} s_{2,n} & \sum_{n=1}^N s_{1,n} s_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{2,n} s_{2,n} & \sum_{n=1}^N s_{2,n}^2 & \sum_{n=1}^N c_{3,n} s_{2,n} & \sum_{n=1}^N s_{2,n} s_{3,n} \\ \sum_{n=1}^N c_{3,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n} c_{3,n} & \sum_{n=1}^N c_{3,n} s_{1,n} & \sum_{n=1}^N c_{2,n} c_{3,n} & \sum_{n=1}^N c_{3,n} s_{2,n} & \sum_{n=1}^N c_{3,n}^2 & \sum_{n=1}^N c_{3,n} s_{3,n} \\ \sum_{n=1}^N s_{3,n} & \sum_{n=1}^N c_{1,n} s_{3,n} & \sum_{n=1}^N s_{1,n} s_{3,n} & \sum_{n=1}^N c_{2,n} s_{3,n} & \sum_{n=1}^N s_{2,n} s_{3,n} & \sum_{n=1}^N c_{3,n} s_{3,n} & \sum_{n=1}^N s_{3,n}^2 \end{bmatrix},$$

$$X = [a_m \quad b_m \quad c_m \quad d_m \quad e_m \quad f_m \quad g_m]^T,$$

$$Q = \left[ \sum_{n=1}^N I_{mn} \quad \sum_{n=1}^N I_{mn} c_{1,n} \quad \sum_{n=1}^N I_{mn} s_{1,n} \quad \sum_{n=1}^N I_{mn} c_{2,n} \quad \sum_{n=1}^N I_{mn} s_{2,n} \quad \sum_{n=1}^N I_{mn} c_{3,n} \quad \sum_{n=1}^N I_{mn} s_{3,n} \right]^T, \quad (6)$$

式中  $c_{i,n} = \cos \delta_{i,n}$ ,  $s_{i,n} = \sin \delta_{i,n}$ 。

为了求解出(5)式,至少需要7幅具有不同相移量的相移干涉条纹图。在求解出  $X$  后,可以根据下式求解出不同波长下待测物体的相位分布:

$$\Phi_{1,m} = \arctan\left(-\frac{c_m}{b_m}\right), \quad \Phi_{2,m} = \arctan\left(-\frac{e_m}{d_m}\right), \quad \Phi_{3,m} = \arctan\left(-\frac{g_m}{f_m}\right). \quad (7)$$

由(5)~(7)式可以根据已知相移量求得单个波长下的相位分布。而通常情况下相移干涉条纹图中的相移量是未知的,因此需要预先设置一个相移量,按照上述步骤求得该相移量对应的单波长下的相位分布。接下来假设单个波长下同一个相移干涉条纹图中不同像素点间的背景强度和调制幅度相同,即满足  $A_{i,n}=A_{i,l,n}=\dots A_{i,mn}=\dots=A_{i,Mn}$  以及  $B_{i,n}=B_{i,l,n}=\dots B_{i,mn}=\dots=B_{i,Mn}$ 。则(1)式可以改写为

$$I'_{mn} = a'_n + b'_n \cos \Phi_{1,m} + c'_n \sin \Phi_{1,m} + d'_n \cos \Phi_{2,m} + e'_n \sin \Phi_{2,m} + f'_n \cos \Phi_{3,m} + g'_n \sin \Phi_{3,m}, \quad (8)$$

式中  $a'_n = A_{1,n} + A_{2,n} + A_{3,n}$ ,  $b'_n = B_{1,n} \cos \delta_{1,n}$ ,  $c'_n = -B_{1,n} \sin \delta_{1,n}$ ,  $d'_n = B_{2,n} \cos \delta_{2,n}$ ,  $e'_n = -B_{2,n} \sin \delta_{2,n}$ ,  $f'_n = B_{3,n} \cos \delta_{3,n}$ ,  $g'_n = -B_{3,n} \sin \delta_{3,n}$ 。则第  $n$  幅干涉图条纹图上所有像素点的最小二乘误差项可以表示为

$$S'_n = \sum_{m=1}^M (I'_{mn} - I_{mn})^2 = \sum_{m=1}^M (a'_n + b'_n \cos \Phi_{1,m} + c'_n \sin \Phi_{1,m} + d'_n \cos \Phi_{2,m} + e'_n \sin \Phi_{2,m} + f'_n \cos \Phi_{3,m} + g'_n \sin \Phi_{3,m} - I_{mn})^2, \quad (9)$$

如果相位  $\Phi_{i,m}$  是已知的,根据最小二乘理论,需要满足下列极值条件:

$$\frac{\partial S'_n}{\partial a'_n} = 0, \quad \frac{\partial S'_n}{\partial b'_n} = 0, \quad \frac{\partial S'_n}{\partial c'_n} = 0, \quad \frac{\partial S'_n}{\partial d'_n} = 0, \quad \frac{\partial S'_n}{\partial e'_n} = 0, \quad \frac{\partial S'_n}{\partial f'_n} = 0, \quad \frac{\partial S'_n}{\partial g'_n} = 0. \quad (10)$$

