

点目标下基于变形镜本征模式的无波前传感器 自适应光学系统

王 瑞 董 冰

北京理工大学光电学院,北京 100081

摘要 针对点目标提出了基于变形镜(DM)本征模式的无波前传感器自适应光学校正方法并进行了仿真和实验研究。由DM的影响函数矩阵推导出一组符合导数正交关系的DM本征模式代替传统的Lukosz模式。基于远场光斑的均方半径建立评价函数,利用DM本征模式系数与评价函数之间的关系求解出各阶模式所需的校正量。通过仿真比较了上述两种模式的校正精度,分析了模式偏置系数对校正精度的影响,给出了算法对不同大小像差的闭环校正结果。基于37单元DM搭建了实验系统,实验结果表明算法可以有效校正低阶像差,且采用DM本征模式的校正精度优于Lukosz模式。

关键词 自适应光学;无波前传感器自适应光学;变形镜本征模式;Lukosz模式

中图分类号 TB133 **文献标识码** A

doi: 10.3788/CJL201643.0212001

Deformable Mirror Eigen-Modes Based Wavefront Sensorless Adaptive Optics System for Point-Like Target

Wang Rui Dong Bing

School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract For point-like target, a wavefront sensorless adaptive optics correction method using deformable mirror (DM) eigen-modes is proposed and studied by simulation and experiment. A set of DM eigen-modes whose derivatives are orthogonal with each other is derived from the influence function matrix of DM to replace traditional Lukosz modes. The metric function is set as the mean square radius of far-field spot. The required correction amount of each mode is directly solved from the relationship between coefficients of DM eigen-modes and the metric function value. In the simulation, the correction accuracy using the two modes mentioned above is compared and the effect of modal bias coefficient variation on correction accuracy is analyzed. Closed-loop correction results for different aberration level are also given. The experimental system is set up based on a 37-channel DM. Experimental results show that low-order aberrations can be effectively corrected by the algorithm and the correction accuracy of DM eigen-modes is better than Lukosz modes.

Key words adaptive optics; wavefront sensorless adaptive optics; deformable mirror eigen-modes; Lukosz modes

OCIS codes 010.1080; 010.1285; 220.1080; 140.3300

1 引 言

无波前传感器自适应光学技术和传统自适应光学技术相比省去了专用的波前传感器(如哈特曼-夏克波前传感器),系统结构大为简化,适用范围也扩展到一些难以获得信标光的场合。无波前传感器自适应光学采用一定的优化方法寻找使像质评价函数趋于极值的波前校正量。常用的优化方法可分为无模型和基于

收稿日期: 2015-08-12; 收到修改稿日期: 2015-09-01

基金项目: 国家自然科学基金(61505008)、教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20131101120023)

作者简介: 王 瑞(1992—),男,硕士研究生,主要从事自适应光学方面的研究。E-mail: rwang1992@163.com

导师简介: 董 冰(1983—),男,博士,硕士生导师,主要从事自适应光学和空间光学方面的研究。

E-mail: bdong@bit.edu.cn(通信联系人)

模型两大类。无模型优化算法包括爬山法、模拟退火算法、遗传算法、随机并行梯度下降(SPGD)法等^[1-3]。无模型优化算法按一定的方式控制变形镜(DM)在光学系统中引入特定的波前相位变化并记录相应的像面光强信息,由光强信息建立像质评价函数,通过多次迭代使评价函数趋于极值。无模型优化算法无需预知待优化变量与评价函数之间的具体数学关系,适用性强,但缺点在于收敛速度慢且有可能陷入局部极值。

基于模型的优化算法通过理论分析建立待优化变量与评价函数间的数学关系,利用该数学关系直接求解待优化变量,算法所需的迭代次数远少于无模型优化算法,收敛速度显著提高^[4-8]。基于模型的优化算法需要利用变形镜在系统中引入特定的波前模式偏置,包括 Zernike 模式^[4]、Lukosz 模式^[5]等。但由于变形镜不可避免地存在模式拟合误差,在一定程度上破坏了模式的正交性,导致校正精度下降。此外,Zernike 模式和 Lukosz 模式都是在单位圆上正交的,实际中往往存在非圆形光瞳的情况,这时需要构造新的正交模式。文献[7-8]研究了扩展目标情况下基于变形镜本征模式的校正方法。变形镜本征模式理论上可以由变形镜准确产生,不存在模式拟合误差且不依赖于具体的光瞳形状,具有更高的校正精度。

