# 重复频率脉冲激光辐照金属材料热效应模拟分析

# 胡 鹏 陈发良\*

北京应用物理与计算数学研究所,北京 100094

摘要 在不同占空比的重复频率脉冲激光辐照下,数值模拟了金属材料前、后表面的温升特性和烧蚀深度变化规律,考察了材料厚度和物性的影响。模拟结果表明,材料前表面温升曲线呈齿状;激光占空比越小或者材料越薄,材料后表面温度越高,烧蚀越深;与连续激光相比,重复频率脉冲激光更有利于金属材料的加热及烧蚀。
 关键词 激光技术;激光烧蚀;有限元方法;重复频率脉冲激光
 中图分类号 TN249

doi: 10.3788/CJL201643.1001006

## Simulation of Thermal Effect in Repetitive Pulsed Laser Irradiation on Metals

## Hu Peng Chen Faliang

Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China

**Abstract** Under the irradiation of repetitive pulsed lasers with different duty ratios, the temperature increase characteristic of front and back surfaces and the variation law of ablation depth are numerically simulated, and the influences of material thickness and variety are investigated. The simulation results show that the temperature increase curve for the front surface possesses a tooth-like shape. The smaller the laser duty ratio or the thinner the material is, the higher the back surface temperature is, and the deeper the ablation depth is. Compared with the continuous-wave laser, the repetitive pulsed laser is more beneficial to heating and ablation of metals. **Key words** laser technique; laser ablation; finite element method; repetitive pulsed laser

**Key words** laser technique; laser ablation; finite element method; repetitive pulsed las

**OCIS codes** 140.3330; 140.3390; 140.6810

# 1引言

激光辐照金属材料的热效应是激光应用的基础性问题之一,近年来已开展大量的研究工作。研究内容 主要包括:1)当激光强度不太高时,对金属材料在连续或重复频率脉冲激光辐照下的温度和应力应变场进 行理论和模拟分析<sup>[1-4]</sup>,此时金属材料温度未到熔化相变点,没有材料烧蚀现象;2)研究皮秒、飞秒量级的超 短超强脉冲激光对金属材料的烧蚀效应,采用双温模型研究材料快速升温、烧蚀、产生高温高压等离子体喷 溅等现象<sup>[5-7]</sup>。对于毫秒量级的重复频率脉冲激光,单个脉冲功率密度较高,比相同能量的连续激光功率密 度高 2~3 个量级,但由于激光脉宽较大,金属材料在激光辐照下主要发生升温、熔化等热效应。与连续激光 辐照不同的是,在重复频率脉冲激光辐照期间金属材料表面升温,在脉冲间隔时材料表面降温,形成独特的 温升曲线;当材料表面吸收率随温度变化时<sup>[4,8]</sup>,后续激光脉冲对金属材料的加热也会有变化。当脉冲激光 功率足够高时,脉冲激光辐照期间还会发生材料烧蚀,脉冲能量、宽度、脉冲占空比等因素都会影响材料温升 和烧蚀特性。一些研究者给出了重复频率脉冲激光加热材料的分析与模拟结果<sup>[9-10]</sup>,但没有考虑材料物性、 吸收率等随温度变化的因素和重复频率脉冲激光对材料的烧蚀行为。

本文在激光烧蚀金属材料物理模型的基础上,主要研究脉宽为毫秒量级的重复频率激光辐照金属材料

作者简介:胡 鹏(1979—),男,硕士,副研究员,主要从事激光与物质相互作用方面的研究。

E-mail: hu\_peng@iapcm.ac.cn

\* 通信联系人。E-mail: flchen@iapcm.ac.cn

收稿日期: 2016-03-22; 收到修改稿日期: 2016-06-14

基金项目:国家自然科学基金(11371067)、中国工程物理研究院计算固体力学重点学科项目

产生的温升与烧蚀效应,考虑材料物性和激光吸收率随温度的变化,数值模拟在不同能量、脉宽、占空比的重 复频率脉冲激光辐照下,金属材料前、后表面温升特性,研究重复频率脉冲激光对金属材料的烧蚀深度变化 规律,比较厚度、材料等因素的影响。

