

单光子模式激光测高探测概率模型与精度分析

黄科 李松 马跃 周辉 易洪 史光远

武汉大学光电子信息学院, 湖北 武汉 430072

摘要 单光子模式激光测高仪具有灵敏度高、重复频率高、重量轻、体积小等诸多优势,其代表着新一代天基激光雷达的未来发展趋势。对常见的高斯回波波形,基于激光雷达方程、单光子探测器统计特性,建立了单光子回波探测概率模型,基于该模型进一步推导了测距误差的量化关系式,并利用蒙特卡罗方法对所建模型进行了仿真验证。理论分析和仿真计算表明:回波脉宽越窄,测距的系统误差和随机误差越小;回波强度越大,测距的随机误差减小,但系统误差增大。以均方根脉宽为 1.5 ns 的高斯回波为例,忽略噪声影响,当平均信号光子数为 1 时,单次测距系统误差约 6 cm,随机误差约 22 cm。

关键词 遥感; 激光测距; 测距精度; 蒙特卡罗方法; 单光子; 泊松分布

中图分类号 TN958.98

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201643.1110001

Detection Probability Model of Single-Photon Laser Altimetry and Its Range Accuracy

Huang Ke Li Song Ma Yue Zhou Hui Yi Hong Shi Guangyuan

School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China

Abstract Single-photon laser altimetry represents the future space-based lidar's development trends. It has many advantages, such as high sensitivity, high repetition rate, light weight and small volume. For normal Gaussian echo signal, this work establishes the detection probability model based on the lidar equation and the statistical property of single-photon detector. Then the quantitative relationship of ranging error is obtained. The model is simulated by Monte Carlo method. Results show that narrower pulse width can result in better accuracy and precision. Higher echo signal intensity can also lead to better precision, but it will bring about worse accuracy. Take the case of a Gaussian echo whose root-mean-square width is about 1.5 ns, when the mean number of signal photons is 1, the range accuracy is about 6 cm and the range precision is approximately 22 cm with a single shoot regardless of the noise.

Key words remote sensing; laser ranging; ranging accuracy; Monte Carlo method; single photon; Poisson distribution

OCIS codes 280.3400; 280.3640; 280.5600

1 引言

单光子模式激光测高采用工作在盖革模式下的雪崩光电二极管(GM-APD)、光电倍增管(PMT)等单光子探测器作为接收器件,其灵敏度与传统激光测高相比要高 2~3 个数量级,从而更易实现微脉冲、高重复频率、多波束的直接三维成像,具有很大的技术优势和发展前景,美国宇航局(NASA)未来十年计划发射的 ICESat-2^[1]和 Lidar Surface Topography(LIST)^[2]卫星拟搭载的激光高度计均计划采用单光子探测模式。然而,基于飞行时间测距原理的单光子模式激光测高记录的并不是与时间相关的信号回波波形,而是所探测单

收稿日期: 2016-07-14; 收到修改稿日期: 2016-08-18

基金项目: 国家自然科学基金(41506210,11574240)、测绘公益性行业科研专项经费资助项目(201512016,201512034)、海岛(礁)测绘技术国家测绘局重点实验室资助项目(2014A01)、中央高校基本科研业务费专项资金(2015212020201)

作者简介: 黄科(1990—),男,博士研究生,主要从事激光测距方面的研究。E-mail: 2012202120054@whu.edu.cn

导师简介: 李松(1965—),女,博士,教授,博士生导师,主要从事激光遥感与光电检测方面的研究。

E-mail: wuhanpeople@126.com(通信联系人)

光子事件的时间标签,其输出为按照一定概率随机分布的离散点云^[3]。因此,与传统具备波形记录的线性探测器相比,单光子探测器件只能探测到信号的有无,不能记录信号的振幅,其需要通过多次探测获取包含目标信息的点云,最后通过主动轮廓^[4]、统计理论^[5-6]等算法来滤除噪声提取目标的距离信息。测距精度是激光测距的一个重要参数,它受到回波脉宽、回波强度等多方面因素的影响。现有对激光测距测距精度的研究大部分是针对传统激光测距^[7-8],由于探测机制和输出数据不同导致其并不适用于单光子探测模式。单光子探测模式激光测距作为一种最前沿的激光测距技术,具有全新的数据类型,目前国内外关于其测距精度的报道较少,Oh等^[9]对单光子激光测距的测距误差进行了分析和修正,但其缺乏对测距误差的量化分析;Degnan等^[10]虽然给出了测距精度关于回波脉宽的量化关系式,但该关系式仅考虑回波脉宽的影响,模型相对简单;王飞等^[11-12]采用方波作为回波信号模型对单光子模式激光测距测距精度进行研究,激光测高回波波形通常近似服从高斯分布,目前还没有从高斯回波角度分析单光子模式激光测高的测距精度的报道。不同回波描述函数对测距精度的影响并不相同;因而,现有研究成果对精确评估单光子激光测高测距精度的影响因素和程度尚具有局限性。

