

# 中心对称光折变晶体中 Kagome 型光格子 内缺陷孤子的研究

张宝菊<sup>1,2</sup> 卢克清<sup>1,2</sup> 赵冲<sup>1,2</sup> 高立许<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>天津工业大学光电检测技术与系统天津市重点实验室, 天津 300387

<sup>2</sup>天津工业大学电子与信息工程学院, 天津 300387

**摘要** 报道了中心对称光折变晶体中 Kagome 型光格子内缺陷孤子的存在及其稳定性。由于缺陷强度的变化, 这些缺陷孤子能存在于不同的带隙内。当缺陷为正时, 这些缺陷孤子只存在于半无限带隙内。利用扰动增长率和光波传播法, 研究了这些缺陷孤子的稳定性。结果表明, 通过扰动增长率和光波传播法得到这些缺陷孤子的稳定性是相同的, 低功率正缺陷孤子是稳定的, 高功率正缺陷孤子是不稳定的。当缺陷为负时, 缺陷孤子存在于半无限带隙和第一带隙内。在半无限带隙内, 中功率负缺陷孤子是稳定的, 高功率和低功率负缺陷孤子是不稳定的。在第一带隙内, 负缺陷孤子都是稳定的。

**关键词** 表面光学; 缺陷孤子; 光折变晶体; 光格子; 非线性光学

**中图分类号** O437 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/CJL201643.1208001

## Research on Defect Solitons in Kagome Photonic Lattices in Centrosymmetric Photorefractive Crystals

Zhang Baoju<sup>1,2</sup> Lu Keqing<sup>1,2</sup> Zhao Chong<sup>1,2</sup> Gao Lixu<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Tianjin Key Laboratory of Optoelectronic Detection Technology and Systems, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China

<sup>2</sup>Institute of Electronics and Information Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China

**Abstract** Defect solitons and their stability are reported in Kagome photonic lattices in centrosymmetric photorefractive crystals. These defect solitons exist in different gaps due to the change of defect intensity. When the defect is positive, these defect solitons exist only in the semi-infinite gap. By using the perturbation growth rate and beam propagation method, the stability of these defect solitons is investigated. The analysis indicates that the stability of these defect solitons tested by the perturbation growth rate and beam propagation method is same, the positive defect solitons are stable in the low power region and unstable in the high power region. When the defect is negative, these defect solitons exist both in the semi-infinite gap and the first gap. Negative defect solitons in the semi-infinite gap are stable in the moderate power region and unstable in the high and low power regions. In the first gap, the negative defect solitons are always stable.

**Key words** optics at surfaces; defect solitons; photorefractive crystal; photonic lattices; nonlinear optics

**OCIS codes** 240.4350; 240.6670; 260.1180

## 1 引 言

光折变空间孤子是指非线性介质的自聚焦或自散焦效应与光束的衍射发散作用相平衡时, 在光折变晶

**收稿日期:** 2016-08-31; **收到修改稿日期:** 2016-09-19

**基金项目:** 天津市自然科学基金(13JCYBJC16400)

**作者简介:** 张宝菊(1990—), 女, 硕士研究生, 主要从事光孤子及非线性光学方面的研究。E-mail: bjzhang14tj@126.com

**导师简介:** 卢克清(1960—), 男, 博士, 教授, 主要从事光孤子及非线性光学方面的研究。

E-mail: kqlutj@126.com (通信联系人)

体中无衍射地向前传播的光束,它以低功率、快响应、强非线性效应等特点以及在全光开关、光波导、光互联等方面的潜在应用而成为近年来非线性光学领域的研究热点。迄今为止发现和研究的折变光子包括屏蔽光子<sup>[1]</sup>、光子<sup>[2-3]</sup>、屏蔽光子<sup>[4-5]</sup>、表面波<sup>[6-7]</sup>等,这些光子都是在非中心对称折变晶体中产生的。有趣的是线性光在周期光子内的传播能展示出布洛赫能带和禁止的带隙。间隙光子<sup>[8-10]</sup>和缺陷光子<sup>[11-13]</sup>等能存在于不同的带隙内,这可能实现新物理机制的光路由。然而,中心对称折变晶体也能产生空间光子。Segev等<sup>[14]</sup>预言了在中心对称折变晶体中存在着空间光子。DelRe等<sup>[15-16]</sup>在钽铌酸锂钾(KLTN)晶体中实验观察到了一维和二维空间光子。之后,也预言了中心对称折变晶体中的非相干耦合光子对<sup>[17]</sup>和表面波<sup>[18]</sup>。虽然,国内外学者相继对中心对称折变晶体中的各种光子进行了理论和实验研究<sup>[19-23]</sup>,但是关于中心对称折变晶体中光感应的光子内缺陷光子的报道甚少。本文将讨论中心对称折变晶体中Kagome型<sup>[24-26]</sup>光子内缺陷光子的形成,并给出缺陷强度为正值和负值时缺陷光子的形态和能量变化曲线,对其传播的稳定性进行了分析。

