

# 微粗糙光学表面与掩埋多体粒子复合光散射特性

巩 蕾<sup>1</sup> 吴振森<sup>2</sup> 葛城显<sup>2</sup> 高 明<sup>1</sup> 潘永强<sup>1</sup>

<sup>1</sup>西安工业大学光电工程学院, 陕西 西安 710032

<sup>2</sup>西安电子科技大学物理与光电工程学院, 陕西 西安 710071

**摘要** 基于时域有限差分法/时域多分辨(FDTD/MRTD)混合方法研究了微粗糙光学表面与多体缺陷粒子的复合光散射问题。建立微粗糙光学表面与掩埋多体粒子复合散射模型,利用 DB2 小波尺度函数的移位内插原理,将计算区域分别划分为 MRTD 和 FDTD 方法区域,推导出复合散射场,计算微粗糙光学表面中掩埋多体粒子的复合散射截面,并与矩量法的结果比较以验证该方法的有效性。分析入射角、气泡粒子的个数、相对位置及深度等物性特征对微粗糙光学表面与掩埋多体粒子复合双站散射截面的影响。上述结果为光学无损检测、光学薄膜、微纳米结构的光学性能设计等领域提供技术支持。

**关键词** 薄膜; 复合散射; 光学表面; FDTD/MRTD 混合方法; 多体粒子

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201643.1203001

## Composite Light Scattering Properties Between Slightly Rough Optical Surface and Multi-Body Particles

Gong Lei<sup>1</sup> Wu Zhensen<sup>2</sup> Ge Chengxian<sup>2</sup> Gao Ming<sup>1</sup> Pan Yongqiang<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Photoelectric Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710032, China

<sup>2</sup>School of Physical Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China

**Abstract** Based on the finite difference time domain/multi-resolution time domain (FDTD/MRTD) method, composite scattering between slightly rough optical surface and buried multi-body defect particles was researched. The concept of multi-body defect particles is put forward and the composite scattering model of slightly rough optical surface and buried particles is established. The computational domain is divided into MRTD method domain and FDTD method domain based on displacement interpolation principle of DB2 wavelet scale function, and the composite scattering field is deduced. Composite scattering cross sections of buried multi-body particles are discussed in detail. Results are compared with those obtained with the method of moment, and they are found to be consistent very well, thereby proving the reliability of the proposed method. The effects of incidence angle, sphere number and sphere separation distance on composite scattering are studied. The study will provide technological support for the fields of nondestructive examination, optical film, optical performance design of micro- and nano-structures etc.

**Key words** thin films; composite scattering; optical surface; FDTD/MRTD method; multi-body particles

**OCIS codes** 310.6860; 310.6845; 290.4210; 290.5825; 290.5850

## 1 引 言

由于光学介质薄膜的质量直接关系着所在光学系统的整体性能,光学介质薄膜的光散射特性与材料物性参数、表面粗糙度以及膜中的缺陷状态密切相关,薄膜器件的表面粗糙度和缺陷散射损耗是限制其特性的主要因素<sup>[1-2]</sup>。因此,研究微粗糙光学表面与掩埋粒子复合散射特性极具科学意义。

关于材料表面与粒子间的复合散射问题,国内外学者已经开展了一些工作。材料表面含粒子的严格解

收稿日期: 2016-07-26; 收到修改稿日期: 2016-09-25

基金项目: 国家自然科学基金(61308071,61571355)、陕西省自然科学面上基金(2016JM6011)

作者简介: 巩 蕾(1981—),女,博士,副教授,主要从事目标复合光散射特性及辐射力方面的研究。

E-mail: zzgonglei@126.com

析理论最早由 Bobbert 等<sup>[3]</sup>提出,通过矢量球谐函数或德拜势计算材料表面的反射矩阵。利用散射传输矩阵方法,将该方法扩展为轴对称粒子或一般的非球形粒子与界面的散射。Taubenblatt 等<sup>[4]</sup>应用 Sommerfeld 积分处理表面污染物与粒子之间的耦合散射。同时还有多种近似方法,比如 Videen 等<sup>[5]</sup>应用散射矩阵方法忽略了粒子与薄膜介质层之间的多重散射效应,研究了瑞利小粒子在薄膜介质表面的偏振散射问题。Schmehl 等<sup>[6]</sup>采用离散偶极子近似方法研究了硅基片上聚苯乙烯球形粒子的散射问题。解析方法有很多种,但是每个方法都有前提条件。数值方法能够避开近似解析方法的局限性而得到一些重要的散射效应并分析缺陷粒子和微粗糙光学表面各自的散射贡献。Gong 等<sup>[7-9]</sup>采用时域有限差分法(FDTD)做了关于基片和缺陷粒子复合散射的研究工作,由于工作深度的局限性,未考虑光学平面的粗糙度对复合散射的影响作用。鉴于高精密光学系统中缺陷尺寸日渐趋于纳米级<sup>[10]</sup>,光学表面粗糙度及其中的特征缺陷对复合散射场的影响不容忽视。

