

# 主元分析相位提取算法的符号确定及误差分析

陈 颢<sup>1,2</sup> 侯园园<sup>1,2</sup> 徐建程<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>浙江师范大学信息光学研究所, 浙江 金华 321004

<sup>2</sup>浙江省光信息检测与显示技术研究重点实验室, 浙江 金华 321004

**摘要** 基于主元分析的随机相移算法在动态干涉测量中有重要的应用。目前现有文献尚不能解决该算法存在的相位符号不确定性以及无法评估提取相位结果的可靠性。为了解决该问题,利用主元分析方法从随机相移干涉条纹中同时取相位分布和相移值,然后分析相位符号、精度与相移值之间的关系,最后利用所求相移值确定相位符号并表征相位的可靠性。数值分析和实验结果验证该方法的有效性。数值模拟结果表明相位符号由相移值曲线斜率的符号决定,相位提取结果的可靠性取决于相移值的随机统计特性。

**关键词** 测量; 随机相移算法; 主元分析; 干涉图

**中图分类号** O436 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/CJL201643.0108002

## Sign Determination and Error Analysis of Phase Extraction Based on Principal Component Analysis

Chen Zhao<sup>1,2</sup> Hou Yuanyuan<sup>1,2</sup> Xu Jiancheng<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Information Optics, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China

<sup>2</sup>Key Laboratory of Optical Information Detecting and Display Technology, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China

**Abstract** Random phase-shifting algorithm based on principal component analysis has important application in dynamic interferometry. At present, the sign ambiguity and the reliability of the extracted phase by principal component analysis are still not be solved and valued in the exiting references. To solve these problems, we firstly extract the phase and phase shifts simultaneously from interferograms with random phase shifts by principal component analysis. Then we analyze the relationship between the extracted phase shifts and the global sign and the accuracy of the extracted phase. Finally, the sign ambiguity and the reliability of extracted phase are determined and valued by analyzing the extracted phase shifts. Numerical simulations and experiments are implemented to verify the effectiveness of this method. The simulation result shows that the global sign and the reliability of the extracted phase depend on the slope and the statistic characteristics of the phase shifts, respectively.

**Key words** measurement; random phase-shifting algorithm; principal component analysis; interferogram

**OCIS codes** 120.3180; 260.3160

## 1 引 言

相移干涉术(PSI)<sup>[1]</sup>因其精度高、重复性好被广泛地应用于光学测量。传统的相移干涉术<sup>[2]</sup>需要三帧以上相移量已知(通常是 $2\pi/N$ )的干涉图,由于环境振动、空气扰动等因素会引入随机相移误差,从而限制了传统相移算法的精度。为了解决随机相移误差,大量国内外学者提出了各种随机相移算法。Wang等<sup>[3-4]</sup>采用迭代方法从三帧及以上干涉图中同时提取相移值和相位分布;Cai等<sup>[5-7]</sup>利用统计方法先估计初始相移值,然后

收稿日期: 2015-08-03; 收到修改稿日期: 2015-09-15

基金项目: 国家自然科学基金(61205163, 61205012, 61377014)

作者简介: 陈 颢(1992—),女,硕士研究生,主要从事干涉检测方面的研究。E-mail: chenzhao\_1992@126.com

导师简介: 徐建程(1981—),男,博士,副教授,主要从事精密光学检测方面的研究。

E-mail: xujiancheng@zjnu.cn(通信联系人)

再采用迭代方法求得相移值和相位分布,从而减少了迭代运算次数。Cai等<sup>[5,8-10]</sup>还采用直接测量或者近似计算得到干涉条纹的背景光强,然后再运用迭代计算,实现了从两帧随机相移干涉图中提取相位分布。上述算法都是基于最小二乘迭代运算,存在计算量大、效率低的问题。

