海上大气湍流中光束漂移模型分析

王红星^{1,2} 吴晓军^{1,2*} 宋 博^{1,2} ¹海军航空工程学院电子信息工程系,山东烟台 264001 ²山东省信号与信息处理重点实验室,山东烟台 264001

摘要 光束漂移是激光在大气湍流中传输时的一个重要效应。基于海上大气折射率起伏功率谱模型,推导得出了 该环境大气湍流中水平路径光束漂移的理论表达式;为了分析所建立模型的适用性,利用 CCD 成像技术,在烟台地 区近海面环境下开展了多次激光传输实验,分别采集到了不同时间段和不同距离的准直高斯光束漂移实测数据, 在弱起伏条件下,将理论预测值与实际测量值进行比较,分析结果表明:两者之间的相对误差值全部低于 16%,说 明所建立的海上环境光束漂移理论模型能够与实测值较好地吻合。所得到的研究结果将为研究海上环境下光束 漂移问题提供更加准确的理论模型。

关键词 大气光学;激光传输;大气湍流;海上环境;折射率起伏功率谱;光束漂移;相对误差
 中图分类号 TN929.12 文献标识码 A
 doi: 10.3788/CJL201643.0213001

Modeling and Analysis of Beam Wander in Maritime Atmospheric Turbulence

Wang Hongxing^{1,2} Wu Xiaojun^{1,2} Song Bo^{1,2}

¹Department of Electronic Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai,

Shandong 264001, China

²Key Laboratory of Shandong Province on Signal and Information Processing, Yantai, Shandong 264001, China

Abstract Beam wander is an important effect when a beam propagates in atmospheric turbulence. Based on the marine atmospheric refractive index fluctuation power spectrum, a new theoretical expression is developed for a horizontal propagation path in maritime atmospheric environment. In order to validate the model, a set of measurements of beam wander for a collimated Gaussian beam is carried out using CCD technique during multiple laser transmissions under the sea surface environment in Yantai region, and the experiments are conducted at different times and various ranges. By comparing the theoretical value with measured value under the weak fluctuation condition, the results show that the relative errors between them are below16%, and the estimation given by the new theoretical expression generally provides a good fit with the data. According to the conclusion of this paper, the beam wander in the maritime atmospheric turbulence can be more accurately predicted.

Key words atmospheric optics; light propagation; atmospheric turbulence; maritime environment; refractive index fluctuation power spectrum; beam wander; relative error

OCIS codes 010.1300; 010.1330; 010.3310

1 引 言

当激光束在尺度大于光束直径的湍流涡旋中传输时,将会产生折射现象,进而导致光斑质心在垂直于 传输方向的平面内出现随机抖动,这种效应称之为光束漂移^[1-2]。它使得激光信号偏离预期位置,进而增加

收稿日期: 2015-08-20; 收到修改稿日期: 2015-09-07

基金项目:山东省"泰山学者"建设工程专项经费(ts20081330)、山东省自然科学基金(ZR2013FQ010)

作者简介:王红星(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事光通信技术、现代通信新技术等方面的研究。

E-mail: 13371368601@189.cn

*通信联系人。E-mail: 195358836@qq.com

发射端与接收端进行对准的难度,严重时将会导致传输信号中断,是限制无线光通信等激光应用工程充分 发挥其效能的重要因素之一^[3-4]。因此,准确评估光束在不同环境湍流大气中的漂移特性,对于光学系统的 合理设计十分关键。

光束漂移问题的研究已经越来越得到人们的广泛重视,迄今为止,各国研究人员已经做了大量的理论 建模与实际测试工作^[5-7]。在理论研究方面,早在20世纪70年代,美国的Klyatskin等^[8]利用马尔可夫近似建 立了在弱起伏和强起伏条件下都有效的光束漂移模型;前苏联的Mironov等^[9]应用渐近展开方法全面地讨论 了各种起伏条件下的光束漂移问题,导出了与实验资料符合程度较好的漂移理论公式。大气折射率起伏功 率谱是研究激光在湍流大气中传输特性的基础,基于不同类型的功率谱,目前已经建立了一系列与之相对 应的光束漂移理论模型。例如,进入21世纪以来,美国佛罗里达州立大学的Andrews等^[10]在光束漂移问题方 面开展了大量的研究工作:他们以指数功率谱为基础,并且利用几何光学近似方法并结合大尺度湍涡的折 射特性,建立了适用于弱起伏条件下的光束漂移表达式,该模型主要考虑了外尺度对光束漂移的影响;同时 在忽略了外尺度(即 $L_0 \rightarrow \infty$)影响的条件下,他们还分别得到了Kolmogorov功率谱条件下准直光束和聚焦光 束的漂移量解析表达式,由于其数学形式简单,因此是目前领域内使用最为广泛的模型;为了将光束漂移理 论由弱起伏扩展到中强起伏范围,该团队借助有效波束参数,对大尺度滤波函数进行修正,建立了适用于所 有光强起伏条件下的光束漂移理论模型,但是由于其积分形式复杂,无法得到简化的解析表达式;另外他们 还对斜程链路下光束漂移问题展进行了一定程度的研究,以上所介绍的漂移理论模型分别适用不同类型的 基模高斯光束(TEM₄₀)</sub>,包括准直和聚焦光束。此外,针对特殊光束类型,北京邮电大学的Yu等^[11]建立了 Kolmogorov谱下的Gaussian-Schell光束漂移理论模型,同样适用于所有的光强起伏范围。