## 2 物理模型

重复频率脉冲激光辐照金属材料表面,在脉冲辐照时间内,材料吸收激光能量经历升温、相变过程;在脉 冲间隔时间内,材料主要经历从光斑辐照区向外的热传导过程;当材料表面温度未达到熔点而没有被激光烧 蚀,激光辐照材料的热效应表现为温升;若材料在激光辐照下表面温度升高达到熔点,在吸收熔化潜热后材 料熔化,熔化材料在熔池中会有流动,但并不会立即流走,对激光能量仍有一定的吸收;在脉冲间隔时间内, 熔化的材料会重新凝固,之后再被后续脉冲辐照,不断循环,这个过程非常复杂。此处作简化处理,认为金属 材料辐照面有气流吹过,达到熔点吸收相变潜热后立即剥离,在计算模型中该网格单元不参与后续辐照激光 的能量吸收和材料内部传递,后续激光会辐照在更深处材料单元表面,如图1所示,如此循环,即可模拟激光 烧蚀材料的过程。



图 1 激光烧蚀金属材料模型示意图



## 2.1 控制方程

当脉冲激光照射在均匀材料表面且入射光口径远大于材料的热扩散长度时,可作一维处理;将激光辐照作为热流边界,其热传导方程与边界条件<sup>[11]</sup>为

$$\rho C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \kappa(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right], \tag{1}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \tag{2}$$

$$\kappa(T) \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=L} = I(t) \eta(T) , \qquad (3)$$

式中 $\rho$ 、C(T)和 $\kappa(T)$ 分别为金属材料的密度、比热容和热导系数,I(t)为激光功率密度, $\eta(T)$ 为材料对辐照激光的吸收率且随温度变化而变化,L为金属材料厚度,t为辐照时间,T为材料温度。

重复频率脉冲激光共有 n 个脉冲,在脉冲持续时间内,激光功率密度保持不变,即

$$I(t) = \begin{cases} I_{0}, & (i-1)t_{p} < t < it_{p}(i=1,2,\cdots,n) \\ 0, & \text{else} \end{cases},$$
(4)

式中 t<sub>p</sub> 为单个脉冲宽度, I<sub>0</sub> 为单个脉冲功率密度。在激光照射前, 材料各处温度均为 T<sub>0</sub>, 即

$$T(z)|_{t=0} = T_0 \,. \tag{5}$$

## 2.2 计算参数

金属材料取 30CrMnSiA 钢,厚度为 L=2 mm,初始温度为  $T_0=20 \text{ ℃}$ ,密度为 7750 kg/m<sup>3</sup>,熔点为 1400 ℃,熔化潜热为 340 J/g,其他热物性参数和表面吸收率如表 1<sup>[12]</sup>和表 2<sup>[4]</sup>所示。

30CrMnSiA 钢的热扩散长度为 $L=2\sqrt{\kappa t/(\rho C)}$ ,1 s内热扩散长度约为4 mm,当入射重复频率激光的 光斑远大于扩散长度时,光斑中心处的温升和烧蚀现象可由一维模型来模拟。

Table 1 Thermophysical paramters of 30CrMnSiA steel										
$T / ^{\circ}\mathbb{C}$	20	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$\boldsymbol{\kappa} / (\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1})$	27.63	29.30	30.56	30.56	30.56	29.51	28.67	27.21	25.33	24.61
$C / (\mathbf{J} \cdot \mathbf{kg}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1})$	473.1	519.1	581.9	644.7	699.1	766.1	841.5	910.1	975.0	1040.0
表 2 30CrMnSiA 钢的吸收率										
Table 2 Absorptivity of 30CrMnSiA steel										

	表 ⊥	30CrMnSiA 钢的热物性参数	
1 1	T1		

<i>T</i> /°C	20	300	400	700	800	870	920
η	0.35	0.35	0.38	0.68	0.72	0.69	0.74

计算中取重复频率脉冲为 20个,总时间为1s,每个脉冲能量密度分别取为 30,50,75,100 J/cm<sup>2</sup>,对应 相同总能量的连续激光能量密度分别为 600,1000,1500,2000 J/cm<sup>2</sup>。考虑单个脉冲宽度分别为 1,5,10, 25 ms 的情形,即脉冲占空比分别为 1:50, 1:10, 1:5, 1:2,分别模拟上述 4 种能量密度下重复频率脉冲激 光辐照材料的温升变化规律和烧蚀深度,并比较不同占空比的影响。

