多光子跃迁下 Pólya 态光场与运动二能级原子相互 作用系统的保真度

王艳清1 萨楚尔夫12 王亚男1

¹内蒙古师范大学物理与电子信息学院,内蒙古 呼和浩特 010022 ²内蒙古师范大学图书馆,内蒙古 呼和浩特 010022

摘要 利用全量子理论,对多光子跃迁下 Pólya光场与运动二能级原子相互作用系统的保真度进行了研究。分析了 原子的初始状态、场模结构参数、光场最大光子数、光场参数和跃迁光子数等物理参量对系统量子态和光场量子态 保真度的影响。结果表明:原子的运动速度影响系统量子态和光场量子态保真度的振荡周期;跃迁光子数选取不 同,系统量子态和光场量子态的保真度表现出不同的规律。

关键词 量子光学;量子态保真度;Pólya光场;二能级原子;多光子跃迁

中图分类号 0431.2 文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.0718001

Fidelity in a System of a Moving Two-Level Atom Interacting with Pólya State Light for Multi-photon Transition

Wang Yanqing¹ Sachuerfu^{1,2} Wang Yanan¹

¹College of Physics and Electronic Information, Inner Mongolia Normal University, Hohhot, Nei Monggol 010022, China ²Library of Inner Mongolia Normal University, Hohhot, Nei Monggol 010022, China

Abstract The fidelity in a system which is composed of a multi- photon transition moving two- level atom interacting with Pólya state light is studied by means of the full quantum theory. The influences of the atomic initial state, field-mode structure parameter, the maximum photon number of the light, the optical field parameters and the values of the transitional photon number on the fidelity of the system are also analyzed. The results show that the velocity of atom effects the oscillation period of fidelity. The fidelity presents different patterns when transitional photon numbers are at some fixed values.

Key words quantum optics; fidelity of quantum state; Pólya light field; two-level atom; multi-photon transition **OCIS codes** 270.4180; 270.5565; 270.5585

1 引 言

保真度是量子信息科学中的一个重要的概念^[1],它表示量子信息在传输中保持原来状态的程度,所以如何最大限度地保持量子态的原有性质已成为人们关注的研究热点^[2-10]。近些年来,这方面的研究工作大多集中在静止原子或单光子跃迁情况下,而在实际研究中常常会涉及到运动原子以及多光子跃迁过程等情况^[11-13],所以讨论运动原子和多光子跃迁情形下系统的保真度更具有实际意义。Pólya态^[14]是描述二项式光场和负二项式光场叠加的中间量子态,它既能揭示出二项式光场和负二项式光场的一些性质,又能很好的反映出这两种光场叠加所形成的中间态的一些独特性质,因而具有十分重要的研究价值。二项式光场和负二项式光场

收稿日期: 2015-02-09; 收到修改稿日期: 2015-03-16

基金项目:内蒙古自然科学基金(2013MS0115)、内蒙古师范大学"十百千"人才基金(RCPY-2-2012-K-038) 作者简介:王艳清(1985—),女,硕士研究生,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: 695713454@qq.com 导师简介:萨楚尔夫(1962—),男,博士,教授,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: Sacrf@imnu.edu.cn

相互作用系统中有关量子特性的研究还很少被涉及。基于以上考虑,本文将集中讨论多光子跃迁下运动原 子与Pólya态光场相互作用系统中的保真度,主要探究原子的初始状态、场模结构参数、光场最大光子数、光 场参数和跃迁光子数等物理参量对系统量子态和光场量子态保真度的影响。

2 理论模型及计算

在旋波近似下,考虑一个运动的二能级原子和一个单模光场在多光子跃迁过程中系统的哈密顿量,可表示为(ħ=1)

$$H = \hbar \{ \omega_0 S_z + \omega a^* a + g[f(z)]^k (a^{*k} S_- + a^k S_+) \}, \qquad (1)$$

式中 ω_0 是原子跃迁频率, ω 是场频率, a^* 是场的产生算符、 a是场的湮灭算符, S_* 是原子的升算符、 S_- 是 原子的降算符, S_* 是原子跃迁算符, g[f(z)]是原子与光场相互作用的耦合系数, g是原子与光场耦合常数, k是跃迁光子数。