将理论计算结果与实际测量结果进行比较,是验证模型适用性的最有效手段。随着实验条件的不断成 熟,光束漂移理论模型的验证工作逐步开始展开。2005年12月14日至16日,佛罗里达州立大学的Phillips 等^[12]所带领的团队在肯尼迪航天中心的飞机跑道上进行了准直高斯光束漂移的实测数据采集工作,发射激 光波长为1060 nm,传输下垫面为水泥混凝土,链路距离分别为1、2、5 km,将实验数据与Kolmogorov功率谱 条件下的光束漂移理论值进行对比分析,其结果表明:在弱起伏条件下,1 km与2 km下的实测数据能够与理 论值能够较好地吻合,而由于5 km下的光斑出现严重的破碎现象,因此无法准确测得相应的漂移数据,最终 导致实验结果无法使用;2006年6月16日,该团队的Wayne等^[13]继续在肯尼迪航天中心进行了路径长度为 1 km的准直光束漂移测试,采用532 nm固体激光器,发射孔径分别为1 cm和5 cm,其传输下垫面为草地,通 过比较理论值与实测数据可以发现:对于1 cm孔径而言,二者之间的相对误差分别为16%和24%,对于5 cm 孔径,相对误差为13%,他们认为弱起伏条件下的理论值可以与实测值较好地吻合。以上两个实验都比较 直观地说明了理论模型在所测试内陆环境下的适用程度。

基于不同环境下的大气折射率起伏功率谱模型,目前有关光束漂移的理论建模工作主要针对陆地环境,因此相应的实际测试大多也都在相应的内陆下垫面下进行,并且已经取得了较为理想的验证效果^[14]。而随着激光工程应用环境的多样化,海上环境下光束漂移问题的相关研究开始受到人们的重视,例如,中国科学院安徽光学精密机械研究所于2004年8月在东南沿海某地进行为期一个月左右的近海面环境下聚焦光束漂移的实际测试,目的在于从实验角度研究该环境下光束漂移的统计特征以及各向异性特征^[15],而有关海上环境下光束漂移的理论建模及验证工作鲜有报道。

不同下垫面环境下的大气湍流表现出不一样的变化特性^[16-17],这必将导致受其影响下的光束漂移效应 之间也存在一定的差异。为了对特定环境下的光束漂移现象进行更加准确的评估,有必要建立适用程度更 高的理论模型。针对海上环境下的光束漂移问题,本文进行了理论模型的建立及相关验证工作,以海上大 气折射率起伏功率谱为基础,推导得出了适用于不同光强起伏程度下的水平路径光束漂移理论模型,并且 在弱起伏条件下,对所建立的模型完成进一步化简,最终得到了海上光束漂移的解析近似表达式;为了验证 所建立模型的适用性,先后在烟台地区近海面环境下进行了多次准直高斯光束传输实验,分别采集到了不 同时段和不同距离条件的光束漂移实验数据,通过比较弱起伏条件下的理论预测值与实际测量值之间的差 异,对所建立的光束漂移理论模型在海上环境下大气湍流中的适用程度展开讨论。

2 海上光束漂移模型的建立

2.1 海上大气折射率起伏功率谱

大气湍流导致大气光学折射率随机起伏,折射率的变化特性对于研究激光在大气湍流中的传输至关重 要^[18],并且大气折射率起伏功率谱 Φ(κ)是对湍流大气中激光传输特性进行理论研究的模型基础^[19],在近地 面环境大气湍流中,根据适用范围的不同,主要有 Kolmogorov 谱、指数谱、Tatarskii 谱、von Karman 谱以及 Andrews修正谱^[10,20],它们主要用于描述一些陆地下垫面环境的大气折射率变化,其中 Andrews陆地修正谱既 能描述在高波数区域的"突起"现象,又具有易于处理的数学形式,其表达式为^[19]

$$\Phi_{\rm Te}(\kappa) = 0.033 C_n^2 \left[1 + 1.802\kappa/\kappa_1 - 0.254 \left(\kappa/\kappa_1\right)^{\frac{7}{6}} \right] \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_1^2)}{\left(\kappa^2 + \kappa_0^2\right)^{11/6}},$$
(1)

式中 C_n^2 为大气折射率结构常数,对于水平传输路径而言,可以认为其数值大小是恒定的, κ 为空间波数, $\kappa_1 = 3.3/l_0$, $\kappa_0 = 2\pi/L_0$,表示内尺度和外尺度波数参量, l_0 和 L_0 分别为湍涡的内尺度和外尺度。

近年来,出现一种用于描述海上环境大气折射率变化特性的功率谱解析模型,数学形式与Andrews谱类 (似,其表达式为^[21-22]

$$\Phi_{Ma}(\kappa) = 0.033 C_n^2 \left[1 - 0.061 \kappa / \kappa_{\rm H} + 2.836 \left(\kappa / \kappa_{\rm H} \right)^{\frac{7}{6}} \right] \frac{\exp(-\kappa^2 / \kappa_{\rm H}^2)}{\left(\kappa^2 + \kappa_0^2\right)^{11/6}}, \qquad (2)$$

式中 $\kappa_{\rm H}$ =3.41/ l_0 ,表示内尺度波数参量。

图 1 中给出了以 Kolmogorov 谱模型对 Tatarskii 谱、von Karman 谱、Andrews 修正谱以及海上谱进行归一化 处理后,随 κl₀ 的变化曲线。



图1 陆地谱和海上谱随 Kl。的变化曲线

Fig.1 Terrestrial and marine refractive index power spectra as a function of κl_0

从图 1 中可以看出,与其他谱模型相比,Andrews 修正谱和海上谱能够很好地描述高波数区(在 κl₀~1 附 近)出现的突起现象,并且海上谱模型比陆地谱的突起特征更为明显,这可以有效地表现出海上环境下大气 湍流的特点^[23-24]。

2.2 海上光束漂移模型的理论推导

一般地,采用接收平面(z=L)光斑瞬时中心随机位移的统计方差 $\langle r_e^2 \rangle$ 来衡量光束漂移的幅度^[10-11],即

$$\left\langle r_{c}^{2} \right\rangle_{Ma} = 4\pi^{2} k^{2} W_{FS}^{2} (L) \int_{0}^{L} \int_{0}^{\infty} \kappa \Phi_{n}(\kappa) H_{LS}(\kappa, z) \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{\Lambda L \kappa^{2} (1 - z/L)^{2}}{k}\right] \right\} d\kappa dz , \qquad (3)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$,表示波数, λ 表示波长, Λ 表示波束在接收端处的Fresnel比, $W_{\rm Fs}(L)$ 表示接收端处的自由空间(无湍流影响时)波束半径,L表示传输距离, $H_{\rm Ls}(\kappa,z)$ 为大尺度滤波函数,其表达式为¹⁰

$$H_{\rm LS}(\kappa,z) = \exp\left[-\kappa^2 W_{\rm LT}^2(z)\right] = \\ \exp\left\{-\kappa^2 W_{\rm FS}^2(z) \left[1 + 1.63\sigma_{\rm R}^{12/5}(z)\Lambda(z)\right]\right\} \approx \\ \exp\left\{-\kappa^2 W_0^2 \left[\left(1 - z/F_0\right)^2 + 1.63\sigma_{\rm R}^{12/5}(L)\Lambda_0(L)(z/L)^{16/5}\right]\right\},$$
(4)
0213001-3