本文采用更贴近真实回波脉冲的高斯函数来描述回波信号的时域分布,并结合激光雷达方程和单光子探测器的概率与统计理论,建立用于单光子激光测高的回波可探测概率模型。基于所建立模型,推导出单光子模式激光测高系统测距误差关于回波强度、脉冲宽度等参数的量化关系式。采用蒙特卡罗方法对所研究的回波模型和精度理论进行仿真分析和验证,最后重点分析了信号光子数和回波脉宽对测距精度的影响。

2 单光子探测模型

激光测高目前多采用脉冲测时测距技术,其测距原理为:1)激光器发射激光脉冲同时给出开始时间信号;2)激光脉冲经过大气到达目标表面,与目标相互作用反射回来由光学系统接收;3)探测器对回波能量进行响应获取停止时间信号,通过时间差值即可获得测距距离。对于单光子探测器件,接收到第一个光子就达到饱和,单光子探测器输出的停止时间信号即探测到第一个光子的时间。从测距原理可知单光子探测模型可以分为辐射模型和探测模型两个过程,首先通过辐射模型获取回波能量关于时间的波形,然后通过能量分布和探测模型即可求得探测到第一个光子的时间与概率的表达式。对于线性探测器件其输出是与回波能量波形相关的电压波形。因而可以采用传统激光测高模型来建立辐射模型。

2.1 辐射模型

对于脉冲激光雷达,在仅考虑大气衰减的情况下,接收场信号可以抽象成由发射场经过两次菲涅耳衍射及一次目标的反射而得到,因而对于典型的平面漫反射目标,可以用高斯函数及其特征参数近似描述有效脉冲回波模型^[12],即

$$S(t) = N_s \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left[-\frac{(t - T_s)^2}{2\sigma_s^2}\right] + N_n, \quad (1)$$

式中 N_s 为单脉冲平均信号光子数, N_n 为单位时间内的噪声光子数, σ_s 为回波信号的均方根脉宽, T_s 为回波信号的时间重心。当目标为大目标时,由激光雷达方程可以得到单脉冲平均信号光子数 N_s 的表达式为^[13]

$$N_s = \rho \cos \theta_g T_0^2 \frac{\eta_q \eta_r E_i A_r}{\pi h\nu R^2}, \quad (2)$$

式中 E_i 为激光单脉冲能量, $h\nu$ 为单个光子的能量, η_q 为探测器的量子效率, η_r 为光学系统的传输效率, ρ 为目标反射率, θ_g 为发射光学系统光轴与目标法线的夹角, A_r 为接收光学望远镜的有效口径, R 为激光雷达与目标之间的距离, T_0 为激光雷达与目标的单程大气透过率。

单光子探测模式的噪声光子主要由视场内的背景光噪声 N_b 和单光子探测器暗计数 N_d 构成,这两种噪声产生的随机过程相互独立且服从泊松分布^[14]。因此,单位时间内的总噪声光子数 N_n 可由两者相加得到。回波信号的时间重心 T_s 和均方根脉宽 σ_s 是回波信号的特征参数,对于基于飞行时间法测距的激光雷达, T_s 和 σ_s 可以近似表示为^[15]

$$T_s \approx 2R/c, \quad (3)$$

$$\sigma_s^2 \approx \sigma_t^2 + \frac{4r^2 \cos^2 s_{//}}{c^2 \cos^2(\theta_t + \cos^2 s_{//})} + \frac{4R^2 \tan^2 \phi}{c^2} \left[\tan^2(\theta_t + s_{//}) + \frac{\tan^2 s_{\perp} \cos^2 s_{//}}{\tan^2(\theta_t + s_{//})} \right], \quad (4)$$

式中 σ_t 表示激光发射脉宽, r 表示目标粗糙度, $s_{//}$ 和 s_{\perp} 分别表示目标在平行和垂直于航迹方向的地表坡度, ϕ 表示激光发散角, θ_t 表示激光指向角, c 表示光速。

