

# 偏振光作用于晶体微粒实现微机械转子旋转的 优化研究

沈军峰<sup>1</sup> 朱艳英<sup>2\*</sup> 魏 勇<sup>2</sup> 王锁明<sup>2</sup> 王明利<sup>2</sup>

<sup>1</sup>西南交通大学, 四川 峨眉 614200

<sup>2</sup>燕山大学理学院, 河北 秦皇岛 066004

**摘要** 激光驱动微纳器件为微机械领域中驱动微齿轮提供了一种新型的驱动方式。偏振光束的自旋角动量向晶体微粒传递可使其旋转, 基于晶体波动光学理论分析了影响其旋转频率的各种因素(如微粒的厚度和半径; 晶体光轴与晶面的夹角; 光束在晶面的反射率和透射率、光束振幅比和位相差、激光功率), 并推导出晶体微粒的旋转角速度的解析公式。为验证理论结果, 在光镊平台上实现了碳酸钙晶体微粒的定位操控和旋转。所得实验值整体比理论值小是由于实际作用在粒子上的激光有效功率比实验测量值要偏小; 结合理论模拟与实验结果对比分析得知: 碳酸钙晶体微粒的旋转角速度与激光功率成正比、与晶体微粒半径的三次方成反比、与微粒厚度成周期性变化规律。依此为提高微机械转子的旋转频率进行优化设计: 选择CaCO<sub>3</sub>晶体微粒作为微机械转子较为合适, CaCO<sub>3</sub>晶体微粒的半径和厚度均取为1~3 μm。

**关键词** 物理光学; 光致旋转; 激光功率; 晶体微粒; 微机械转子

中图分类号 O436.3

文献标识码 A

doi: 10.3788/L0P42.0902008

## Optimum of Micro-motor Rotation Realization by Polarized Beam Interaction with Birefringence Particles

Shen Junfeng<sup>1</sup> Zhu Yanying<sup>2</sup> Wei Yong<sup>2</sup> Wang Suoming<sup>2</sup> Wang Mingli<sup>2</sup>

<sup>1</sup>South West Jiaotong University, Emei, Sichuan 614200, China

<sup>2</sup>College of Science, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China

**Abstract** Technology of laser driven micro-nano devices provides a new way for driving micro gear in the field of micro mechanical. The polarization induced rotation can be achieved by the transfer of spin angular momentum of polarized light to birefringent particle. Main factors influencing the rotating angular velocity of uniaxial crystal particles are considered, (such as: thickness and radius of the particle, angle between optical axis and crystal plane, reflection of light beam on the crystal plane, phase contrast between the ordinary and extraordinary rays, laser power). The general formula of rotating angular velocity is derived based on the theory of wave optics. The precise manipulation and rotation of calcium carbonate particles is achieved by optical tweezers. By comparing numerical simulation with experimental analysis, results show that experimental results are smaller compared with theoretical data, which is caused by the smaller effective power of laser beam than the measured. The angular velocity of calcium carbonate particles is proportional to laser power, and inversely proportional to the cube of particle radius, moreover, a periodic variation with thickness. According to the test results and theoretical analysis, the parameters of mechanical microrotor are optimized design to improve the rotation frequency. The design results show that

收稿日期: 2014-08-03; 收到修改稿日期: 2014-09-03

基金项目: 国家自然科学基金(50875232)、中央高校基本科研业务费专项资金(10801B10096024)、西南交通大学高层次人才科研专项资金(10801x10096024)

作者简介: 沈军峰(1984—), 男, 博士, 讲师, 主要从事矢量光束及光微操纵技术和应用方面的研究。

E-mail: j.f.she@hotmail.com

\*通信联系人。E-mail: yywzy@163.com

calcium carbonate particles chosen as mechanical rotor is more appropriate, furthermore, the radius and thickness of crystal particles should be chosen from 1 micrometer to 3 micrometer.