为了使得光束漂移模型能够适用于整个起伏范围,采用了有效波束半径(长期光斑扩展半径) W_{LT} , $W_{FS}(z)$ 表示在距离点 z处的自由空间波束半径, W_0 表示光斑的束腰半径, $\sigma_R^2 = 1.23C_n^2k^{7/6}L^{11/6}$ 为Rytov方差, F_0 表示曲率半径, Λ_0 表示波束在发射端处的Fresnel比。由于输入平面波束参数 $\Theta_0 = 1 - L/F_0$,并且采用归一化距离变量 $\xi = 1 - z/L^{100}$,则

$$H_{1S}(\kappa,z) = \exp\left\{-\kappa^2 W_0^2 \left[\left(\Theta_0 + \bar{\Theta}_0 \xi\right)^2 + 1.63\sigma_{\rm R}^{12/5} \Lambda_0 \left(1 - \xi\right)^{16/5} \right] \right\}.$$
(5)

对于(3)式的最后一项,采用几何光学近似得[10]

$$1 - \exp\left[-\frac{\Lambda L \kappa^2 (1 - z/L)^2}{k}\right] \approx \frac{\Lambda L \kappa^2 \xi^2}{k} .$$
(6)

将海上功率谱(2)式和(5)式、(6)式以及输出平面波束参数 $\Lambda = 2 L/k W_{FS}^2 -$ 并代入(3)式,并且进行积分变量 代换,即 dz = $-Ld\xi$,整理后得

$$\left\langle r_{c}^{2} \right\rangle_{M_{a}} = 0.033 \cdot 8\pi^{2} C_{n}^{2} L_{0}^{3} \int_{0}^{1} \xi^{2} \int_{0}^{\infty} \kappa^{3} \left[1 - 0.061 \kappa / \kappa_{H} + 2.836 \left(\kappa / \kappa_{H} \right)^{7/6} \right] \times \\ \exp \left\{ -\kappa^{2} \left\{ \frac{1}{\kappa_{H}^{2}} + W_{0}^{2} \left[\left(\Theta_{0} + \bar{\Theta}_{0} \xi \right)^{2} + 1.63 \sigma_{R}^{12/5} \Lambda_{0} \left(1 - \xi \right)^{16/5} \right] \right\} \right\} \cdot \frac{1}{\left(\kappa^{2} + \kappa_{0}^{2} \right)^{11/6}} d\kappa d\xi.$$

$$(7)$$

对于(7)式,将 $f(\kappa)$ =1-0.061 $\kappa/\kappa_{\rm H}$ +2.836 $(\kappa/\kappa_{\rm H})^{7/6}$ 中的各项分别乘开,然后再分别对每一部分进行积分。将展开后的第一部分重写为

$$\int_{0}^{\infty} \kappa^{3} \frac{\exp\left[-\kappa^{2}\left(\frac{1}{\kappa_{\rm H}^{2}} + W_{0}^{2}\left[\left(\Theta_{0} + \bar{\Theta}_{0}\xi\right)^{2} + 1.63\sigma_{\rm R}^{12/5}\Lambda_{0}\left(1 - \xi\right)^{16/5}\right]\right)\right]}{\left(\kappa^{2} + \kappa_{0}^{2}\right)^{11/6}} d\kappa .$$
(8)

对于特殊函数而言,有下列积分表达式成立[10]:

$$\int_{0}^{\infty} \kappa^{2\mu} \frac{\exp\left(-\kappa^{2}/\kappa_{m}^{2}\right)}{\left(\kappa_{0}^{2}+\kappa^{2}\right)^{11/6}} d\kappa = \frac{1}{2} \kappa_{0}^{2\mu-8/3} \Gamma\left(\mu+\frac{1}{2}\right) U\left(\mu+\frac{1}{2};\mu-\frac{1}{3};\frac{\kappa_{0}^{2}}{\kappa_{m}^{2}}\right), \quad \mu > -\frac{1}{2},$$
(9)

则将(8)式与(9)式进行对照可以得出, 2 μ =3, 即 μ = $\frac{3}{2}$,并且还可以得出

$$\frac{1}{\kappa_{\rm m}^2} = \frac{1}{\kappa_{\rm H}^2} + W_0^2 \left[\left(\Theta_0 + \bar{\Theta}_0 \xi \right)^2 + 1.63 \sigma_{\rm R}^{12/5} \Lambda_0 \left(1 - \xi \right)^{16/5} \right].$$
(10)

因此将(8)式积分后得

$$\frac{1}{2}\kappa_{0}^{1/3}\Gamma(2)U\left\{2;\frac{7}{6};\kappa_{0}^{2}\left\{\frac{1}{\kappa_{H}^{2}}+W_{0}^{2}\left[\left(\Theta_{0}+\bar{\Theta}_{0}\xi\right)^{2}+1.63\sigma_{R}^{12/5}\Lambda_{0}\left(1-\xi\right)^{16/5}\right]\right\}\right\},$$
(11)

式中 Γ(·)为Gamma函数, U(·)为合流超几何函数,并且有下式成立^[25]:

$$U(a;c;z) \approx \frac{\Gamma(1-c)}{\Gamma(1+a-c)} + \frac{\Gamma(c-1)}{\Gamma(a)} z^{1-c}, \quad |z| \ll 1.$$
(12)