求解(10)式将得到以下矩阵:

$$X' = (U')^{-1} Q', \quad (11)$$

式中,各矩阵表示如下:

$$U' = \begin{bmatrix} M & \sum_{m=1}^M c_{1,m} & \sum_{m=1}^M s_{1,m} & \sum_{m=1}^M c_{2,m} & \sum_{m=1}^M s_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{3,m} & \sum_{m=1}^M s_{3,m} \\ \sum_{m=1}^M c_{1,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m}^2 & \sum_{m=1}^M c_{1,m} s_{1,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m} c_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m} s_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m} c_{3,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m} s_{3,m} \\ \sum_{m=1}^M s_{1,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m} s_{1,m} & \sum_{m=1}^M s_{1,m}^2 & \sum_{m=1}^M c_{2,m} s_{1,m} & \sum_{m=1}^M s_{1,m} s_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{3,m} s_{1,m} & \sum_{m=1}^M s_{1,m} s_{3,m} \\ \sum_{m=1}^M c_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m} c_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{2,m} s_{1,m} & \sum_{m=1}^M c_{2,m}^2 & \sum_{m=1}^M c_{2,m} s_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{2,m} c_{3,m} & \sum_{m=1}^M c_{2,m} s_{3,m} \\ \sum_{m=1}^M s_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m} s_{2,m} & \sum_{m=1}^M s_{1,m} s_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{2,m} s_{2,m} & \sum_{m=1}^M s_{2,m}^2 & \sum_{m=1}^M c_{3,m} s_{2,m} & \sum_{m=1}^M s_{2,m} s_{3,m} \\ \sum_{m=1}^M c_{3,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m} c_{3,m} & \sum_{m=1}^M c_{3,m} s_{1,m} & \sum_{m=1}^M c_{2,m} c_{3,m} & \sum_{m=1}^M c_{3,m} s_{2,m} & \sum_{m=1}^M c_{3,m}^2 & \sum_{m=1}^M c_{3,m} s_{3,m} \\ \sum_{m=1}^M s_{3,m} & \sum_{m=1}^M c_{1,m} s_{3,m} & \sum_{m=1}^M s_{1,m} s_{3,m} & \sum_{m=1}^M c_{2,m} s_{3,m} & \sum_{m=1}^M s_{2,m} s_{3,m} & \sum_{m=1}^M c_{3,m} s_{3,m} & \sum_{m=1}^M s_{3,m}^2 \end{bmatrix},$$

$$X' = [a'_n \quad b'_n \quad c'_n \quad d'_n \quad e'_n \quad f'_n \quad g'_n]^T,$$

$$Q' = \left[ \sum_{m=1}^M I_{mn} \quad \sum_{m=1}^M I_{mn} c_{1,m} \quad \sum_{m=1}^M I_{mn} s_{1,m} \quad \sum_{m=1}^M I_{mn} c_{2,m} \quad \sum_{m=1}^M I_{mn} s_{2,m} \quad \sum_{m=1}^M I_{mn} c_{3,m} \quad \sum_{m=1}^M I_{mn} s_{3,m} \right]^T, \quad (12)$$

式中  $c_{i,m} = \cos \Phi_{i,m}$ ,  $s_{i,m} = \sin \Phi_{i,m}$ 。

则单波长下的相移量分布为

$$\delta_{1,n} = \arctan\left(-\frac{c'_n}{b'_n}\right), \quad \delta_{2,n} = \arctan\left(-\frac{e'_n}{d'_n}\right), \quad \delta_{3,n} = \arctan\left(-\frac{g'_n}{f'_n}\right). \quad (13)$$

根据(11)~(13)式求出单波长下已知相位对应的相移量分布后,再利用(5)~(7)式求出该相移量对应的单波长下的相位分布。重复上述相移量-相位-相移量迭代过程,直到单波长下的相移量值满足下列收敛条件为止:

$$\max\left\{ \left| [\delta_{i,n}(k) - \delta_{i,1}(k)] - [\delta_{i,n}(k-1) - \delta_{i,1}(k-1)] \right| \right\} < \varepsilon, \quad (14)$$

式中  $\varepsilon$  为收敛阈值,一般设为  $10^{-4}$ ,  $k$  为迭代次数。

在求得单个波长下的相位分布后,利用多波长光学相位解包方法<sup>[13]</sup>求得合成波长的相位分布。在合成波长足够大时,无需使用传统的相位解包算法即可直接得到待测物体的真实相位分布。

### 3 数值模拟

为了验证所提方法的有效性,使用实验室现有的三个激光光源对所提方法进行模拟计算,波长分别为  $\lambda_1=632.8 \text{ nm}$ ,  $\lambda_2=532 \text{ nm}$ ,  $\lambda_3=457 \text{ nm}$ 。由于传统的数值模拟方法模拟出来的干涉图所包含的背景项和调制项均具有理想的数学模型(如高斯分布),不能充分反映真实的情况。因此采用文献[21]提出的仿真方法对所提方法进行仿真,首先在实验中所采集的单波长下的相移干涉条纹图中,选出相移量为  $0$ 、 $\pi/2$  和  $\pi$  的干涉图,通过下列公式计算出干涉条纹图的背景项和调制项<sup>[21]</sup>:

$$A = (I_0 + I_\pi)/2, \quad (15)$$

$$B = \sqrt{(I_0 - A)^2 + (I_{\pi/2} - A)^2}, \quad (16)$$

式中  $I$  为单色 CCD 上记录的干涉光场的强度分布,下标表示相移量。利用求解出来的单个波长下的背景强度和调制幅度,再加入设定的相位和相移量,即可利用(1)式得到一系列仿真的相移干涉条纹图。这种方法使仿真干涉图中包含更多随机的和复杂的因素,更接近于真实情况。