## 2 理论模型

假设一束寻常光(o光)通过Kagome型掩模照在中心对称折变晶体上,该掩模能控制光强分布,形成一束Kagome型缺陷光子光。假设这束缺陷光子光沿传播方向均匀分布。同时,让一束探测非常光(e光)照在缺陷光子光束的缺陷位置,并与光子光束共线传播。在这种情况下,探测光束可用非线性薛定谔方程描述<sup>[27-28]</sup>为

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - E_0 \left( \frac{1}{I_L + |U|^2 + 1} \right)^2 U = 0, \quad (1)$$

式中 $U$ 是探测光束慢变化包络, $E_0$ 为空间电荷场, $I_L$ 表示带有缺陷的Kagome型光光子的强度分布,其表达式为

$$I_L = I \times \{1 + \epsilon \exp[-(4X^2 + 3Y^2)^4/128]\}, \quad (2)$$

式中 $\epsilon$ 是控制缺陷强度的参数, $I$ 是Kagome型光光子的强度分布,其表达式为

$$I = V_0 \left| \begin{array}{l} 2\exp(ik_1 pY/h) \cos(k_1 pY/h) \exp(ik_1 Y/h) + \\ \exp[-ik_1 Y/(2h) - i(\sqrt{3}/2)k_1 X] + \\ \exp[-ik_1 Y/(2h) + i(\sqrt{3}/2)k_1 X] \end{array} \right|^2, \quad (3)$$

参数取值为<sup>[25]</sup> $V_0 = 0.375, k_1 = 4/\sqrt{3}, h = 3, p = 1.5, E_0 = (D^2 k^2 / \pi^2) \cdot n_e^2 \cdot r_{\text{eff}} \cdot \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1)^2 \cdot E_w^2, \epsilon_0$ 是真空中介电常数, $\epsilon_r$ 是相对介电常数, $D$ 是光子间距, $k = 2\pi n_e / \lambda$ 是光波数, $\lambda$ 是波长, $n_e$ 是折变晶体未受扰动的折射率, $E_w$ 是外加电场, $Z$ 是传播距离(单位为 $2kD^2/\pi^2$ ), $X$ 是横向坐标(单位为 $D/\pi$ ), $Y$ 是纵向坐标(单位为 $D/\pi$ )。本文以中心对称折变晶体KLTN为例,其参数为 $n_e = 2.33, r_{\text{eff}} = 237 \text{ pm/V}, \epsilon_r = 880$ 。如果取 $\lambda = 500 \text{ nm}$ 和 $E_w = 5 \times 10^5 \text{ V/m}$ ,那么 $E_0 \approx 25$ 。

设稳定光子解的形式为 $U(X, Y, Z) = u(X, Y) \exp(-i\mu Z)$ , $\mu$ 为布洛赫波传播常数,将该表达式代入(1)式,得到 $u(X, Y)$ 满足方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} - E_0 \left( \frac{1}{1 + I_L + u^2} \right)^2 u = -\mu u, \quad (4)$$

通过平面波展开法模拟得到Kagome型光光子的带隙结构如图1(a)所示。当 $E_0 = 25$ 时,半无限带隙区域为 $\mu < 4.844$ ;第一带隙区域为 $5.148 < \mu < 8.078$ ;第二带隙区域为 $13.03 < \mu < 14.56$ 。图1(b)为均匀Kagome型光光子的强度图。利用修正的平方算子法(MSOM)<sup>[29]</sup>能求得光子的解。光子功率为 $P = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 dX dY$ 。