近来,Vargas等<sup>[11-12]</sup>提出一种基于主元分析的随机相移算法(PCA)。主元分析算法的思想是通过正交变换,把一组相关变量变换为一组不相关变量成为主元,有效地找出数据中最“主要”的信息、去除噪声和冗余,将原有的复杂数据降维,揭示隐藏在复杂数据背后的统计特征信息。主元分析算法的特点是无需迭代,直接从一组随机相移干涉图中提取相位信息和相移值;而且它具有较高的精度和效率,因而受到广泛的关注<sup>[11-14]</sup>。然而主元分析算法也存在一定的局限性<sup>[11-12]</sup>,一方面它无法确定相位符号;另一方面,它要求干涉图间的相移量在 $[0, 2\pi]$ 之间完全随机分布。然而在实际测量时,有限的干涉图数量使得相移量无法满足完全随机分布,从而导致PCA方法的相位提取误差。因此,如何确定相位符号、分析提取相位结果的可靠性,对PCA方法具有重要的意义。针对上述两个问题,本文利用主元分析方法同时提取随机相移干涉条纹中的相位和相移值,然后分析所提取的相位符号及精度与相移值分布之间的关系,最后利用所求相移值分布确定相位符号并表征相位提取结果的可靠性。

## 2 原理分析

### 2.1 主元分析方法

在干涉仪上采集  $N$  帧随机相移干涉图,假设第  $n$  帧干涉图的光强分布表达式为

$$I_n = A(x, y) + B(x, y)\cos[\phi(x, y) + \delta_n], n = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

式中  $A(x, y), B(x, y), \phi(x, y)$  分别表示干涉图的背景光强,条纹调制度和被测相位,  $\delta_n$  表示第  $n$  帧干涉图对应的相移量。假设背景光强  $\varepsilon = \sum_{n=1}^N I_n / N \approx A$ , 去除背景的干涉条纹光强分布为

$$\tilde{I}_n = I_n - \varepsilon \approx B \cos(\phi + \delta_n) = \cos \delta_n B \cos \phi - \sin \delta_n B \sin \phi = \alpha I_1 + \beta I_2, \quad (2)$$

式中  $\alpha = \cos \delta_n, \beta = -\sin \delta_n, I_1 = B \cos \phi, I_2 = B \sin \phi$ 。假设  $L = [B \cos \phi, B \sin \phi], R = [\sin \delta_n, -\cos \delta_n]^T$ , 其中上标 T 表示转置运算,则  $\tilde{I}_n = LR$ 。根据主元分析理论<sup>[15]</sup>  $\tilde{I}_n$  的协方差矩阵

$$C = \tilde{I}_n^T \tilde{I}_n = (LR)^T (LR) = R^T L^T LR = R^T QR, \quad (3)$$

式中

$$Q = L^T L = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{y=1}^{M_x} \sum_{x=1}^{M_y} B^2 \cos^2[\phi(x, y)] & \sum_{y=1}^{M_x} \sum_{x=1}^{M_y} B^2 \cos[\phi(x, y)] \sin[\phi(x, y)] \\ \sum_{y=1}^{M_x} \sum_{x=1}^{M_y} B^2 \cos[\phi(x, y)] \sin[\phi(x, y)] & \sum_{y=1}^{M_x} \sum_{x=1}^{M_y} B^2 \sin^2[\phi(x, y)] \end{pmatrix}, \quad (4)$$

式中  $M_x$  和  $Q = U^T A U$  表示干涉图在  $x$  和  $y$  方向的像素个数。利用奇异值分解(SVD)方法<sup>[15]</sup>对  $Q$  进行对角化分解,即  $Q = U^T A U$ , 其中  $U$  是正交矩阵,  $A$  是对角矩阵。(3)式可被改写为

$$C = \tilde{I}_n^T \tilde{I}_n = R^T QR = (RU)^T Q(RU), \quad (5)$$

因为  $U$  是正交矩阵,可改写  $\tilde{I}_n$  为

$$\tilde{I}_n = LR = LU^T UR = PUR, \quad (6)$$

式中  $P = LU^T$ , 若  $R$  是正交矩阵,则  $UR$  也为正交矩阵。通过主元分析方法<sup>[15]</sup>对  $\tilde{I}_n$  进行 Hotelling 变换得到一组低维度的、不相关的变量称之为主元,其中第一、第二主元可由下式得到:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} U^T, \quad (7)$$

由第一主元  $p_1$  和第二主元  $p_2$  可得被测相位为

$$\phi = \arctan(I_1/I_2) = \pm \arctan(l_1/l_2) = \delta_0 \pm \arctan(p_1/p_2), \quad (8)$$