设待测物体的高度分布为  $h_{\text{set}} = 0.45(x^2 + y^2) + 0.04\text{peaks}[\text{size}(x)]$ , 单位为  $\mu\text{m}$ , 其中  $-1.5 \text{ mm} \leq x, y \leq 1.5 \text{ mm}$ 。一共模拟了 33 幅多波长同时相移干涉条纹图,其相移量随机分布在  $632.8 \text{ nm}$  波长下的  $[0, 8\pi]$  范围,干涉图的大小为  $300 \text{ pixel} \times 300 \text{ pixel}$ 。为使模拟更接近于实际情况,干涉条纹图中加入了噪声信噪比为 5% 的加性高斯白噪声。

图 1 分别给出了单个波长下采集到的其中一幅相移干涉条纹图及利用(15)、(16)式计算得到的背景强度和调制幅度。模拟物体的高度分布及仿真生成的其中两幅多波长同时相移干涉条纹图如图 2(a)~(c)所示。对仿真得到的 33 幅多波长同时相移干涉条纹图,利用提出的基于最小二乘迭代的多波长同时相移干涉测量算法,计算得到的单波长下的包裹相位分布分别如图 2(d)~(f)所示。其中收敛阈值设为 $\epsilon=0.0008$ ,初始相移量设为 $\delta_{2,n}(0)=8\pi(n-1)/N$ , $\delta_{1,n}(0)=\lambda_2\delta_{2,n}(0)/\lambda_1$ , $\delta_{3,n}(0)=\lambda_2\delta_{2,n}(0)/\lambda_3$ 。

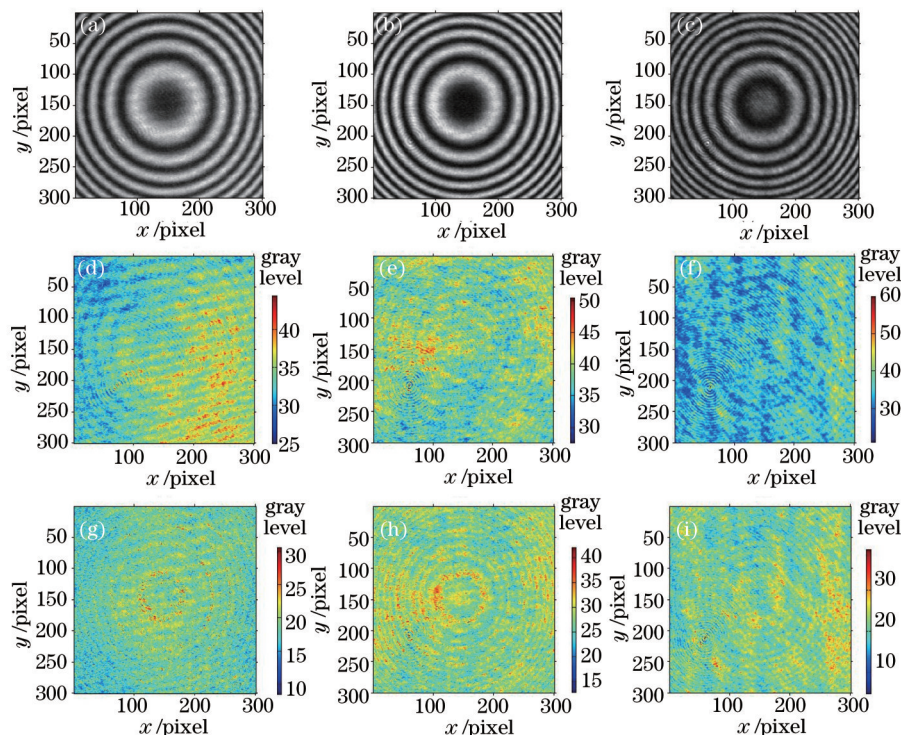


图 1 (a) 632.8 nm, (b) 532 nm, (c) 457 nm 波长下的相移干涉图; (d) 632.8 nm, (e) 532 nm, (f) 457 nm 波长下计算得到的背景强度; (g) 632.8 nm, (h) 532 nm, (i) 457 nm 波长下计算得到的调制幅度

Fig.1 Phase-shifting interferogram at wavelengths of (a) 632.8 nm, (b) 532 nm, (c) 457 nm; calculated background component at wavelengths of (d) 632.8 nm, (e) 532 nm, (f) 457 nm; retrieved modulation distribution at wavelengths of (g) 632.8 nm, (h) 532 nm, (i) 457 nm