假设该二能级原子沿腔场的轴向(z方向)运动,原子的运动可表示为 $f(z) \rightarrow f(vt) = \sin\left(\frac{p\pi vt}{L}\right)$,其中v为原子的运动速度,L为腔场的长度,p为腔场内的半波数。若原子的运动速度被考虑为 $v = \frac{gL}{\pi}$,考虑共振情况下($\omega = \omega_0$),在相互作用表象中,时间演化算符可表示为

$$U_{1}(t,0) = \exp\left[-i\int_{0}^{t} H_{1}(t')dt'\right] = \exp\left[-ir\Omega(t)\right] , \qquad (2)$$

式中 $r = g(s_*a^* + s_-a^{**}), \Omega(t) = \int_{0}^{t} [f(vt')]^t dt'$,原子的时间演化算符 $U_1(t,0)$ 的矩阵形式可表示为:

$$U_{i}(t,0) = \begin{bmatrix} C(t) & -iD(t) \\ -iS(t) & T(t) \end{bmatrix},$$
(3)

式中

$$\begin{cases} C(t) = \cos\left[g\Omega(t)(a^{k}a^{+k})^{1/2}\right] \\ D(t) = \frac{\sin\left[g\Omega(t)(a^{k}a^{+k})^{1/2}\right]}{(a^{k}a^{+k})^{1/2}}a^{k} \\ S(t) = \frac{\sin\left[g\Omega(t)(a^{+k}a^{k})^{1/2}\right]}{(a^{+k}a^{k})^{1/2}}a^{+k} \\ T(t) = \cos\left[g\Omega(t)(a^{+k}a^{k})^{1/2}\right] \end{cases}$$

$$(4)$$

假设 t=0 时刻原子处于基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 的叠加态

$$\left|\varphi_{a}(0)\right\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left|e\right\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\exp(i\varphi)\left|g\right\rangle,\tag{5}$$

式中 θ 表示原子的初始分布, φ 表示基态与激发态的相对相位角。

而初始光场处于 Pólya态^[14]

$$\left|\varphi_{i}(0)\right\rangle = \left|M, r, \eta\right\rangle = \sum_{n=0}^{M} \left[P_{n}^{M}(r, \eta)\right]^{1/2} \left|n\right\rangle, \qquad (6)$$

式中

$$\begin{cases} P_{n}^{M}(r,\eta) = \binom{M}{n} \frac{\eta(\eta+r)\cdots[\eta+(n-1)r]\bar{\eta}(\bar{\eta}+r)\cdots[\bar{\eta}+(M-n-1)r]}{(1+r)(1+2r)\cdots[1+(M-1)r]},\\ \bar{\eta} = 1-\eta \end{cases}$$
(7)

式中*M*为正整数,*r*为正实常数,*η*为0到1之间的数。光子数分布为 $|\langle n|M,r,\eta|^2 \equiv P_n^M(r,\eta)$,对应概率论中的 Pólya态分布。当*r*→0时, $|\varphi_1(0)\rangle$ 将被约化为二项式态; $M \to \infty, r \to 0, \eta \to 0, M\eta = \lambda, Mr = \rho^{-1}$ 时, $|\varphi_1(0)\rangle$ 将 被约化为负二项式态。

初始时刻系统的密度算符可写为

$$\rho_{s}(0) = \rho_{a}(0) \otimes \rho_{f}(0) , \qquad (8)$$

式中 $\rho_a(0) = |\varphi_a(0)\rangle\langle\varphi_a(0)|$ 和 $\rho_i(0) = |\varphi_i(0)\rangle\langle\varphi_i(0)|$ 分别为原子和光场初始时刻的密度算符。由此,可以得到任意时刻系统的密度算符以及子系统光场和原子的约化密度算符分别为:

$$\boldsymbol{\rho}_{s}(t) = \boldsymbol{U}_{1}(t,0)\boldsymbol{\rho}_{s}(0)\boldsymbol{U}_{1}^{+}(t,0) = \begin{pmatrix} |A\rangle\langle A| & |A\rangle\langle B| \\ |B\rangle\langle A| & |B\rangle\langle B| \end{pmatrix},$$
(9)

$$\rho_{\rm f}(t) = Tr_{\rm atom} \left[U_{\rm 1}(t,0) \rho_{\rm s}(0) U_{\rm 1}^{+}(t,0) \right] = \left| A \right\rangle \left\langle A \right| + \left| B \right\rangle \left\langle B \right|, \tag{10}$$