一般情况下,空气强制对流换热系数为15~300 W/(m<sup>2</sup>•K)<sup>[13]</sup>,即使材料表面温度达到熔点,其表面对流换热能力仅为2.1~42.0 W/cm<sup>2</sup>,远小于此处连续激光的平均功率600,1000,1500,2000 W/cm<sup>2</sup>,因此,在模拟中可忽略材料表面对流散热的影响。重复频率脉冲激光功率密度比连续激光更高,可作相同处理。

## 2.3 计算方法

采用有限元方法求解热传导方程,热烧蚀过程采用一种等效处理方法:在材料熔点附近取温度区间 ΔT,称为相变区;当材料表面某单元在激光辐照下升温并进入相变区,则将熔化潜热与材料比热相累加,作 为进入相变区的等效比热,即

$$\widetilde{C} = C + \frac{H_{\rm L}}{\Delta T},\tag{6}$$

式中 Ĉ 为单元等效比热容, C 为材料比热容, H<sub>L</sub> 为材料熔化潜热。有限元方法将物理量定义在单元节点上, 而单元温度为该单元节点温度的平均值。当单元温度超过相变区, 认为该单元已吸收熔化潜热发生熔化 而烧蚀, 辐照激光会辐照在被烧蚀单元的后面单元上, 此过程不断循环, 即模拟出材料被激光烧蚀的过程, 如图 1 所示。

有限元方法模拟熔化烧蚀过程中熔化潜热的处理,一般采用热焓的方法,热焓定义为

$$H = \int \rho C(T) \,\mathrm{d}T \,. \tag{7}$$

潜热等效为比热容处理。材料熔化潜热比材料比热容大得多,因此在相变点附近热焓有突变,模拟计算 时为了得到更好的收敛结果,需要将相变区 ΔT 适当放宽,并取较小的时间步长;激光强度越高,需要网格越 密,计算时间步长也越小。

## 3 模拟结果与分析

## 3.1 无材料烧蚀情形

图 2 所示为单脉冲能量密度为 30 J/cm<sup>2</sup> 时,不同激光脉宽下材料前表面和后表面的温度随时间的变 化。由图可以发现,连续激光辐照时材料表面温度随辐照时间的增加而持续上升,辐照结束时达到最高温 度。在重复频率脉冲激光辐照下,材料表面温度在脉冲激光辐照期间迅速上升,脉冲结束后材料温度又迅速 下降,这是由于在脉冲辐照时,激光能量仅沉积在表面很薄的一层材料中,使得表面温度升高很快;在脉冲间 隔时间内,这层材料内的能量通过热传导向材料四周扩散,使得表面温度快速下降,因此在重复频率脉冲辐 照下,材料表面温升曲线呈齿状。单个脉冲宽度越短,脉冲辐照时间内功率密度越高,单位时间内吸收的激 光能量越多,材料表面温升越快;相同能量的连续激光功率密度为 600 W/cm<sup>2</sup>,激光辐照引起材料最高温升 约为 400 ℃;而脉宽为1 ms时,单个脉冲功率密度为 3×10<sup>4</sup> W/cm<sup>2</sup>,材料表面最高温度达 1200 ℃。另外, 由于材料对激光能量的吸收率随温度升高而增大,因此,短脉冲激光辐照下材料表面温度越高,吸收激光能 中 国 激 光





量就越多,材料整体温度就越高。单脉冲能量密度为 30 J/cm<sup>2</sup> 时,脉宽越小,材料后表面温升越快,温度越高[图 2(b)]。由于此时脉冲激光总能量不高,材料表面温度没有达到熔点,无材料烧蚀。