本文结合微粗糙光学表面无损检测工艺的实际情况,基于时域有限差分法/时域多分辨(FDTD/MRTD)混合方法研究了微粗糙光学表面与单/双气泡粒子的复合光散射问题。并与矩量法(MOM)结果比较。提出多体缺陷粒子概念,建立微粗糙光学表面与掩埋多体缺陷粒子复合散射模型,利用 DB2 小波的尺度函数的移位内插原理,将计算区域进行划分,推导出复合散射场,分析入射角、气泡粒子的个数及位置等多物性参数对复合双站雷达散射截面的影响。

## 2 微粗糙光学表面与多体粒子复合光散射分析及推导

### 2.1 微粗糙光学表面与掩埋多体缺陷粒子复合散射模型

在光学膜系的制备中,膜系各界面都将偏离光洁表面的理想形状,存在膜层厚度的随机起伏,形成微粗糙光学表面。并在制备过程中经历沉积、研磨、印刷、镀膜等多道工序,难免会掩埋夹杂有气泡、针孔、氧化物等缺陷粒子。在光学介质薄膜制备过程中,缺陷是影响光学薄膜性能的主要因素之一。缺陷是由于基体表面或薄膜内部存在某种子源,薄膜在种子源上沉积而形成的<sup>[1-2]</sup>。由于种子源由多种不同的机制产生,所以生长的缺陷形状、位置、尺寸有着很大的差异,即均为多体状态。

图 1 给出了一维微粗糙光学表面与掩埋目标的复合光散射示意图。光学表面的轮廓记为  $S_r$ ,目标表面轮廓为  $S_0$ , $H$  表示多体缺陷粒子的掩埋深度(缺陷粒子与粗糙面中心之间的距离)。图 1 中黑色点状阴影部分为“多体”缺陷粒子,所谓“多体”特性具体指以下几个方面。

- 1) 多数量:一个,两个,多个及周期情况,本文主要研究一个和两个的耦合情况。
- 2) 多方位:位于介质薄膜上方、镶嵌于介质薄膜表面、位于膜层亚表面及埋于介质薄膜内部。本文主要研究掩埋的情况,同时考虑缺陷粒子横向和纵向两种不同的排布方向。
- 3) 多尺寸:针孔缺陷、节瘤氧化物、麻点等。本文以直径与波长相当的典型球状粒子作为目标对象。
- 4) 多材质:在超精密光学元件加工过程中的沉积、研磨、抛光等工序中,难免夹杂空气气泡或者节瘤氧化物等。本文以气泡粒子展开讨论。

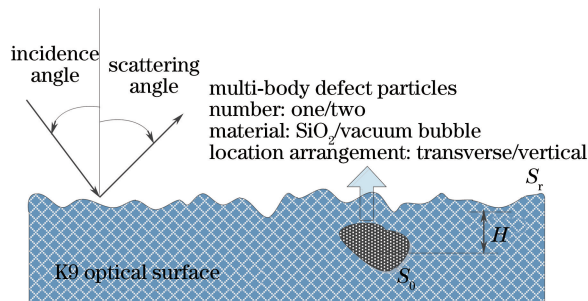


图 1 微粗糙光学表面与掩埋目标的复合光散射示意图

Fig. 1 Schematic of composite light scattering of buried target in random rough optical surface