**Key words** physical optics; optical induced rotation; laser power; crystal particles; micro-motor

**OCIS codes** 140.7010; 260.1440; 020.7010

## 1 引 言

可操控的微纳米尺度微粒旋转是制约微纳机器人动力系统研制的主要技术屏障之一<sup>[1-5]</sup>。近年来光镊技术的发展及其在应用领域的拓展,使得光驱动微机械马达成为国内外很多专家学者的研究热点<sup>[1-12]</sup>。

激光驱动微机械转子的设计原理主要依据激光光束的光压和角动量两个因素。从光子学角度分析激光光束光场分布情况,可知光压与光子的线动量相关;光场的分布特性与光束轨道角动量相关;光子的内禀属性与光束自旋角动量相关。依据这三个描述光子光场特性的参量,可在光镊平台实现微纳米粒子的光致旋转,共有以下三种方式:1)加工制造特定形状的微米级粒子,利用光压实现光致旋转,例如风车型转子、万字型转子、十字形转子等<sup>[4-5]</sup>;2)选用吸收性粒子和特定的光束实现角动量的转移使吸收性粒子旋转,例如拉盖尔高斯光束可以使吸收性粒子旋转<sup>[6-8]</sup>;3)选用双折射粒子和偏振光束,利用光束自旋角动量的转移实现双折射粒子的旋转<sup>[9-13]</sup>。理论和实验均已证明以上三种实现微纳米粒子旋转的方式具有一定的可行性<sup>[4-13]</sup>。但第一种实现方式存在特定形状转子制备工艺复杂、纳米级粒子制备困难等问题;第二种实现方式存在涡旋光束获取所需条件复杂、理论的不完善以及模型设计与实际不符等缺陷;第三种实现方式与前两种比较实现微纳米粒子旋转较容易些,但仍然存在理论模型不完善。本文针对第三种偏振光作用于晶体微粒实现光致旋转进行较深入的研究。Friese等<sup>[9]</sup>建立了偏振光作用于双折射晶体微粒使其光致旋转的简单理论模型,并通过实验实现了用圆偏振光作用于CaCO<sub>3</sub>微粒的可操控性旋转,得出晶体微粒的旋转频率与激光功率成正比的实验结果。但Friese等所建立的晶体微粒光致旋转理论模型未考虑光束在晶体表面的反射所造成的光束角动量变化对晶体微粒旋转频率的影响;并且对晶体光轴与晶面夹角的设定也没有考虑一般情况,而后来高秋娟等<sup>[10-18]</sup>也未对这些问题加以解决。针对双折射晶体厚度引起的相位延迟以及以液晶作为双折射晶体的相关研究工作双折射晶体材料本身的色散特性角度进行了研究<sup>[19-20]</sup>。

本文全面考虑到光束在晶体界面反射时其偏振态的变化、入射光束与单轴晶体光轴夹角为一般情况、单轴晶体自身属性等几个方面的因素,建立了利用偏振光束实现单轴晶体微粒光致旋转的理论模型,依据该理论模型在光镊实验平台上进一步验证了碳酸钙晶体微粒旋转频率与激光功率、微粒半径及厚度的关系,并进一步为提高微机械转子的旋转频率进行了优化设计。所得结论可作为碳酸钙晶体微粒实现微机械转子旋转的依据。

## 2 理论推导

偏振光束与单轴晶体微粒相互作用发生自旋角动量的转移从而可以实现晶体微粒的光致旋转。按照偏振光合成法则沿z轴方向入射的激光光束光矢量可写为

$$\mathbf{E} = (E_x \hat{i} + E_y \hat{j}) \exp(ikz - i\omega t), \quad (1)$$

式中  $E_x$ 、 $E_y$  为复振幅,  $\omega$  为入射光的圆频率,  $k$  为波数。

在光束传播方向单位面积的角动量通量为<sup>[13]</sup>

$$\mathbf{L}_i = \frac{ic\epsilon_0}{2\omega} (E_x E_y^* - E_x^* E_y) \hat{n}. \quad (2)$$

进一步推导得到光束入射到晶面发生反射的过程中单位面积上角动量通量的变化量为

$$\Delta L_i = -L_{ir} - (L_{in} - L_{it}), \quad (3)$$

式中  $L_{in}$ 、 $-L_{ir}$ 、 $L_{it}$  分别表示晶面单位面积入射光、反射光以及透射光的角动量通量。

因此晶体微粒单位面积上的反射光的扭转力矩为

$$\tau_r = -\Delta L_i = \frac{c\epsilon_0}{\omega} E_{0x} E_{0y} \sin \sigma (1 - t_o t_o + r_o r_o) \hat{k}, \quad (4)$$