则对照(12)式可以看出,在(11)式中有 a=2, c=7/6,并且还可以得出

$$z = \kappa_0^2 \left\{ \frac{1}{\kappa_{\rm H}^2} + W_0^2 \left[\left(\Theta_0 + \bar{\Theta}_0 \xi \right)^2 + 1.63 \sigma_{\rm R}^{12/5} \Lambda_0 \left(1 - \xi \right)^{16/5} \right] \right\}.$$
 (13)

则将(11)式进一步化简可以得到

$$\frac{1}{2}\Gamma(2)\kappa_{0}^{\frac{1}{3}}\left\{\frac{\Gamma\left(-\frac{1}{6}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} + \frac{\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)}{\Gamma(2)}\left\{\kappa_{0}^{2}\left\{\frac{1}{\kappa_{H}^{2}} + W_{0}^{2}\left[\left(\Theta_{0} + \bar{\Theta}_{0}\xi\right)^{2} + 1.63\sigma_{R}^{12/5}\Lambda_{0}\left(1 - \xi\right)^{16/5}\right]\right\}\right\}^{-1/6}\right\} = \frac{1}{2}\left\{\frac{\Gamma\left(-\frac{1}{6}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)}\kappa_{0}^{1/3} + \Gamma\left(\frac{1}{6}\right)\left\{\frac{1}{\kappa_{H}^{2}} + W_{0}^{2}\left[\left(\Theta_{0} + \bar{\Theta}_{0}\xi\right)^{2} + 1.63\sigma_{R}^{12/5}\Lambda_{0}\left(1 - \xi\right)^{16/5}\right]\right\}^{-1/6}\right\}.$$
(14)

同理,也可以得到第二部分与第三部分的最终积分结果,并将其一并代入(7)式中,整理后得

$$\left\langle r_{\rm c}^{2} \right\rangle_{\rm Ma} = 4\pi^{2} 0.033 C_{\rm a}^{2} L^{3} \left\{ \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{6}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \frac{\kappa_{\rm o}^{1}}{3} + \Gamma\left(\frac{1}{6}\right)_{\rm o}^{1} \xi^{2} \left\{ \frac{1}{\kappa_{\rm H}^{2}} + W_{\rm o}^{2} \left[\left(\Theta_{\rm o} + \bar{\Theta}_{\rm o} \xi\right)^{2} + 1.63 \sigma_{\rm R}^{12/5} \Lambda_{\rm o} \left(1 - \xi\right)^{\frac{16}{5}} \right]^{-\frac{1}{6}} \mathrm{d}\xi \right\} - \frac{0.061}{\kappa_{\rm H}} \left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)\Gamma\left(-\frac{2}{3}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \frac{\kappa_{\rm o}^{4}}{3} + \Gamma\left(\frac{2}{3}\right)_{\rm o}^{1} \xi^{2} \left\{ \frac{1}{\kappa_{\rm H}^{2}} + W_{\rm o}^{2} \left[\left(\Theta_{\rm o} + \bar{\Theta}_{\rm o} \xi\right)^{2} + 1.63 \sigma_{\rm R}^{12/5} \Lambda_{\rm o} \left(1 - \xi\right)^{\frac{16}{5}} \right]^{-\frac{2}{3}} \mathrm{d}\xi \right\} + \frac{2.836}{\kappa_{\rm H}^{\frac{2}{6}}} \left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{31}{12}\right)\Gamma\left(-\frac{3}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \frac{\kappa_{\rm o}^{3}}{3} + \Gamma\left(\frac{3}{4}\right)_{\rm o}^{1} \xi^{2} \left\{ \frac{1}{\kappa_{\rm H}^{2}} + W_{\rm o}^{2} \left[\left(\Theta_{\rm o} + \bar{\Theta}_{\rm o} \xi\right)^{2} + 1.63 \sigma_{\rm R}^{12/5} \Lambda_{\rm o} \left(1 - \xi\right)^{\frac{16}{5}} \right]^{-\frac{2}{3}} \mathrm{d}\xi \right\}.$$

$$(15)$$

(15)式就是推导得出的适用于各种起伏条件下的海上光束漂移的理论表达式。

特别地,对于弱起伏条件而言,即满足 $\sigma_{R}^{2} \ll 1^{[2]}$,并且考虑到内尺度较小,则 $\frac{1}{\kappa_{H}^{2}} \rightarrow 0$,因此(15)式可以近似化简为

$$\left\langle r_{e}^{2} \right\rangle_{_{M_{a}}} \approx 4\pi^{2} 0.033 C_{a}^{2} L^{3} \left\{ \left\{ \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{6}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \frac{\kappa_{0}^{\frac{1}{3}}}{3} + \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) \int_{0}^{1} \underbrace{\xi^{2}\left[W_{0}\left(\Theta_{0} + \bar{\Theta}_{0}\xi\right)\right]^{-\frac{1}{3}} \mathrm{d}\xi}_{1} \right\} - \frac{0.061}{\kappa_{\mathrm{H}}} \left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)\Gamma\left(-\frac{2}{3}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \frac{\kappa_{0}^{\frac{4}{3}}}{3} + \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \int_{0}^{1} \underbrace{\xi^{2}\left[W_{0}\left(\Theta_{0} + \bar{\Theta}_{0}\xi\right)\right]^{-\frac{4}{3}} \mathrm{d}\xi}_{1} \right\} + \frac{2.836}{\kappa_{\mathrm{H}}^{\frac{7}{6}}} \left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{31}{12}\right)\Gamma\left(-\frac{3}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \frac{\kappa_{0}^{\frac{3}{2}}}{3} + \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \int_{0}^{1} \underbrace{\xi^{2}\left[W_{0}\left(\Theta_{0} + \bar{\Theta}_{0}\xi\right)\right]^{-\frac{3}{2}} \mathrm{d}\xi}_{1} \right\} \right\}.$$

$$(16)$$

下面将对(16)式中的三部分分别进行积分。将第1部分重写,并且进行积分变量代换得

$$\int_{0}^{1} \xi^{2} \left[W_{0}^{2} \left(\Theta_{0} + \bar{\Theta}_{0} \xi \right)^{2} \right]^{-1/6} \mathrm{d}\xi = W_{0}^{-1/3} \int_{0}^{1} \left[1 - (1 - \xi) \right]^{2} \left[1 - (1 - \Theta_{0})(1 - \xi) \right]^{-1/3} \mathrm{d}(1 - \xi) = W_{0}^{-1/3} \int_{0}^{1} (1 - t)^{2} \left[1 - (1 - \Theta_{0})t \right]^{-1/3} \mathrm{d}t,$$
(17)