## 3.2 材料烧蚀情形

图 3 所示为单个脉冲能量密度为 50 J/cm<sup>2</sup> 时不同脉宽激光辐照下材料内的温度分布云图。从图中看 到,在脉宽为1 ms 的重复频率脉冲激光辐照下,材料表面有少部分被烧蚀;脉宽较大的脉冲激光和连续激光 辐照时没有发生材料烧蚀。脉宽1 ms 的重复频率脉冲激光的单个脉冲功率密度达到 5×10<sup>4</sup> W/cm<sup>2</sup>,在第 8 个脉冲时,材料表面达到熔点开始烧蚀,烧蚀情况如图 4 所示。如前文所述,网格单元温度达到熔点、吸收 潜热被烧蚀,图 4 中将其温度设为熔点作为标识。在后续脉冲辐照下,材料烧蚀越来越快,20 个脉冲结束 时,烧蚀深度达 0.14 mm。相同能量的连续激光辐照后,材料表面最高温度约为 800 ℃,远未达到熔点温度, 脉宽为 5,10,25 ms 的重复频率脉冲激光也未能使材料表面温度达到熔点。





(a) 连续激光;(b) 25 ms;(c) 10 ms;(d) 5 ms;(e) 1 ms

Fig. 3 Cloud charts of irradiation temperature for 2-mm-thick 30CrMnSiA steel under irradiation of lasers with different pulse widths when energy density of single pulse is 50 J/cm<sup>2</sup>. (a) Continuous-wave laser; (b) 25 ms;

#### (c) 10 ms; (d) 5 ms; (e) 1 ms

当每个脉冲能量密度为 100 J/cm<sup>2</sup> 时,由于脉冲能量较高,每种脉宽的重复频率脉冲均能使材料表面熔化。脉宽 1 ms 的重复频率脉冲激光单个脉冲功率密度达到 10<sup>5</sup> W/cm<sup>2</sup>,第 2 个脉冲辐照结束时,材料表面 有少量材料被烧蚀;对于脉宽为 5,10,25 ms 的重复频率激光,材料分别在第 6 个、第 10 个和第 15 个脉冲 开始烧蚀。第 20 个脉冲结束时,脉宽 1,5,10,25 ms 的重复频率脉冲激光烧蚀深度达 1.10,0.75,0.58, 0.37 mm,脉宽 1 ms 重复频率脉冲激光烧蚀深度约为脉宽 25 ms 的三倍。相同能量的连续激光功率密度为 2000 W/cm<sup>2</sup>,烧蚀深度明显小于重复频率脉冲激光,且材料表面烧蚀开始时间最晚,如图 5 所示。

重复频率脉冲激光脉宽越小,单个脉冲功率密度越高,在短时间内有足够激光能量沉积在材料表面的薄层中烧蚀少量材料;在脉冲间隔期,虽然材料表面温度下降幅度较大(脉冲越短,降幅越大),但由于单个脉冲 沉积到材料中的能量已足够烧蚀材料,因此,在后续脉冲激光辐照下,材料烧蚀深度越来越深。



图 4 单脉冲能量密度为 50 J/cm<sup>2</sup>时,不同脉宽下 2 mm 厚 30CrMnSiA 钢的(a)前表面温度和(b)烧蚀深度随时间的变化 Fig. 4 Variation in (a) temperature of front surface and (b) ablation depth with time for 2-mm-thick 30CrMnSiA steel under irradiation of lasers with different pulse widths when energy density of single pulse is 50 J/cm<sup>2</sup>



图 5 单脉冲能量密度为 100 J/cm<sup>2</sup> 时,不同脉宽下 2 mm 厚 30CrMnSiA 钢的(a)前表面温度和(b)烧蚀深度随时间的变化 Fig. 5 Variation in (a) temperature of front surface and (b) ablation depth with time for 2-mm-thick 30CrMnSiA steel under irradiation of lasers with different pulse widths when energy density of single pulse is 100 J/cm<sup>2</sup>

## 3.3 材料厚度的影响

模拟分析中 30CrMnSiA 钢材料厚度均为 2 mm。图 6 所示为厚度为 5 mm 的 30CrMnSiA 钢在单脉冲 能量密度为 100 J/ cm<sup>2</sup> 脉冲激光辐照下的模拟结果。由于材料厚度方向的热扩散效应,重复频率脉冲激光 对材料的烧蚀深度比 2 mm 厚度时浅。由于烧蚀开始的时间主要受到单脉冲能量的影响,因此当脉宽为 1 ms和 5 ms 时,5 mm 厚与 2 mm 厚的材料发生烧蚀的时刻相同,而脉宽为 10 ms和 25 ms 时,5 mm 厚材料 比 2 mm 厚材料开始烧蚀要晚几个脉冲。连续激光的功率密度相对重复频率脉冲激光小得多,热扩散引起的 能量损失最大,5 mm 厚材料在激光辐照结束时仅表面很薄的一层发生烧蚀,与 2 mm 厚材料的情形差别最大。