本文针对点目标给出了基于变形镜本征模式的无波前传感器自适应光学校正方法,通过仿真和实验比较了基于变形镜本征模式和 Lukosz 模式的校正精度,仿真分析了模式偏置系数对算法校正精度的影响以及算法在闭环校正时的收敛速度。

2 Lukosz 模式和变形镜本征模式

针对点目标的无波前传感器自适应光学系统一般基于 Lukosz 模式进行校正^[5]。Lukosz 模式是 Zernike 模式的线性叠加,其极坐标形式可表示为^[9]

$$L_n^m(r, \theta) = B_n^m(r) \times \begin{cases} \cos(m\theta), & m \geq 0 \\ \sin(m\theta), & m < 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中 $|m| \leq n$, 且 n 和 m 满足 $n - m = 2p$, $p = 0, 1, 2, \dots$, $B_n^m(r)$ 可表示为

$$B_n^m(r) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{n}} [R_n^0(r) - R_{n-2}^0(r)], & n \neq m = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2n}} [R_n^m(r) - R_{n-2}^m(r)], & n \neq m \neq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{n}} R_n^n(r), & m = n \neq 0 \\ 1, & m = n = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, $R_n^m(r)$ 为 Zernike 多项式的径向函数,可表示为

$$R_n^m(r) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)! r^{n-2k}}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)!} \quad (3)$$

Zernike 模式在单位圆上正交,而 Lukosz 模式的导数在单位圆上相互正交,即满足

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \nabla L_j \cdot \nabla L_j r dr d\theta = \pi \delta_{jj} \quad (4)$$

式中 L_j 表示 Lukosz 模式的第 j 项, δ_{jj} 为克罗内克(Kronecker)函数。

基于 Lukosz 模式的无波前传感器自适应光学系统需要用变形镜拟合产生 Lukosz 模式,当存在模式拟合误差时会导致校正精度下降。为避免模式拟合误差的影响,可采用变形镜本征模式替代 Lukosz 模式,变形镜本征模式的推导过程如下:

设变形镜的影响函数矩阵为 Q , 第 i 个致动器的影响函数为 Q_i 。变形镜产生 φ_m 的形变所需的控制矢量 D 为

$$D = Q^+ \varphi_m \quad (5)$$

式中 $Q^+ = VS^{-1}U^T$, 为矩阵 Q 的伪逆矩阵, U 、 S 和 V 是对矩阵 Q 进行奇异值分解后得到的 3 个矩阵。

定义矩阵 Q 的梯度矩阵为 ∇Q , 其每一列为 $\nabla Q_i = \begin{pmatrix} \partial Q_i / \partial x \\ \partial Q_i / \partial y \end{pmatrix}$, 对 ∇Q 进行奇异值分解可以得到

$$\nabla Q = (\nabla U')S'V'^T, \quad (6)$$

式中 $\nabla U'$ 、 S' 和 V' 是对矩阵 ∇Q 进行奇异值分解后得到的3个矩阵。矩阵 U' 的计算公式为

$$U' = Q(S'V'^T)^{-1}. \quad (7)$$

矩阵 U' 的各列构成的模式即为变形镜本征模式。根据矩阵奇异值分解的性质,变形镜本征模式的导数在光瞳域内相互正交,即有

$$\iint_p \nabla U'_i \cdot \nabla U'_j ds = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \text{nonzero constant}, & i = j \end{cases}. \quad (8)$$

通过给各阶模式乘以相应系数后可将(8)式中的非0常数归化为 π ,因此变形镜本征模式具有和 Lukosz 模式相同的正交特性。在实际应用中以变形镜本征模式替代 Lukosz 模式可以避免模式拟合误差,提高校正精度^[7-8]。