式中 $t=1-\xi$ 。对于Gaussian 超几何函数 $_{2}F_{1}(a,b;c;z)$,有下列表达式成立^[25]:

$${}_{2}F_{1}(a,b;c;z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_{0}^{1} t^{b^{-1}} (1-t)^{c^{-b^{-1}}} (1-zt)^{-a} dt, c > b > 0.$$
(18)

根据(18)式,对于(17)式而言, $a=\frac{1}{3}$, b=1, c=4, $z=1-\Theta_{\scriptscriptstyle 0}$,则(17)式可以积分为

$$\frac{1}{3}W_0^{-1/3}{}_2F_1\left(\frac{1}{3},1;4;1-\Theta_0\right).$$
(19)

按照以上推导过程,同样可以对第Ⅱ部分和第Ⅲ部分完成积分,并将最终结果一并代入(16)式得到

$$\langle r_{c}^{2} \rangle_{M_{a}} \approx \frac{4}{3} \pi^{2} \cdot 0.033 \cdot C_{n}^{2} \cdot L^{3} \cdot \left\{ \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{6}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \cdot \kappa_{0}^{1/3} + \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) W_{0}^{-1/3} F_{1}\left(\frac{1}{3}, 1; 4; 1 - \Theta_{0}\right) \right] - \frac{0.061}{\kappa_{H}} \left[\frac{\Gamma\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \kappa_{0}^{4/3} + \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) W_{0}^{-4/3} F_{1}\left(\frac{4}{3}, 1; 4; 1 - \Theta_{0}\right) \right] + \frac{2.836}{\kappa_{H}^{7/6}} \left[\frac{\Gamma\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{31}{12}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)} \kappa_{0}^{3/2} + \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \cdot W_{0}^{-3/2} F_{1}\left(\frac{3}{2}, 1; 4; 1 - \Theta_{0}\right) \right] \right\}.$$

$$(20)$$

(20)式就是最终推导得出的适用于弱起伏条件下的海上光束漂移解析模型。

在求得光束漂移方差 $\langle r_{e}^{2} \rangle$ 后,可以根据下式进一步计算得到光斑质心运动位移量 $\langle \beta_{e}^{2} \rangle^{26}$,即

$$\left\langle \beta_{\rm e}^2 \right\rangle = 0.56 \left\langle r_{\rm e}^2 \right\rangle. \tag{21}$$

下面将以所建立的海上光束漂移理论模型为基础,并结合在烟台地区近海面环境下所采集到的准直高斯光 束漂移实测数据,从不同角度对模型的适用性问题展开研究。

3 光束漂移实验设置

3.1 测试链路

为了验证本文所建立海上光束漂移理论模型的适用性,在烟台地区第一海水浴场附近海域进行了多次 近海面环境下准直高斯光束漂移的实际测试,包括不同链路距离和不同时段。在整个测试过程中,仪器的 接收端统一放置于滨海国际酒店东侧堤坝旁边,通过变换发射端的安放位置,以此来获取不同距离条件下 的测试链路,其具体链路设置情况如下:①号链路的发射端放置于濒临第一海水浴场的滨海北路海边人行 道附近,链路长度L=1.05 km;②号链路的发射端放置于虹口路、滨海北路以及滨海广场交叉点处,链路长度 L=1.21 km;③号链路的发射端放置于海岸路与东太平街交界靠海边堤坝处,此条链路距离相对较长,达到 L=2.12 km。以上三条测试链路均可以近似看作水平路径,并且离海平面高度 h=4 m,其测试链路的实际场 景如图 2 所示。



图 2 近海面准直光束漂移测试链路航拍图(数据来源于 Sogou maps.com)

Fig.2 Aerial photo of the collimated laser beam propagation path under the sea surface environment (data fromSogou maps.com) **3.2** 测试仪器

测试设备采用近红外激光大气传输光束动态变化测试仪,发射端光源采用波长为830 nm的固体激光器,其功率约为40 mW,出射波束类型为基模(TEM₀₀)的准直高斯光束。在接收端,首先将漫反射屏固定在由车厢搭建的移动暗箱内,采用近红外高速CCD相机对光斑图像进行实时采集(光束漂移测试链路示意图如图3所示),并且根据下式计算得到每一帧图像的质心坐标:

$$\bar{s} = \frac{\iint sI(X,Y) dX dY}{\iint I(X,Y) dX dY},$$
(22)

式中 s 代表 X 或 Y,且 I 表示每一个像素点的光强。在求得光斑质心总的位移量之后,再根据(21)式计算得 到测试期间的光束漂移量。

测试过程中的光斑图像采集帧频设置为100 frame/s,采集持续时间为30s,即每组数据包含3000 frame 图像。同时,为了对测试过程中的天气变化情况进行监测,在与光束漂移测试链路相平行高度上还分别架 设了BLS500型号大孔径闪烁仪和便携式微型气象站,并且链接于同一台计算机,分别每隔30s和1 min采集 一次数据,其中闪烁仪用于采集测试期间大气湍流的相关参数,主要包括用于后续理论计算的大气折射率 结构常数 C_n^2 和内尺度参数 l_0^{127} ;气象站可以提供测试期间的常规气象参数,包括温度、气压、相对湿度、风 速、风向等。下面将结合准直高斯光束漂移实测数据,对海上光束漂移理论模型的适用程度展开讨论。