### 2.2 微粗糙光学表面散射模型

为模拟微粗糙光学表面与多体缺陷粒子的复合光散射,在计算时必须构造出随机粗糙表面的轮廓

$y(x)$ ,  $x$  为水平距离。应用 Monte Carlo 方法模拟产生随机微粗糙光学表面轮廓。假设一段长度为  $L$  的光学表面由  $N$  个离散点组成, 每个点的间隔  $\Delta x$ , 则光学表面上每一点  $x_n = n\Delta x$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) 处的高度为<sup>[11]</sup>

$$y(x_n) = \frac{1}{L} \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} Y(K_m) \exp(-jK_m x_n), m \geq 0, \quad (1)$$

$$Y(K_m) = \sqrt{2\pi L W(K_m)} \times \begin{cases} (1/\sqrt{2})[N(0,1) - jN(0,1)] & 0 \leq m \leq N/2 - 1, \\ N(0,1) & m = 0, N/2 \end{cases}, \quad (2)$$

式中  $K_m = 2\pi m/L$ ,  $m$  表示光学表面离散点的个数,  $N(0,1)$  是独立的均值为 0、方差为 1 的随机数。为了保证表面谱在逆变换后为实数, 当  $m < 0$  时,  $Y(K_m) = Y^*(K_{-m})$ 。需要模拟的微粗糙光学表面为高斯分布随机粗糙表面, 其功率谱密度为  $S(k) = h^2 l \exp(-k^2 l^2/4) / 2\sqrt{\pi}$ <sup>[11]</sup>,  $l$  为相关长度,  $h$  为高度起伏的均方根。

鉴于对光学器件探测的高精度要求、激光波长短、方向性好及探测器探测范围有限等原因, 必须对随机粗糙面进行截断, 同时使用归一化的散射系数描述散射特性。为减小截断处的绕射效应, 入射波必须加高斯窗, 以使边缘处的场值很小, 即使用锥形波来代替平面波。MRTD 计算区域划分如图 2 所示, 其中 PML 表示完全匹配层,  $\theta_i$  为入射角,  $\theta_s$  为散射角。

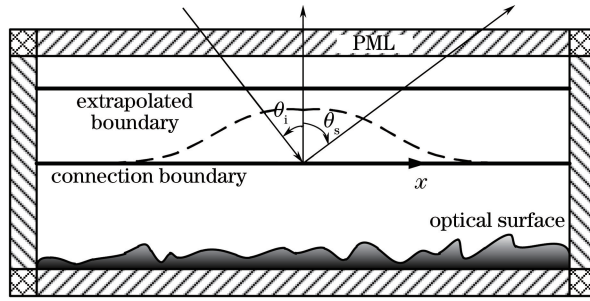


图 2 MRTD 计算区域的划分及角度的定义

Fig. 2 Calculation area division of MRTD and definition of angles

### 2.3 微粗糙基片与多体缺陷粒子的复合散射理论 FDTD/MRTD 混合方法推导

对于二维横磁(TM)波问题, Maxwell 方程组仅有  $E_z, H_x, H_y$  分量。

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z, \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (5)$$

式中的电场分量  $E_z$  和磁场分量  $H_x, H_y$  展开为

$$E_z(\mathbf{r}, t) = \sum_{i,j,n=-\infty}^{+\infty} E_{i,j}^{\phi z, n} h_n(t) \phi_i(x) \phi_j(y), \quad (6)$$

$$H_x(\mathbf{r}, t) = \sum_{i,j,n=-\infty}^{\infty} H_{i,j+0.5}^{\phi x, n+0.5} h_{n+0.5}(t) \phi_i(x) \phi_{j+0.5}(y), \quad (7)$$

$$H_y(\mathbf{r}, t) = \sum_{i,j,n=-\infty}^{\infty} H_{i+0.5,j}^{\phi y, n+0.5} h_{n+0.5}(t) \phi_{i+0.5}(x) \phi_j(y), \quad (8)$$

式中  $E_{i,j}^{\phi z, n}, H_{i,j+0.5}^{\phi x, n+0.5}$  和  $H_{i+0.5,j}^{\phi y, n+0.5}$  为电磁场分量展开的系数。在时间上定义  $h(t)$  为 Haar 小波的尺度函数, 空间上定义  $\phi$  为紧支撑的 2 阶 Daubechies 尺度函数, 移位变换得

$$h_n(t) = h\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right), \quad \phi_i(x) = \phi\left(\frac{x}{\Delta x} - i\right), \quad (9)$$