式中

$$\begin{cases} |A\rangle = |C\rangle + |D\rangle \\ |B\rangle = |S\rangle + |T\rangle \end{cases},$$
(11)

当 $k \in N^+$ 时

$$|C\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sum_{n=0}^{M} \left[P_n^{M}(r,\eta)\right]^{1/2} \cos\left[g\Omega(t)\sqrt{(n+1)(n+2)\cdots(n+k)}\right] |n\rangle, \qquad (12)$$

$$D\rangle = -\mathrm{i}\exp(-\mathrm{i}\varphi)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sum_{n=k}^{M} \left[P_{n}^{M}(r,\eta)\right]^{1/2}\sin\left\{g\Omega(t)\sqrt{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]}\right\} |n-k\rangle,$$
(13)

$$S\rangle = -\mathrm{i}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sum_{n=0}^{M} \left[P_{n}^{M}(r,\eta)\right]^{1/2} \sin\left[g\Omega(t)\sqrt{(n+1)(n+2)\cdots(n+k)}\right] |n+k\rangle, \qquad (14)$$

$$T \rangle = \exp(-i\varphi) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sum_{n=0}^{M} \left[P_n^M(r,\eta) \right]^{1/2} \cos\left\{ g\Omega(t) \sqrt{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]} \right\} |n\rangle .$$
(15)

3 量子态保真度的定义及数学表达式

在传输过程中,为了描述量子信息输入态(初态)与输出态(末态)的偏离程度,引入了保真度的概念,其定义式为^[2]

$$F(\rho_1, \rho_2) = \left[\text{Tr}(\sqrt{\rho_1} \, \rho_2 \, \sqrt{\rho_1})^{1/2} \right]^2, \tag{16}$$

式中 ρ_1 和 ρ_2 分别表示初态与末态的密度算符。且 $0 \leq F(\rho_1,\rho_2) \leq 1$,当 $F(\rho_1,\rho_2) = 0$ 时,表示初态和末态完全 正交,信息(量子态)全部失真;当 $F(\rho_1,\rho_2) = 1$ 时,表示初态和末态完全相同,信息在传递过程中不失真,信息传输过程是理想的;一般情况下 $0 < F(\rho_1,\rho_2) < 1$,表示信息在传输过程中部分失真。

根据保真度的定义式和体系的初始条件,可以得到系统和光场量子态保真度的数学表达式为:

$$F_{s}(t) = \cos^{2}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left|\left\langle\varphi_{f}(0)|A\right\rangle\right|^{2} + \sin^{2}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left|\left\langle\varphi_{f}(0)|B\right\rangle\right|^{2} + 2\operatorname{Re}\left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\exp(i\varphi)\left|\left\langle\varphi_{f}(0)|B\right\rangle\right\rangle A \left|\varphi_{f}(0)\right\rangle\right|\right],$$
(17)

$$F_{f}(t) = \left| \left\langle \varphi_{f}(0) \left| A \right\rangle \right|^{2} + \left| \left\langle \varphi_{f}(0) \left| B \right\rangle \right|^{2}, \qquad (18)$$

式中

$$\begin{cases} \left\langle \varphi_{f}(0) \middle| A \right\rangle = \left\langle \varphi_{f}(0) \middle| C \right\rangle \left\langle \varphi_{f}(0) \middle| D \right\rangle \\ \left\langle \varphi_{f}(0) \middle| B \right\rangle = \left\langle \varphi_{f}(0) \middle| S \right\rangle + \left\langle \varphi_{f}(0) \middle| T \right\rangle, \end{cases}$$
(19)

当 $k \in N^+$ 时

$$\left\langle \varphi_{i}(0) \middle| C \right\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sum_{n=0}^{M} \left[P_{n}^{M}(r,\eta) \right] \cos\left[g\Omega(t)\sqrt{(n+1)(n+2)\cdots(n+k)}\right], \tag{20}$$

$$\left\langle \varphi_{I}(0) \middle| D \right\rangle = -i \exp(-i\varphi) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sum_{n=0}^{M} \left[P_{n}^{M}(r,\eta) \right] \sqrt{\frac{(M-n)\cdots[M-n-(k-1)]}{(n+1)\cdots(n+k)}} \sqrt{\frac{(\eta+nr)\cdots[\eta+(n+k-1)r]}{\left[\bar{\eta}+(M-n-k)r\right]\cdots[\bar{\eta}+(M-n-1)r]}} \times (21) \\ \sin\left[g\Omega(t) \sqrt{(n+1)(n+2)\cdots(n+k)} \right]$$

