

# 机抖激光陀螺抖频匹配技术的优化

马仰华<sup>1,2</sup> 韩宗虎<sup>2</sup> 王继良<sup>2</sup>

<sup>1</sup>西北工业大学自动化学院, 陕西 西安 710072

<sup>2</sup>中航工业西安飞行自动控制研究所, 陕西 西安 710065

**摘要** 在机抖激光陀螺(DRLG)捷联惯导系统(SINS)中,陀螺的抖动偏频会引起伪圆锥运动。分析了伪圆锥运动对捷联惯导系统旋转矢量计算的影响,并推导了其表达式。通过数值计算,分析了影响伪圆锥误差的因素,提出了机抖激光陀螺抖频差的匹配原则,以实现伪圆锥误差最小化。基于该匹配原则,面向工程实际问题提出了一种机抖激光陀螺抖频调谐技术。仿真分析和实验结果表明,选用一种主体抖动轮并按需选配调节构件,该技术可满足系统对陀螺抖频差的匹配要求,同时不会对陀螺整体外形尺寸和抗振性能造成任何影响。与传统方案相比,进一步提升了机抖激光陀螺,尤其是小型化机抖激光陀螺的工程化水平,降低了生产成本。

**关键词** 激光光学; 机抖激光陀螺; 捷联惯导系统; 伪圆锥运动; 抖频匹配; 频率调谐

中图分类号 V241.5<sup>+</sup>58

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201643.1001003

## Optimization of Dithering Frequency Matching Technique for Mechanically Dithered Ring Laser Gyros

Ma Yanghua<sup>1,2</sup> Han Zonghu<sup>2</sup> Wang Jiliang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China

<sup>2</sup>AVIC Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Xi'an, Shaanxi 710065, China

**Abstract** The dithering of mechanically dithered ring laser gyro (DRLG) leads to pseudo coning motion in the strap-down inertial navigation system (SINS). The influence of the pseudo coning motion on calculation of the rotating vector of SINS is analyzed, and the formula is deduced. To minimize the pseudo coning error, the influence factors are analyzed by numerical calculation, and the matching principle of dithering frequency difference among different DRLGs in SINS is recommended. Based on the principle, a dithering frequency tunable technology for the practical difficulty during DRLG production is proposed and investigated numerically and experimentally. The results show that the proposed technique can meet the dithering frequency difference matching demand of SINS by choosing one main dither motor plus appropriate adjusting components, and there is no negative impact on the overall size and the anti-vibration performance of DRLG. Compared to the conventional programs, the proposed technique promotes the productive capacity of DRLG, especially for the miniature DRLG, and reduces the production cost.

**Key words** laser optics; mechanically dithered ring laser gyro; strap-down inertial navigation system; pseudo coning motion; dithering frequency matching; frequency tuning

**OCIS codes** 140.3370; 140.3560; 280.4788; 120.5790

## 1 引言

基于 Sagnac 效应<sup>[1]</sup>的激光陀螺结构简单、体积小、质量轻、精度高,作为新一代惯性传感器,是目前激光捷联惯导系统(SINS)的首选,在海、陆、空、天等领域获得越来越广泛的应用<sup>[2]</sup>。闭锁效应<sup>[3-4]</sup>是激光陀螺的主要误差因素之一,必须采取偏频技术克服锁区对激光陀螺的影响。机抖偏频技术是当前应用最为成熟和

收稿日期: 2016-05-17; 收到修改稿日期: 2016-06-22

基金项目: 装备预先研究项目(51309010202)

作者简介: 马仰华(1980—),男,博士,高级工程师,主要从事激光陀螺技术方面的研究。E-mail: mgyyy@eyou.com

广泛的一种偏频方案<sup>[5]</sup>。

在机抖激光捷联惯导系统中,由于刚体转动的不可交换性,存在着真圆锥运动和伪圆锥运动<sup>[6-7]</sup>。真圆锥运动由外部载体的角振动引起,而伪圆锥运动由内部激光陀螺的机械抖动引起。与圆锥运动相对应,圆锥误差可分为真圆锥误差和伪圆锥误差两种。为减小真圆锥误差的影响,研究人员提出了多种圆锥补偿算法,并在实际应用中取得了良好的效果<sup>[8-10]</sup>。但适用于真圆锥误差的各种圆锥补偿算法并不能有效补偿伪圆锥误差<sup>[6-7]</sup>。