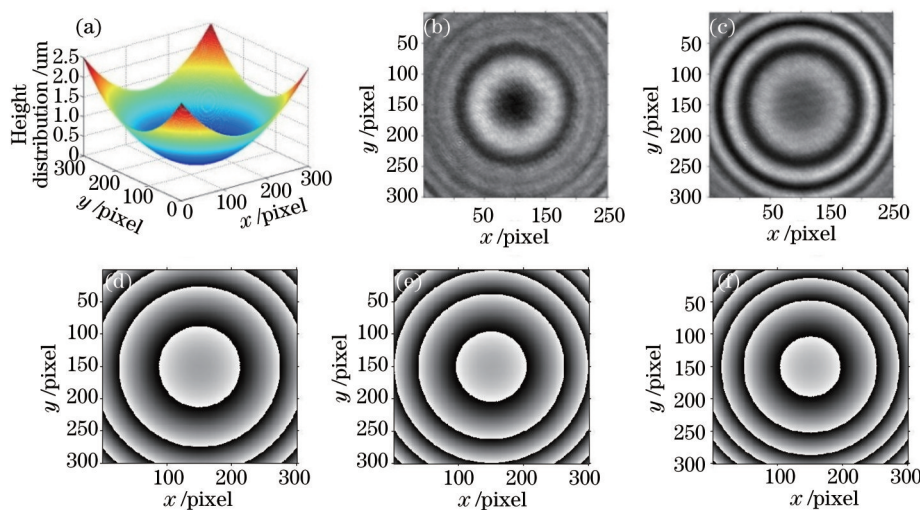


图 2 (a) 模拟物体的高度分布; 632.8 nm 波长下 (b) 3.142 rad 和 (c) 24.347 rad 相移干涉条纹图; (d) 波长 632.8 nm, (e) 532 nm 和 (f) 457 nm 下计算得到的单个波长下的包裹相位分布

Fig.2 (a) Height distribution of the simulated object; (b) 3.142 rad and (c) 24.347 rad phase-shifting interferograms under 632.8 nm wavelength; (d) wrapped phase at single-wavelengths of 632.8 nm, (e) 532 nm and (f) 457 nm

对图 2(d)和图 2(f)利用文献[1, 13]提出的方法进行合成波长光学相位解包,可以得到波长 $\lambda_1$ 和 $\lambda_3$ 对应的合成波长 $\Lambda_{13}=1645$  nm的相位分布,如图 3(a)所示;对图 2(e)和图 2(f)进行合成波长光学相位解包,可以得到波长 $\lambda_2$ 和 $\lambda_3$ 对应的合成波长 $\Lambda_{23}=3241.7$  nm的相位分布,如图 3(b)所示。

同理,对图 3(a)和图 3(b)进行合成波长光学相位解包,得到合成波长 $\Lambda_{13,23}=3339.8$  nm的相位分布,见图 3(d)。图 3(c)为预设的合成波长 $\Lambda_{13,23}$ 的相位分布,图 3(c)和图 3(d)的差值分布如图 3(e)所示,其均方根误差(RMSE)为 0.02173 rad,峰值-谷值误差(PVE)为 0.2208 rad。

由于多波长光学相位解包方法的噪声放大作用,在求得合成波长的相位分布后,一般还需进行降噪处理<sup>[13,13-14]</sup>。采用文献[13]提出的相位信息降噪处理方法,先将合成波长 $\Lambda_{13,23}$ 的噪声等级下降至 $\Lambda_{13}$ 量级,再下降至单波长 $\lambda_3$ 量级,降噪处理结果如图 3(f)所示,其与预设相位图 3(c)之间的差值分布如图 3(g)所示。计算得到的均方根误差为 0.0018 rad,峰值-谷值误差为 0.0188 rad,测量精度比降噪处理前提高了近一个数量级。相对于本课题组之前提出的基于主成分分析的多波长同时相移干涉测量方法<sup>[18]</sup>,该方法的测量精度得到了极大的提高。