式中  $\Delta x$  为空间网格间隔,  $\Delta t$  为时间间隔。  $i, j, n$  分别代表空间和时间的位。将(6)~(8)式分别代入(3)~(5)式, 并使用 Galerkin 法进行检验, 同时利用尺度函数的正交性, 整理为

$$E_{i,j}^{\phi z,n+1} = \frac{2\epsilon - \sigma\Delta t}{2\epsilon + \sigma\Delta t} E_{i,j,k+0.5}^{\phi z,n} + \frac{2\Delta t}{2\epsilon + \sigma\Delta t} \left[ \sum_{l=-L_s}^{L_s-1} a(l) \left( \frac{H_{i+0.5+l,j,k+0.5}^{\phi y,n+0.5}}{\Delta x} - \frac{H_{i,j+0.5+l,k+0.5}^{\phi x,n+0.5}}{\Delta y} \right) \right], \quad (10)$$

式中 $\Delta y$ 为空间网格间隔, $L_s$ 表示基函数的有效支撑尺寸,即步进方程中每边的联系系数的个数。当 $l=0, 1, 2$ 时,尺度函数偏导的系数 $a(l)$ 值分别为 $1.229167, -0.093750, 0.010417$ <sup>[12]</sup>。当 $l < 0$ 时,满足 $a(-l) = -a(l-1)$ 。

与FDTD方法类似,激励源的模拟依然是时域多分辨(MRTD)方法的一个重要问题。无论在总场区或散射场区,仍然按前面介绍的公式迭代计算。由于DB2尺度函数的支撑域为 $[0, 3]$ ,即 $L_s=3$ ,在总场/散射场区域内进行MRTD迭代时,要用到散射场/总场区域内切向分量的系数<sup>[13]</sup>。

本文利用DB2小波的尺度函数的移位内插原理<sup>[14]</sup>,将计算区域分别划分为MRTD和FDTD方法区域。将尺寸随空间变化快的微粗糙光学表面区域采用MRTD方法计算,将尺寸随空间变化缓慢的目标区域设置为FDTD方法区域。鉴于散射截面的角分布主要反映散射场强度信息随散射角的变化,本文用雷达散射截面(RCS)随散射角变化的数值计算结果来反映因粒子的存在所导致的散射场强度的变化信息。

### 3 数值计算结果与分析

为了验证本文方法的有效性,图3(a)依据参考文献[15]中的参数给出了完美导体(PEC)粗糙面双站散射并做比较,其中波长 $1\text{ m}$ ,高度起伏均方根 $h=0.05\text{ m}$ ,相关长度 $l$ 为 $0.35\text{ m}$ ,入射角 $\theta_i=30^\circ$ 。FDTD/MRTD混合方法计算中离散网格尺寸(DS)为波长的 $1/20$ ,粗糙面样本长度为波长的 $40$ 倍,归一化的RCS为 $50$ 个样本RCS的平均值。由图可以看出,两种方法计算结果一致,因此验证了本文方法的有效性。图3(b)给出了入射角分别为 $0^\circ, 30^\circ, 70^\circ$ 时,双站雷达散射截面随散射角分布图。由图可见,入射角的变化规律和参考文献[16]一致,均在入射角方向的双站雷达散射截面出现极值。

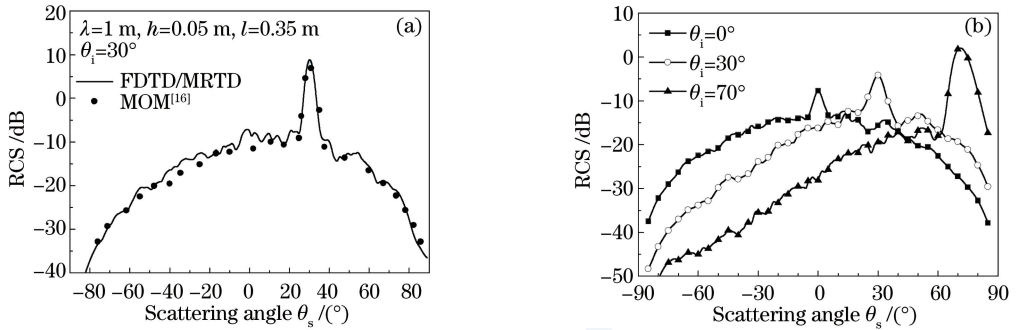


图3 FDTD/MRTD混合方法计算的结果与文献结果比较图。(a)单组数值比较;(b)入射角变化规律比较  
Fig. 3 Comparison between FDTD/MRTD method results and reference result. (a) Single group data comparison; (b) comparison of incidence angle