本文就伪圆锥运动对机抖激光捷联惯导系统旋转矢量计算的影响进行了分析和推导,通过数值计算,研究了影响伪圆锥误差的因素,得到了机抖激光陀螺(DRLG)抖频匹配的原则。基于此原则,面向实际工程问题提出一种机抖激光陀螺抖频调谐技术,为进一步提高机抖激光陀螺,尤其是小型化机抖激光陀螺的工程化应用水平提供了一种可行的技术方案。

## 2 机抖激光捷联惯导系统伪圆锥误差影响因素分析

### 2.1 捷联惯导系统姿态计算

捷联惯导系统姿态算法的实质是不断更新旋转矢量和姿态四元数。其中,旋转矢量  $\Phi$  用旋转矢量微分方程<sup>[7]</sup>

$$\dot{\Phi} = \omega + \frac{1}{2}\Phi \times \omega + \frac{1}{\phi^2} \left[ 1 - \frac{\phi \sin \phi}{2(1 - \cos \phi)} \right] \Phi \times (\Phi \times \omega) \quad (1)$$

进行更新,式中  $\omega$  为陀螺输出的角速度,  $\phi$  为  $\Phi$  的模。

由于姿态解算周期一般都很短,  $\phi$  值很小,因此  $\phi$  的高次项可忽略不计,工程上常用的近似方程为

$$\dot{\Phi} = \omega + \frac{1}{2}\Phi \times \omega. \quad (2)$$

(2)式第二项反映了姿态解算周期中刚体的不可交换性对旋转矢量计算的影响。对其进行积分可得圆锥误差项。

### 2.2 伪圆锥误差分析

通常,机抖激光捷联惯导系统中不同轴向 DRLG 的抖动频率或抖动幅度是不同的。为便于描述并不失一般性,以  $y$  轴和  $z$  轴陀螺的机械抖动引起  $x$  轴向的伪圆锥误差  $\beta_x$  为例,进行分析讨论。

设  $y$  轴和  $z$  轴抖动的角振幅和圆频率分别为  $A_1, \Omega_1, A_2, \Omega_2$ ,且二者之间的相位差为  $\theta$ 。则 SINS 的输入角速度为

$$\omega(t) = [0 \quad A_1 \Omega_1 \cos(\Omega_1 t) \quad A_2 \Omega_2 \cos(\Omega_2 t + \theta)]^T, \quad (3)$$

积分可得在  $t_m \sim t$  的姿态更新时间内 DRLG 的输出角增量为

$$\Phi(t) = [0 \quad A_1 [\sin(\Omega_1 t) - \sin(\Omega_1 t_m)] \quad A_2 [\sin(\Omega_2 t + \theta) - \sin(\Omega_2 t_m + \theta)]]^T. \quad (4)$$

将(3)、(4)式代入(2)式中第二项进行积分,可得伪圆锥误差为

$$\beta_x = \frac{1}{2} \int_{t_m}^t \Phi(\tau) \times \omega(\tau) d\tau = \frac{A_1 A_2}{2} \int_{t_m}^t \{ \Omega_2 [\sin(\Omega_1 \tau) \cos(\Omega_2 \tau + \theta) - \sin(\Omega_1 t_m) \cos(\Omega_2 \tau + \theta)] - \Omega_1 [\cos(\Omega_1 \tau) \sin(\Omega_2 \tau + \theta) - \cos(\Omega_1 t_m) \sin(\Omega_2 t_m + \theta)] \} d\tau, \quad (5)$$