式中  $r_o$ 、 $t_o$  分别为入射光偏振方向垂直入射面所对应的o光的反射系数和透射系数;  $r_e$ 、 $t_e$  分别为入射光偏振方向

平行入射面所对应的e光的反射系数和透射系数。(4)式忽略了单轴晶体内部多次反射(因其比第一次反射小3个数量级以上)对晶体微粒旋转的影响,只考虑光束进入晶体时发生的第一次反射的角动量通量的变化。

光束通过双折射晶体时,其偏振态发生变化,用 $\sigma_{\text{zin}}$ 和 $\sigma_{\text{zout}}$ 分别表示光束进入和离开双折射晶体材料时的圆偏振系数,则单位面积光束自旋角动量通量的增量,即双折射晶体微粒扭转力矩为<sup>[6]</sup>

$$\tau_t = (\sigma_{\text{zout}} - \sigma_{\text{zin}}) \frac{I_{ix}(1-r_o^2) + I_{iy}(1-r_c^2)}{\omega}, \quad (5)$$

式中 $\sigma_{\text{zout}}$ 与晶体微粒的折射率、厚度、半径以及入射光的偏振特性相关。

当光束正入射时,o光和e光的波矢方向相同,光线方向(能流方向)不同,o光能流方向依然与波矢方向一致;而e光的能流方向与波矢方向存在一个离散角 $\alpha$ ,由此得到e光在晶体中传播的长度 $L = \frac{d}{\cos \alpha}$ ,式中 $d$ 为晶体的厚度。随着折射光中e光的光线方向不同,所对应的折射率也不同。

基于以上双折射理论,当入射光束是椭圆偏振光时,即 $E_x = E_{ox} \exp(i\sigma_1)$ ,  $E_y = E_{oy} \exp(i\sigma_2)$ ,  $\frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{oy}}{E_{ox}} \exp(i\sigma)$ 时,推导出

$$\sigma_{\text{zin}} = \frac{2|E_{ox}||E_{oy}|}{|E_{ox}|^2 + |E_{oy}|^2} \sin \sigma, \quad (6)$$

$$\sigma_{\text{zout}} = \frac{2|E_{ox}||E_{oy}|}{|E_{ox}|^2 + |E_{oy}|^2} \sin \left[ \sigma + kd \left( \frac{n_e}{\cos \alpha} - n_o \right) \right]. \quad (7)$$

在粘性流体中,旋转的晶体微粒必然受到流体粘滞阻力矩的作用,且该力矩与晶体微粒的旋转角速度 $\Omega$ 成比例,设比例系数为 $D$ ,因此晶体微粒旋转时其单位面积所受到的总力矩为

$$\tau_{\text{total}} = \tau_r + \tau_t - D\Omega. \quad (8)$$

对于圆盘状晶体微粒 $D = \frac{32\mu r^3}{3}$ ,其中 $r$ 为微粒半径, $\mu$ 为液体的粘滞系数。将(4)~(7)式分别代入(8)式得到

$$\tau_{\text{total}} = \frac{c\epsilon_0}{\omega} E_{ox} E_{oy} \sin \sigma (1 - t_o t_o + r_c r_o) + \left\{ \frac{2|E_{ox}||E_{oy}|}{|E_{ox}|^2 + |E_{oy}|^2} \sin \left[ \sigma + kd \left( \frac{n_e}{\cos \alpha} - n_o \right) \right] - \frac{2|E_{ox}||E_{oy}|}{|E_{ox}|^2 + |E_{oy}|^2} \sin \sigma \right\} \cdot \frac{I_{ix}(1-r_o^2) + I_{iy}(1-r_c^2)}{\omega} - \frac{32\mu r^3}{3} \Omega. \quad (9)$$

(9)式表明,随着晶体微粒旋转角速度的增加,其粘滞阻力矩最终将与光束对其产生的扭转力矩平衡使得晶体微粒合力矩为零,即 $\tau_{\text{total}} = 0$ ,从而实现晶体微粒的持续恒定转动。