为了分析Kagome型光光子中缺陷光子的稳定性,在光子入射传播时加入微小扰动,其形式为

$$U(X, Y, Z) = \{u(X, Y) + [v(X, Y) - w(X, Y)] \exp(\delta Z) + [v(X, Y) + w(X, Y)]^* \exp(\delta^* Z)\} \exp(-i\mu Z), \quad (5)$$

式中“ $*$ ”表示复数共轭, $v(X, Y), w(X, Y) \ll 1$ 表示微小扰动。将(5)式代入(1)式并对结果线性化得到

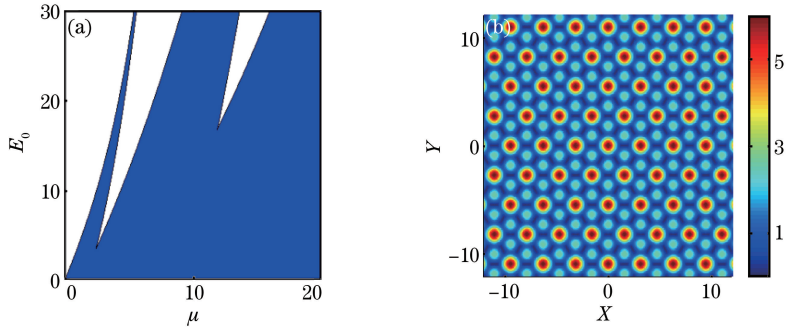


图 1 (a) Kagome 型光格子带隙结构; (b) 均匀(零缺陷)Kagome 型光格子

Fig. 1 (a) Band structure of Kagome photonic lattices; (b) uniform (zero defect) Kagome photonic lattices

本征方程组,即

$$\begin{cases} \delta v = -i \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} + \mu w - \frac{E_0 w}{(1 + I_L + u^2)^2} \right] \\ \delta w = -i \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial Y^2} + \mu v - \frac{E_0 (1 + I_L - 3u^2) w}{(1 + I_L + u^2)^3} \right] \end{cases}, \quad (6)$$

根据初始算子迭代法(OOM)<sup>[30]</sup>能求得扰动增长率  $\text{Re}(\delta)$ 。 $\text{Re}(\delta) > 0$  表示缺陷孤子是线性不稳定的,反之则是线性稳定的。

为了进一步研究缺陷孤子的稳定性,在入射孤子光束上增加随机噪声扰动来模拟孤子的传播过程,这一方法称为光波传播法。将(4)式求得的缺陷孤子的解作为入射光束代入(1)式,并在入射光束上增加一个随机噪声  $\rho(X, Y)$ ,即  $U(X, Y, Z=0) = u(X, Y) [1 + \rho(X, Y)]$ 。 $\rho(X, Y)$  是高斯分布的随机函数,均值  $\langle \rho \rangle = 0$ , 方差  $\langle \rho^2 \rangle = \sigma^2$ , 本文取  $\sigma$  等于输入孤子幅度的 10%。利用数值计算可以得到缺陷孤子传播一定距离后的轮廓图。

### 3 数值结果

首先,当缺陷强度为正值( $\epsilon > 0$ )时,Kagome 光格子在缺陷位置的强度大于周围区域的强度,取  $\epsilon = 0.5$ ,正缺陷孤子功率  $P$  和传播常数  $\mu$  的关系如图 2(a) 所示,蓝色区域是布洛赫能带。可以看出,正缺陷孤子只存在于半无限带隙内。当  $\mu \leq 2.49$  时,正缺陷孤子的功率为高功率,图 2(b) 表示  $\text{Re}(\delta) > 0$ ,正缺陷孤子是不稳定的,但是功率  $P$  与传播常数  $\mu$  关系曲线的斜率为负值( $dP/d\mu$ ),这与 KV 理论相矛盾。根据 KV 理论,如果  $dP/d\mu < 0$ ,则孤子是稳定的;如果  $dP/d\mu > 0$ ,则孤子是不稳定的。当  $2.49 < \mu \leq 4.34$  时,正缺陷孤子的功率为低功率,图 2(b) 表示  $\text{Re}(\delta) = 0$ ,正缺陷孤子是稳定的,图 2(a) 表示  $dP/d\mu < 0$ ,与 KV 理论相同。当  $\mu \leq 2.49$  时,正缺陷孤子的功率高,随着传播常数的减少,正缺陷孤子的功率为指数增长,如图 2(a)所示。这样,正缺陷孤子也变成指数不稳定,但这种不稳定与通常 KV 不稳定不同<sup>[11]</sup>。