式中  $\tau$  为  $t_m \sim t$  时间范围内伪圆锥误差计算过程中的积分变量。

设姿态更新周期为  $T$ ,将  $t = t_m + T$  代入(5)式,令  $\Delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2, \Sigma\Omega = \Omega_1 + \Omega_2$ ,则

$$\beta_x = \frac{A_1 A_2}{2} [K_1 \cos(\Sigma\Omega t_m + \theta) + K_2 \sin(\Sigma\Omega t_m + \theta) + K_3 \cos(\Delta\Omega t_m - \theta) + K_4 \sin(\Delta\Omega t_m + \theta)], \quad (6)$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\Delta\Omega}{\Sigma\Omega} [\cos(\Sigma\Omega T) - 1] - \cos(\Omega_1 T) + \cos(\Omega_2 T) \right\}, \quad (7)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\Delta\Omega}{\Sigma\Omega} [\sin(\Sigma\Omega T) - 1] + \sin(\Omega_1 T) - \sin(\Omega_2 T) \right\}, \quad (8)$$

$$K_3 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\Sigma\Omega}{\Delta\Omega} [1 - \cos(\Sigma\Omega T)] + \cos(\Omega_1 T) - \cos(\Omega_2 T) \right\}, \quad (9)$$

$$K_4 = \frac{1}{2} \left[ \frac{\Sigma \Omega}{\Delta \Omega} \sin(\Delta \Omega T) - \sin(\Omega_1 T) - \sin(\Omega_2 T) \right]. \quad (10)$$

由(6)式可以看出,  $\beta_x$  与两正交轴向陀螺角振动的幅度、频率、相位差、姿态计算的时刻、姿态更新周期等均相关。文献[7]在相关问题的讨论中,仅考虑了  $\theta = \pi/2$  的特殊情形,且其中  $K_2$  计算公式第一项的正负号可能存在刊误,从而导致在  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$  的特殊情况下,(8)式的计算结果与文献[7]结果并不一致。

基于上述推导分析,参照实际工程的典型情况,设  $y$  轴 DRLG 抖动频率  $f_1 = 500$  Hz,则  $\Omega_1 = 2\pi f_1 = 1000 \pi$  rad/s;设  $y$  轴和  $z$  轴抖动角振幅  $A_1 = A_2 = 5'$ ;将  $y$  轴和  $z$  轴抖动频差  $\Delta f$  设置为仿真变量。

图 1 为  $T = 0.01$  s,  $\theta = \pi/2$ ,  $\Delta f = 5$  Hz 时,  $\beta_x$  随姿态计算时刻  $t_m$  的变化曲线。图 2 为  $T = 0.01$  s,  $\Delta f = 5$  Hz,  $t_m = 1$  s 时,  $\beta_x$  随相位差  $\theta$  的变化曲线。

图 1 和图 2 表明  $\beta_x$  是  $t_m$  和  $\theta$  的周期性函数。实际工作中,受进入正常工作时间、电路信号延迟等因素影响,  $\theta$  很难控制,因而在工作过程中通过控制  $\theta$  实现伪圆锥误差最小化并不可行。

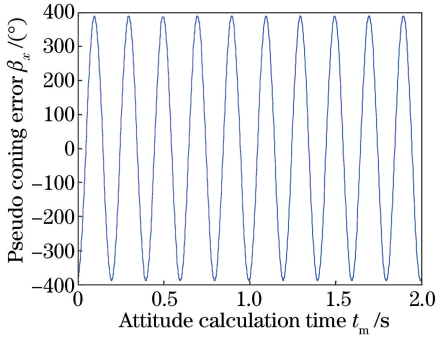


图 1 伪圆锥误差随姿态计算时刻的变化

Fig. 1 Pseudo coning error versus attitude calculation time

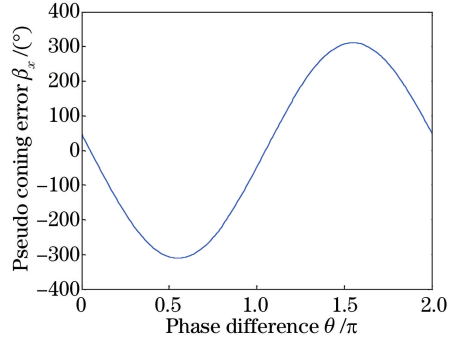


图 2 伪圆锥误差随相位差的变化

Fig. 2 Pseudo coning error versus phase difference between two dithering motions

图 3 为  $T = 0.01$  s 时,不同  $t_m$ 、 $\theta$  情况下  $\beta_x$  随  $\Delta f$  的变化曲线。图 4 为相位差  $\theta = \pi/2$ 、 $t_m = 1$  s 时,不同  $T$  情况下  $\beta_x$  随  $\Delta f$  的变化曲线。