3 基于变形镜本征模式的无波前传感器自适应光学校正原理

无波前传感器自适应光学系统的基本结构如图1所示。

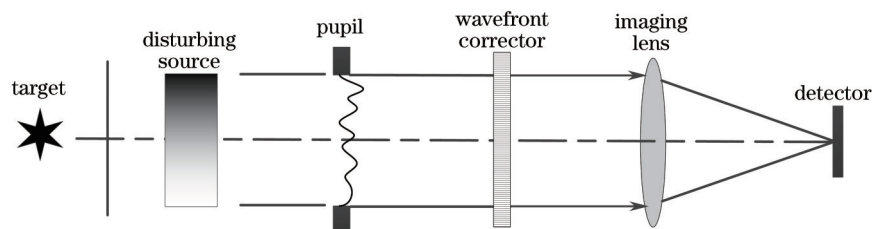


图1 无波前传感器自适应光学系统

Fig.1 Wavefront sensorless adaptive optics system

设光瞳处的波前相位分布为 φ_p ,与光瞳共轭的波前校正器产生的相位分布为 φ_c 。将 φ_p 和 φ_c 按前 N 阶变形镜本征模式 $\{E_n\}$ 展开为

$$\varphi_p(\rho, \theta) = \sum_{n=1}^N a_n E_n(\rho, \theta) = \mathbf{aE}, \quad (9)$$

$$\varphi_c(\rho, \theta) = \sum_{n=1}^N b_n E_n(\rho, \theta) = \mathbf{bE}, \quad (10)$$

式中 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 为模式系数向量。

设变形镜校正后的剩余波前相位分布为 φ_r ,对应的模式系数向量 $\mathbf{q} = (\mathbf{a} - \mathbf{b})$ 。根据几何光学原理,波前相位梯度的模的平方在光瞳域内的积分与远场光斑的均方半径成正比^[6,10],即

$$\iint_p |\nabla \varphi_r|^2 ds \propto \langle r^2 \rangle. \quad (11)$$

由于变形镜本征模式的导数在光瞳域内相互正交,即有 $\iint_p \nabla E_j \cdot \nabla E_j ds = \pi \delta_{jj}$ 。因此当波前误差用变形镜本征模式展开时,(11)式左边可化为

$$\iint_p |\nabla \varphi_r|^2 ds = \pi \sum_{n=1}^N q_n^2. \quad (12)$$

由(11)和(12)式可知,远场光斑的均方半径与向量 \mathbf{q} 的模的平方成正比,即

$$\langle r^2 \rangle = \mu |\mathbf{q}|^2, \quad (13)$$

式中 μ 为与光学系统有关的常数。

考虑像面上半径为 R 区域内的光强分布,可定义评价函数为

$$J = \iint_p I(\rho, \theta) (1 - \rho^2/R^2) \rho d\rho d\theta = 1 - \frac{\mu}{R^2} |\mathbf{q}|^2, \quad (14)$$

式中 $I(\rho, \theta)$ 为像面归一化光强分布。当 $|\mathbf{q}|$ 趋于0时,评价函数 J 有最大值1。

无波前传感器自适应光学的任务是寻找使评价函数 J 最大化的波前校正量。由(14)式可知,函数 J 的值仅与系数向量 \mathbf{q} 的模有关,而与像差的具体分布无关。可以通过计算向量 \mathbf{b} 的一阶矩估计光学系统的波前

误差。对于 $N+1$ 个不同的校正波前系数向量 \mathbf{b}_m , 其一阶矩为

$$\mathbf{M} = \frac{\sum_{m=1}^{N+1} \mathbf{b}_m J(\mathbf{a} - \mathbf{b}_m)}{\sum_{m=1}^{N+1} J(\mathbf{a} - \mathbf{b}_m)}, \quad (15)$$

式中 N 为模式项数(即向量 \mathbf{b}_m 的元素个数), \mathbf{b}_i ($i=1,2,\dots,N$) 的第 i 个元素值为模式偏移量 b_i , 其余元素值为 0, \mathbf{b}_{N+1} 为零向量。

波前误差系数向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{M} 近似为线性关系^[5]:

$$\mathbf{a} \approx \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0), \quad (16)$$

令(15)式中的向量 \mathbf{a} 为零可得 \mathbf{M}_0 , 矩阵 \mathbf{S} 中的元素为

$$S_{ik} = \frac{\partial M_i}{\partial a_k} \Big|_{\mathbf{a}=0}. \quad (17)$$

由上述推导可知, 估计波前误差的前 N 阶模式系数只需要测量 $N+1$ 次像面光强。矩阵 \mathbf{S} 和向量 \mathbf{M}_0 与待校正像差无关, 对同一光学系统只需要计算一次, 可以通过事先计算或实验得到。在得到波前误差对应的模式系数向量后, 按照自适应光学相位共轭原理控制变形镜进行校正即可。