中 国 激 光

$$\left\langle \varphi_{\mathfrak{f}}(0) \middle| S \right\rangle = -\mathrm{i} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sum_{n=0}^{M} \left[P_{n}^{M}(r,\eta) \right] \sqrt{\frac{n\cdots(n-k+1)}{(M-n+1)\cdots(M-n+k)}} \sqrt{\frac{\left[\overline{\eta} + (M-n)r \right] \cdots \left[\overline{\eta} + (M-n+k-1)r \right]}{\left[\eta + (n-1)r \right] \cdots \left[\eta + (n-k)r \right]}} \times \sin\left[g \Omega(t) \sqrt{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]} \right],$$

$$(22)$$

$$\left\langle \varphi_{t}(0) \middle| T \right\rangle = \exp(-i\varphi) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sum_{n=0}^{M} \left[P_{n}^{M}(r,\eta) \right] \cos\left[g\Omega(t) \sqrt{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]} \right].$$
(23)

由初始条件和(17)式、(18)式,可对相互作用系统量子态和子系统光场量子态保真度进行研究。

4 数值分析

根据初始条件和(17)式、(18)式所给的系统量子态和光场量子态保真度的表达式,下面将采用数值模拟的方法,讨论原子的初始状态 θ 和 φ (为了方便,取 φ =0)、场模结构参数p、光场最大光子数M、光场参数r和 η 以及跃迁光子数k对系统和光场量子态保真度的影响。

4.1 原子的初始状态对保真度的影响

图 1(a)~(c)和图 2(a)~(c)分别表示跃迁光子数 k=1,场模结构参数 p、光场最大光子数 M 以及光场参数 r和 η一定时,系统和光场保真度随原子初始状态不同的变化规律。由图 1 和图 2 可见在给定参数的条件下,系 统和光场保真度在区间内出现了规则的周期性振荡。当原子初始处于激发态和基态时,光场保真度明显比 系统保真度大,光场保真度不出现完全失真现象;当原子初始处于叠加态时,系统和光场保真度的演化曲线 完全相同,且不出现完全失真现象。这说明原子初态对系统和光场的保真度有影响,可改变其振荡的规律, 但不会改变其振荡的频率。



4.2 场模结构参数对保真度的影响

图 3(a)~(c)和图 4(a)~(c)分别表示跃迁光子数 k=1,原子初始处于处于叠加态 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 、光场最大光子数 M 以及光场参数 r和 η 一定时,场模结构参数 P 对系统和光场保真度的影响。从图 3(a)~(c)和图 4(a)~(c)可以看出,随着场模结构参量 p 的增大,系统和光场的保真度变化表现为:当场模结构参量为1时,系统和光场的保真度出现不同的振荡曲线,并且光场保真度的平均值要大于系统保真度的平均值;当场模结构参量增加到 2 时,系统和光场保真度演化曲线完全相同,在整个区间上均出现规则的周期性振荡,并且随着场模结构参量的增大,振荡周期减小,系统和光场的保真度提高。这说明场模结构参量的增加会使系统和光场保真度的振荡频率增大,保真度提高,直到系统和光场保真度振荡达到一个稳定变化。



4.3 光场最大光子数对保真度的影响

图 5(a)~(c)和图 6(a)~(c)分别表示跃迁光子数 k=1、原子初始处于叠加态 $\theta = \frac{\pi}{2}$,场模结构参数 p 以及光场参数 r和 η 一定时,系统和光场保真度随光场最大光子数 M 的变化规律。由图 5、图 6 可见在给定参数的条件下,系统和光场保真度在区间内均出现规则的周期性振荡。当光场最大光子数 M=2 时,光场保真度的平均值大于系统保真度的平均值,系统和光场保真度均不出现失真现象;当光场最大光子数的增大到一定值时,系统和光场保真度的演化曲线相同,并且随着光场最大光子数的增大,保真度取得极值的次数增加,单位周期内保真度的振荡加剧,量子态信息出现完全失真的可能性增多。