#### 3.1 入射角对微粗糙光学表面内部气泡粒子复合散射场的影响

图4(a)和4(b)分别给出了不同入射角度时,微粗糙光学表面与内部空气气泡粒子的复合/差值双站雷达散射截面角分布图。其中,入射波长为 $0.633\ \mu\text{m}$ ,入射角分别为 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 。 $r=H=0.3\ \mu\text{m}$ , $r$ 表示粒子半径, $H$ 表示粒子掩埋深度,坐标系的圆点在球心处, $k_h$ 及 $k_l$ 分别表示在高度起伏均方根 $h$ 和相关长度 $l$ 内的波数。图4(a)为光学表面和气泡粒子复合的总场值,图4(b)为光学表面和气泡粒子差值散射场,即微粗糙光学表面中有气泡和无气泡两种情况下空间散射场分布的差值,从物理意义上讲,该差值主要体现微粗糙光学表面内气泡粒子对总场的散射贡献。

由图4(a)可以看出,当入射角为 $0^\circ$ 即垂直入射时,复合散射场在散射角为 $0^\circ$ 处峰值出现极大值,而图4(b)中在散射角为 $0^\circ$ 处出现极小值,散射角 $60^\circ$ 处出现极大值。由于气泡粒子的存在,在入射角度方向加强了微粗糙光学表面和气泡粒子的复合总场,但是在入射方向气泡粒子的贡献是最小的,贡献主要来自微粗糙光学表面。当入射角为 $60^\circ$ 时,气泡粒子贡献峰值点在散射角为 $0^\circ$ 处;入射角为 $30^\circ$ 时,气泡粒子贡献峰值点在散射角为 $30^\circ$ 处;入射角为 $45^\circ$ 时,气泡粒子贡献峰值点在散射角为 $15^\circ$ 处。因此,在光学表面检测中,建议

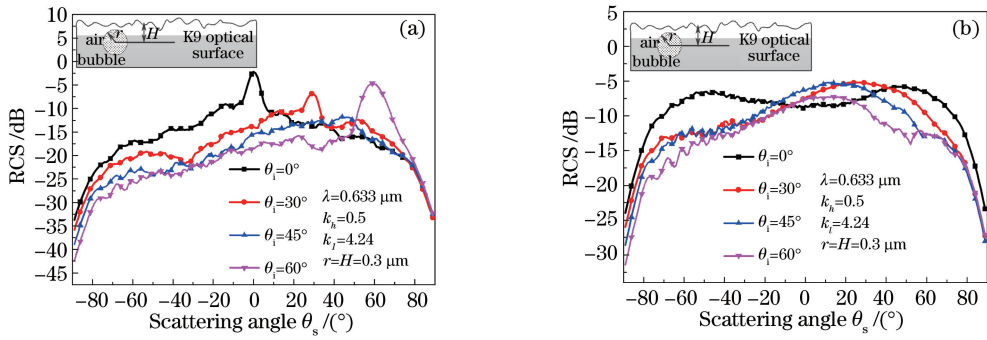


图 4 不同入射角微粗糙光学表面内气泡粒子双站雷达散射截面角分布。(a) 复合散射场；(b) 差值散射场

Fig. 4 Scattering angle distribution of bistatic radar cross section for the air bubble in the slightly rough optical surface with different incidence angles. (a) Composite scattering field; (b) difference scattering field

选择与入射角差值为  $60^\circ$  的范围重点探测气泡粒子的贡献场。

### 3.2 粒子尺寸对微粗糙光学表面内部气泡粒子复合散射场的影响

图 5 为不同粒子半径微粗糙光学表面内气泡粒子双站散射截面角分布。由图 5 可以看出,随着粒子半径的减小,散射角越来越接近只有微粗糙光学表面时的散射角分布趋势。根据结果可以看出,当  $r = 0.6\lambda$  时,变化趋势基本和微粗糙光学表面散射截面角分布重合。因此,在光学表面检测中,当  $r$  小于  $0.6\lambda$  时,掩埋粒子对散射场的贡献可以忽略。

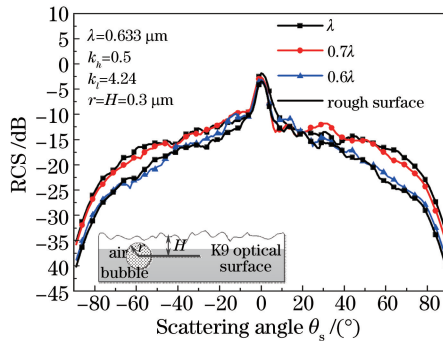


图 5 不同粒子半径微粗糙光学表面内气泡粒子双站雷达散射截面角分布

Fig. 5 Scattering angle distribution of bistatic radar cross section for air bubbles in the slightly rough optical surface with different radii

