

斜程湍流大气中部分相干平顶光束的偏振度研究

李亚清¹ 王利国¹ 吴振森² 高明¹

¹西安工业大学光电工程学院, 陕西 西安 710021

²西安电子科技大学物理与光电工程学院, 陕西 西安 710071

摘要 基于广义惠更斯-菲涅耳原理和 Stokes 参数法研究了部分相干平顶电磁光束在湍流大气中斜程传输的偏振度特性, 不仅讨论了电磁光束同一极化方向上的偏振度以及交叉极化的偏振度, 还讨论了光束阶数、天顶角、频率、接收高度等因素对偏振度的影响。数值分析结果表明: 激光在湍流大气中斜程传输时通过提高接收高度可减小天顶角对偏振度的影响; 光束偏振度随着光束阶数的增大而减小; 在中心角频率附近, 偏振度随着频率的增大而减小; 与只考虑同极化的偏振度不同, 考虑交叉极化的偏振度时, 偏振度随着传输距离的增大, 变化无界。

关键词 大气光学; 湍流大气; 偏振度; 交叉谱密度矩阵; 斜程传输; 平顶光束

中图分类号 TN011

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201643.1105001

Degree of Polarization for Partially Coherent Flat-Topped Beams in Slant Turbulent Atmosphere

Li Yaqing¹ Wang Liguo¹ Wu Zhensen² Gao Ming¹

¹School of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710021, China

²School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China

Abstract Based on the extended Huygens-Fresnel principle and the method of Stokes parameters, the model of degree of polarization (DoP) for partially coherent flat-topped electromagnetic beam propagation in slant turbulent atmosphere is studied. Not only the DoP in the same direction and the DoP in the cross-direction are considered, but also the effects of the beam order, zenith angle, frequency, receiving height and other factors on the DoP are discussed. The numerical results show that the effect of zenith angle on the DoP can be reduced by increasing the receiving height when laser transmits in slant turbulent atmosphere. The DoP decreases with the increase of beam order and the increase of frequency near the center angular frequency. Unlike the DoP only considering the same polarization, the change of DoP is unbounded with the increase of propagation distance when the cross polarization is considered.

Key words atmospheric optics; turbulent atmosphere; degree of polarization; cross spectral density matrix; propagation in slant path; flat-topped beam

OCIS codes 010.1290; 010.1330; 030.1640; 010.1300; 260.5430

1 引言

在激光的许多实际应用中, 如激光材料加工、惯性约束聚变、测距与雷达等, 常要用到空间分布为平顶的光束。这类光束具有近场分布均匀、远场能量集中等特点, 是实际应用中较为理想的激光束。此外, 其通常又具有部分相干性, 可以消除散斑、边缘效应和焦移等一些有害影响。偏振特性是电磁波束的重要特性之一, 而激光器发射的波束大多都带有偏振特性, 因此, 研究部分相干平顶电磁光束在大气湍流中的偏振特性有着重要的意义。

自 Wolf^[1] 提出统一的相干性和偏振理论至今, 关于湍流大气中偏振光束的传输特性的研究有了长足的

收稿日期: 2016-06-23; 收到修改稿日期: 2016-07-25

基金项目: 国家自然科学基金(11504286)、陕西省教育厅重点实验室科研计划项目(16JS040)

作者简介: 李亚清(1985—), 女, 博士, 讲师, 主要从事随机介质中激光传输方面的研究。E-mail: liyaqing0401@163.com

发展。这一理论可作为光束的统计特性的研究依据,统计特性如谱密度、光谱相干度和偏振态(包括尺寸、形状、偏振光的方向)。采用交叉谱密度矩阵研究部分相干电磁光束的传输问题使理论得到了简化。统一的相干性和偏振理论表明:在不同情况下,光束在均匀介质中传播时偏振度(DoP)可能是确定的,也可能是随机的。Korotkova等^[2-3]分析得出:高斯-谢尔模型(EGSM)电磁光束在湍流大气中传输时的DoP随着传输距离的增大而逐渐趋向于源平面的DoP值;此外,其研究还指出:一束随机的、统计稳定的极化电磁光束的DoP在传输过程中,甚至在自由空间中都可能发生变化,并给出了光束偏振态保持不变的条件。Salem等^[4]研究了湍流大气对部分相干电磁光束偏振度的影响及湍流中等区域光束偏振度随各个参量的变化。在国内,季小玲等^[5]基于相干性和偏振的统一理论,推导了湍流大气中多色部分相干高斯余弦电磁光束的谱和DoP的表达式,讨论了光束沿着传输路径保持偏振度不变的条件。接着采用相同的方法,推导出湍流大气中部分相干电磁厄米-高斯光束的偏振度解析式,并给出了偏振度在传输中保持不变的条件^[6]。Pu等^[7]分析了EGSM电磁光束在湍流大气中传输时交叉DoP谱的变化。王涛等^[8]研究了湍流大气中EGSM电磁光束传输时光场的偏振特性。潘留占^[9]从部分相干光的传输理论出发,采用光束相干-偏振矩阵方法研究了被光阑衍射的部分偏振EGSM光束的远场偏振和光强特性。Wang等^[10-11]基于广义惠更斯-菲涅耳原理,研究了湍流大气中随机畸变的电磁平顶光束的谱变化特性;基于相干性、偏振的统一理论,讨论了Kolmogorov湍流大气中部分相干平顶涡旋光束的谱特性。