图 3 测试链路示意图 Fig.3 Schematic of the experimental optical path

4 数据分析

基于上述测试仪器,开展了多次近海面环境下激光传输实验,分别采集到了不同时段、不同距离条件下的准直高斯光束漂移实测数据,目的在于从不同角度对所建立理论模型的适用性进行验证。同时,为了尽量减小测试期间风速等外力因素引起发射端振动,进而对光束漂移实测数据产生影响,所有实验均选择在晴朗、风力较小天气条件下进行。下面以2015年5月~6月期间测试得到的光束漂移实验数据为基础,通过比较理论预测值与实际测量值之间的差异,分析模型的适用情况。其测试期间的具体情况如下:

1) 白天时段光束漂移测试

针对图 2 中的②号链路,分别进行了两次白天时段的光束漂移测试,根据便携式气象站对实验当天天气 情况的记录可知,在 2015年5月9日中午的 10:00~14:00测试时段,以晴朗天气为主,并伴有少量云层从测试 海面飘过,平均风速为轻风 1.65 m/s,温度保持在 13.2 ℃~13.9 ℃之间;在5月 30日的 12:00~16:30时段,测试 期间的天气情况仍然以晴朗为主,但是在下午的 15:10~15:40时段,测试海面突然出现了平流雾,引起传输光 束产生较为严重的衰减,从 CCD 输出的图像数据中可以看出,光斑完全消失,导致激光传输链路中断。该时 段平均风速为软风 1.46 m/s,温度分布在 16.8 ℃~18.5 ℃范围内。

2) 夜间时段光束漂移测试

在夜间时段,分别进行了两次不同距离条件下的光束漂移测试,其中在2015年5月31日的19:00~20:30, 针对图 2 中的①号链路进行测试,从气象站记录的数据可知,该时段主要是少云天气,平均风速为软风 1.30 m/s,温度分布于23.7℃~25.9℃之间;在6月15日的20:00~21:40,于③号链路上进行测试,该时段全部是 晴朗天气,平均风速为软风1.33 m/s,温度分布在19.5℃~20.4℃之间。

在对比分析近海面环境下光束漂移理论计算值和实际测量值时,是把它们看成大气折射率结构常数的 函数进行的,因此下面将结合测试期间的温度变化,对 *C*²_n值的分布情况进行简单分析,结果如图4所示,图 中的曲线出现不连续,主要是由于数据异常或者测试中断所致。

从图 4 中可以看出,测试期间的温度和大气折射率结构常数的变化趋势较为平稳, *C*²_n 主要集中分布在 10⁻¹⁴~ 10⁻¹⁶ m^{-2/3}数量级,具体情况为:对于 5 月 9 日测试而言,温度集中分布在 13.2 ℃~13.9 ℃范围内, *C*²_n 则全部处于 10⁻¹⁵ m^{-2/3}量级,即 2.49×10⁻¹⁵~7.08×10⁻¹⁵ m^{-2/3}之间;在 5 月 30 日测试期间,温度介于 16.8 ℃~18.5 ℃之间, *C*²_n 值稍 有所降低,分布在 6.83×10⁻¹⁶~6.63×10⁻¹⁵ m^{-2/3}范围内;在 5 月 31 日夜间,测试期间的温度介于 23.6 ℃~26.0 ℃之间, *C*²_n 值有所上升,分布于 7.38×10⁻¹⁵~1.54×10⁻¹⁴ m^{-2/3}范围内;在 6 月 15 日测试过程中,温度和 *C*²_n 分布都相对较为集 中,分别介于 19.5 ℃~20.4 ℃之间和 1.10×10⁻¹⁵~4.01×10⁻¹⁵ m^{-2/3}之间。下面将结合测试期间大气折射率结构常数



中 国 激

光

的分布情况,从多个角度研究海上环境光束漂移理论模型在实际测试中的适用情况。

图 4 实验期间大气折射率结构常数与温度的变化趋势 Fig.4 Variation of C_a^2 and temperature during the experiment

需要说明的是,在测试过程中,由于采用的是准直高斯光束,所以在(20)式中有 Θ_0 =1,则此时的超几何函数为1,对光束漂移理论模型进一步化简就可以得到相应的准直高斯光束条件下的漂移理论模型。分别将测试链路距离L、大气折射率结构常数 C_n^2 、光束束腰半径 W_0 以及内尺度参数 l_0 和外尺度参数 L_0 代入光束漂移模型中,就可以计算得到测试过程中相应的光束漂移理论值,其中 L_0 可以根据公认的外尺度与链路高度之间的经验关系 $L_0 = h/2$ 得到^[2,27],而 C_n^2 和 l_0 则是由闪烁仪测量得到。表1中具体给出了光束漂移实测数据的采集情况,包括采集时段、链路选择以及相应的内尺度 l_0 大小。

表1	测试期间的数据采集情况	
----	-------------	--

P 1 1 1	D .	11	1 .	1 .*	•
lable I	Data	collection	during	observation	period
					F

D i	Time l ₀ /mm			Range		
Date		1.05 km	1.21 km	2.12 km		
00/05/2015	10:10~10:30	9		1/		
09/03/2013	12:50~13:20	7		v		
20/05/2015	13:35~14:10	6		1/		
50/05/2015	15:40~16:10	11		v		
31/05/2015	20:10~20:40	12	\checkmark			
15/06/2015	21:05~21:35	11				

4.1 白天时段光束漂移理论值与实测值对比分析

针对近海面环境下的1.21 km测试链路,共采集到了4个白天不同时段的准直高斯光束漂移实测数据, 图 5 和图 6 分别给出了5 月 9 日[图 5(a)、(b)]和5 月 30 日[图 6(a)、(b)]相应时段光束漂移理论预测值与实际测量 值之间的对比情况。同时,为了更加直观地衡量出理论值与实测值之间的差异,还分别计算得到了二者之 间的相对误差,并且以直方图的形式给出,如图 5(c)、(d)和图 6(c)、(d)所示。

从图 5 中可以看出,对于 5 月 9 日的测试而言,近海面环境下的光束漂移理论预测值与实际测量值之间 保持较好的拟合效果,具体情况为:在上午的 10:10~10:30 期间,二者之间相对误差值保持在 1.41%~12.78% 范围内;而对于中午的12:50~13:20时段来说,它们之间的相对误差值有所降低,全部保持在10%以内,最高值仅为6.71%,最低值为0.91%,说明与前一时段相比,在该时段内理论模型的适用性更好。