4.4 光场参数对保真度的影响

图 7(a)~(c)、图 8(a)~(c)和图 9(a)~(c)分别表示跃迁光子数 k=3、原子初始处于叠加态 $\theta = \frac{\pi}{2}$,场模结构参数 p 以及光场最大光子数 $M - \varepsilon$ 时,系统和光场保真度随光场参数 $r \rightarrow \eta$ 的变化规律。图 7(a)~(c)和图 8(a)~(c)显示,当光场参数 $r - \varepsilon$ 时,随着光场参量 η 的增大,系统和光场保真度逐渐降低,并出现完全失真现象。但光场保真度的平均值大于系统保真度的平均值;图 9(a)~(c)显示,当光场参数 $\eta - \varepsilon$ 时,随着光场参量 r的增大,系统和光场保真度逐渐增大,保真度取得极值的次数增加,单位周期内保真度的振荡加剧。当光场参量 r增

大到一定值时,系统和光场保真度呈现出无规则的振荡特性。数值计算结果表明:系统和光场的演化曲线 完全相同。



Fig.9 Time evolution of the fidelity system and light field

4.5 跃迁光子数对保真度的影响

图 10(a)~(c)表示原子初始处于叠加态 $\theta = \frac{\pi}{2}$,场模结构参数p、光场最大光子数M以及光场参数r和 η 一定时,系统和光场保真度随跃迁光子数k的变化规律。由图 10可知,随着跃迁光子数k的变化,系统和光场保真度出现不同的振荡,当k=1、3时呈现出有规则的周期振荡,而当k=2时系统和光场保真度呈现出无规则的振荡特性。且比较图 10(a)和图 10(c)可以得出,随着跃迁光子数的增加系统和光场的保真度平均值减小,振荡周期不变。说明跃迁光子数对系统和光场的保真度有一定的影响,当跃迁光子数为奇数时,系统和光场保真度呈稳定的周期性变化;且随跃迁光子数的增加,保真度的平均值减小,振荡周期不变,系统和光场态的演化形式相同。



5 结 论

运用全量子理论,对 Pólya光场与多光子跃迁运动二能级原子相互作用系统的保真度进行了研究。分析 了原子的初始状态、场模结构参数、光场最大光子数、光场参数和跃迁光子数等物理参量对系统和光场保真

中 国 激 光

度的影响。结果表明:原子的初始状态对系统和光场的保真度有影响,可改变其振荡的规律,但不会改变其 振荡的频率;随着场模结构参量的增加,系统和光场保真度的振荡频率增大,保真度提高,直到系统和光场 保真度达到一个稳定值;随着光场最大光子数的增大,保真度取得极值的次数增加,单位周期内保真度的振 荡加剧,信息出现失真的可能性增大;随着光场参量 η 的增大,系统和光场保真度逐渐降低,并出现失真现 象;随着光场参量 r 的增大,系统和光场保真度逐渐增大,保真度取得极值的次数增加,单位周期内保真度的 振荡加剧,但当光场参量 r 增大到一定值时,系统和光场保真度呈现出无规则的振荡特性;当跃迁光子数为奇 数时,系统和光场保真度呈稳定的周期性变化;且随跃迁光子数增加,保真度的平均值减小,振荡周期不变。

参考文献

1 Schumacher B. Quantum coding[J]. Phys Rev A, 1995, 51(4): 2738-2747.

- 2 Jozsa R. Fidelity for mixed quantum states[J]. J Mod Opt, 1994, 41(12): 2315-2323.
- 3 Paraoanu G S, Scutaru H. Fidelity for multimode thermal squeezed states[J]. Phys Rev A, 2000, 61(2): 022306.
- 4 Wang Juxia. Relevance between fidelity and degree of entanglement in the system of two-level atoms interacting with multi-mode fields[J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(3): 0327002.

王菊霞.多模光场与二能级原子相互作用系统中保真度与纠缠度的关联[J].光子学报,2014,43(3):0327002.

5 Su Shaolong, Sachuerfu, Li Pengmao. Fidelity of the system of a fock state field interacting with three two-level atoms[J]. Journal of Hebei Normal University (Natural Science Edition), 2014, (3): 259-263.