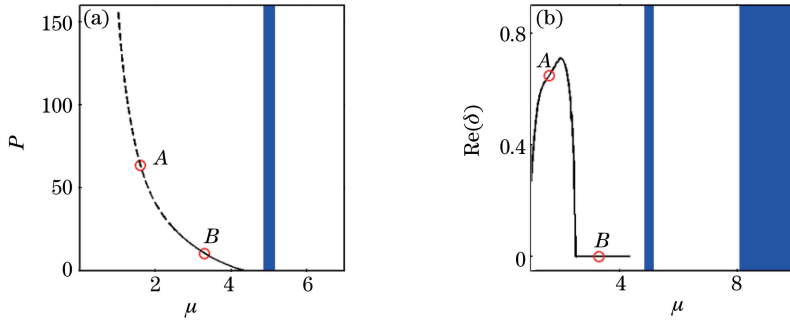


图 2 (a) 正缺陷孤子功率和传播常数的关系; (b) 正缺陷孤子的扰动增长率

Fig. 2 (a) Power of positive defect soliton versus propagation constant; (b) perturbation growth rates for positive defect solitons

图 3(a)给出了  $\mu=1.6$ (对应图 2 中的 A 点)时正缺陷孤子的轮廓图,图 3(b)是入射孤子加入随机噪声传播 200 无量纲单位后的轮廓图。可以看出,正缺陷孤子形状发生了变化,不能稳定传播。在高功率区域内,正缺陷孤子是不稳定的。图 3(c)和(d)分别给出了  $\mu=3.3$ (对应图 2 中 B 点)时正缺陷孤子的轮廓及加入噪声传播 200 无量纲单位后的轮廓图。可以看出, $Z=200$  时正缺陷孤子的形状、位置都没有发生变化,该正缺陷孤子是稳定的。在低功率区域内,正缺陷孤子是稳定的,高功率正缺陷孤子是不稳定的。

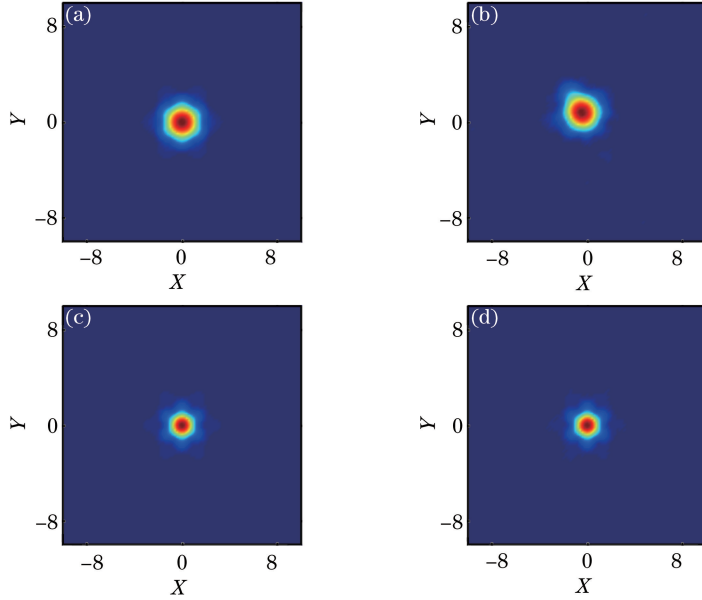


图 3 (a)  $\mu=1.6$  时正缺陷孤子的轮廓图和(b)  $Z=200$  时的轮廓图;(c)  $\mu=3.3$  时正缺陷孤子的轮廓图和(d)  $Z=200$  时的轮廓图

Fig. 3 (a) Profile of positive defect soliton for  $\mu=1.6$  and (b) its profile at  $Z=200$ ; (c) profile of positive defect soliton for  $\mu=3.3$  and (d) its profile at  $Z=200$