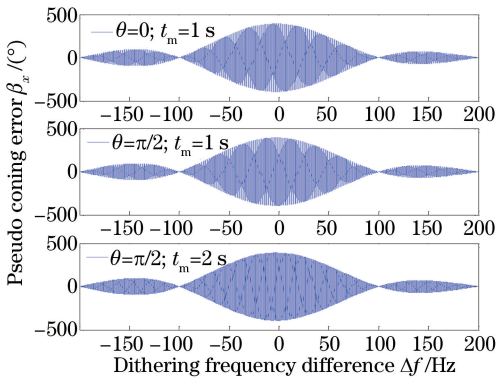


图 3 不同  $t_m$  和  $\theta$  情况下伪圆锥误差随抖动频差的变化

Fig. 3 Pseudo coning error versus dithering frequency difference at different  $t_m$  and  $\theta$

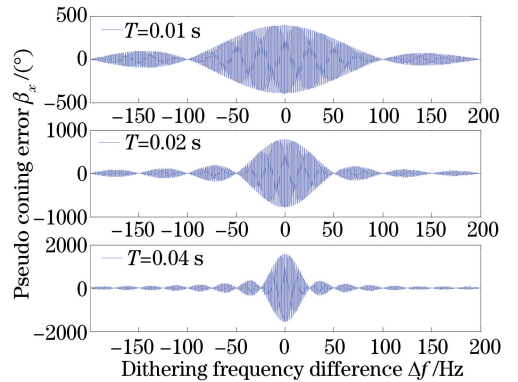


图 4 不同  $T$  情况下伪圆锥误差随抖动频差的变化

Fig. 4 Pseudo coning error versus dithering frequency difference at different  $T$

由图 3 和图 4 可以看出,不同  $t_m$  和  $\theta$  下,伪圆锥误差随抖动频差的变化趋势呈现较为一致的规律,即在两轴抖动频率相等时达到最大值,并随抖动频差的增大而减小,且存在周期性的零点位置;对于不同的姿态更新周期  $T$ ,抖动频差  $\Delta f = n/T$  ( $n$  为非零整数)时,伪圆锥误差基本为零。该结论通过(7)~(10)式亦可看出。

由上述分析可知,为尽量减小伪圆锥误差,理论上可根据姿态更新周期选取相应伪圆锥误差为零的抖动频差。姿态更新周期越小,伪圆锥误差第一阶零点对应的抖动频差越大。对于抖动频差不能满足对应伪圆锥误差零点的情况,在条件允许的范围内应尽量选取较大的抖动频差。在实际应用中,综合考虑系统台体对陀螺抖动频率的限制以及偏频机构尺寸的约束等问题,通常各轴陀螺之间抖动频差的匹配要求为不小于

50 Hz,并在此基础上结合适当的滤波技术,综合实现机抖激光捷联惯导系统伪圆锥误差的消除<sup>[7]</sup>。

### 3 可调谐机抖偏频技术

二频 DRLG 的振动属于单自由度扭振,其固有频率为

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{J}}, \quad (11)$$

式中  $f$  为固有频率,即抖动频率, $K$  为抖动机构的刚度系数, $J$  为陀螺绕中心轴的转动惯量。

在激光陀螺结构和外形尺寸一定的情况下,其转动惯量  $J$  基本确定,不同的抖动频率主要通过设置不同的抖动机构刚度  $K$  获得。工程实际应用中,传统做法是设计并加工三种辐条规格的抖动轮[图 5(a)]以满足抖动频差的匹配要求。

为满足现代化武器日趋小型化的需求,激光陀螺小型化成为必然趋势。为满足军事领域恶劣振动环境下的使用要求,受尺寸条件限制,传统的小型化 DRLG 偏频机构通常采用一体化抖动轮方案,即利用抖动轮上下两端的装配面[图 5(a)],直接将其与陀螺腔体大孔内壁通过胶粘固连,从而在有限尺寸限制下获得足够的横向抗弯刚度<sup>[11]</sup>。