式中  $U^T$  是一个未知的正交矩阵,  $\arctan(I_1/I_2)$  和  $\arctan(p_1/p_2)$  相差一个未知相移量  $\delta_0$ 。利用PCA可重建滤除直流项的干涉图,用第一、第二主元  $p_1, p_2$  估计  $\alpha, \beta$ :

$$\alpha \approx \alpha_n^* = \langle I_n, p_1 \rangle = \sum_{x=1}^{M_x} \sum_{y=1}^{M_y} p_1(x, y) I_n(x, y), \quad (9)$$

$$\beta \approx \beta_n^* = \langle I_n, p_2 \rangle = \sum_{x=1}^{M_x} \sum_{y=1}^{M_y} p_2(x, y) I_n(x, y). \quad (10)$$

(2)式中  $\alpha = \cos(\delta_n)$ ,  $\beta = -\sin(\delta_n)$ , 对应(9)、(10)式可得

$$\delta_n^* \approx \pm \arctan(\beta_n^* / \alpha_n^*). \quad (11)$$

## 2.2 相位符号的判定

由(8)式可知,因为无法确定  $p_1$ 、 $p_2$  与  $I_1$ 、 $I_2$  之间的对应关系,从而不能确定相位符号,但(11)式中求得的  $\delta_n^*$  的符号与(8)式中求得的  $\varphi$  的符号存在对应关系,即两者符号同时取正或者同时取负。这说明只要确定的  $\delta_n^*$  符号就可以确定  $\varphi$  的符号。在实验中我们假设相移值为  $\delta_n = \varepsilon_1 n + \varepsilon_2 \sum_{i=1}^n \theta_i$ , 式中  $\varepsilon_1$  是 PZT 的固定相移步长;  $\varepsilon_2 \sum_{i=1}^n \theta_i$  表示第  $n$  帧干涉图中空气扰动或者机械振动引入的随机相移量,它是由  $n$  步相移过程中随机相移误差累加得到,其中  $\theta_i$  表示  $(-1,1)$  之间的随机数,  $\varepsilon_2$  表示随机相移量的振幅。由  $\delta_n$  的幅度表达式可知,当  $|\varepsilon_2| \leq |\varepsilon_1|$ , 相移值分布曲线的斜率符号由  $\varepsilon_1$  的符号决定,而  $\varepsilon_1$  的符号方向由实验控制。假设  $\varepsilon_1$  大于零,即相移值分布的斜率为正,若(11)式求得的相移值  $R = [\sin \delta_n, -\cos \delta_n]^T$  的斜率为负,则需将  $\delta_n^*$  校正为  $-\delta_n^*$ , 将求得相位  $\varphi$  校正为  $-\varphi$ 。因此,通过比较所求相移值的斜率与实验事先设定的相移值斜率,可以校正相移值和相位的符号。

## 2.3 相位精度评估

在(6)式中,假设  $R = [\sin \delta_n, -\cos \delta_n]^T$  为正交矩阵,从而利用 Hotelling 变换求得主元变量,从而求得相位,若  $R$  不为正交矩阵,则 PCA 方法求得的相位必然会引入误差,其误差的大小与  $R$  的正交程度有关。假设变量

$$T = RR^T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^N \cos^2(\delta_n) & -\sum_{n=1}^N \sin(\delta_n)\cos(\delta_n) \\ -\sum_{n=1}^N \sin(\delta_n)\cos(\delta_n) & \sum_{n=1}^N \sin^2(\delta_n) \end{pmatrix}, \quad (12)$$

若  $R$  是正交矩阵,则  $\sum_{n=1}^N \cos^2(\delta_n) = \sum_{n=1}^N \sin^2(\delta_n)$ ,  $\sum_{n=1}^N \cos(\delta_n)\sin(\delta_n) = 0$ ; 若  $R$  不为正交矩阵,因  $T$  是实对称矩阵可被对角化为  $T = P_R D_R P_R^T$ , 求得  $T$  的特征值为

$$\lambda_{\pm} = \frac{(T_{11} + T_{22}) \pm \sqrt{(T_{11} + T_{22})^2 + 4(T_{12}T_{21})^2}}{2}, \quad (13)$$