以上研究都是基于水平路径的激光传输,且研究光束偏振度时都只考虑同极化方向上的偏振。但在激光制导、激光预警等卫星通信领域,往往涉及激光在斜程路径上(湍流在垂直方向上具有不均匀性)的传输问题。基于此,本文推导出斜程湍流大气中部分相干平顶电磁光束的交叉谱密度矩阵(CSDM),得到了既考虑同极化又考虑交叉极化的光束偏振度表达式,并与只考虑同极化的偏振度进行了比较分析。

2 理论公式

2.1 交叉谱密度矩阵

部分相干平顶电磁光束在大气湍流中传输时,其偏振特性可用二阶电磁CSDM表示^[4],即

$$W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z, \omega) = \langle E_i^*(\mathbf{r}_1, z, \omega) \cdot E_j(\mathbf{r}_2, z, \omega) \rangle, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 为 x, y 平面内的位置矢量, $i = x, y, j = x, y$, $*$ 表示共轭量, $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均, ω 为角频率, E_x 和 E_y 为两个相互正交且与 z 轴垂直的场分量。

基于广义惠更斯-菲涅耳原理,(1)式表征的电磁CSDM元素通过湍流传输时应该满足

$$W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \iint d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2 W_{ij}^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \langle \exp[\psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1) + \psi^*(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2)] \rangle_m \times \exp\left\{ -\frac{ik}{2z} [(\mathbf{r}'_1{}^2 - \mathbf{r}'_2{}^2) - 2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}'_2) + (\mathbf{r}_1^2 - \mathbf{r}_2^2)] \right\}, \quad (2)$$

式中 $W_{ij}^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$ 为源场 $z=0$ 平面处的CSDM元素,考虑交叉极化时光束的偏振度是指光束在源平面上CSDM的非对角元 $W_{xy}^{(0)}, W_{yx}^{(0)}$ 不为0的情形,波数 $k = \omega/c$ (c 为光在真空中的传播速度), $\psi(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ 为大气湍流对球面波影响的随机相位因子, $\langle \cdot \rangle_m$ 表示大气湍流统计系综平均。斜程传输示意图如图1所示。

图1中 θ 为天顶角, L 为发射机到接收机的斜程距离, H 为接收机至地面的垂直高度。 h, z ($h \leq H, z \leq L$)分别是光束垂直、斜程传输的距离,两者都是变量($0 < \xi = h/H = z/L \leq 1$),并且有^[12]

$$\langle \exp[\psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1) + \psi^*(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2)] \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}D_\psi\right), \quad (3)$$

式中 D_ψ 为相位结构函数,在Kolmogorov折射率起伏谱模型下,表达式为

$$D_\psi = 2.92k^2 L \int_0^1 dt C_n^2(tL) |\mathbf{r}'_d t + (1-t)\mathbf{r}_d|^{5/3} \approx 2 \left\{ \frac{1}{\rho_T^2} [(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)^2 + (\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2) \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2] \right\}, \quad (4)$$

式中 $\mathbf{r}'_d = \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_d = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2; \rho_T = [1.46k^2 L \int_0^1 C_n^2(\xi L \cos \theta) (1-\xi)^{5/3} d\xi]^{-3/5}$ 为湍流大气中球面波的相干长

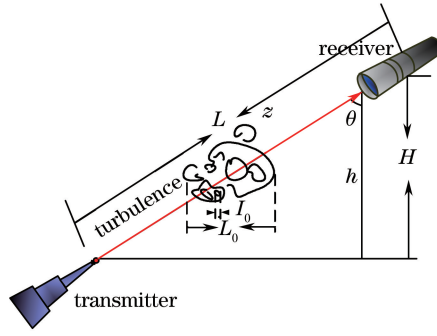


图 1 激光斜程传输示意图

Fig. 1 Diagram of laser beam propagation in slant path

度, $C_n^2(\cdot)$ 为斜程湍流大气中的折射率结构常数^[12], 随高度的变化而变化。将(4)式代入(3)式得

$$\langle \exp[\psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1) + \psi^*(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2)] \rangle \approx \exp\left\{\frac{1}{\rho_T^2} [(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)^2 + (\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2) \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2]\right\}. \quad (5)$$