### 3.3 K9 玻璃基底中气泡缺陷粒子不同横向间距的双站复合散射截面

图 6 为微粗糙光学表面中双掩埋粒子示意图,其中左边粒子保持位置不变,坐标系如图所示,右边粒子向右边变动  $d = 3r, 4r, 10r$  三种情况。图 7(a)和图 7(b)分别为微粗糙光学表面内双掩埋气泡不同间距下双站雷达散射截面角分布。其中,入射波长为  $0.633 \mu\text{m}$ ,入射角为  $60^\circ$ ,  $r = H = 0.3 \mu\text{m}$ 。图 7(a)为直角坐标角分布,为了更清晰和透彻地分析问题,图 7(b)给出了极坐标角分布图。由图 7 可以看出,两个气泡间距越大,双站雷达散射截面角分布振荡越激烈。由于入射角为  $60^\circ$ ,从图 7(b)可以清晰地看到在散射角为  $60^\circ$  时,双站雷达散射截面出现峰值。随着两个气泡间距的增大,散射场的场值减小,因为有一部分能量消耗在光波

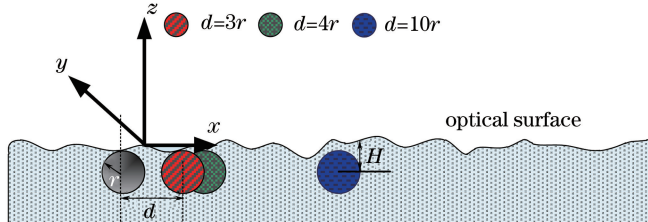


图 6 微粗糙光学表面中双掩埋粒子示意图

Fig. 6 Schematic of double buried particles in random rough optical surface

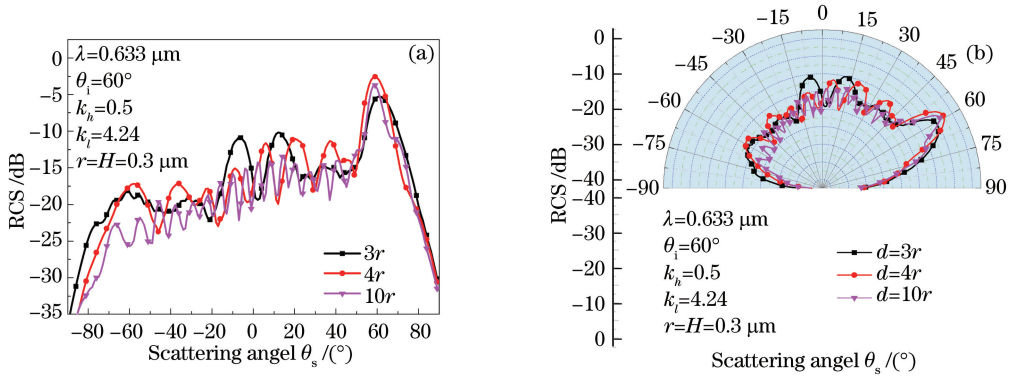


图 7 微粗糙光学表面内双掩埋气泡不同间距下双站雷达散射截面角分布。(a) 直角坐标角分布图；(b) 极坐标角分布图

Fig. 7 Scattering angle distribution of bistatic radar cross section for the double air bubbles in the slightly rough optical surface with different distances. (a) Angle distribution map in rectangular coordinates; (b) angle distribution map in polar coordinates

与基片的相互作用上。因此,在工程上,两掩埋气泡粒子距离越近,对散射光场的探测越敏感。

### 3.4 K9 玻璃基底中不同深度的气泡缺陷粒子双站复合/差值散射截面

图 8 是微粗糙光学表面中不同深度双掩埋粒子示意图,图 9(a)和图 9(b)分别给出微粗糙光学表面内不同深度的双掩埋气泡双站雷达散射截面角分布。其中,入射波长为  $0.633 \mu\text{m}$ ,入射角为  $60^\circ$ , $r=0.3 \mu\text{m}$ 。与图 7 相比较,振荡显著减少,粒子之间相互作用较为稳定,受光学表面的影响较小。如图 9(b)所示,角分布的峰值在  $60^\circ$  处。由于光学表面自身存在粗糙度,因此计算出的双站雷达散射截面呈现振荡变化情况。在散射角  $60^\circ$  处,受到深度因素的影响不大,几条线接近吻合。在镜面方向,即  $-60^\circ$  附近,受深度因素影响较大,几条曲线的变化差异明显。因此,在工程上建议在入射角方向进行探测。