对角矩阵  $D_R$  为

$$D_R = \begin{pmatrix} \lambda_+ & 0 \\ 0 & \lambda_- \end{pmatrix}, \quad (14)$$

由(13)式可知,  $\lambda_+ \geq \lambda_- \geq 0$ 。若  $\lambda_+ = \lambda_-$ , 则  $\sum_{n=1}^N \cos^2(\delta_n) = \sum_{n=1}^N \sin^2(\delta_n)$ ,  $\sum_{n=1}^N \cos(\delta_n)\sin(\delta_n) = 0$ , 这表明  $T$  为单位矩阵,且  $R$  是正交矩阵。若  $\lambda_+ > \lambda_-$ , 则  $T$  不为单位矩阵。因为  $\lambda_+ \geq \lambda_-$ , 若  $\lambda_+/\lambda_-$  越大,则表明  $R$  的正交程度越小,PCA 方法求得的相位误差越大。为了将  $\lambda_+/\lambda_-$  的最小值归为 0, 提出相位误差指标  $\kappa = \lambda_+/\lambda_- - 1$ , 用以表征矩阵  $R$  的正交程度,同时用该指标表征 PCA 方法求得相位误差的大小和结果的可靠性。若  $\kappa = 0$ , 它表示矩阵  $R$  是完全正交,PCA 方法求得的相位误差小,结果可靠性高。反之,若  $\kappa$  较大,则 PCA 方法求得的相位误差大,结果可靠性差。

## 3 数值模拟

### 3.1 相位符号确定

假设干涉图的参数  $A = B = 127 \exp[-0.1(x^2 + y^2)]$ ,  $\varphi = 7(x^2 + y^2)$ , 其中  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $-1 \leq y \leq 1$ ,

$\delta_n = \varepsilon_1 n + \varepsilon_2 \sum_{i=1}^n \theta_i$ 。用(1)式模拟生成大小为  $640 \times 640$  的 13 帧干涉条纹图, 在每帧干涉图中增加噪信比为 20% 的高斯白噪声, 图 1(a) 是其中一帧干涉图, 其预先设定的初始相位  $\varphi$  如图 1(d) 所示。选择两组  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  进行数值模拟, 例 1: 假设  $\varepsilon_1 = -0.25\pi, \varepsilon_2 = 0.25\pi$  利用本文方法从 13 帧干涉图中提取的相移值  $\delta_n^*$  和相位  $\varphi^*$ , 其结果如图 1(b) 和 (e) 所示。由图 1(b) 可知, 相移值  $\delta_n^*$  与  $\delta_n$  的斜率符号均为负, 斜率的绝对值略有差异, 其原因是 (11) 式求得相移值在  $(-\pi, \pi)$  之间, 由于图 1(b) 中第 11 个相移值在解包裹<sup>[16-18]</sup>过程中产生  $2\pi$  跳变误差, 但是该误差不会影响相移值斜率的符号。比较图 1(d) 和 (e) 可知, 相位  $\varphi^*$  与  $\varphi$  的符号相同。例 2: 假设  $\varepsilon_1 = -0.25\pi, \varepsilon_2 = 0.25\pi$  求得相移值  $\delta_n^*$  和相位  $\varphi^*$ , 其结果如图 1(c) 和 (f) 所示。图 1(c) 和 (f) 表明, 所求相移值  $\delta_n^*$  和  $\delta_n$  的斜率符号相反, 相位  $\varphi^*$  与  $\varphi$  的符号相反。模拟结果表明, 利用主元分析方法提取的相移值  $\delta_n^*$  曲线斜率与初始相移值  $\delta_n$  曲线斜率符号相同时, 所求得的相位  $\varphi^*$  与预先设定的初始相位  $\varphi$  的符号相同; 反之, 当  $\delta_n^*$  曲线斜率与  $\delta_n$  曲线斜率符号相反时, 则求得的相位  $\varphi^*$  与预先设定的初始相位  $\varphi$  的符号相反。因此, 通过对比相移值曲线斜率与真实相移值曲线斜率, 可以校正相位符号。