若入射光满足 $E_y = E_x \exp(i\sigma)$ ,可得到晶体微粒的旋转角速度为

1) 负晶体

$$\Omega = \frac{3I_i}{64\mu\omega r^3} \left\{ \left[ \sin \sigma (1 - t_o t_o - |r_c r_o|) \right] + \left\{ \sin \left[ \sigma + kd \left( \frac{n_e}{\cos \alpha} - n_o \right) \right] - \sin \sigma \right\} \cdot (2 - r_o^2 - r_c^2) \right\}. \quad (10)$$

2) 正晶体

$$\Omega = \frac{3I_i}{64\mu\omega r^3} \left\{ \left[ \sin \sigma (1 - t_o t_o - |r_c r_o|) \right] + \left\{ \sin \left[ \sigma + kd \left( \frac{n_e}{\cos \alpha} - n_o \right) \right] - \sin \sigma \right\} \cdot (2 - r_o^2 - r_c^2) \right\}. \quad (11)$$

由(10)式、(11)式得知,影响单轴晶体微粒旋转角速度大小的主要因素有晶体微粒的厚度和半径、单轴晶体的光轴和晶面的夹角,以及光束在晶面的反射率和透射率、光束振幅比和位相差等。

### 3 实验验证

为检验该理论模型的合理性,分别对方解石( $\text{CaCO}_3$ )、石英( $\text{SiO}_2$ )微粒进行了模拟计算和实验验证。按照实验过程对理论模型进行如下参数设定:入射光为波长650 nm光强范围在0~60 mW的可见光,实验温度为

16 °C时液体粘滞系数为  $\mu = 1.18 \times 10^{-3} \text{ N/m}^2 \cdot \text{s}$ 。CaCO<sub>3</sub>微粒折射率为  $n_o = 1.6557$ ,  $n_e = 1.48515$ , SiO<sub>2</sub>微粒折射率为  $n_o = 1.5427$ ,  $n_e = 1.5518$ 。实验原理及装置如图1所示,其中 CCD1 记录晶体微粒旋转过程的录像; CCD2 记录每秒帧数可调的图像,用来确定晶体微粒旋转频率。在光镊系统的捕捉操控区域对激光有效功率进行测量,从而确定有效功率数值。

经实验研究发现,相同条件下 CaCO<sub>3</sub>微粒比 SiO<sub>2</sub>微粒更容易转动,且实验数据更为精确可靠,在此只对 CaCO<sub>3</sub>微粒的光致旋转进行深入细致的定量分析。

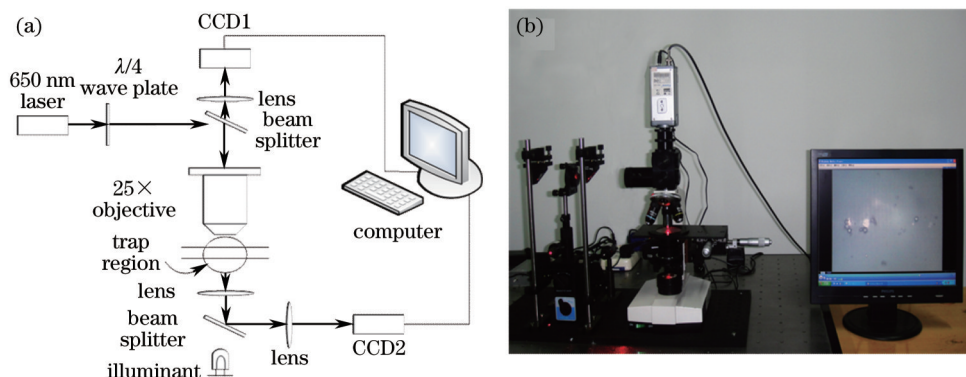


图1 (a) 实验原理; (b) 装置图

Fig.1 (a) Schematic diagram; (b) experimental installation

图2为半径为3.1 μm厚度为1.1 μm的CaCO<sub>3</sub>微粒旋转一周的实验图。进一步对该微粒在不同激光功率下进行旋转,所得该微粒旋转频率与激光功率的关系如图3所示。并将实验数据与模拟结果对比得知,实验数据整体比模拟数据偏小,这是由于进入CaCO<sub>3</sub>微粒悬浊液界面后有一部分激光能量损失,因此实际作用到CaCO<sub>3</sub>微粒的激光有效功率比实验测定的要小。