在直角坐标系下, $z=0$ 平面处部分相干电磁平顶光束 CSDM 的元素表示为

$$W_{ij}^{(0)}(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, \omega) = I_{ij} S_{ij}^{(0)}(\omega) \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \left\{ a_m a_{m'} \exp\left[-\left(m p_m \frac{x_1'^2}{\omega_0^2} + m' p_{m'} \frac{x_2'^2}{\omega_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\delta_{ij}^2}\right] \right\} \times \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \left\{ a_m a_{m'} \exp\left[-\left(m p_m \frac{y_1'^2}{\omega_0^2} + m' p_{m'} \frac{y_2'^2}{\omega_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(y'_1 - y'_2)^2}{2\delta_{ij}^2}\right] \right\}, \quad (6)$$

式中 $a_t = (-1)^{t+1} \frac{M!}{t! (M-t)!}$, $p_t = \sum_{i=1}^M \frac{a_i}{t}$, $t = m, m'$, $I_{ij} = A_i \times A_j$ 是与光束初始偏振度有关的一个常数, A_i, A_j 为 x 和 y 方向上的光束振幅, 仅由两个独立参数 A_x 和 A_y 决定, ω_0 为高斯光束的束腰半径, δ_{ij} 为相关长度, M 为部分相干电磁平顶光束的阶数。当 $M=1$ 时, 波束简化为 EGSM 光束。 $S_{ij}^{(0)}(\omega)$ 为归一化源光谱, 可表示为

$$S_{ij}^{(0)}(\omega) = B_{ij} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\tau^2}\right], \quad (7)$$

式中 τ 为谱宽, 谱的中心频率位于 ω_0 处, 且 B_{ij} 满足

$$B_{ij} \equiv 1 (i = j), B_{ij} \leq 1 (i \neq j), B_{ij} = B_{ji}^*. \quad (8)$$

令 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}$, 将(6)式代入(2)式, 经运算得

$$W_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 I_{ij} S_{ij}^{(0)}(\omega) \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M a_m a_{m'} \left\{ \frac{\pi^2}{\alpha_{ij} \gamma_{ij}} \exp\left[-\left(\frac{k^2}{4\alpha_{ij} z^2} + \frac{n_{ij}}{\gamma_{ij}}\right) \mathbf{r}^2\right] \right\}, \quad (9)$$

$$\text{式中 } \alpha_{ij} = \frac{m p_m}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\delta_{ij}^2} + \frac{1}{\rho_T^2} + \frac{ik}{2z}, \beta_{ij} = \frac{m' p_{m'}}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\delta_{ij}^2} + \frac{1}{\rho_T^2} - \frac{ik}{2z}, \gamma_{ij} = \beta_{ij} - \frac{1}{\alpha_{ij} \rho_T^4} - \frac{1}{16\alpha_{ij} \delta_{ij}^4} - \frac{1}{2\alpha_{ij} \delta_{ij}^2 \rho_T^2},$$

$$n_{ij} = \left[\frac{k}{2z} \left(\frac{1}{2\alpha_{ij} \rho_T^2} + \frac{1}{8\alpha_{ij} \delta_{ij}^2} - 1 \right) \right]^2.$$

斜程湍流大气中部分相干电磁光束的偏振矩阵表示为

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} W_{xx} & W_{xy} \\ W_{yx} & W_{yy} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

式中矩阵的元素 $W_{xx}, W_{yy}, W_{xy}, W_{yx}$ 可由(9)式给出。对于一束椭圆偏振光, 两对角元素 W_{xx}, W_{yy} 为实变量, 两非对角元素 W_{xy}, W_{yx} 为复变量, 且两者共轭。若两元素 W_{xy}, W_{yx} 为实变量 (即 $W_{xy} = W_{yx}$), 则光束为线偏振光。

2.2 偏振度

DoP 可通过包含了偏振信息的 Stokes 参数表示, Stokes 参数可由 CSDM 中的各个元素表示为^[13]

$$s'_0 = W_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z) + W_{yy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z), s'_1 = W_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z) - W_{yy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z),$$

$$s'_2 = W_{xy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z) + W_{yx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z), s'_3 = i[W_{yx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z) - W_{xy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z)], \quad (11)$$