图 6 单脉冲能量密度为 100 J/cm<sup>2</sup> 时,不同脉宽下 5 mm 厚 30CrMnSiA 钢的(a)前表面温度和(b)烧蚀深度随时间的变化 Fig. 6 Variation in (a) temperature of front surface and (b) ablation depth with time for 5-mm-thick 30CrMnSiA steel under irradiation of lasers with different pulse widths when energy density of single pulse is 100 J/cm<sup>2</sup>

## 3.4 重复频率脉冲激光辐照铝材料

铝的表面吸收率一般为 0.2~0.3,但与 30CrMnSiA 钢相比,铝的热导率大、密度小,热扩散长度比钢大

得多。铝的热物性参数如表 3 所示。考虑占空比为 1:50,1:10,1:5,1:2的情形,在两个脉冲间隔时间内,铝的热扩散长度分别为 1.7,1.6,1.5,1.2 mm,而 30CrMnSiA 钢的热扩散长度分别为 0.47,0.45,0.40,0.3 mm。 铝表面不仅吸收激光能量较少,而且这部分能量很快向后传递,且传递距离较远,这使得材料整体温升效应 明显,材料内温度梯度小。在单个脉冲辐照期间,对应 4 种占空比的重复频率脉冲,铝的热扩散长度分别约为 0.24,0.54,0.77,1.20 mm,而 30CrMnSiA 钢的热扩散长度分别约为 0.07,0.15,0.21,0.30 mm。

#### 表 3 铝的热物性参数

Τa	ıbl	еŝ	3	Γŀ	nermopl	hysical	parameters	ot	aluminum
----	-----	----	---	----	---------	---------	------------	----	----------

$\rho /(\mathrm{kg} \cdot \mathrm{cm}^{-1})$	$C / (J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})$	$\kappa / (\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1})$	Melting point /°C	Melting latent heat $/(J \cdot kg^{-1})$
2770	1000	164	638	$401 \times 10^{3}$

对 5 mm 厚铝材料的模拟结果如图 7 所示,当重复频率脉冲激光脉宽为 1 ms 时,激光强度最大,且在脉 冲辐照期间热扩散长度最小,在第 18 个脉冲开始烧蚀;20 个脉冲结束后烧蚀厚度仅为 0.03 mm。相同条件 下,钢在第 2 个脉冲开始烧蚀,20 个脉冲结束后钢烧蚀厚度接近 1 mm。单个脉冲脉宽越大(大于 5 ms),单 脉冲激光功率密度就越小,脉冲辐照期间热扩散长度就越大,材料表面能量不够集中,无法使铝材料达到熔 点而发生烧蚀。



图 7 单脉冲能量密度为 100 J/cm<sup>2</sup> 时,不同脉宽下 5 mm 厚铅的(a)前表面温度,(b)后表面 温度和(c)烧蚀深度随时间的变化

Fig. 7 Variation in (a) temperature of front surface, (b) temperature of back surface, and (c) ablation depth with time for 5-mm-thick aluminum under irradiation of lasers with different pulse widths when energy density of single pulse is 100 J/cm<sup>2</sup>

# 4 结 论

在激光烧蚀金属材料物理模型的基础上,考虑材料热物性和吸收率随温度的变化,数值模拟了金属材料 在不同能量密度、占空比的重复频率脉冲激光辐照下前、后表面的温升特性,研究了重复频率脉冲激光对金属 材料的烧蚀深度变化规律,比较了 30CrMnSiA 钢、铝两种材料和不同材料厚度的情形,得到如下结论。

1) 在脉冲辐照期间,激光能量仅仅沉积在表面很薄的一层材料中,使得表面温度升高很快;在脉冲间隔 时间内,这层材料内的能量通过热传导向材料四周扩散,使得表面温度快速下降,因此在重复频率脉冲激光 辐照下,材料表面温升曲线呈齿状。

2) 在总能量相同的情形下,单个脉冲宽度越小,即占空比越小,单个脉冲功率密度越高,后表面温升越快,烧蚀越深;对于 30CrMnSiA 钢,材料越薄,温度越高,材料烧蚀就越深。