其次,当缺陷强度为负值( $\epsilon < 0$ )时,Kagome 光格子在缺陷位置的强度小于周围区域的强度。负缺陷孤子不仅存在于半无限带隙内,同时还存在于第一带隙内。当  $\epsilon = -0.5$  时,图 4(a)给出了负缺陷孤子的功率  $P$  随传播常数  $\mu$  的变化情况,蓝色区域是布洛赫能带。在半无限带隙中,当  $2.92 \leq \mu \leq 4.62$  时,负缺陷孤子的功率为中功率,图 4(a)表示  $dP/d\mu < 0$ ,负缺陷孤子是稳定的,与 KV 理论相同。由图 4(b)可知,在此区域  $\text{Re}(\delta) = 0$ ,同样表明负缺陷孤子是稳定的。

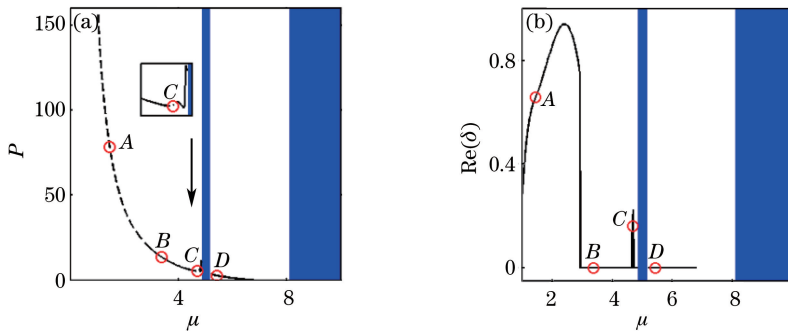


图 4 (a) 负缺陷孤子功率和传播常数的关系;(b) 负缺陷孤子的扰动增长率

Fig. 4 (a) Power of negative defect soliton versus propagation constant; (b) perturbation growth rates for negative defect solitons

图 5(a)是  $\mu=3.36$ (对应图 4 中 B 点)时,负缺陷孤子的轮廓图。图 5(b)是加入噪声的负缺陷孤子传播 200 无量纲单位后的轮廓图。可以看出,负缺陷孤子形状、位置都没有发生变化,能稳定传播。当  $4.63 \leq \mu \leq 4.71$  时,负缺陷孤子的功率为低功率,功率曲线发生突变,且不平滑。由图 4(b)可知,在此区域  $\text{Re}(\delta) > 0$ ,

负缺陷孤子是不稳定的。图 5(c)是  $\mu=4.67$ (对应图 4 中 C 点)时,负缺陷孤子的轮廓图。图 5(d)是加入噪声的负缺陷孤子传播 200 无量纲单位后的轮廓图。可以看出,负缺陷孤子发生分裂,不能稳定传播,这与前面叙述正缺陷孤子的不稳定情况不同。负缺陷孤子的不稳定性不仅会引起孤子的位置偏移,还会引起孤子的分裂,然而,正缺陷孤子的不稳定性只会引起孤子发生位置偏移,不会引起孤子的分裂,这可能存在潜在的光路由应用。当  $\mu < 2.92$  时,负缺陷孤子功率为高功率,图 4(b)表示  $\text{Re}(\delta) > 0$ ,负缺陷孤子是不稳定的,与 KV 理论相矛盾( $dP/d\mu < 0$ )。图 5(e)是  $\mu=1.44$ (图 4 中 A 点)时,负缺陷孤子的轮廓图。图 5(f)是加入噪声的负缺陷孤子传播 200 无量纲单位后的轮廓图。可以看出,负缺陷孤子在传播过程中不能保持在同一位置,且形状有变化,不能稳定传播。