苏少龙, 萨楚尔夫, 李鹏茂. 数态光场与3个两能级原子相互作用系统的保真度[J]. 河北师范大学学报(自然科学版), 2014, (3): 259-263.

6 Wang Juxia. Properties of fidelity evolution in the system composed of two-level atoms and single-model field[J]. Laser Journal, 2013, 34(1): 19-20.

王菊霞.二能级原子与单模光场相互作用系统中的保真度演化特性[J]. 激光杂志, 2013, 34(1): 19-20.

7 Liu Haiyan, Wang Jisuo, Liang Baolong. Fidelity of interacting system contained the thermal field and a moving two-level atom[J]. Journal of Liao Cheng University, 2011, 24(1): 49-52.

刘海燕, 王继锁, 梁宝龙. 热光场与运动二能级原子相互作用系统的保真度[J]. 聊城大学学报, 2011, 24(1): 49-52.

8 Liu Tangkun, Wang Jisuo, Liu Xiaojun, et al.. Influence of entangled states of atomic dipole-dipole interaction on the fidelity of quantum states[J]. Acta Phys Sin, 2000, 49(4):708-712.

刘堂昆,王继锁,柳晓军,等.纠缠态原子偶极间相互作用对量子态保真度的影响[J].物理学报,2000,49(4):708-712.

9 Gong Hailong, Liu Zhihui, Li Guojun, *et al.*. Fidelity study of diffractive laser beam expander[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(9): 0902006.

龚海龙, 刘志辉, 李国俊, 等. 衍射型激光扩束器的保真度研究[J].中国激光, 2014, 41(9): 0902006.

10 Chen Yuheng, Ji Siqun, Zhou Jiankang, *et al.*. Research on the data fidelity of optical compressive spectral imaging[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(s1): s109001.

陈宇恒,季轶群,周建康,等.对光学压缩光谱成像数据保真度的研究[J].中国激光,2014,41(s1):s109001.

11 Wang Chengzhi, Yu Xiaoqin, Li Chunxian, et al.. Entanglement between two atoms mediated by two dissipative optical cavities[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(s2): s227001.

王成志,喻小琴,李春先,等. 耗散双光腔调制的两原子间的纠缠[J]. 光学学报, 2013, 33(s2): s227001.

- 12 Feng Chuan, Sachuerfu, Li Hongxing. Entanglement of an atom interacting with Glauber-Lachs state in multiphoton Jaynes-Cummings model[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(5): 0527001.
 冯川, 萨楚尔夫, 李红星. 多光子 Jaynes-Cummings 模型中原子与 Glauber-Lachs 场态相互作用的量子纠缠[J]. 光学学报, 2013, 33(5): 0527001.
- 13 Lu Daoming, Qiu Changdong. Entanglement properties in the system of atom interacting with two-mode cavity[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(12): 1227003.

卢道明,邱昌东.原子与双模腔相互作用系统中的纠缠特性[J].光学学报,2013,33(12):1227003.

- 14 Hong C F. Pólya states of quantized radiation field, their algebraic characterization and non-classical properties[J]. J Phys A,1997, 30(5): L83-L89.
- 15 Zhang Yanli, Shi Yan, Yang Zhenjun, et al.. Evolution of the fidelity of binomial state for radiation field interacting with two-level

atom[J]. Journal of Hebei Normal University, 2005, 29(4): 357-360.

张彦立, 史 严, 杨振军, 等. 二项式光场和原子相互作用模型中的保真度[J]. 河北师范大学学报, 2005, 29(4): 357-360.

16 Liu Haiyan, Wang Jisuo, Liang Baolong. Fidelity of interacting system containing the binomial light field and a moving two-level atom[J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2011, 17(2): 96-100.

刘海燕,王继锁,梁宝龙.二项式光场与运动二能级原子相互作用系统的保真度[J].量子光学学报,2011,17(2):96-100.

17 Zhang Yanli, Li Tongkai, Shi Yan, *et al.*. Evolution of the fidelity of two-model SU (1,1) coherent states interacting with two atoms [J]. Journal of HeBei University, 2006, 26(3): 253-257.

张彦立,李同锴,史 严,等. 双模 SU(1,1)相干态场与2原子相互作用过程中的保真度[J]. 河北大学学报, 2006, 26(3): 253-257. **栏目编辑:** 刘丰瑞