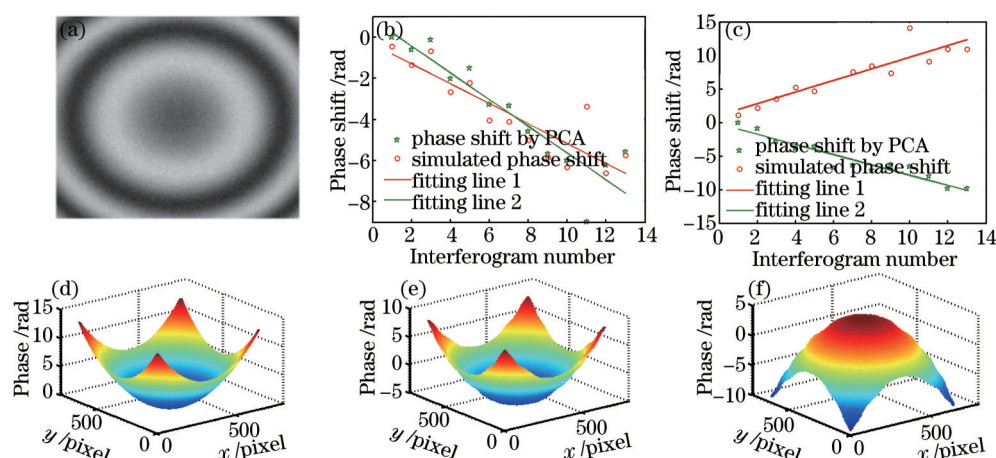


图 1 相位符号和相移值斜率的关系。(a) 干涉图; (b)、(c) 例 1、例 2 提取的相移值; (d) 初始相位; (e)、(f) 例 1、例 2 提取的相位

Fig.1 Relationship between the global sign of phase and the slope of the extracted phase shifts. (a) Interferogram; (b), (c) extracted phase shifts for case 1 and case 2; (d) original phase; (e), (f) extracted phases for case 1 and case 2

### 3.2 相位结果可靠性表征

假设干涉图的参数  $A = B = 127 \exp[-0.1(x^2 + y^2)]$ ,  $\varphi = 7(x^2 + y^2)$ ,  $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ , 假设相移值  $\delta_n = 2\pi(n/N) + 2\pi/25 \sum_{i=1}^n \theta_i$ , 其中  $N = 25, n \in [1, 25]$ ,  $\theta_i$  表示  $(-1, 1)$  之间的随机数, 用(1)式模拟产生 25 帧干涉图。从 25 帧干涉图中选取前  $T$  帧干涉图, 其中  $10 \leq T \leq 25$  利用本文方法从  $T$  帧干涉图提取相位, 通过与参考相位比较, 得到主元分析方法的相位提取误差, 并计算出相位误差的均方根(RMS)值和峰谷(PV)值。同时计算得到误差指标  $\kappa$ , 误差指标  $\kappa$  与相位误差 RMS、PV 值的关系分别如图 2(a) 和 (b) 所示。由图 2 可知, 相位误差

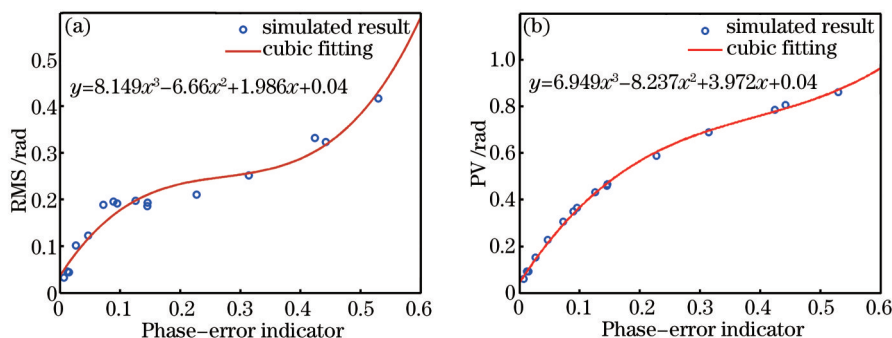


图 2 (a) 相位误差指标  $\kappa$  与 RMS 值的关系; (b) 相位误差指标  $\kappa$  与 PV 值的关系

Fig.2 Relationship between the RMS (a) and PV (b) of residual phase error and the error indicator