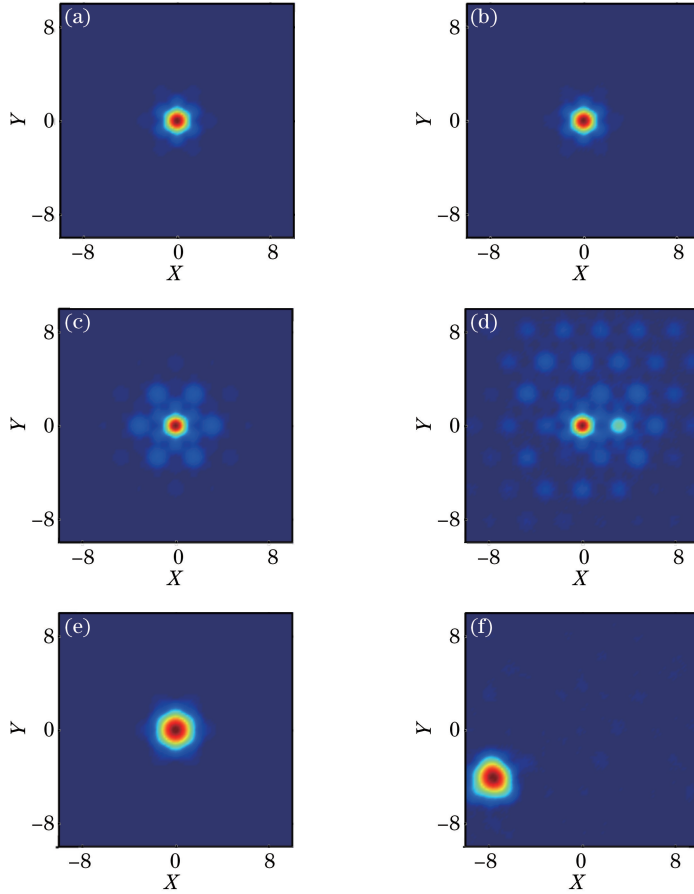


图 5 (a)  $\mu=3.36$  时负缺陷孤子的轮廓图和 (b)  $Z=200$  时的轮廓图; (c)  $\mu=4.67$  时负缺陷孤子的轮廓图和 (d)  $Z=200$  时的轮廓图; (e)  $\mu=1.44$  时负缺陷孤子的轮廓图和 (f)  $Z=200$  时的轮廓图

Fig. 5 (a) Profile of negative defect soliton for  $\mu=3.36$  and (b) its profile at  $Z=200$ ; (c) profile of negative defect soliton for  $\mu=4.67$  and (d) its profile at  $Z=200$ ; (e) profile of negative defect soliton for  $\mu=1.44$  and (f) its profile at  $Z=200$

在第一带隙中,功率  $P$  与传播常数  $\mu$  关系曲线的斜率为负值( $dP/d\mu < 0$ ),负缺陷孤子是稳定的,与 KV 理论相同。图 4(b)表示第一带隙  $\text{Re}(\delta)=0$ ,负缺陷孤子是稳定的。图 6(a)是  $\mu=5.42$ (对应图 4 中 D 点)时,负缺陷孤子的轮廓图。加入噪声的负缺陷孤子传播 200 无量纲单位后的轮廓如图 6(b)所示。可以看出,负缺陷孤子能稳定传播。综上可知,在半无限带隙中,中值功率区域的负缺陷孤子是稳定的,高功率和低功率区域是不稳定的;在第一带隙中,所有功率的负缺陷孤子都是稳定的。

此外,还研究了改变缺陷强度时缺陷孤子稳定区域的变化。当增加正缺陷强度时,在半无限带隙中正缺陷孤子的稳定区域会变大。当增加负缺陷强度的绝对值时,在半无限带隙和第一带隙中负缺陷孤子的稳定区域会变小。

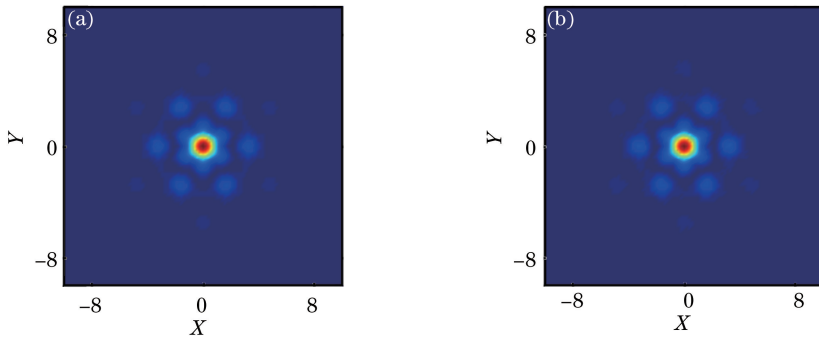


图 6 (a)  $\mu=5.42$  时负缺陷孤子的轮廓图和(b)  $Z=200$  时的轮廓图

Fig. 6 (a) Profile of negative defect soliton for  $\mu=5.42$  and (b) its profile at  $Z=200$