式中 $W_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z)$ 由(9)式给出。

由(9)式和(11)式可得接收平面 $z > 0$ 处光束的 DoP, 表示为

$$P(\mathbf{r}, L) = \sqrt{s_1'^2 + s_2'^2 + s_3'^2} / s_0'. \quad (12)$$

3 数值分析结果

数值分析所取参数如下: $B_{xy} = 0.5\exp(i\pi/3)$, $\delta_{xy} = \delta_{yx} = 4$ mm, $\delta_{xx} = 1$ mm, $\delta_{yy} = 2$ mm, $\omega_0 = 1 \times 10^{15}$ rad/s, $\tau = 1 \times 10^{14}$ rad/s, $\lambda = 1.06$ μ m, $A_x/A_y = 1/2$ 。接收高度、光束阶数、天顶角、离轴半径、束腰半径等因素对 DoP 的影响分析如图 2~5 所示。

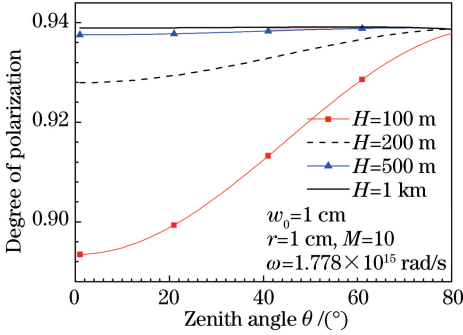


图 2 不同接收高度下 DoP 随天顶角的变化
Fig. 2 DoP as a function of zenith angle for different receiving heights

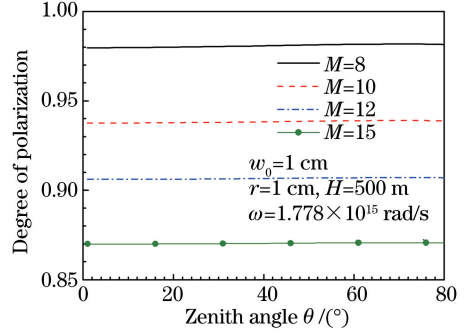


图 3 不同光束阶数下 DoP 随天顶角的变化
Fig. 3 DoP as a function of zenith angle for different beam orders

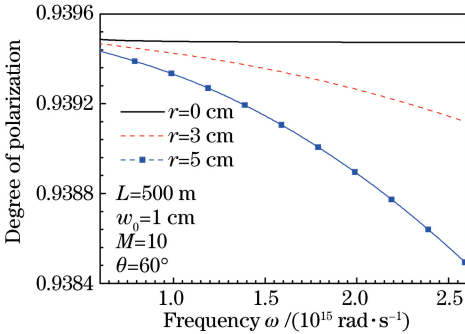


图 4 不同离轴半径下 DoP 随束波频率的变化
Fig. 4 DoP as a function of frequency of beam for different off axis radii

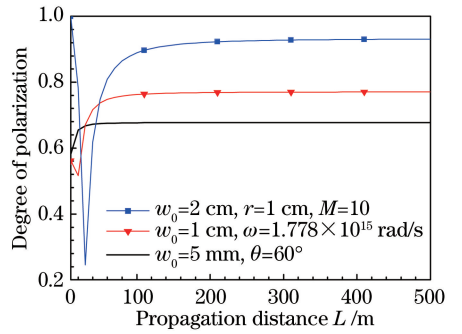


图 5 不同束腰半径下 DoP 随传输距离的变化
Fig. 5 DoP as a function of propagation distance for different waist radii

图 2 中 DoP 随着天顶角的增大而增大,且变化速率随着接收高度的增大而变小;当接收高度达到 1 km 时,天顶角对 DoP 的变化影响很小。可见,激光在湍流大气中斜程传输时提高接收高度可减小天顶角对 DoP 的影响。接收高度越高,DoP 越大,在天顶角大于 80° 时(接近于水平传输),不同高度下的 DoP 值近似相同。因此,当激光视距传输时,接收高度对 DoP 的影响较小。如图 3 所示,光束偏振度随着光束阶数的增大而减小。光束阶数越大,天顶角对偏振度的影响就越小。