4 仿真分析

4.1 仿真模型

仿真采用的 37 单元变形镜模型如图 2 所示, 图中实线框表示变形镜孔径, 虚线框表示实际通光孔径, 圆圈代表致动器的位置。变形镜致动器的影响函数为高斯型, 耦合系数设为 0.2。由影响函数矩阵导出的变形镜本征模式(前 10 项)如图 3 所示。

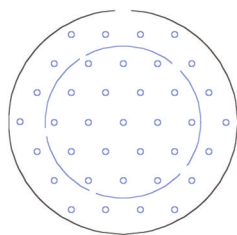


图 2 37 单元变形镜仿真模型

Fig.2 Actuator arrangement of 37-channel deformable mirror

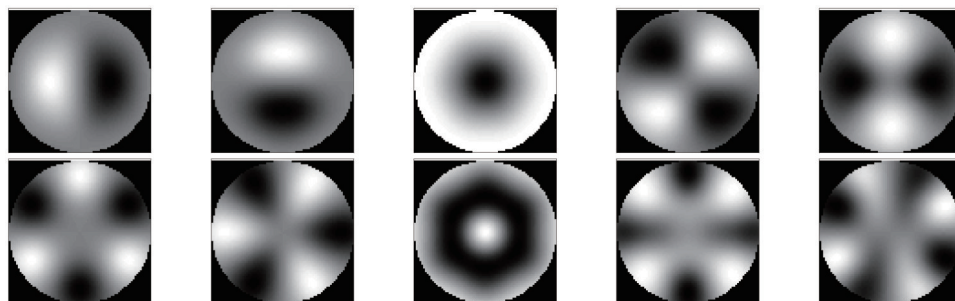


图 3 37 单元变形镜本征模式(1~10 项)

Fig.3 Eigen-modes of 37-channel deformable mirror (1~10 terms)

通过给变形镜各个致动器施加随机电压产生待校正波前误差, 这样产生的波前误差理论上可以由变形镜完全补偿, 即排除了变形镜拟合误差的影响, 便于对算法本身的校正精度进行研究和比较。定义校正精度为

$$\varepsilon = 1 - \frac{\sigma_{err}}{\sigma_0}, \quad (18)$$

式中 σ_{err} 为校正后残余波前均方根(RMS)值, σ_0 为校正前的波前 RMS 值。

4.2 模式校正精度比较

当波前误差 RMS 值分别为 1~8 rad 时, 各取 50 组随机误差进行校正, 采用变形镜本征模式和 Lukosz 模式校正时的平均校正精度如图 4 所示。由图 4 可知, 采用变形镜本征模式的平均校正精度比 Lukosz 模式高

10%左右。同时可以看到,随着波前误差 RMS 值的增大,波前校正精度仅略有下降。仿真分析结果表明,只要像面探测器的采样范围足够大,算法原则上可适用于任意大小的波前误差^[5]。

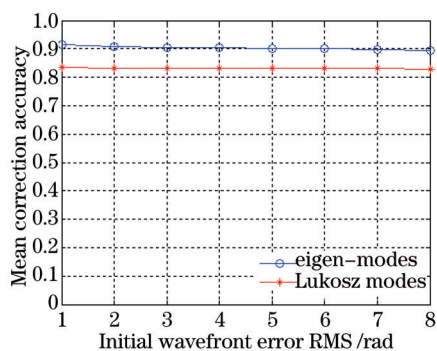


图4 采用变形镜本征模式和 Lukosz 模式的平均校正精度

Fig.4 Mean correction accuracy using deformable mirror eigen-modes and Lukosz modes

4.3 模式偏置系数的影响

根据(15)式,算法在估计某个变形镜本征模式系数时需要利用变形镜在系统中引入一定大小的模式偏置,图5给出了模式偏置系数大小对校正精度的影响。模式系数已按 RMS 值归一化,即单位大小的模式偏置对应的波前 RMS 值为 1 rad。由图5可知,模式偏置系数大于 1.2 之后对算法校正精度的影响不大。

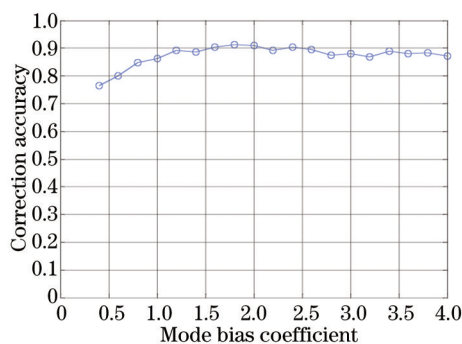


图5 模式偏置系数和校正精度的关系

Fig.5 Relationship between mode bias coefficient and correction accuracy

4.4 闭环校正

当初始波前误差 RMS 值分别等于 3、5、8 rad 时,采用变形镜本征模式进行闭环校正的结果如图6所示。仿真结果表明算法闭环校正 3 次后残余波前误差趋于收敛。