但在工程实际应用中,受各种因素的影响,陀螺在性能方面不可避免地存在成活率问题。在传统一体化抖动轮方案下,很容易出现待交付陀螺性能合格但抖动频差不能匹配的问题,严重影响陀螺的配套交付率。为此,本文提出了一种可调谐偏频技术方案,如图 5(b)所示。

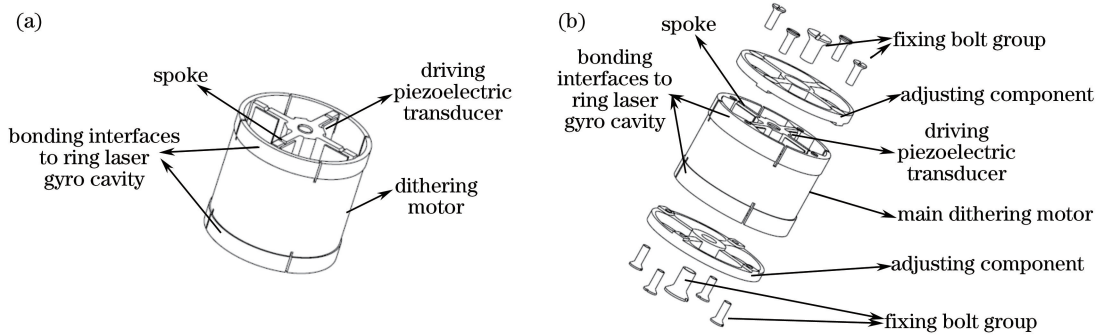


图 5 (a)传统一体化抖动轮和(b)提出的可调谐偏频机构模型示意图

Fig. 5 Schematics of (a) the traditional dithering mechanism model and (b) the proposed dithering frequency tunable mechanism

图 5(b)所示新型可调谐偏频机构,主要由主体抖动轮和调节构件组成,其主要特征如下:1) 主体抖动轮沿用传统一体化抖动轮方案,与陀螺腔体之间通过胶粘固连,并实现陀螺与安装基座之间的连接,在压电陶瓷的驱动下,为陀螺正常工作提供抖动偏频;2) 调节构件采用与主体抖动轮类似的辐条结构,利用涂覆有防松胶的螺钉簇,通过分布在其外围和中心区域的安装面与主体抖动轮实现机械固连,从而起到调节偏频机构刚度的作用,但调节构件不与陀螺腔体相接触;3) 为保证陀螺结构的对称性,上、下调节构件均采用相同结构参数;4) 为不影响陀螺整体的外形尺寸,可调谐偏频机构整体高度不大于陀螺腔体厚度。

## 4 仿真分析与实验验证

### 4.1 仿真分析

图 5(b)所示结构方案需要重点解决的问题是确定合适的调节构件参数,以实现预期的调谐效果,满足系统对陀螺的抖动频差匹配要求。

由于陀螺机械结构较为复杂,难以通过解析法求解其动力学特性,为此,借助激光陀螺力学和结构特性分析中常用的有限元方法<sup>[12]</sup>,利用有限元软件 ANSYS,在不同参数调节构件情况下,对陀螺进行模态分析。

仿真分析基于国内某小型化 DRLG,设置主体抖动轮外径与腔体大孔内径相同,为 19 mm,抖动轮高度为 15 mm,比陀螺腔体厚度小 5 mm,为调节构件的装配预留空间。设置抖动辐条厚度为 1 mm,且辐条高度



与轮体高度相同。

图 6 为调节构件主要结构参数的定义说明。综合考虑结构尺寸约束,设置调节构件高度  $H=2.5\text{ mm}$ ,外径  $\Phi=18.5\text{ mm}$ 。为研究调节构件结构参数对陀螺的影响,将调节构件辐条高度  $h$  和宽度  $L$  设置为仿真变量。