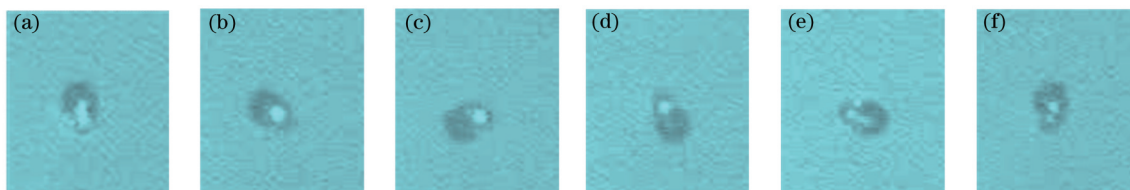


图2 半径约为3.1 μm的CaCO<sub>3</sub>晶体微粒旋转一周的实验图

Fig.2 Rotation of CaCO<sub>3</sub> crystal with the radius about 3.1 μm

在处理模拟数据和实验结果时,又注意到,即便考虑有效功率的问题,在不同的激光功率条件下,微粒的旋转频率与理论值也存在一个微小的波动。经分析得知这是由光束对微粒的光压造成的。由于微粒的形状并不是理想的圆盘形,因此光压对微粒的旋转频率有一定贡献。在相同有效功率下,当这一部分贡献与双折射驱动方向一致时,表现为旋转频率较理论值偏大;当这一部分贡献与双折射驱动方向相反时,表现

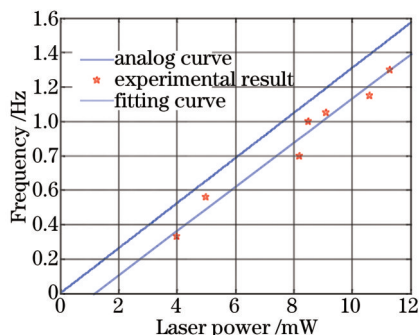


图3 CaCO<sub>3</sub>微粒旋转频率与激光有效功率的关系曲线

Fig.3 Curve of the frequency of CaCO<sub>3</sub> versus laser power

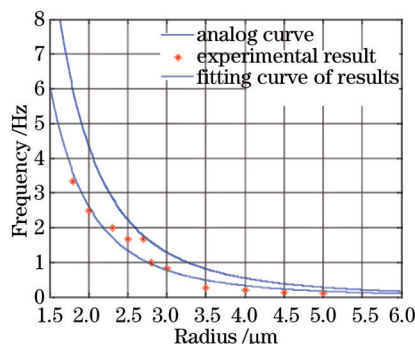


图4 CaCO<sub>3</sub>微粒旋转频率与微粒半径的关系曲线

Fig.4 Relationship between frequency and radius of calcium carbonate



为旋转频率偏小。

取激光有效功率值为 6 mW,利用光镊平台对厚度为 1.1 μm,半径不同的 CaCO<sub>3</sub>微粒进行操控和旋转,所得实验结果与模拟结果的对比图如图 4 所示。其模拟结果表明:CaCO<sub>3</sub>微粒旋转频率与其半径的三次方成反比。

实验中通过取不同半径的 CaCO<sub>3</sub>微粒,随着其半径的变化,微粒的旋转频率与模拟结果基本一致,但整体而言,实验数据比模拟数据略小。其原因除上述分析的激光有效功率以外,载物片与 CaCO<sub>3</sub>微粒之间存在的摩擦力也是造成这一误差的潜在因素。在实验中,由于微粒半径小于 1.5 μm 时,难以精确测量 CaCO<sub>3</sub>的半径及厚度,并且布朗运动干扰强烈,为避免造成较大误差,未采用相应数据。

经理论计算得到,若改变入射光偏振状态,晶体微粒的旋转频率及旋转方向发生周期性变化。CaCO<sub>3</sub>微粒与右旋偏振光的相互作用过程导致 CaCO<sub>3</sub>微粒沿顺时针方向旋转,与左旋偏振光的相互作用过程将导致 CaCO<sub>3</sub>微粒沿逆时针方向旋转,实验结果证实了这一点,半径为 2.3 μm、厚度为 1.2 μm 的 CaCO<sub>3</sub>微粒在这两种情况下旋转角速度均约为 2 Hz,旋转方向分别为顺时针和逆时针。