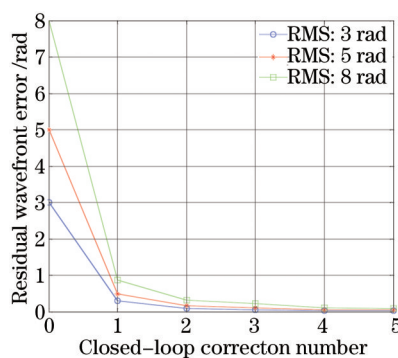


图6 采用变形镜本征模式进行闭环校正的结果

Fig.6 Closed-loop correction results using deformable mirror eigen-modes

5 实验研究

为了验证基于变形镜本征模式的无波前传感器自适应光学系统的校正效果,搭建完成的实验系统光路如图7所示。实验采用 635 nm 激光光源并由单模光纤耦合输出,输出光经透镜 L1 准直后垂直入射到 OKO

公司37单元变形镜上,变形镜的反射光经分束镜(BS)后成像于CCD相机上。变形镜在实验中同时用于产生和校正像差。变形镜各个致动器的影响函数由哈特曼-夏克波前传感器(Imagine Optic公司HASO3-76GE)测量得到。由影响函数矩阵可以推导出变形镜本征模式,具体的模式分布见文献[8]。

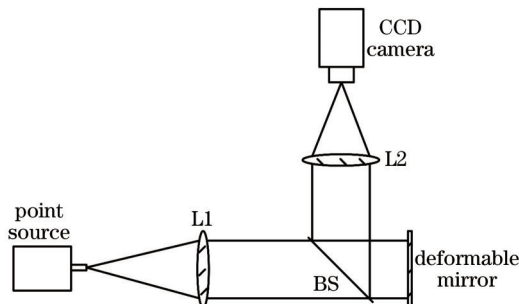


图7 实验系统图

Fig.7 Experimental system layout

在校正前需要对光学系统进行标定,即要得到(16)式中的矩阵 S 和向量 M_0 。 S 和 M_0 是在光学系统不含像差的情况下利用变形镜引入一定大小的模式偏置得到的,因此需要先清除系统的初始像差。为避免非共路误差的影响,在实验中采用SPGD算法控制变形镜对系统的初始误差进行了校正^[11-12]。初始像面光斑和用哈特曼-夏克波前传感器测量的波前误差如图8所示。SPGD迭代校正1000次后的像面光斑和相应的波前分布如图9所示。校正后波前RMS值 V_{RMS} 为 0.033λ ,已经接近衍射极限成像,可以进行后续的标定工作。

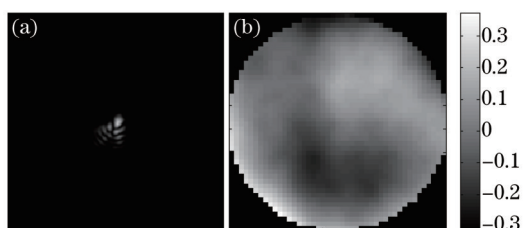


图8 (a) 初始光斑; (b) 相应的波前分布
($V_{RMS}=0.11\lambda$)

Fig.8 (a) Initial image; (b) corresponding wavefront distribution
($V_{RMS} =0.11\lambda$)

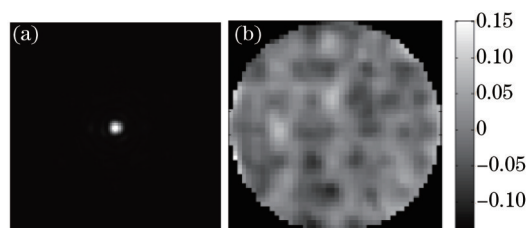


图9 (a) SPGD校正后的像面光斑; (b) 相应的波前分布
($V_{RMS}=0.033\lambda$)

Fig.9 (a) SPGD corrected image; (b) corresponding wavefront distribution ($V_{RMS} =0.033\lambda$)