2.2 探测模型

单光子模式激光测距接收到的单脉冲能量一般只有几个光子, 此时接收到的信号光子表现出量子特性, 传统使用波形分析的回波模型理论不再适用于单光子模式激光测距。根据 Johnson 等^[14] 及 Fouche 等^[16] 的分析可知, 采用泊松分布可以较为准确地描述单光子探测器的探测特性。由泊松分布的统计特性可知, 在时间 t 内探测到 k 个光子的概率 $P_{sn}(t, k)$ 表示为

$$P_{sn}(t, k) = \frac{\left[\int_0^t S(t) dt \right]^k \exp \left[- \int_0^t S(t) dt \right]}{k!}. \quad (5)$$

对于单光子探测器件, 其只能探测到信号的有无, 通常探测到一个及以上光电子就表示探测器被触发, 然后经由时间飞行分析仪产生一个带有时间标签的单光子事件。为了降低虚警率, 单光子模式激光测距通常工作在距离选通模式下, 通常在一个选通门内最多产生一次单光子事件。因此, 在时间 t 内产生单光子事件的概率可以表示为

$$P_{sn}(k > 0) = 1 - P_{sn}(k = 0) = 1 - \exp \left[- \int_0^t S(t) dt \right], \quad (6)$$

故单光子探测器件的探测概率密度函数 $f_p(t)$ 可以表示为

$$f_p(t) = \frac{\partial P_{sn}(k > 0)}{\partial t} = S(t) \exp \left[- \int_0^t S(t) dt \right] = \left\{ N_s \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp \left[- \frac{(t - T_s)^2}{2\sigma_s^2} \right] + N_n \right\} \exp \left\{ \frac{1}{2} N_s \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{t - T_s}{\sqrt{2}\sigma_s} \right) \right] \right\} + N_n t, \quad (7)$$

式中 $\exp \left[- \int_0^t S(t) dt \right]$ 表示在时间 t 内没有单光子事件产生的概率, $\operatorname{erf}()$ 为误差函数。如果不考虑单光子探测器件死区效应的影响, 由泊松分布的时间特性可知在 $[t, t + dt]$ 区间内产生单光子事件概率等于 $S(t) \cdot dt$, 因此当一个选通门内最多产生一次单光子事件时, 探测器在 t 时刻被触发概率等于 t 时刻之前没有产生单光子事件概率与 $[t, t + dt]$ 区间产生单光子事件概率的乘积。令时间重心 T_s 时刻为时间零点, 回波脉宽 σ_s 为 2 ns, 并忽略噪声光子数, 当单脉冲平均信号光子数分别为 0.2, 1, 2, 5 时, 探测器产生单光子事件的概率密度曲线如图 1 所示。

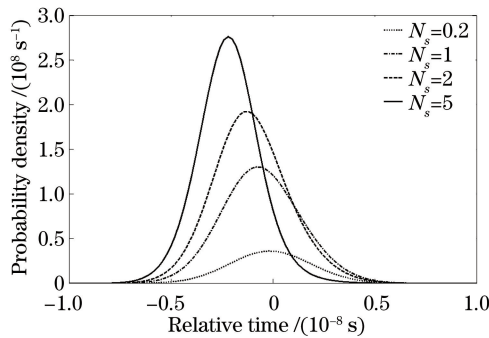


图 1 单光子探测器的探测概率密度曲线

Fig. 1 Detection probability density curves of single-photon detector

从图 1 中可以看出当平均信号光子数从 1 减少到 0.2 时波形包络面积减少了约 60%, 平均信号光子数为 2 时包络的面积相比于光子数为 1 时增加约一半, 而信号光子数为 2 和 5 时包络的面积基本相等。探测概率密度曲线波形包络的面积代表了信号探测概率, 故随着信号光子数增多, 信号探测概率(波形包络的面积)增大, 但当信号光子数增大到一定程度时, 信号探测概率增加不再明显; 同时, 随着信号光子数的增加, 单

光子探测器探测概率密度曲线宽度变窄,将会降低测距随机误差。从图 1 中也可以看出单光子探测器的探测概率密度时间重心相对于接收到信号波形的时间重心会不断前移,平均信号光子数为 0.2 和 1 时概率密度的时间重心前移较小,都在 0 附近,但当平均信号光子数信号光子增大为 2 和 5 时,概率密度的时间重心分别约为 -1.5 ns 和 -3 ns,可见增加平均信号光子数将会增加测距系统误差。