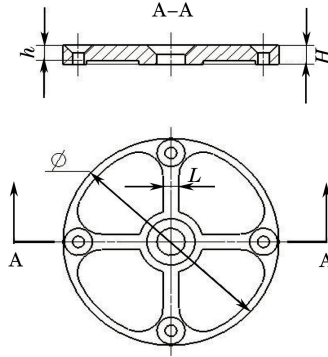


图 6 调节构件特征尺寸定义

Fig. 6 Definition of typical parameters of the adjusting component

图 7 为基于 ANSYS 软件进行模态分析的网格划分示意图及陀螺前三阶模态振型图。其中一阶模态为绕陀螺敏感轴的扭转振动模态,用于产生抖动偏频,其固有频率即为陀螺抖动频率;二阶和三阶模态为垂直于陀螺敏感轴某水平方向的摆动,在外界激励下可能产生椭圆锥运动效应,从而引起沿陀螺敏感轴方向的角速度,进而影响陀螺的动态抗振性能。文献[11]中的研究表明,提高陀螺的横向抗弯刚度,即提升陀螺二、三阶模态固有频率,是提升陀螺抗振性能的主要途径。

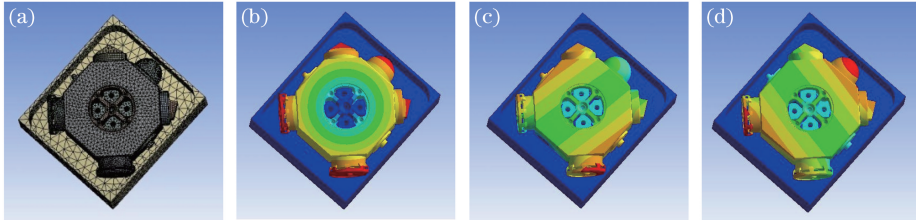


图 7 (a)有限元分析的网格划分;(b)一阶模态振型;(c)二阶模态振型;(d)三阶模态振型

Fig. 7 (a) Meshing for the finite element analysis; (b) 1<sup>st</sup>-order mode vibration; (c) 2<sup>nd</sup>-order mode vibration; (d) 3<sup>rd</sup>-order mode vibration

表 1 为陀螺只装配主体抖动轮以及加装不同参数调节构件情况下陀螺前三阶模态固有频率的仿真结果,从表 1 可以看出:1) 不同参数的调节构件可以实现陀螺抖动频率不同程度的调谐,且通过合理选取参数,可以满足系统抖动频差不小于 50 Hz 的匹配要求;2) 与只装配主体抖动轮时相比,加装调节构件后,陀螺二、三阶模态的固有频率不降反升,这表示添加可调谐偏频机构的陀螺同样具有传统一体化抖动轮陀螺的抗振优势。

表 1 不同偏频机构状态下陀螺前三阶模态固有频率仿真结果

Table 1 Numerical simulation results of natural frequencies of DRLG under different dithering mechanism conditions

Dithering mechanism condition	Natural frequency /Hz			
	1 <sup>st</sup> -order mode	2 <sup>nd</sup> -order mode	3 <sup>rd</sup> -order mode	
Without adjusting component	537	2028	2056	
With adjusting component	$L=2.0\text{ mm}, h=1.0\text{ mm}$	614	2076	2099
	$L=2.0\text{ mm}, h=1.5\text{ mm}$	635	2095	2122
	$L=2.0\text{ mm}, h=2.0\text{ mm}$	657	2111	2136
	$L=1.0\text{ mm}, h=1.5\text{ mm}$	601	2055	2078
	$L=2.0\text{ mm}, h=1.5\text{ mm}$	635	2095	2122
	$L=3.0\text{ mm}, h=1.5\text{ mm}$	667	2115	2142

## 4.2 实验验证

### 4.2.1 抖动频率调谐效果

基于表 1 的仿真结果,按照抖动频差不小于 50 Hz 的匹配要求,选取两种调节构件(A:  $L=1.0\text{ mm}$ ,  $h=1.5\text{ mm}$ ; B:  $L=3.0\text{ mm}$ ,  $h=1.5\text{ mm}$ ),进行零件投产加工和抖频调谐效果的实验验证。