利用变形镜产生各阶本征模式和 Lukosz 模式可以得到 S 矩阵。实验结果表明随着模式阶数的增加,矩阵 S 的条件数将逐渐增大,当条件数过大时按(16)式估计的模式系数可能存在较大误差。图10给出了两种模式对应的 S 矩阵的条件数随模式阶数的变化曲线。实验表明:采用变形镜本征模式时,对前8项进行校正可以获得稳定的校正结果;采用 Lukosz 模式时,对前5项(不含平移和倾斜项)校正可以获得稳定的校正结果,继续增加模式数会出现校正效果变差的情况,这与图10的计算结果是一致的。

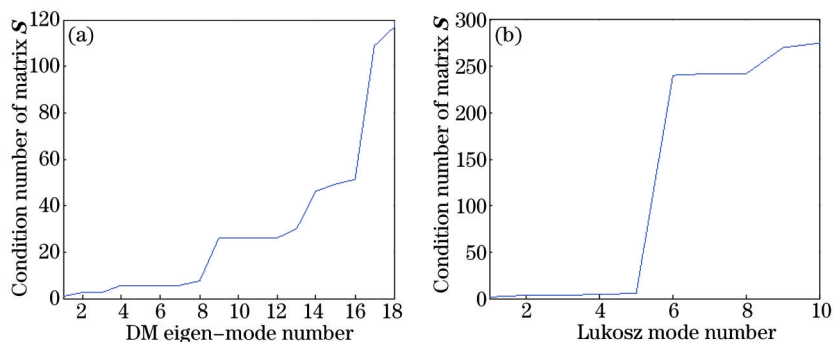


图10 矩阵 S 的条件数随模式阶数的变化曲线。(a) 变形镜本征模式; (b) Lukosz 模式

Fig.10 Condition number of matrix S versus mode number. (a) Deformable mirror eigen-modes; (b) Lukosz modes

上述标定过程只需进行一次,在标定完成后可以对输入的波前误差进行校正。本实验通过变形镜引入

一定大小的波前误差,然后分别采用 Lukosz 模式和变形镜本征模式进行校正。校正前后的像面光斑分布如图 11 所示,用哈特曼-夏克波前传感器测量校正前后的波前分布如图 12 所示。这里给出的是闭环校正两次后的校正结果,继续增加校正次数时评价函数和像斑无明显变化。采用 Lukosz 模式校正后评价函数值为 0.95,剩余波前误差 RMS 值为 0.074λ ;采用变形镜本征模式校正后评价函数值为 0.97,剩余波前误差 RMS 值为 0.042λ 。显然采用变形镜本征模式具有更好的校正效果。

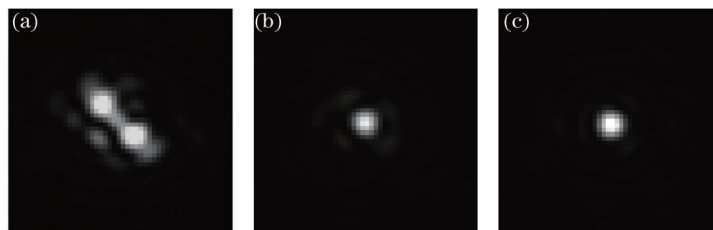


图 11 (a) 校正前像面光斑,曝光时间为 1 ms; (b) 用 Lukosz 模式校正后光斑,曝光时间为 0.25 ms;
(c) 用变形镜本征模式校正后光斑,曝光时间为 0.25 ms

Fig.11 (a) Image before correction, exposure time of 1 ms; (b) corrected image using Lukosz modes, exposure time of 0.25 ms;
(c) corrected image using DM eigen-modes,exposure time of 0.25 ms

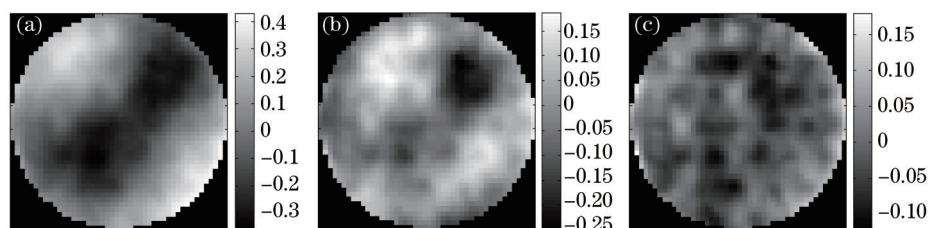


图 12 (a) 校正前波前误差分布, $V_{\text{RMS}}=0.17\lambda$; (b) 用 Lukosz 模式校正后波前误差分布, $V_{\text{RMS}}=0.074\lambda$;
(c) 用变形镜本征模式校正后波前误差分布, $V_{\text{RMS}}=0.042\lambda$