图 5 5月9日 1.21 km 链路光束漂移理论值与实测值随 C_n^2 的变化趋势 Fig.5 Theoretical and measured RMS beam wander as a function of C_n^2 at 1.21 km range on May 9

类似地,从图6中可以看出,在5月30日,近海面光束漂移实测值与理论值之间同样保持了较高的吻合



Fig.6 Theoretical and measured RMS beam wander as a function of C_a^2 at 1.21 km range on May 30

度,从计算得到二者之间的相对误差值分布情况中可以看出:在午后的13:35~14:10时段内,相对误差没有超过15%,其最高值为13.69%,最低值为2.09%;而对于下午的15:40~16:10的测试而言,理论值与实测值之间的相对误差有所减小,同样保持在10%以内,即1.57%~9.11%范围内,说明相比之下,在该时段,理论模型取得了更好的验证效果。

4.2 夜间时段光束漂移理论值与实测值对比分析

针对夜间时段、不同距离条件下海上环境光束漂移理论模型的适用性分析,于5月31日和6月15日,在 ① 号链路和③ 号链路上开展了两次激光传输实验。图7(a)、(b)给出了相应时段的光束理论预测值和实际测 量值之间的对比情况,在图7(c)、(d)中同样给出了它们之间的相对误差值。



图 7 5月 31日 1.05 km 链路和 6月 15日 2.12 km 链路光束漂移理论值与实测值随 C² 的变化趋势

Fig.7 Theoretical and measured RMS beam wander as a function of C²_n at 1.21 km range on May 31 and at 2.12 km range on June 15 从图 7 中可以看出,虽然在夜间的不同时段,光束漂移理论值和实测值之间的差异有所不同,但从整体上看,它们之间仍然能够保持较高的吻合度,其具体情况为:对于 5 月 31 日夜间 20:10~20:40 时段测试而言, 1.05 km 链路上的理论值与实测值之间的相对误差普遍较低,集中分布在 1.59%~5.38%之间,说明理论模型在该时段取得了非常好的适用效果;在 6 月 15 日夜间的 21:05~21:35 期间,对于 2.12 km 链路而言,虽然理论值与实测值之间的相对误差稍有所提高,但是整体上仍然低于 12%,最大值为 11.29%,最低值仅为 1.08%。表2 光束漂移理论值与实测值之间对比情况

Table 2 Comparison between the medeletelat and the measured value of the beam wanted					
Date	Time	Length/km	Maximum of relative error	Minimum relative error	
21/03/2015	11:05~11:35	1.21	1.26%	13.09%	
00/05/0015	10:10~10:30	1.01	1.41%	12.78%	
09/05/2015	12:50~13:20	1.21	0.91%	6.71%	
20/05/2015	13:35~14:10	1.01	2.09%	13.69%	
30/03/2013	15:40~16:10	1.21	1.57%	9.11%	
31/5/2015	20:10~20:40	1.05	1.59%	5.38%	
15/6/2015	21:05~21:35	2.12	1.08%	11.29%	
19/0/2015	13:25~13:55	1.05	1.14%	10.68%	
18/9/2015	15:30~16:05	1.05	2.81%	8.56%	
10/0/2015	12:15~12:55	1.21	1.74%	13.23%	
19/9/2015	20:20~20:45	2.12	2.61%	15.55%	

Table 2	Comparison between	the theoretical	and the measured	value of the beam	wande
I duic 2	Comparison between	the theoretical	and the measured	value of the beam	wanue

以上主要是以2015年5~6月期间测试得到的光束漂移实测数据为例,对理论模型的适用性进行了详细 分析。除此之外,对其他测试时间段内的理论值与实测值同样进行了比较,表2中给出了两者之间的相对误 差分布情况。

根据已有文献报道可知^[16-28],海上大气湍流和陆地环境大气湍流存在一定的差异,进而将导致光束漂移 表现出不一样的变化特征,在文献[12]和文献[13]中,报道了在肯尼迪航天中心进行的理论预测值与实际测 量值之间的对比情况,测试分3天进行,目的在于对陆地光束漂移模型适用性进行分析,并取得了较为理想 的验证效果。而从表2中可以看出,对于近海面环境测试而言,在本文报道的7天测试中,不同时段和不同 距离条件下的准直高斯光束漂移理论预测值与实际测量值之间的相对误差值全部处于16%以内,说明二者 之间能够较好地吻合,由此得出本文所建立的海上光束漂移理论模型在近海面环境下取得了同样取得了较 为理想的验证效果。

5 结 论

以海上大气折射率起伏功率谱为基础,建立了适用于所有光强起伏条件下的光束漂移理论模型,并且 在合理的近似下,简化得到了弱起伏条件下的解析表达式;为了验证所建立的理论模型在海上环境下的适 用程度,分别于2015年3~6月期间,在烟台地区近海面环境下,先后开展了多次准直高斯光束传输实验,分 别采集到了白天时段1.21 km和夜间时段1.05 km以及2.12 km的光束漂移实测数据。通过将海上光束漂移 理论计算值与实际测量值进行比较,并且计算得到了它们之间的相对误差,从对比分析的结果中可以看出: 在弱起伏条件下,不同时段和不同距离的光束漂移理论值与实测值之间的相对误差值均低于16%,说明二 者之间能够较好地吻合,进而从实验角度说明本文所建立的理论模型能够较为准确地预测近海面环境下的 光束漂移幅度。

参考文献

- 1 Rao Ruizhong. Light Propagation in the Turbulence Atmosphere [M]. Hefei: Anhui Science and Technology Press, 2005. 饶瑞中. 光在湍流大气中的传播 [M]. 合肥: 安徽科学技术出版社, 2005.
- 2 Andrews L C, Phillips R L. Laser Beam Scintillation with Application[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- 3 Dios F, Rubio J A, Rodríguez A, *et al.*. Scintillation and beam-wander analysis in an optical ground station-satellite uplink [J]. Appl Opt, 2004, 43(19): 3866–3873.
- 4 Ma J, Jiang Y, Tan L, *et al.*. Influence of beam wander on bit–error rate in a ground–to–satellite laser uplink communication system[J]. Opt Lett, 2008, 33(22): 2611–2613.
- 5 Zhai Chao, Wu Feng, Yang Qingbo, *et al.*. Simulation research of laser beam atmospheric propagation in free–space optical communication[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(5): 0505004.