3 单光子模式测高精度模型

基于飞行时间测距方法的激光雷达,其测时精度代表了测距精度,如果定义接收信号波形的时间重心 T_s 为探测到目标的时刻,则激光飞行时间的均值 \bar{t} 和方差 V_{ar} 分别为

$$\bar{t} = \frac{\int t f_p(t) dt}{\int f_p(t) dt} = \frac{1}{1 - \exp(-N_s - \int N_n dt)} \int t \left\{ N_s \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left[-\frac{(t - T_s)^2}{2\sigma_s^2}\right] + N_n \right\} \times \exp\left\{\frac{1}{2}N_s \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{t - T_s}{\sqrt{2}\sigma_s}\right)\right] + N_n t\right\} dt, \quad (8)$$

$$V_{ar} = \frac{\int (t - \bar{t})^2 f_p(t) dt}{\int f_p(t) dt} = \frac{\int t^2 f_p(t) dt}{\int f_p(t) dt} - \bar{t}^2 = \frac{1}{1 - \exp(-N_s - \int N_n dt)} \times \int t^2 \left\{ N_s \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left[-\frac{(t - T_s)^2}{2\sigma_s^2}\right] + N_n \right\} \exp\left\{\frac{1}{2}N_s \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{t - T_s}{\sqrt{2}\sigma_s}\right)\right] + N_n t\right\} dt - \bar{t}^2. \quad (9)$$

测距误差主要由系统误差和随机误差构成,其中测距系统误差(Accuracy) R_a 和随机误差(Precision) R_p 分别表示为

$$R_a = (\bar{t} - T_s)c/2, \quad (10)$$

$$R_p = \sqrt{V_{ar}}c/2. \quad (11)$$

如果忽略接收信号光子数中噪声光子数的影响,即 $N_n = 0$, (10)和(11)式可以简化为

$$R_a = \frac{c}{2[1 - \exp(-N_s)]} \int t \left[N_s \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_s^2}\right) \right] \exp\left\{\frac{1}{2}N_s \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{t}{\sqrt{2}\sigma_s}\right)\right]\right\} dt, \quad (12)$$

$$R_p = \frac{c}{2} \left\{ \frac{1}{1 - \exp(-N_s)} \int t^2 \left[N_s \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_s^2}\right) \right] \exp\left\{\frac{1}{2}N_s \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{t}{\sqrt{2}\sigma_s}\right)\right]\right\} dt - R_a^2 \right\}^{1/2}. \quad (13)$$

为了较为直观地分析回波脉冲的信号强度和脉宽对测距精度的影响,根据(12)和(13)式在图 2 中绘制了接收信号均方根脉宽分别为 1, 2, 3, 4 ns 条件下的单脉冲信号光子数与测距精度的关系曲线。

由图 2 可知接收到的信号脉宽越窄,单光子模式激光雷达测距系统误差和标准偏差也随之减小。以典型平均信号光子数为 1 时为例,在均方根脉宽分别为 1, 2, 3, 4 ns 时的系统误差约为 -0.04, -0.08, -0.12,

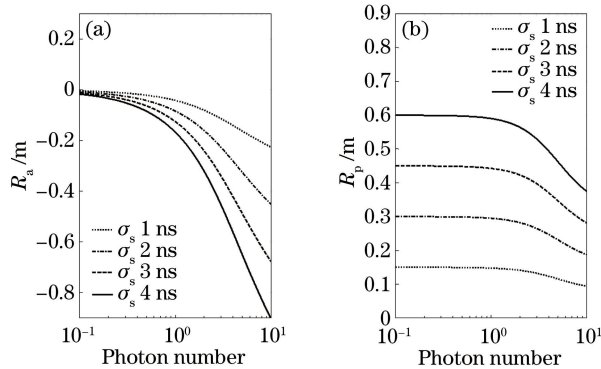


图 2 不同脉宽条件下信号光子数与精度的关系理论曲线。(a)系统误差;(b)随机误差

Fig. 2 Theoretical relationship between precision, accuracy and photon number under different pulse widths.