3) 铝的热导系数比 30CrMnSiA 钢大,相同时间内扩散长度更长,因此铝在厚度方向的温度分布更均匀,表面吸收的激光能量扩散损失较多。在相同激光条件、相同厚度时,重复频率脉冲激光对铝表面开始烧蚀时间比钢晚,烧蚀深度比钢浅。与连续激光相比,平均功率密度相同时,重复频率脉冲激光对金属材料的加热及烧蚀效应更明显。

## 参考文献

Sun Chengwei, Lu Qisheng, Fan Zhengxiu, et al. Laser irradiation effect[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002.

孙承纬,陆启生,范正修,等.激光辐照效应[M].北京:国防工业出版社,2002.

- 2 Chen Genyu, Yu Chunrong, Li Shichun, *et al.* Temperature field simulation and experiment for truing and dressing of bronze bonded diamond grinding wheel with pulsed laser[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(7): 0703002. 陈根余,余春荣,李时春,等. 脉冲激光修整青铜金刚石砂轮温度场的模拟与试验[J]. 中国激光, 2011, 38(7): 0703002.
- 3 Dai Deping, Jiang Xiaohua, Cai Jianpeng, *et al.* Numerical simulation of temperature field and stress distribution in Inconel 718 Ni base alloy induced by laser cladding[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(9): 0903005. 戴德平,蒋小华,蔡建鹏,等. 激光熔覆 Inconel 718 镍基合金温度场与应力场模拟[J]. 中国激光, 2015, 42(9): 0903005.
- 4 Yuan Hong, Zhao Jianheng, Tan Fuli, *et al.* Numerical simulation of temperature distribution on a rotational cylindrical shell under laser irradiation[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2005, 17(5): 681-684.
- 袁 红,赵剑衡,谭福利,等.激光辐照下旋转柱壳温度场的数值模拟[J].强激光与粒子束,2005,17(5):681-684.
- 5 Liang Jianguo, Ni Xiaochang, Yang Li, *et al.* Numerical simulation of the ablation on copper with ultrashort laser pulses [J]. Chinese J Lasers, 2005, 32(9): 1291-1294.

梁建国,倪晓昌,杨 丽,等. 超短激光脉冲烧蚀铜材料的数值模拟[J]. 中国激光, 2005, 32(9): 1291-1294.

6 Wang Xiaodong, Wang Shenglie, Liu Jinsong. Effect of quasi-vacuum environment in ablation with high repetition rate pulsed laser[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(1): 238-243.

王晓东, 汪盛烈, 刘劲松. 高重复频率脉冲激光材料烧蚀的准真空环境效应[J]. 中国激光, 2009, 36(1): 238-243.

- 7 Chimier B, Tikhonchuk V T, Hallo L. Heating model for metals irradiated by a subpicosecond laser pulse[J]. Physical Review B, 2007, 75: 195124.
- 8 Wang Guibing, Luo Fei, Liu Cangli. Reflectance change of 45 # steel irradiated by laser in atmosphere[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2006, 18(2): 181-183.
  王贵兵,罗 飞,刘仓理.大气环境下重复频率激光辐照 45 # 钢反射率变化分析[J].强激光与粒子束, 2006, 18(2): 181-183.
- 9 Yilbas B S, Kalyon M. Repetitive laser pulse heating with a convective boundary condition at the surface [J]. Journal of Physics D, 2001, 34(2): 222-231.
- 10 Yuan Hong, Tan Fuli, Wang Weiping, et al. Numerical simulation of heating efficiency comparison of CW laser and repeated frequency laser irradiating rotational shells [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2006, 18(12): 1975-1978.

袁 红,谭福利,王伟平,等.连续和重复频率激光对旋转壳体加热效率的数值模拟[J].强激光与粒子束,2006, 18(12):1975-1978.

- Tao Wenquan. Heat transfer [M]. Xi'an: Northwesten Polytechnical University Press, 2006.
   陶文铨. 传热学[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2006.
- 12 工程材料实用手册编缉委员会.工程材料实用手册[M].北京:中国计量出版, 1988: 208.
- 13 卡里卡, 戴斯蒙德. 工程传热学[M]. 北京: 人民教育出版社, 1981: 13.