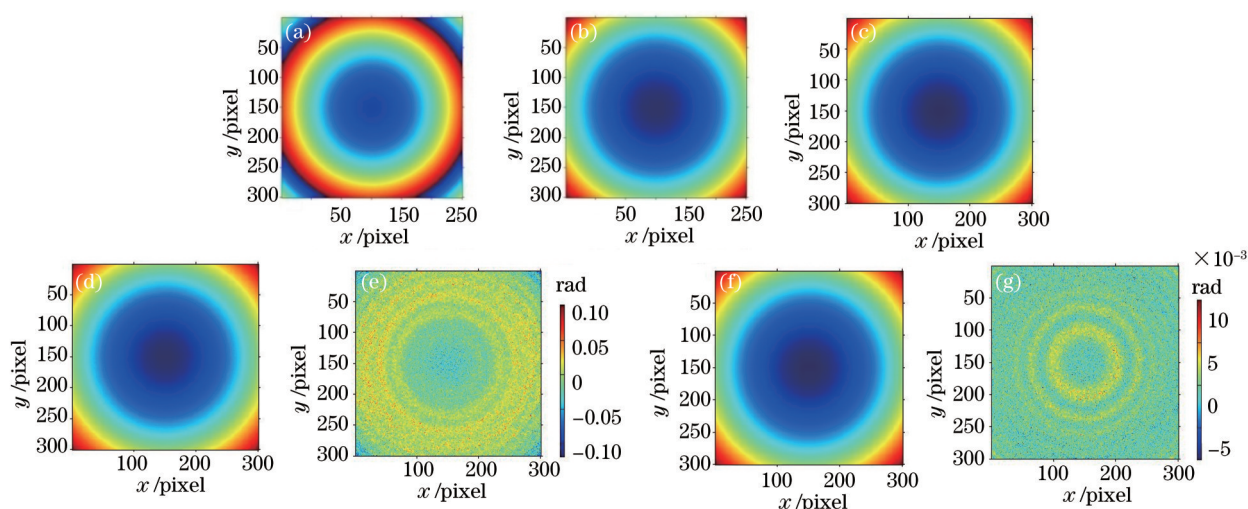


图 3 (a) 合成波长 $\Lambda_{13}$ 相位分布; (b) 合成波长 $\Lambda_{23}$ 相位分布; (c) 预设的合成波长 $\Lambda_{13,23}$ 相位分布; (d) 降噪处理前合成波长 $\Lambda_{13,23}$ 相位分布; (e) 图(c)和(d)的差值分布; (f) 降噪处理后合成波长 $\Lambda_{13,23}$ 相位分布; (g) 图(c)和(f)的差值分布

Fig.3 Phase unwrapping results of the synthetic wavelength at (a)  $\Lambda_{13}$  and (b)  $\Lambda_{23}$ ; (c) pre-set phase of  $\Lambda_{13,23}$ ; (d) phase of  $\Lambda_{13,23}$  before phase noise reduction; (e) difference between (c) and (d); (f) phase of  $\Lambda_{13,23}$  after phase noise reduction; (g) difference between (c) and (f)

由数值模拟结果可知所提的方法不但可以有效地从多波长同时相移干涉图中分离出单个波长下的包裹相位分布,而且在进行多波长光学相位解包和相位信息降噪处理后,可以高精度的重构待测物体的真实相位分布。

## 4 实验及结果分析

为了进一步验证所提方法的有效性及准确性,采用课题组提出的基于马赫-曾德尔光路的多波长共路同时相移干涉测量系统<sup>[18]</sup>,对实验中采集到的多波长同时相移干涉条纹图进行相位信息重构。实验所用的照明光源为:波长为 $\lambda_1=632.8$  nm的He-Ne激光器、波长 $\lambda_2=532$  nm的半导体抽运固体激光器和波长 $\lambda_3=457$  nm的单纵模激光器。采用两个分束镜将三个激光器发出的激光同时耦合进马赫-曾德尔干涉系统,通过一个分光棱镜将入射光束分为检测光束和参考光束,检测光束经反射镜反射后经过待测样品和显微物镜(MO)(4 $\times$ , NA为0.1)后形成物光,参考光束通过带压电陶瓷(PZT)驱动的反光镜产生微小移动来实现三个波长激光的同时相移,经过扩束准直系统后形成参考光。物光和参考光在单色CCD靶面干涉,形成同轴共路多波长同时相移干涉条纹图。实验所用的单色CCD尺寸为768 pixel $\times$ 576 pixel(7.68 mm $\times$ 5.76 mm)。

由文献[18]对不同方法下多波长处理结果的比较可知,对单波长下采集的干涉条纹图分别应用AIA、主成份分析算法(PCA)和五步相移算法计算出包裹相位分布,进行多波长光学相位解包后得到合成波长的相位

分布。无论是降噪处理前还是降噪处理后,AIA算法得到的合成波长的相位精度都是最高的,因此用单波长下的AIA算法的计算结果作为参考相位,来验证所提方法的有效性。

首先移去三个遮光板,对三个波长的光波进行同时相移,从单色CCD记录的多波长同时相移干涉条纹图中,随机选取相移量分布在 $632.8\text{ nm}$ 波长下的 $[0,8\pi]$ 范围内的32幅大小为 $300\text{ pixel}\times 300\text{ pixel}$ 的一组相移干涉条纹图,其中的两幅干涉条纹图如图4(a)和图4(b)所示;然后保持实验条件不变,在任意两个激光器前放入遮光板,在单色CCD记录的单波长相移干涉条纹图中,随机选取32幅相移量分布在 $[0,8\pi]$ 范围内的大小为 $300\text{ pixel}\times 300\text{ pixel}$ 的一组相移干涉条纹图,每个波长下选取的其中一幅干涉条纹图如图4(c)~(e)所示。

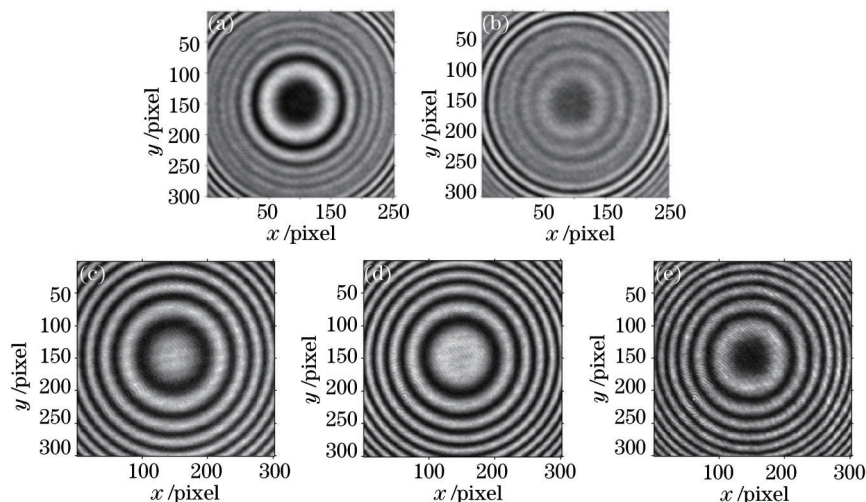


图4 实验中采集到的多波长及单波长下的相移干涉条纹图,大小为 $300\text{ pixel}\times 300\text{ pixel}$ 。多波长:(a)  $1.88\text{ rad @ }632.8\text{ nm}$ ;  
(b)  $11.866\text{ rad @ }632.8\text{ nm}$ ;单波长:(c)  $632.8\text{ nm}$ ;(d)  $532\text{ nm}$ ;(e)  $457\text{ nm}$