(a) Accuracy; (b) precision

0.16 m, 而随机误差约为 0.15, 0.3, 0.45, 0.6 m, 因而, 采用更窄脉冲的激光器有利于提高测距精度。随着单脉冲信号光子数的逐渐增加, 测距的随机误差也会逐渐减小, 由图可以看出当信号光子数小于 1 的时候, 增加信号光子数对减小随机误差效果不明显, 此时随机误差趋近于 0.15 m; 随着单脉冲信号光子数的逐渐增加, 测距系统误差会逐渐变大, 导致测距值与真实值相比会偏小, 而且信号越强, 偏离程度越大。从图中可以看出系统误差是一个负值, 因而根据单脉冲信号光子数的范围和接收到的信号的脉宽, 可以对测距值进行补偿, 从而减小系统误差, 提高测距准确度。

4 蒙特卡罗验证

为了对所推导测距精度模型进行验证, 基于蒙特卡罗的方法编写程序, 对理论解析式进行仿真分析。仿真算法的核心思想是采用逆变换算法来生成随机数, 即将 0~1 均匀分布的随机数与单光子探测器的累积概率密度函数产生映射, 因而通过生成 0~1 均匀分布的随机数就能映射产生单光子探测器探测到单光子事件的时间。忽略背景光噪声、暗计数的影响, 在接收信号均方根脉宽为 1, 2, 3, 4 ns 情况下, 对接收不同量级单脉冲平均信号光子数的情况分别进行 1000 次仿真, 并对产生的单光子事件的时间进行统计, 仿真结果对应的系统误差(R_s)和随机误差(R_p)如图 3 所示。

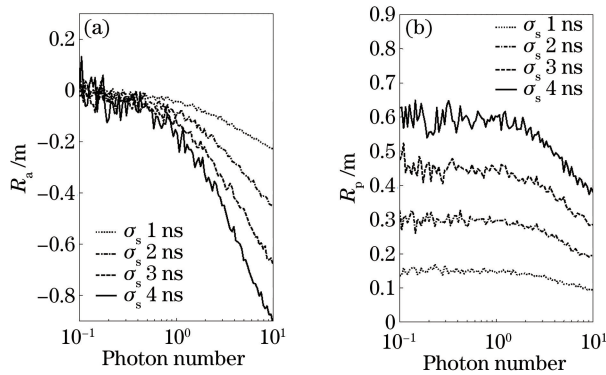


图 3 不同脉宽条件下平均信号光子数与精度的关系(仿真结果)。(a)系统误差; (b)随机偏差

Fig. 3 Relationship between precision, accuracy and photon number under different pulse widths (simulation results).

(a) Accuracy; (b) precision

图 3 中蒙特卡罗仿真结果与图 2 理论计算结果曲线趋势整体一致。当单脉冲信号光子数较小时, 仿真的系统误差 R_s 和随机误差 R_p 波动较大, 当脉冲信号光子数增大时, R_s 和 R_p 波动减小, 逐渐收敛。其原因为单脉冲信号光子数较小时信号探测概率较低, 在相同仿真次数的情况下, 触发产生单光子事件次数较小, 导致统计得到的系统误差和标准偏差随机性和波动性较大。因此, 如果需要减小系统误差和标准偏差的波动性, 则需要增加对应的仿真重复次数。

虽然减少单脉冲信号光子数可以降低信号的系统误差, 但当单脉冲信号光子数过小时, 系统探测概率也会相应减小, 系统的信噪比降低, 探测到信号需要的探测次数也相应增加, 从而导致提取有效信号的难度增大。而单脉冲信号光子数增大到一定程度时, 随着单脉冲信号光子数的继续增大, 其对探测概率和测距精度的提高较小, 导致能量的浪费。因而基于单光子激光测距接收到的信号光子数不能太小也不能太大, 一般使接收到的信号光子数处于个位量级。

5 结 论

建立了接收信号的均方根脉宽和强度等参数与单光子模式激光测高测距精度相关的理论解析式, 该解析式表明接收信号脉宽越窄, 随机误差和系统误差越小。而接收信号强度与测距随机误差成反比, 与测距系统误差成正比。理论测距系统误差为一个负值常数, 通过补偿可以去除系统误差, 以提高测距准确。但不能通过单纯降低单脉冲平均信号光子数来减小系统误差, 因其将导致单光子模式激光测高系统的探测概率降低, 增大提取有效信号的难度。利用蒙特卡罗方法, 经过大量数据仿真对以上结论进行验证, 模拟结果与理