## 4 结 论

研究了中心对称光折变晶体中 Kagome 型光格子内的缺陷孤子,并分析其能量变化和传播时的稳定性。当  $\epsilon > 0$  时,缺陷孤子为正缺陷孤子,正缺陷孤子只存在在半无限带隙中,低功率正缺陷孤子是稳定的,高功率正缺陷孤子是不稳定的;当  $\epsilon < 0$  时,缺陷孤子为负缺陷孤子,负缺陷孤子不仅存在于半无限带隙内,还存在于第一带隙内。在半无限带隙内,中功率区域的负缺陷孤子是稳定的,高功率和低功率区域的负缺陷孤子是不稳定的;但是在第一带隙内,所有功率的负缺陷孤子都是稳定的。正缺陷孤子的稳定区域随正缺陷强度的增大而增大,负缺陷孤子的稳定区域随负缺陷强度绝对值的增大而减小。

## 参 考 文 献

- 1 Segev M, Valley G C, Crosignani B, *et al.* Steady-state spatial screening solitons in photorefractive materials with external applied field[J]. Applied Physics Letters, 1994, 73(24): 3211-3214.
- 2 Yan Lifen, Wang Hongcheng, Zhang Bingzhi, *et al.* Self-deflection of dark and gray photovoltaic solitons[J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(8): 4627-4634.  
颜利芬, 王红城, 张冰志, 等. 光伏暗孤子和灰孤子的自偏转[J]. 物理学报, 2007, 56(8): 4627-4634.
- 3 Li Rongji, She Weilong, Wang Xiaosheng, *et al.* One-dimensional dark solitons in photovoltaic media with a positive perturbation refractive index[J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(11): 2166-2171.  
李荣基, 余卫龙, 王晓生, 等. 折射率改变为正的 光折变晶体中形成一维光伏暗孤子[J]. 物理学报, 2001, 50(11): 2166-2171.
- 4 Lu Keqing, Zhang Yanpeng, Tang Tiantong, *et al.* Self-deflection of steady-state spatial solitons in biased photorefractive-photovoltaic crystals[J]. Acta Optica Sinica, 2002, 22(2): 134-138.  
卢克清, 张彦鹏, 唐天同, 等. 有偏压的光伏光折变晶体中屏蔽光伏孤子的自偏转[J]. 光学学报, 2002, 22(2): 134-138.
- 5 Li Wenhui, Hu Manli, Ma Zhibo, *et al.* Temporal evolution and controllable factors for self-deflection of screening photovoltaic solitons in LiNbO<sub>3</sub> crystal[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 61(2): 020201.  
李文慧, 忽满利, 马志博, 等. LiNbO<sub>3</sub> 晶体中屏蔽光伏孤子自偏转的时空演化与可控因素[J]. 物理学报, 2012, 61(2): 020201.
- 6 Tian Ning, Lu Keqing, Zhang Xianfeng, *et al.* Influence of guiding parameters and propagation constants on photorefractive surface waves[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(1): 0117002.  
田 宁, 卢克清, 张先锋, 等. 波导参数和传播常数对光折变表面波的影响[J]. 中国激光, 2012, 39(1): 0117002.
- 7 Zhang T H, Ren X K, Wang B H, *et al.* Surface waves with photorefractive nonlinearity[J]. Physical Review A, 2007, 76(1): 013827.
- 8 Yang Bin, Qin Yali, Liu Xian, *et al.* Research on dipole solitons in optically-induced lattices[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(7): 0719001.  
杨 斌, 覃亚丽, 刘 鲜, 等. 光诱导晶格中偶极孤子的研究[J]. 光学学报, 2016, 36(7): 0719001.
- 9 Efremidis N K, Hudock J, Christodoulides D N, *et al.* Two-dimensional optical lattice solitons[J]. Physical Review Letters, 2003, 91(21): 213906.