翟 超,武 凤,杨清波,等.自由空间光通信中大气光束传输数值模拟研究[J].中国激光,2013,40(5):0505004.

6 Huang Yongping, Duan Zhichun, He Yehuan, *et al.*. Change of turbulence distance for partially coherent flat–topped beams propagating through non–Kolmogorov turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(9): 0913002.

黄永平,段志春,贺也洹,等.部分相干平顶光束在非Kolmogorov大气湍流中湍流距离的变化[J].中国激光,2014,41(9):0913002.

7 Zhou Jian, Sun Jianfeng, Lu wei, *et al.*. Real-time measurement of atmospheric coherence length based on lateral shearing interferometry[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(12): 1208006.

周 健,孙建锋,鲁 伟,等.基于剪切干涉法的大气相干长度直接实时测量[J].中国激光,2014,41(12):1208006.

- 8 Klyatskin V I, Kon A I. On the displacement of spatially bounded light beams in a turbulent medium in the markovianrandom-process approximation[J]. Radiofiz Quantum Electron, 1972, 15: 1056–1061.
- 9 Mironov V L, Nosov V V. On the theory of spatially limited light beam displacements in a randomly inhomogeneous medium [J]. J Opt Soc Am, 1977, 67(8): 1073–1080.
- 10 Andrews L C, Phillips R L. Laser Beam Propagation through Random Media[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005: 201-205.
- 11 Song Yu, Zhixiao Chen, Tianyi Wang. Beam wander of electromagnetic Gaussian-Schell model beams propagating in atmospheric turbulence[J]. Appl Opt, 2012, 51(31): 7581-7585.
- 12 Phillips R L, Andrews L C, Stryjewski J. Beam wander experiments: Terrestrial path[C]. SPIE 2006, 6303: 630306.

- 13 Wayne D T, Phillips R L, Andrews L C. Beam wander of a collimated beam: Comparing theory and experiment[C]. SPIE, 2008, 7091: 709100.
- 14 Rao Ruizhong, Wang Shipeng, Liu Xiaochun. Experimental study of spot dancing of laser beam in a turbulent atmosphere [J]. Chinese J Lasers, 2000, 27(11): 1011–1015.

饶瑞中,王世鹏,刘晓春.湍流大气中激光束漂移的实验研究[J].中国激光,2000,27(11):1011-1015.

15 Ma Xiaoshan, Zhu Wenyue, Rao Ruizhong. Anisotropy of beam wander of focused beam in atmospheric boundary layer above sea level[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2006, 18(6): 922–926.

马晓珊,朱文越,饶瑞中.海面大气边界层中聚焦光束漂移各向异性的实验研究[J].强激光与粒子束,2006,18(6):922-926.

16 Wu Xiaojun, Wang Hongxing, Li Bifeng. Statistical analysis of atmospheric refractive index structure parameter under the sea surface environment[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(4): 0401002.

吴晓军,王红星,李笔锋.近海面大气折射率结构常数统计特性分析[J].光学学报,2015,35(4):0401002.

17 Wu Xiaoqing, Ma Chengsheng, Wang Yingjian. Long-term measurements and statistics study on refractive index structure parameter of surface layer[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2002, 14(4): 551–556.

吴晓庆,马成胜,王英俭.近地面折射率结构常数的长期测量和统计分析[J].强激光与粒子束,2002,14(4):551-556.

18 Chen Chunyi. Study on Mechanism and Mitigation Technology of Atmospheric Effects in Optical Wireless Communications [D]. Changchun: Changchun University of Technology, 2009: 35–36.

陈纯毅.无线光通信中的大气影响机理及抑制技术研究[D].长春:长春理工大学,2009:35-36.

- 19 Andrews L C. An analytical model for the refractive index power spectrum and its application to optical scintillation in the atmosphere[J]. Journal of Modern Optics, 1992, 39(9): 1849–1853.
- 20 Kolmogorov A N. The local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid for very large reynolds number[C]. DokIAkad SSSR, 1941, 30(4): 299–303.
- 21 Grayshan K J, Strömqvist Vetelino F, Young C Y. A marine atmospheric spectrum for laser propagation[J]. Waves in Random and Complex Media, 2008, 18(1): 173–184.
- 22 Strömqvist Vetelino F, Grayshan K J, Young C Y. A new marine atmospheric spectrum for laser propagation[C]. SPIE, 2007, 6551: 65510D.
- 23 HillR J. Spectra of fluctuations in refractivity, temperature, humidity, and the temperature-humidity cospectrum in the inertial and dissipation ranges[J]. Radio Science, 1978, 13(6): 953–961.
- 24 Friehe A C, La Rue J C, Champagne F H. Effects of temperature and humidity fluctuations on the optical refractive index in the marine boundary layer[J]. J Opt Soc Am, 1975, 65(12): 1502–1511.
- 25 Andrews L C. Special Functions of Mathematics for Engineers[M]. Bellingham: SPIE Press, 1998.
- 26 Churnside J H, Lataitis R J. Wander of an optical beam in the turbulent atmosphere[J]. Appl Opt, 1990, 29(7): 926-930.
- 27 Zhu Wenyue. Applied Analysis and Statistics of Light Propagation in Atmospheric Turbulence Under the Coastal Environment [D]. Hefei: Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, 2006.

朱文越.沿海地区激光大气传输湍流效应统计特征及其应用分析[D]. 合肥:中国科学院安徽光学精密机械研究所, 2006.

28 Rita Mahon, Christopher I Moore, Harris R Burris, *et al.*. Analysis of long-term measurements of laser propagation over the chesapeake bay[J]. Appl Opt, 2009, 48(12): 2388-2400.

栏目编辑:史 敏