RMS和PV值随着误差指标 $\kappa$ 的增大而增大。若对图2进行三阶多项式拟合,RMS和PV与误差指标 $\kappa$ 的拟合表达式分别为 $y_{\text{RMS}} = 8.149x^3 - 6.66x^2 + 1.986x + 0.04$ ,  $y_{\text{PV}} = 6.949x^3 - 8.237x^2 + 3.972x + 0.04$ 。由拟合表达式可知,当误差指标 $\kappa = 0.3$ 时, $f_{\text{RMS}} = 0.257 \text{ rad}$ ,  $f_{\text{PV}} = 0.664 \text{ rad}$ ;当误差指标 $\kappa = 0.05$ 时, $f_{\text{RMS}} = 0.124 \text{ rad}$ ,  $f_{\text{PV}} = 0.217 \text{ rad}$ 。要使相位误差RMS小于 $0.124 \text{ rad}$ ,则要求误差指标 $\kappa$ 小于 $0.05$ 。

## 4 实验验证

### 4.1 相位符号确定

将 $100 \text{ mm}$ 口径的Fizeau干涉仪放置于未充气的实验平台上,设定相移器的相移值 $\delta_n = n\pi/4$ ,共采集13帧干涉图,采集时人为地引入机械振动和空气扰动。图3(a)是其中一帧干涉图,利用PCA算法求得的相位如图3(b)所示;利用迭代算法AIA<sup>[4]</sup>迭代20次求得的相位结果如图3(c)所示,将该结果作为参考相位。两种算法求得相移值的分布如图3(d)所示。图3表明,两种算法求得的相移值符号相反,求得的相位符号也相反。同时,实验设定的相移值曲线斜率为正,而PCA方法求得相移值曲线斜率为负,因此需要对PCA方法求得的相位符号进行校正,校正后的结果与迭代算法AIA的提取的相位基本一致,这验证了本文所提的确定相位符号的方法是有效的。

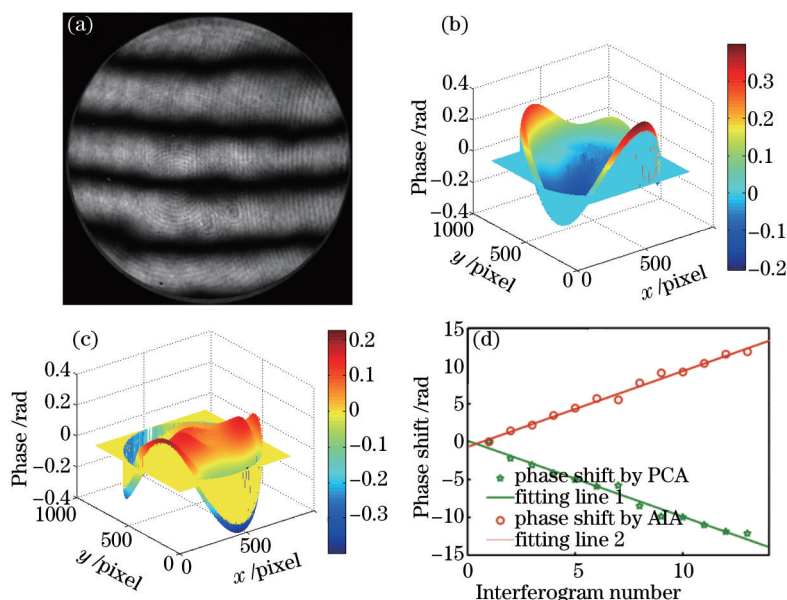


图3 实验结果。(a)干涉图;(b),(c)分别为PCA、AIA提取相位分布;(d)PCA、AIA提取相移值分布

Fig.3 Experimental results. (a) Interferogram; (b), (c) extracted phase by PCA and AIA; (d) extracted phase shifts by PCA and AIA