Fig.4 Experimental phase-shifting interferograms at multi-wavelength and single-wavelength with size of  $300\text{ pixel}\times 300\text{ pixel}$ .  
Multi-wavelength: (a)  $1.88\text{ rad @ }632.8\text{ nm}$ ; (b)  $11.866\text{ rad @ }632.8\text{ nm}$ ; single-wavelength: (c)  $632.8\text{ nm}$ ; (d)  $532\text{ nm}$ ; (e)  $457\text{ nm}$

利用所提出的基于最小二乘迭代的多波长同时相移干涉测量算法,从32幅相移量未知的多波长同时相移干涉条纹图中计算得到的单波长下的包裹相位分布如图5(a)~(c)所示。利用单波长AIA算法从每个波长下的32幅相移量未知的单波长干涉条纹图中提取的包裹相位分布如图5(d)~(f)所示。

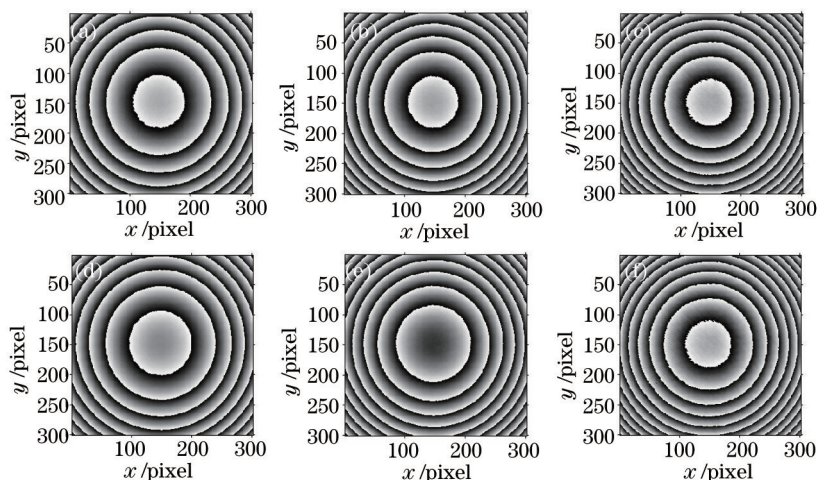


图5 利用所提方法计算得到的单波长下包裹相位分布:(a)  $632.8\text{ nm}$ ;(b)  $532\text{ nm}$ ;(c)  $457\text{ nm}$ ;  
利用单波长AIA算法计算得到的单波长下的包裹相位分布:(d)  $632.8\text{ nm}$ ;(e)  $532\text{ nm}$ ;(f)  $457\text{ nm}$

Fig.5 Retrieved phase maps by the proposed method at (a)  $632.8\text{ nm}$ , (b)  $532\text{ nm}$ , (c)  $457\text{ nm}$ ; retrieved phase maps  
by using AIA at (d)  $632.8\text{ nm}$ , (e)  $532\text{ nm}$ , (f)  $457\text{ nm}$

对图5(d)~(f)进行合成波长光学相位解包,得到的合成波长 $\lambda_{13,23}=3339.8\text{ nm}$ 的相位分布如图6(a)所示,将其作为参考相位。对图5(a)~(c)进行合成波长光学相位解包,得到的合成波长 $\lambda_{13,23}=3339.8\text{ nm}$ 的相位分布如

图 6(b)所示,将其作为实际相位。两者的差值如图 6(c)所示,计算得到的均方根误差为 0.0854rad,峰值-谷值误差为 0.7852 rad。对图 6(a)和图 6(b)进行降噪处理,降到 $\Lambda_{13}$ 量级时的处理结果分别如图 6(d)和图 6(e)所示,两者的差值如图 6(f)所示,此时计算得到的均方根误差为 0.0328 rad,峰值-谷值误差为 0.7344 rad。接着将图 6(d)和图 6(e)分别降至单波长 $\lambda_3$ 量级并进行滤波处理,处理结果分别如图 6(g)和图 6(h)所示,两者的差值见图 6(i),此时计算得到的均方根误差为 0.0086 rad,峰值-谷值误差为 0.0755 rad。与数值模拟结果类似,降噪处理后测量精度提高了近一个数量级。