由(9)式可知,CaCO<sub>3</sub>晶体微粒厚度与其旋转频率存在正弦函数的关系,当 CaCO<sub>3</sub>微粒厚度满足  $kd\left(\frac{n_e}{\cos\alpha} - n_o\right) = 2n\pi, (n = 0, 1, 2, \dots)$  时,(9)式为  $\tau_{total} = \tau_r$ ,此时只剩下光束入射到晶体表面反射光所产生的扭转

力矩的作用;当 CaCO<sub>3</sub>微粒厚度满足  $d = \frac{(2n\pi - \frac{\pi}{2}) - \sigma}{kd\left(\frac{n_e}{\cos\alpha} - n_o\right)}, (n = 0, 1, 2, \dots)$  (即图 5 中  $d = 1.95, 5.85, \dots$ ) 时,CaCO<sub>3</sub>微粒

的旋转频率达到极大值。但无论 CaCO<sub>3</sub>微粒厚度取何值,其旋转频率永远大于零。

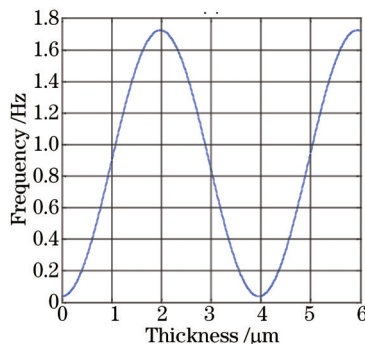


图 5 CaCO<sub>3</sub>微粒旋转频率与其厚度的关系曲线

Fig.5 Relationship between frequency and thickness of calcium carbonate

依据上述分析结果,对 CaCO<sub>3</sub>晶体微粒光致旋转应用于微机械转子进行优化设计,为提高微机械转子的旋转频率,理论分析和实验结果都表明:所用激光器的激光功率应越大越好(见图 3);CaCO<sub>3</sub>晶体微粒的半径应越小越好(见图 4),但太小的微粒由于布朗运动的影响其旋转状态不稳定,因此取其半径为 1~3 μm 较合适;CaCO<sub>3</sub>晶体微粒的厚度取为 1~3 μm (见图 5)较合适。该优化设计结果为光驱动微机械马达技术的研究提供了严谨地理论分析和可靠的实验依据。

## 4 结 论

考虑了偏振光在单轴晶体表面的反射和折射均引起角动量转移,以及单轴晶体光轴与晶面夹角为任意角的情况,重新构建和完善了单轴晶体微粒光致旋转的理论,并运用该理论模型对 CaCO<sub>3</sub>晶体微粒的光致旋转进行了理论模拟和实验验证,所得结论为可操控的变速、变向微机械转子的优化设计研究提供了严谨的理论分析和精确的实验数据支持,为光驱动微机械马达技术的进一步深入研究提供了基础理论和技术保障。

## 参 考 文 献

- 1 Friese M E J, Rubinsztein-Dunlop H, Gold J, *et al.*. Optically driven micro-machine elements [J]. Appl Phys Lett, 2001, 78(4): 547-549.