### 4.2 相位结果可靠性分析

为了分析在实验测量中主元分析方法求得相位结果的可靠性,将由迭代算法AIA<sup>[4]</sup>对13帧干涉图进行20次迭代所求得的相位作为参考相位。从13帧干涉图中选取前 $T$ 帧干涉图,其中 $5 \leq T \leq 13$ ,利用本文方法从 $T$ 帧干涉图中提取相位和相移值。根据相移值,计算得到误差指标 $\kappa$ ;通过与参考相位比较,得到相位误差,并计算其RMS值。误差指标 $\kappa$ 与干涉图帧数 $T$ 的关系如图4(a)所示;相位误差RMS与误差指标 $\kappa$ 的关系如图4(b)所示; $T=5$ 时PCA算法的相位误差分布如图1(c)所示; $T=8$ 时PCA算法的相位误差分布如图1(d)所示。实验结果表明:当 $T=5$ 时, $\kappa = 0.338$ ,  $f_{\text{RMS}} = 0.487 \text{ rad}$  [ $f_{\text{RMS}} / (2\pi) \approx 0.078\lambda$ ];当 $T \geq 7$ 时, $\kappa$ 小于 $0.05$ ,RMS小于 $0.224 \text{ rad}$  [ $f_{\text{RMS}} / (2\pi) \approx 0.035\lambda$ ];当 $T=8$ 时, $\kappa$ 的值最小,这是因为此时相移值接近均匀分布于 $[0, 2\pi]$ 。若 $\kappa$ 大于 $0.05$ ,它表明主元分析方法求得的相位具有较大误差,其结果可靠性低。为了降低相位误差,可以通过增加帧数,使误差指标 $\kappa$ 小于 $0.05$ ;或者将主元分析得到的相位和相移值作为初始值,然后运用迭代算法<sup>[4]</sup>提高相位的精度。

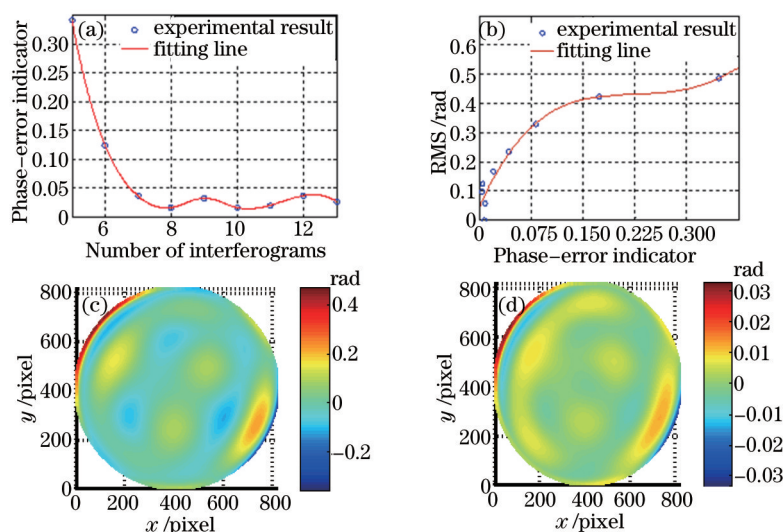


图4 实验结果。(a) 误差指标  $\kappa$  与干涉图帧数  $T$  的关系; (b) 相位误差 RMS 与误差指标  $\kappa$  的关系;  
(c),(d) 分别为  $T=5$  和  $T=8$  下 PCA 算法求得误差

Fig.4 Experimental results. (a) relationship between  $\kappa$  and  $T$ ; (b) relationship between RMS and; (c),(d) error in  $T=5$  and  $T=8$  by PCA

## 5 结 论

基于主元分析的随机相移算法在干涉测量领域具有重要意义, 本文从理论上分析了目前主元分析算法存在的两个问题: 相位符号不确定性和对相位结果的可靠性评估。利用主元分析方法同时提取随机相移干涉条纹中的相位分布和相移值, 比较相移值曲线斜率和实验预先设定的相移值曲线斜率, 若两者符号相反, 则改变求得相位的符号, 实现相位符号的校正。数值分析和实验结果验证本文提出的相位符号校正方法的有效性。数值分析和实验结果表明: 相位误差均方根值和峰谷值随着误差指标  $\kappa$  的增大而增大。当误差指标  $\kappa$  小于 0.05 时, 主元分析方法求得相位精度较高, 其结果可靠性高。当误差指标  $\kappa$  大于 0.05 时, 主元分析方法求得的相位具有较大误差, 其结果可靠性低。为了降低相位误差, 可以通过增加帧数, 使误差指标  $\kappa$  小于 0.05。误差指标  $\kappa$  是衡量主元分析方法求得结果可靠性的有效指标, 在实际干涉测量中具有一定的指导意义。