如图 4 所示,光束的 DoP 随着频率及离轴半径的增大而减小,离轴半径较大时,DoP 随频率的变化较明显。在图 5 所示条件下,短距离传输范围对应传输高度比较低,湍流较强,DoP 的变化较快,随着传输距离的增大,湍流强度逐渐减弱。该结论与文献[6]的结论不同,文献[6]没有考虑交叉极化,光束在传输到某一距离处,DoP 达到一个峰值,之后随着传输距离的增大而逐渐趋于初始值。该结论与文献[14]的结论相似,当考虑交叉极化时,DoP 随着传输距离的增大,变化无界且逐渐趋于平缓。图中天顶角为定值,传输距离的变化即是接收高度的变化,从而验证了图 2 中 DoP 随接收高度改变时的变化趋势。在长距离传输范围内,

DoP 随着束腰半径的增大而增大。

4 结 论

基于 Rytov 相位结构函数平方近似,推导出了斜程湍流大气中部分相干平顶电磁光束的 CSDM 的解析表达式。利用 Stokes 参数法得到了偏振度的解析公式,讨论了接收高度、光束阶数、离轴半径以及束腰半径等因素对光束偏振特性的影响。研究了同时考虑同极化和交叉极化时偏振度的变化情况,得到偏振度随着传输距离的增大,变化无界且逐渐趋于平缓。电磁光束在传输过程中,同极化和交叉极化实际上是同时存在的,因而此研究结果可能更接近于实际值。该结果为激光通信、大气环境探测及偏振光导航等应用提供了理论依据。

参 考 文 献

- 1 Wolf E. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams[J]. Physics Letters A, 2003, 312(5): 263-267.
- 2 Korotkova O, Salem M, Wolf E. The far-zone behavior of the degree of polarization of electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence[J]. Optics Communications, 2004, 233(4): 225-230.
- 3 Korotkova O, Wolf E. Changes in the state of polarization of a random electromagnetic beam on propagation[J]. Optics Communications, 2005, 246(1): 35-43.
- 4 Salem M, Korotkova O, Dogariua A, *et al.* Polarization changes in partially coherent electromagnetic beams propagating through turbulent atmosphere[J]. Waves in Random and Complex Media, 2004, 14(4): 513-523.
- 5 Ji X L, Zhang E T, Lu B D. Changes in the spectrum and polarization of polychromatic partially coherent electromagnetic beams in the turbulent atmosphere[J]. Optics Communications, 2007, 275(2): 292-300.
- 6 Ji Xiaoling, Chen Senhui, Li Xiaoqing. Polarization properties of partially coherent electromagnetic Hermite-Gaussian beams in atmospheric turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2008, 35(1): 67-72.
季小玲, 陈森会, 李晓庆. 部分相干电磁厄米-高斯光束通过湍流大气传输的偏振特性[J]. 中国激光, 2008, 35(1): 67-72.
- 7 Pu J X, Korotkova O. Propagation of the degree of cross-polarization of a stochastic electromagnetic beam through the turbulent atmosphere[J]. Optics Communications, 2009, 282(9): 1691-1698.
- 8 Wang Tao, Pu Jixiong, Chen Ziyang, *et al.* Change in polarization of partially coherent beams propagation in the turbulent atmosphere[J]. Journal of Huaqiao University (Natural Science), 2008, 29(2): 198-203.
王 涛, 蒲继雄, 陈子阳, 等. 部分相干光束在湍流大气中传输时的偏振变化[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2008, 29(2): 198-203.
- 9 Pan Liuzhan. Far-field behavior of partially polarized Gaussian Schell-model beams diffracted through an aperture[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 26(8): 1250-1255.
潘留占. 被光阑衍射部分偏振高斯-谢尔模型光束的远场特性[J]. 光学学报, 2008, 26(8): 1250-1255.
- 10 Wang H Y, Zhu X Y, Lu M, *et al.* Spectral changes of aberrated stochastic electromagnetic flat-topped beams propagating in turbulent atmosphere[J]. Optics & Laser Technology, 2012, 44(2): 322-327.
- 11 Wang H Y, Qian X M. Spectral properties of a random electromagnetic partially coherent flat-topped vortex beam in turbulent atmosphere[J]. Optics Communications, 2013, 291: 38-47.
- 12 Li Y Q, Wu Z S. Characteristics of a partially coherent Gaussian Schell-model beam propagating in slanted atmospheric turbulence[J]. Chinese Physics B, 2012, 21(5): 054203.
- 13 Zhao X H, Yao Y, Sun Y X, *et al.* Condition for Gaussian Schell-model beam to maintain the state of polarization on the propagation in free space[J]. Optics Express, 2009, 17(20): 17888-17894.
- 14 Eyyuboglu H T, Baykal Y, Cai Y. Degree of polarization for partially coherent general beams in turbulent atmosphere[J]. Applied Physics B, 2007, 89(1): 91-97.