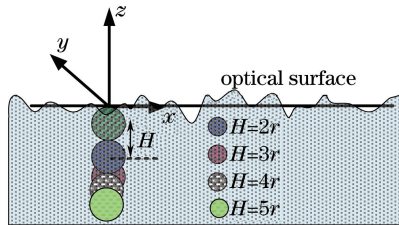


图 8 微粗糙光学表面中不同深度双掩埋粒子示意图

Fig. 8 Schematic of longitudinal double buried particles in random rough optical surface

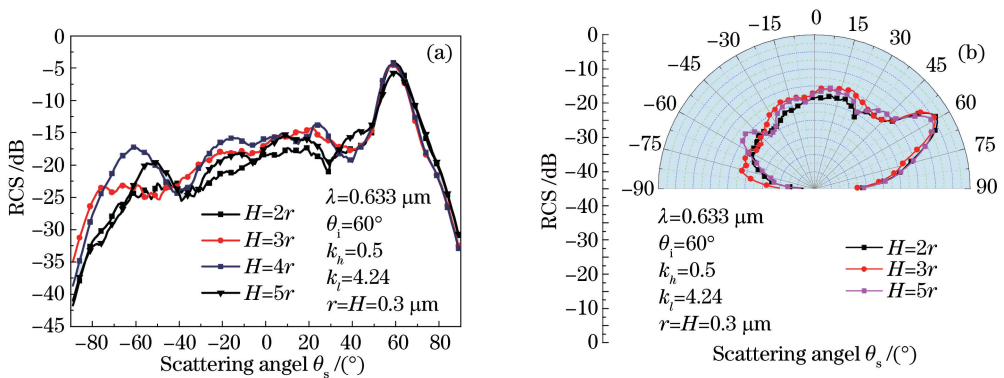


图 9 微粗糙光学表面内双掩埋气泡不同深度下双站雷达散射截面角分布。(a) 直角坐标角分布图；(b) 极坐标角分布图

Fig. 9 Scattering angle distribution of difference bistatic radar cross section for the double air bubbles in the slightly rough optical surface with different depths. (a) Angle distribution map in rectangular coordinates; (b) angle distribution map in polar coordinates

## 4 结 论

基于 FDTD/MRTD 混合方法研究了微粗糙光学表面与单/双气泡粒子的复合光散射问题。提出多体缺陷粒子概念,建立微粗糙光学表面与掩埋多体缺陷粒子复合散射模型,利用 DB2 小波的尺度函数的移位内插原理,将计算区域分别划分为 MRTD 和 FDTD 方法区域,推导出复合散射场,计算微粗糙基片镶嵌/掩埋多体缺陷粒子的散射截面,并与 MOM 方法的结果比较以验证该方法的有效性。分析入射角、气泡粒子的个数及位置等物性对双站散射截面的影响。当入射波垂直入射时,由于气泡的存在,在入射角度方向加强了微粗糙光学表面和气泡粒子的复合总场,但是在入射方向气泡粒子的贡献最小,贡献主要来自微粗糙光学表面。随着粒子半径的减小,越来越接近只有微粗糙光学表面时的散射角分布趋势。在光学表面检测工程中,当  $r$  小于  $0.6\lambda$  时,掩埋粒子对散射场的贡献可以忽略。当入射角为  $60^\circ$  时,气泡粒子贡献峰值点在散射角为  $0^\circ$  处;入射角在  $-30^\circ$  时,气泡粒子贡献峰值点在散射角为  $30^\circ$  处;入射角在  $45^\circ$  时,气泡粒子贡献峰值点在散射角为  $15^\circ$  处。在光学表面检测工程中,建议选择与入射角差值为  $60^\circ$  的范围重点探测气泡粒子的单独贡献场。两个气泡间距越大,双站散射截面角分布振荡越激烈。随着两个气泡间距的增大,散射场的场值降低,因为有一部分能量消耗在光波与基片的相互作用上。因此,在工程上,两掩埋气泡粒子距离越近,对散射光场的探测灵敏度敏感。由于光学表面自身存在粗糙度,因此双站散射截面呈现振荡变化情况。在散射角  $60^\circ$  处,受到深度因素的影响并不大,几条线接近吻合。在镜面方向,即  $-60^\circ$  附近,受深度因素影响较大,几条曲线的变化差异明显。因此,在工程上建议在入射角方向进行探测。