论结果具有较好的一致性。以典型平均信号光子数为 1 时为例,在均方根脉宽分别为 1, 2, 3, 4 ns 时测距系统误差约为 $-0.04, -0.08, -0.12, 0.16$ m, 而随机误差约为 $0.15, 0.3, 0.45, 0.6$ m。单光子模式激光测高系统设计时,接收信号脉宽越窄对测距精度有利,接收到信号光子数处于个位量级较为合适,典型冰盖目标 ICESat-2 计划单次脉冲接收到的平均信号光子数为 2.04 个(弱光)和 8.17 个(强光)^[17]的结果,与本文理论相一致。论文所建模型可以为单光子模式激光测高的系统设计和性能评估提供参考。

参 考 文 献

- 1 McLennan D D. Ice, clouds and land elevation (ICESat-2) mission[J]. SPIE, 2010, 7826: 782610.
- 2 Yu A W, Krainak M A, Harding D J, *et al.* Airborne lidar simulator for the lidar surface topography (LIST) mission [C]. 25th International Laser Radar Conference, 2010: 20100019566.
- 3 Kwok R, Markus T, Morison J, *et al.* Profiling sea ice with a multiple altimeter beam experimental Lidar (MABEL)[J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 2014, 31(5): 1151-1168.
- 4 Awadallah M, Ghannam S, Abbott A L, *et al.* Active contour models for extracting ground and forest canopy curves from discrete laser altimeter data [C]. 13th International Conference on LiDAR Applications for Assessing Forest Ecosystems, 2013: SL2013-033.
- 5 Herzfeld U C, McDonald B W, Wallin B F, *et al.* Algorithm for detection of ground and canopy cover in micropulse photon-counting lidar altimeter data in preparation for the ICESat-2 mission[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(4): 2109-2125.
- 6 Moussavi M S, Abdalati W, Scambos T, *et al.* Applicability of an automatic surface detection approach to micro-pulse photon-counting lidar altimetry data: implications for canopy height retrieval from future ICESat-2 data[J]. International Journal of Remote Sensing, 2014, 35(13): 5263-5279.
- 7 Jiang Haijiao, Lai Jiancheng, Wang Chunyong, *et al.* Research on ranging property of laser radar and its range accuracy [J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(5): 0514001.
姜海娇, 来建成, 王春勇, 等. 激光雷达的测距特性及其测距精度研究[J]. 中国激光, 2011, 38(5): 0514001.
- 8 Johnson S E, Nichols T L, Gatt P, *et al.* Range precision of direct-detection laser radar systems[C]. SPIE, 2004, 5412: 72-86.
- 9 Oh M S, Kong H J, Kim T H, *et al.* Reduction of range walk error in direct detection laser radar using a Geiger mode avalanche photodiode[J]. Optics Communications, 2010, 283(2): 304-308.
- 10 Degnan J J. Photon-counting multikilohertz microlaser altimeters for airborne and spaceborne topographic measurements [J]. Journal of Geodynamics, 2002, 34(3-4): 503-549.
- 11 Wang Fei, Zhao Yuan, Zhang Yu, *et al.* Theoretical analysis of influence of laser signal strength on range precision in single photon ranging[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(10): 2771-2775.
王 飞, 赵 远, 张 宇, 等. 激光脉冲强度对于盖革模式单光子探测测距精度影响的理论研究[J]. 光学学报, 2010, 30(10): 2771-2775.
- 12 Brenner A C, Zwally H J, Bentley C R, *et al.* The algorithm theoretical basis document for the derivation of range and range distributions from laser pulse waveform analysis for surface elevations, roughness, slope, and vegetation heights [R]. Greenbelt: NASA Goddard Space Flight Center, 2012.
- 13 Kim S, Lee I, Kwon Y J. Simulation of a Geiger-mode imaging lidar system for performance assessment[J]. Sensors, 2013, 13(7): 8461-8489.
- 14 Johnson S, Gatt P, Nichols T. Analysis of Geiger-mode APD laser radars[C]. SPIE, 2003, 5086: 359-368.
- 15 Gardner C S. Ranging performance of satellite laser altimeters[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1992, 30(5): 1061-1072.
- 16 Fouche D G. Detection and false-alarm probabilities for laser radars that use Geiger-mode detectors[J]. Applied Optics, 2003, 42(27): 5388-5398.
- 17 Zhang J S, Kerekes J. An adaptive density-based model for extracting surface returns from photon-counting laser altimeter data[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2015, 12(4): 726-730.