由于实际应用中通过激发抖动系统的第一阶固有频率(抖动频率)使其工作在谐振状态,因此利用专用测试系统仅测量陀螺的第一阶固有频率,图 8 为测试系统的原理框图。表 2 为不同情况下陀螺抖动频率测试结果。

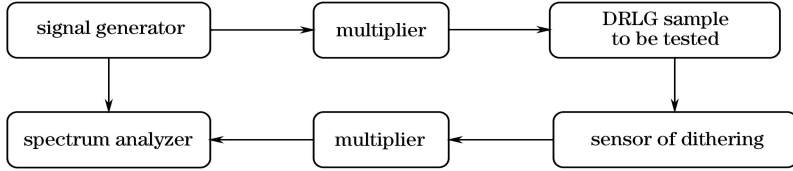


图 8 DRLG 抖动频率测试系统原理框图

Fig. 8 Schematic of dithering frequency test system for DRLG

表 2 可调谐偏频机构频率调谐效果实验验证

Table 2 Experimental demonstration for the designed dithering frequency tunable mechanism

Dithering mechanism condition	State type definition	Dithering frequency $f_d/\text{Hz}$	Adjacent difference of $f_d/\text{Hz}$
With main dither motor (MDM) alone	S1	528	
MDM plus two A-type adjusting components	S2	588	60 (S2 to S1)
MDM plus two B-type adjusting components	S3	649	61 (S3 to S2)

表 2 结果表明,利用所设计的可调谐偏频机构,可便捷实现陀螺抖动频率的调整,且调整效果完全可以满足系统对陀螺抖动频差的匹配要求。

对比表 1 和表 2 可以看出,抖动频率实测值和相应仿真结果之间的相对偏差均小于 3%,进一步验证了上述仿真过程的合理性和实验结果的可靠性。

### 4.2.2 陀螺性能随机振动

测试中一般采用振中与振前陀螺零偏差的绝对值来衡量陀螺的抗振性能。表 3 为功率谱密度(PSD)激励下陀螺性能随机振动的测试结果(图 9)。在机载导航系统应用中,通过台体减振设计,一般可将高频段 PSD 的  $W_2$  衰减至  $10^{-4} g^2/\text{Hz}$  左右( $g$  为重力加速度)。而在弹类武器应用中,振动条件通常更为苛刻。因此,为深入考核所设计可调谐偏频机构的抗振性能,在表 3 对应的随机振动实验中,将  $W_1$  设置为  $0.06 g^2/\text{Hz}$ ,  $W_2$  设置为  $5 \times 10^{-3} g^2/\text{Hz}$ 。

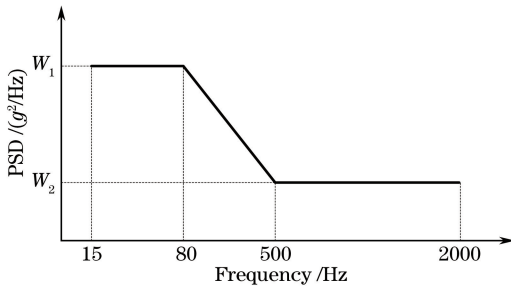


图 9 性能随机振动功率谱密度曲线

Fig. 9 PSD curve of random vibration test

表 3 不同偏频机构条件下的陀螺随机振动性能实验结果

Table 3 Experimental results of random vibration test of ring laser gyros with different dithering mechanism conditions

Vibration direction	Random vibration performance $/[(^{\circ}) \cdot \text{h}^{-1}]$		
	S1	S2	S3
$x$	0.0454	0.0481	0.0476
$y$	0.0426	0.0431	0.0448
$z$	0.0369	0.0376	0.0389

表3显示,加装调节构件并未对陀螺的抗振性能产生显著影响。结合表1中不同状态下陀螺二、三阶模态固有频率的仿真结果,同时验证了文献[11]中关于陀螺抗振性能提高的研究结果。

此外实验验证了调节构件与主体抖动轮之间连接的可靠性。按照标准机载惯导系统对陀螺环境实验的要求,完成多轮高低温循环(-55~90℃)及机械冲击(40g,11ms)后,陀螺抖动频率的变化小于1Hz,在测试误差范围内。这表明所设计的可调谐偏频机构中,主体抖动轮与陀螺腔体、调节构件与主体抖动轮之间的连接非常可靠,符合工程化生产要求。