Fig.12 (a) Wavefront before correction, $V_{\text{RMS}}=0.17\lambda$; (b) wavefront after correction using Lukosz modes, $V_{\text{RMS}}=0.074\lambda$;
(c) wavefront after correction using deformable mirror eigen-modes, $V_{\text{RMS}}=0.042\lambda$

实验中发现基于变形镜本征模式或 Lukosz 模式的校正方法都存在只能补偿低阶像差的问题,原因在于传递矩阵的条件数随着模式阶数的增加而增大,当校正模式项数增多时容易校正失败,后续可考虑采用无模型优化算法和基于模型的优化算法相结合的混合优化算法弥补这一缺点^[13]。

6 结 论

针对点目标下的无波前传感器自适应光学系统,提出采用变形镜本征模式代替传统 Lukosz 模式。利用变形镜本征模式的系数与评价函数之间的关系可直接求解出各阶模式所需的校正量。仿真和实验结果表明,基于变形镜本模式的无波前传感器自适应光学校正方法可以有效校正像差,收敛速度快,校正精度高且优于传统 Lukosz 模式。

参 考 文 献

- 1 Jiang Wenhan, Huang Shufu, Wu Xubin. Hill-climbing adaptive optics wavefront correction system[J]. Chinese J Lasers, 1988, 15(1): 17-21.
姜文汉, 黄树辅, 吴旭斌. 爬山法自适应光学波前校正系统[J]. 中国激光, 1988, 15(1): 17-21.
- 2 P Yang, Y Liu, W Yang, *et al.*. An adaptive laser beam shaping technique based on a genetic algorithm[J]. Chinese Optics Letters, 2007, 5(9): 497-500.
- 3 Wu Jian, Yang Huizhen, Gong Chenglong. Research of stochastic parallel gradient descent algorithm based on segmentation random disturbance amplitude[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(7): 0712001.
吴 健, 杨慧珍, 龚成龙. 基于分段随机扰动幅值的随机并行梯度下降算法研究[J]. 中国激光, 2014, 41(7): 0712001.
- 4 M J Booth. Wave front sensor-less adaptive optics: A model-based approach using sphere packings[J]. Opt Express 2006, 14(4): 1339-1352.

- 5 M J Booth. Wavefront sensorless adaptive optics for large aberrations[J]. Opt Lett, 2007, 32(1): 5-7.
- 6 L Huang, C Rao. Wavefront sensorless adaptive optics: A general model-based approach[J]. Opt Express, 2011, 19(1): 371-379.
- 7 Yu Ji, Dong Bing. Deformable mirror eigen modes based wavefront error correction method used for space optical remote sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(12): 1228001.
喻 际,董 冰. 基于变形镜本征模式的空间光学遥感器波前误差校正方法研究[J]. 光学学报, 2014, 34(12): 1228001.
- 8 Yu Ji, Dong Bing. Experimental study of wavefront sensorless adaptive optics based on deformable mirror eigen modes[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(3): 0322004.
喻 际,董 冰. 基于变形镜本征模式的无波前传感器自适应光学系统实验研究[J]. 光学学报, 2015, 35(3): 0322004.
- 9 D Débarre M J Booth, T Wilson. Image based adaptive optics through optimisation of low spatial frequencies[J]. Opt Express, 2007, 15 (13): 8176-8190.
- 10 J Braat. Polynomial expansion of severely aberrated wave fronts[J]. J Opt Soc Am A, 1987, 4(4): 643-650.
- 11 Bing Dong, De-Qing Ren, Xi Zhang. Stochastic parallel gradient descent based adaptive optics used for a high contrast imaging coronagraph [J]. Research in Astronomy and Astrophysics, 2011, 11 (8): 997-1002.
- 12 Deqing Ren, Bing Dong, Yongtian Zhu, *et al.*. Correction of non-common path error for extreme adaptive optics[J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 2012, 124(913): 247-253.
- 13 Bing Dong, Ji Yu. Hybrid approach used for extended-image based wavefront sensorless adaptive optics[J]. Chinese Optics Letters, 2015, 13(4): 041101.

栏目编辑: 史 敏