局限于微粗糙光学表面内多个粒子的复合散射问题,鉴于表面等离子体激元及光学功能性材料的高速发展,接下来将工作扩展到周期性结构排布的粒子及多层膜系的复合/差值散射场研究中。

## 参 考 文 献

- 1 You Kewei, Zhang Yanli, Zhang Xuejie, *et al.* Influence of relative position of optical component surface defects on near field beam quality[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(3): 0308004.  
尤科伟, 张艳丽, 张雪洁, 等. 光学元件表面缺陷相对位置分布对近场光束质量的影响[J]. 中国激光, 2015, 42(3): 0308004.
- 2 Tian Ailing, Wang Hui, Wang Chunhui, *et al.* Simulation research on the light-scattering properties of the subsurface damage of optical components[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(9): 0908006.  
田爱玲, 王 辉, 王春慧, 等. 光学元件亚表面损伤的激光散射仿真研究[J]. 中国激光, 2013, 40(9): 0908006.
- 3 Bobbert P A, Vlieger J. Light scattering by a sphere on a substrate[J]. Physica A, 1986, 137(1-2): 209-242.
- 4 Taubenblatt M A, Tran T K. Calculation of light scattering from particles and structures on a surface by the coupled-dipole method[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1993, 10(5): 912-919.
- 5 Videen G, Hsu J Y, Bickel W S, *et al.* Polarized light scattered from rough surfaces[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1992, 9(7): 1111-1118.
- 6 Schmehl R, Nebeker B M, Hirtleman E D. Discrete-dipole approximation for scattering by features on surfaces by means of a two-dimensional fast Fourier transform technique[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1997, 14(11): 3026-3036.
- 7 Gong L, Wu Z S, Li Z J, *et al.* An improved analysis of the scattering properties of half-space problem with multiple defect particles for an optical surface[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2015, 162: 184-189.
- 8 Gong Lei, Wu Zhensen, Gao Ming. Analysis of composite light scattering properties between wafers and many shapes of particles with different positions[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(6): 0629003.  
巩 蕾, 吴振森, 高 明. 基片与不同方位多形态缺陷粒子的复合光散射特性分析[J]. 光学学报, 2012, 32(6): 0629003.
- 9 Gong Lei, Wu Zhensen. Analysis of light scattering about slightly non-spherical nanoparticles on wafers[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(1): 0110001.  
巩 蕾, 吴振森. 基片表面微球体纳米级缺陷的光散射分析[J]. 中国激光, 2011, 38(1): 0110001.
- 10 Liu C Y, Liu T A, Fu W E. Out-of-plane ellipsometry measurements of nanoparticles on surfaces for thin film coated wafer inspection[J]. Optics & Laser Technology, 2010, 42(6): 902-910.

- 11 郭立新, 王蕊, 吴振森. 随机粗糙面散射的基本理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 2-4.
- 12 Dai S Y, Wu Z S. Wavelet-Galerkin of time domain method to analyze the scattering problems of randomly rough surface [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2007, 49(4): 928-931.
- 13 Wolfe C T, Gedney S D. Implementation of a domain decomposition method on a high performance parallel platform for the solution of large electromagnetic problems[J]. Electromagnetics, 2007, 27(7): 399-411.
- 14 Dai S Y, Wu Z S. A new hybrid of FDTD/MRTD for electromagnetic scattering problems [J]. Chinese Journal of Electronics, 2006, 15: 754-757.
- 15 Tsang L, Kong J A, Ding K H, *et al.* Scattering of electromagnetic waves, numerical simulations[M]. New York: John & Wiley, 2001: 148.
- 16 Li Juan. FDTD method investigation on the electromagnetic scattering of rough surface and the composite scattering of rough surface and target[D]. Xi'an: Xidian University, 2010: 23-25.  
李娟. 粗糙面及其与目标复合电磁散射的 FDTD 方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010: 23-25.