## 参 考 文 献

- 1 Deck L L. Suppressing phase errors from vibration in phase-shifting interferometry[J]. *App Opt*, 2009, 48(20): 3948 - 3960.
- 2 Hibino K, Oreb B F, Farrant D I. Phase shifting algorithms for nonlinear and spatially nonuniform phase shifts[J]. *J Opt Soc Am A*, 1997, 14(4): 918 - 930.
- 3 Wang Z Y, Han B. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms[J]. *Opt Lett*, 2004, 29(14): 1671-1673.
- 4 Guo H W, Yu Y J, Chen M Y. Blind phase shift estimation in phase-shifting interferometry[J]. *J Opt Soc Am A*, 2007, 24(1): 25-33.
- 5 Cai L Z, Liu Q, Yang X L. Generalized phase-shifting interferometry with arbitrary unknown phase steps for diffraction objects[J]. *Opt Lett*, 2004, 29(2): 183-185.
- 6 Xu X F, Cai L Z, Meng X F, *et al.*. Fast blind extraction of arbitrary unknown phase shifts by an iterative tangent approach in generalized phase-shifting interferometry[J]. *Opt Lett*, 2006, 31(13): 1966-1968.
- 7 Gao P, Yao B L, Lindlein N, *et al.*. Phase-shift extraction for generalized phase-shifting interferometry[J]. *Opt Lett*, 2009, 34(22): 3553-3555.
- 8 Xu X E, Cai L Z, Wang Y R. Simple direct extraction of unknown phase shift and wavefront reconstruction in generalized phase-shifting interferometry: algorithm and experiments[J]. *Opt Lett*, 2008, 33(8): 776-778.
- 9 Meng X F, Peng X, Cai L Z, *et al.*. Wavefront reconstruction and three-dimensional shape measurement by two-step dc-term-suppressed phase-shifted intensities[J]. *Opt Lett*, 2009, 34(8): 1210-1212.
- 10 Li Jie, Wang Yurong, Meng Xiangfeng, *et al.*. Classification and comparison of phase shift extraction algorithms in generalized phase-shifting interferometry[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(12): 1208003.

- 李 杰, 王玉荣, 孟祥锋, 等. 广义相移干涉术相移提取算法的分类与评估方法[J]. 中国激光, 2013, 40(12): 1208003.
- 11 Vargas J, Quiroga J A, Belenguer T. Phase-shifting interferometry based on principal component analysis[J]. Opt Lett, 2011, 36(8): 1326-1328.
- 12 Vargas J, Quiroga J A, Belenguer T. Analysis of the principal component algorithm in phase-shifting interferometry[J]. Opt Lett, 2011, 36(12): 2215-2217.
- 13 Xu J, Jin W, Chai L, *et al.*. Phase extraction from randomly phase-shifted interferograms by combining principal component analysis and least squares method[J]. Opt Express, 2011, 19(21): 20483-20492.
- 14 Xu J C, Chen Z. Quadrature component analysis of interferograms with random phase shifts[J]. J Opt, 2014, 16(8): 085402.
- 15 Jolliffe. Principal Component Analysis[M]. New York: Springer, 2002.
- 16 Qian Xiaofan, Rao Fan, Li Xinghua, *et al.*. Accurate least-squares phase unwrapping algorithm[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(2): 0209001.  
钱晓凡, 饶 帆, 李兴华, 等. 精确最小二乘相位解包裹算法[J]. 中国激光, 2012, 39(2): 0209001.
- 17 Guo Yuan, Chen Xiaotian. Study of improved phase unwrapping algorithm based on least squares[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(5): 0508005.  
郭 媛, 陈小天. 基于最小二乘相位解包裹改进算法的研究[J]. 中国激光, 2014, 41(5): 0508005.
- 18 Wang Huaying, Liu Zuoqiang, Liao Wei, *et al.*. Comparison of four phases unwrapping algorithm based on method of minimum norm[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209016.  
王华英, 刘佐强, 廖 薇, 等. 基于最小范数的四种相位解包裹算法比较[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209016.

栏目编辑: 何卓铭