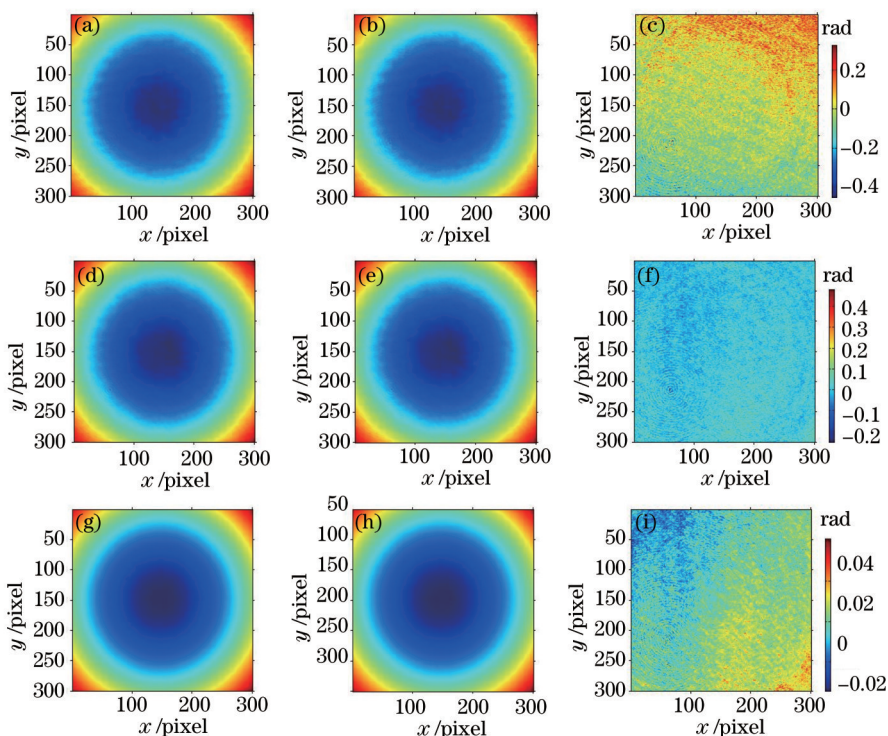


图 6 降噪处理前后合成波长相位分布。(a) 降噪处理前的参考相位分布;(b) 降噪处理前的实际相位分布;  
(c) 图(a)和(b)的差值分布;(d),(e) 降到 $\Lambda_{13}$ 量级时的参考相位和实际相位分布;(f) 图(d)和(e)的差值分布;  
(g),(h) 降到单波长 $\lambda_3$ 量级时的参考相位和实际相位分布;(i) 图(g)和(h)的差值分布

Fig.6 Phase distribution of synthetic wavelength before and after noise reducing. (a) Reference phase before noise reducing;  
(b) reconstructed phase before noise reducing by using the proposed method; (c) difference between Figs.(a) and (b); (d) and (e) are  
phase distribution after noise reduction to  $\Lambda_{13}$  of Figs.(a) and (b) respectively; (f) difference between Figs.(d) and (e); (g) and (h) are the  
noise reduction results at single-wavelength  $\lambda_3$  of Figs.(d) and (e) respectively; (i) difference between Figs.(g) and (h)

使用该提出的方法,在降噪处理前后计算得到的单波长及合成波长下的高度分布情况如图 7 所示。其中,红、绿、蓝三种曲线分别代表单波长 $\lambda_1=632.8$  nm、 $\lambda_2=532$  nm 及  $\lambda_3=457$  nm 下的高度分布,紫色曲线代表合成波长 $\Lambda_{13,23}$ 下的高度分布。图 7(a)和图 7(b)分别为降噪处理前、后第 150 行的高度分布情况,可以看出,使用

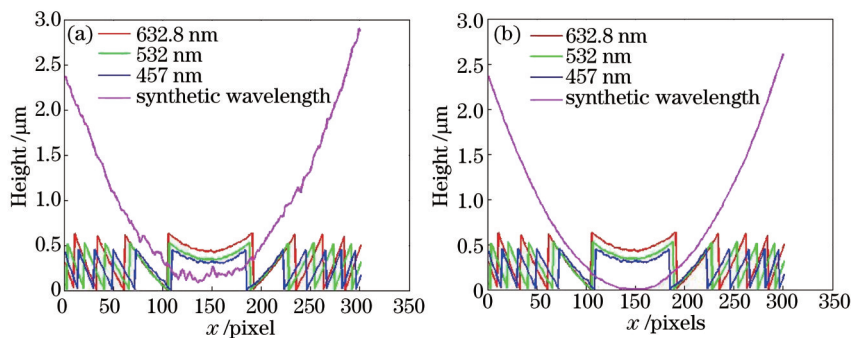


图 7 降噪处理(a)前、(b)后单波长及合成波长下的高度分布

Fig.7 Height distributions of the single-wavelength and synthetic three-wavelength (a) before and (b) after noise reduction



所提出的方法,可以从一系列相移量未知的多波长同时相移干涉条纹图中,准确提取出单个波长下的包裹相位分布,结合多波长光学相位解包,不仅能去除单波长干涉测量中的相位包裹和相位折叠问题,高精度地重构待测物体的相位分布,而且经过降噪处理后,该方法的测量精度得到极大的提高。

## 5 结 论

将单波长相移干涉测量中基于最小二乘迭代提取相位和相移量的算法运用于三波长同时相移干涉测量中。通过理论推导、模拟仿真和光学实验验证了所提方法的可行性和有效性。该方法只需对三个波长的参考光进行一次相移,就可以从多波长同时相移干涉条纹图中提取出单个波长下的包裹相位分布,结合多波长光学相位解包和降噪处理得到合成波长的相位分布,进而得到待测物体的三维形貌。这种方法测量光路简单,能实现三个波长激光的同时相移,采用的同轴光路结构能充分利用 CCD 相机的空间带宽,不需要对相移量进行标定,无需采用相位解包算法,不仅扩大了光学干涉的测量范围,而且能高精度的重构待测物体的相位信息。