## 5 结 论

机抖激光陀螺在性能满足捷联惯导系统要求的基础上,各轴陀螺抖动频率还必须满足一定的匹配原则,以实现伪圆锥误差最小化。陀螺小型化为陀螺的抗振性能带来了新的挑战。传统的一体化偏频机构方案在尺寸约束一定的情况下有效提高了陀螺的抗振性能,但在实际工程应用中,却因陀螺性能成活率问题而存在配套交付率低的难题。基于仿真分析和实验验证,提出了一种可调谐偏频机构方案。该方案的基础是一种主体抖动轮,在不影响陀螺整体尺寸和抗振性能的前提下,通过灵活选配合适的调节构件,可便捷实现系统对陀螺抖动频差的配套要求,大大提高了陀螺的综合利用率,有效降低了生产成本,为进一步提高机抖激光陀螺,尤其是小型化机抖激光陀螺的工程化应用水平提供了一种行之有效的技术方案。

## 参 考 文 献

- 1 Post E J. Sagnac effect[J]. Review of Modern Physics, 1967, 39(2): 475-493.
- 2 Zhang Weixia, Zhang Lifeng, Liu Zhongping, *et al.* Dynamic error effect analysis of airborne laser strap-down inertial navigation system[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(3): 306-310.  
张卫侠, 张立峰, 刘中平, 等. 机载激光捷联惯导系统动态误差的影响分析[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(3): 306-310.
- 3 Gao Yukai, Deng Zhenglong. A new method for eliminating the lock-in error of mechanically dithered ring laser gyro[J]. Chinese J Lasers, 2007, 34(3): 354-358.  
高玉凯, 邓正隆. 消除机械抖动激光陀螺闭锁误差的方法[J]. 中国激光, 2007, 34(3): 354-358.
- 4 Han Zonghu, Hu Xiaodong. Method of mirror scattering test for laser gyro[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2015, 23(4): 540-543.  
韩宗虎, 胡晓东. 激光陀螺反射镜散射检测方法[J]. 中国惯性技术学报, 2015, 23(4): 540-543.
- 5 Jiang Yanan. Ring laser gyro[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1985: 72-106.  
姜亚南. 环形激光陀螺[M]. 北京: 清华大学出版社, 1985: 72-106.
- 6 Yu Yang, Zhang Hongyue. Coning motion and pseudo-coning motion of SINS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2006, 14(5): 1-4.  
余 杨, 张洪钺. 捷联惯导系统中的圆锥和伪圆锥运动研究[J]. 中国惯性技术学报, 2006, 14(5): 1-4.
- 7 Ben Yueyang, Sun Feng, Gao Wei, *et al.* Pseudo coning motion for dithered ring laser gyro[J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science), 2008, 27(5): 754-757.  
奔粤阳, 孙 枫, 高 伟, 等. 机抖激光陀螺的伪圆锥运动研究[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2008, 27(5): 754-757.
- 8 Klimkovich B V. Algorithmic compensation of attitude error in a dithered ring laser gyro[J]. Gyroscopy and Navigation, 2012, 3(2): 120-123.
- 9 Ignagni M. Optimal sculling and coning algorithms for analog-sensor systems[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 35(3): 851-860.
- 10 Wu D M, Wang Z Z. Strapdown inertial navigation system algorithms based on geometric algebra[J]. Advances in Applied Clifford Algebras, 2012, 22(4): 1151-1167.
- 11 Zhao Xiaoning, Han Zonghu, Guo Xin, *et al.* Influence of elliptical coning motion effect on mechanically dithered RLG vibration performance[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2015, 23(2): 258-261.  
赵小宁, 韩宗虎, 郭 昕, 等. 椭圆锥动效应对机械抖动激光陀螺振动特性的影响[J]. 中国惯性技术学报, 2015, 23(2): 258-261.
- 12 Yu X D, Wei G, Long X W, *et al.* Finite element analysis and optimization of dither mechanism in dithered ring laser gyroscope[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2013, 14(3): 415-421.