- 10 Neshev D, Ostrovskaya E, Kivshar Y, *et al.* Spatial solitons in optically induced gratings[J]. *Optics Letters*, 2003, 28(9): 710-712.
- 11 Yang J, Chen Z. Defect solitons in photoniclattices[J]. *Physical Review E*, 2006, 73(2): 026609.
- 12 Zhu X, Wang H, Zheng L X. Defect solitons in Kagome optical lattices[J]. *Optics Express*, 2010, 18(20): 20786-20792.
- 13 Chen W H, Zhu X, Wu T W, *et al.* Defect solitons in two-dimensional optical lattices[J]. *Optics Express*, 2010, 18(11): 10956-10961.
- 14 Segev M, Shih M, Valley G C. Photorefractive screening solitons of high and low intensity[J]. *Journal of Optical Society of America B*, 1996, 13(4): 706-718.
- 15 DelRe E, Crosignani B, Tambruini M, *et al.* One-dimensional steady-state photorefractive spatial solitons in centrosymmetric paraelectric potassium lithium tantalate niobate[J]. *Optics Letters*, 1998, 23(6): 421-423.
- 16 DelRe E, Tambruini M, Segev M, *et al.* Two-dimensional photorefractive spatial solitons in centrosymmetric paraelectric potassium-lithium-tantalate-niobate[J]. *Applied Physics Letters*, 1998, 73(1): 16-18.
- 17 Li Bin, Sun Xiudong, Hou Chunfeng, *et al.* Incoherently coupled bright-dark screening-photovoltaic soliton pairs in biased photovoltaic photorefractive crystals[J]. *Acta Physica Sinica*, 2001, 50(9): 1709-1712.  
李 斌, 孙秀冬, 侯春风, 等. 有外加电场的光伏光折变晶体中的非相干耦合亮-暗屏蔽光伏孤子对[J]. *物理学报*, 2001, 50(9): 1709-1712.
- 18 Chen W, Lu K, Hui J, *et al.* Localized surface waves at the interface between linear dielectric and biased centrosymmetric photorefractive crystals[J]. *Optics Express*, 2013, 21(13): 15595-15602.
- 19 Ciattoni A, Marini A, Rizza C, *et al.* Collision and fusion of counterpropagating micrometer-sized optical beams in periodically biased photorefractive crystals[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(7): 911-913.
- 20 Ji Xuanmang, Yao Jihuan, Jiang Qichang, *et al.* Temporal behavior of the low-amplitude dark and gray spatial solitons in centrosymmetric photorefractive media[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(10): 1019001.  
吉选芒, 姚纪欢, 姜其畅, 等. 低振幅中心对称光折变暗和灰空间孤子的时间特性[J]. *光学学报*, 2011, 31(10): 1019001.
- 21 Hao L, Hou C, Wang X, *et al.* Coherently coupled bright-bright screening soliton pairs in biased centrosymmetric photorefractive crystals[J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2016, 127(15): 5928-5934.
- 22 Zhan K, Hou C. Gap solitons supported by optical lattices in biased centrosymmetric photorefractive crystals[J]. *Optics Communications*, 2012, 285(17): 3649-3653.
- 23 Zhan K, Hou C, Hao T, *et al.* Spatial solitons in centrosymmetric photorefractive crystals due to the two-photo photorefractive effect[J]. *Journal of Optics*, 2010, 12(1): 015203.
- 24 Boguslawski M, Rose P, Denz C. Nondiffracting Kagome lattices[J]. *Applied Physics Letters*, 2011, 98(6): 061111.
- 25 Liu S, Lu K, Zhang Y, *et al.* Defect solitons in optically induced Kagome photonic lattices in photovoltaic-photorefractive crystals[J]. *Optics Communications*, 2014, 312: 258-262.
- 26 Law K, Saxena A, Kevrekidis P G, *et al.* Localized structures in Kagome lattices[J]. *Physical Review A*, 2009, 79(5): 053818.
- 27 Fleischer J W, Segev M, Efremidis N K, *et al.* Observation of two-dimensional discrete solitons in optically induced nonlinear photonic lattices[J]. *Nature*, 2003, 422(6928): 147-150.
- 28 Yang J, Makasyuk I, Bezryadina A, *et al.* Dipole and quadrupole solitons in optically induced two-dimensional photonic lattices: Theory and experiment[J]. *Stud Appl Math*, 2004, 113(4): 389-412.
- 29 Yang J, Lakoba T I. Universally-convergent squared-operator iteration methods for solitary waves in general nonlinear wave equations[J]. *Studies in Applied Mathematics*, 2007, 118(2): 153-197.
- 30 Yang J. Iteration methods for stability spectra of solitarywaves[J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, 227(14): 6862-6876.