## 参 考 文 献

- 1 J Gass, A Dakoff, M K Kim. Phase imaging without  $2\pi$  ambiguity by multiwavelength digital holography[J]. *Optics Letters*, 2003, 28(13): 1141-1143.
- 2 P Ferraro, L Miccio, S Grilli, *et al.*. Quantitative phase microscopy of microstructures with extended measurement range and correction of chromatic aberrations by multiwavelength digital holography[J]. *Optics Express*, 2007, 15(22): 14591-14600.
- 3 Paul Kumar Upputuri, Nandigana Krishna Mohan, Mahendra Prasad Kothiyal. Measurement of discontinuous surfaces using multiple-wavelength interferometry[J]. *Optical Engineering*, 2009, 48(7): 073603.
- 4 D G Abdelsalam, D Kim. Two-wavelength in-line phase-shifting interferometry based on polarizing separation for accurate surface profiling[J]. *Applied Optics*, 2011, 50(33): 6153-6161.
- 5 M Inam, V Srivastava, D S Mehta. Measurement of birefringence of nematic liquid crystal material by multiple-wavelength interferometry using nearly common-path single-stage Mach-Zehnder interferometer[J]. *Applied Optics*, 2013, 52(33): 8067-8072.
- 6 Pan Weiqing, Zhao Xiaobo. Measurement of steel ball surface flaw based on dual wavelength interferometry and digital phase detection [J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(5): 0508007.  
潘卫清, 赵晓波. 钢球表面缺陷的双波长干涉数字相位检测[J]. *中国激光*, 2014, 41(5): 0508007.
- 7 Kou Yunli, Li Enpu, Di Jianglei, *et al.*. Surface morphology measurement of tiny object based on dual-wavelength holography[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(2): 0209010.  
寇云莉, 李恩普, 邸江磊, 等. 利用双波长数字全息术测量微小物体表面形貌[J]. *中国激光*, 2014, 41(2): 0209010.
- 8 Junwei Min, Baoli Yao, Peng Gao, *et al.*. Dual-wavelength slightly off-axis digital holographic microscopy[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(2): 191-196.
- 9 Wangping Zhang, Xiaoxu Lu, Leihuan Fei, *et al.*. Simultaneous phase-shifting dual-wavelength interferometry based on two-step demodulation algorithm[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(18): 5375-5378.
- 10 Yonghee Lee, Yasunori Ito, Tatsuki Tahara, *et al.*. Single-shot dual-wavelength phase unwrapping in parallel phase-shifting digital holography[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(8): 2374-2377.
- 11 Wangping Zhang, Xiaoxu Lu, Chunshu Luo, *et al.*. Principal component analysis based simultaneous dual-wavelength phase-shifting interferometry[J]. *Optics Communication*, 2015, 341: 276-283.
- 12 Tatsuki Tahara, Ryota Mori, Shuhei Kikunaga, *et al.*. Dual-wavelength phase-shifting digital holography selectively extracting wavelength information from wavelength-multiplexed holograms[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(12): 2810-2813.
- 13 N Warasooriya, M K Kim. LED-based multi-wavelength phase imaging interference microscopy[J]. *Optics Express*, 2007, 15(15): 9239-9247.
- 14 Song Zhang. Phase unwrapping error reduction framework for a multiple-wavelength phase-shifting algorithm[J]. *Optical Engineering*, 2009, 48(10): 105601.
- 15 Andreas Pforter, Johannes Schwider. Red-green-blue interferometer for the metrology of discontinuous structures[J]. *Applied Optics*, 2003, 42(4): 667-673.
- 16 U Paul Kumar, N Krishna Mohan, M P Kothiyal. Red-Green-Blue wavelength interferometry and TV holography for surface metrology

- [J]. *Journal of Optics*, 2011, 40(4): 176–183.
- 17 U Paul Kumar, Wang Haifeng, N Krishna Mohan, *et al.*. White light interferometry for surface profiling with a color CCD[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, 50(8): 1084–1088.
- 18 Fan Jinping, Xu Xiaofei, Zhang Wangping, *et al.*. Multi-wavelength phase-shifting interferometry based on principal component analysis [J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(10): 1008004.  
范金坪, 徐小飞, 张望平, 等. 一种基于主成分分析的多波长相移干涉测量方法[J]. *中国激光*, 2015, 42(10): 1008004.
- 19 Zhaoyang Wang, Bongtae Han. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms[J]. *Optics Letters*, 2004, 29(14): 1671–1673.
- 20 Zhaoyang Wang, Bongtae Han. Advanced iterative algorithm for randomly phase-shifted interferograms with intra and inter-frame intensity variations[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2007, 45(2): 274–280.
- 21 Chunshu Luo, Liyun Zhong, Peng Sun, *et al.*. Two-step demodulation algorithm based on the orthogonality of diamond diagonal vectors [J]. *Applied Physics B*, 2015, 119(2): 387–391.

栏目编辑: 史 敏