- 2 Simpson N B, Dholakia K, Allen L, *et al.*. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner [J]. *Opt Lett*, 1997, 22(1): 52–54.
- 3 Vincent L Y Loke, Timo A Nieminen, Agata M Branczyk, *et al.*. Modeling optical micro-machines[C]. 9th International Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Non-Spherical Particles: Theory, Measurements, and Applications, 2006: 163–166.
- 4 Zhu Anding, Liu Yuxiang, Guo Rui, *et al.*. Micro-rotor fabricated and rotated by laser[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, 33(1): 10–13.  
祝安定, 刘宇翔, 郭 锐, 等. 一种微型转子的激光加工和光致旋转[J]. *光电工程*, 2006, 33(1): 10–13.
- 5 Zhai Xiaomin, Huang Wenhao. Driving microrotor by using optical tweezers[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17(6): 1466–1472.  
翟晓敏, 黄文浩. 光镊驱动微转子[J]. *光学精密工程*, 2009, 17(6): 1466–1472.
- 6 H Rubinsztein-Dunlop, T A Nieminen, M E J Friese, *et al.*. Optical trapping of absorbing particles[J]. *Advances in Quantum Chemistry*, 1998, 30: 469–492.
- 7 Gao Mingwei, Gao Chunqing, He Xiaoyan, *et al.*. Rotation of particles by using the beam with orbital angular momentum[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, 53(2): 413–417.  
高明伟, 高春清, 何晓燕, 等. 利用具有轨道角动量的光束实现微粒的旋转[J]. *物理学报*, 2004, 53(2): 413–417.
- 8 Bishop A I, Nieminen T A, Heckenberg N R, *et al.*. Optical microrheology using rotating laser-trapped particles[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 92(19): 198104.
- 9 Friese M E J, Nieminen N R, Heckenberg N R, *et al.*. Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles[J]. *Nature*, 1998, 394(6691): 348–350.
- 10 Gao Qiujuan, Zhu Yanying, Shi Jinshan, *et al.*. Rotation of particles by using the beam with spin angular momentum[J]. *Chinese J lasers*, 2008, 35(10): 1505–1509.  
高秋娟, 朱艳英, 史锦珊, 等. 利用具有自旋角动量的光束实现微粒的旋转[J]. *中国激光*, 2008, 35(10): 1505–1509.
- 11 Sun Yufen, Li Yinmei, Lou Liyen. Optical rotation of crystal  $\text{CaCO}_3$  micro-particle in optical tweezers[J]. *Chinese J lasers*, 2005, 32(3): 315–318.  
孙玉芬, 李银妹, 楼立人. 光阱中  $\text{CaCO}_3$  晶体微粒的光致旋转[J]. *中国激光*, 2005, 32(3): 315–318.
- 12 Lei Ming, Yao Baoli. Experimental and theoretical studies of optically driven rotation of calcium carbonate particles[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, 36(5): 816–819.  
雷 铭, 姚保利. 碳酸钙微粒光致旋转的实验和理论研究[J]. *光子学报*, 2007, 36(5): 816–819.
- 13 T A Nieminen, H Rubinsztein-Dunlop, N R Hecke-Nberg. Angular momentum generation by scattering: alignment and rotation of microobjects microobjects[C]. 6th Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Nonspherical Particles: Theory, Measurements, and Applications, 2002: 239–242.
- 14 T A Nieminen, H Rubinsztein-Dunlop, N R Heckenberg. Calculation and optical measurement of laser trapping forces on non-spherical particles[J]. *Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2001, 70: 627–637.
- 15 M E J Friese, T A Nieminen, N R Heckenberg, *et al.*. Optical torque controlled by elliptical polarization[J]. *Optics Letters*, 1998, 23(1): 1–3.
- 16 Zhu Yanying, Wei Yong, Dou Hongxing, *et al.*. Effect of incident light ellipticity on the crystal particle rotation speed[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(12): 3406–3409.  
朱艳英, 魏 勇, 窦红星, 等. 入射光椭圆度对晶体微粒旋转角速度的影响[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(12): 3406–3409.
- 17 Zhu Jingchao, Zhu Yanying, Dou Hongxing, *et al.*. Analysis of radius effect on optical rotation of birefringent crystal particles[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(1): 155–159.  
张景超, 朱艳英, 窦红星, 等. 双折射晶体微粒光致旋转受其半径影响分析[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(1): 155–159.
- 18 Zhu Yanying, Jin Lili, Xu Yaoyun, *et al.*. Experimental study of micro particle rotation driven dual light sources and dual optical trap method[J]. *Journal of Optoelectronics·Laser*, 2012, 23(7): 1338–1342.  
朱艳英, 靳李丽, 许耀云, 等. 双光源双光阱法驱动微型粒子旋转的实验研究[J]. *光电子·激光*, 2012, 23(7): 1338–1342.
- 19 Wu Wendi, Wang Huili, Zhou Tianhua, *et al.*. Research on the filter performance with crystal thickness accuracy in the birefringent filters[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(12): 1208009.  
吴闻迪, 王会丽, 周田华, 等. 双折射滤波器晶体片厚度精度与滤波性能的研究[J]. *中国激光*, 2014, 41(12): 1208009.
- 20 Li Kewu, Wang Zhibin, Zhang Rui, *et al.*. Study of birefringence dispersion based on liquid crystal variable retarder[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(1): 0108001.  
李克武, 王志斌, 张 瑞, 等. 液晶可变延迟器的双折射色散研究[J]. *中国激光*, 2015, 42(1): 0108001.