

# 基于空间光调制器的多模光纤出射光斑聚焦 目标函数研究

尹 哲 刘国栋 刘炳国\* 庄志涛 甘 雨 陈凤东

哈尔滨工业大学仪器科学与技术, 黑龙江 哈尔滨 150001

**摘要** 聚焦光斑光强与光纤出射端总光强的比值(光斑聚焦效率)直接影响基于液晶空间光调制器(SLM)的单光纤数字扫描采样的信噪比。采用顺序坐标上升优化算法控制多模光纤输入端光场分布, 实现多模光纤出射端光斑聚焦, 通过理论和实验证明了归一化目标函数值与光斑聚焦效率的和近似为常数。为了提高光斑聚焦效率, 必须尽可能降低归一化目标函数值。分析了多模光纤出射端总光强对归一化目标函数收敛性的影响, 通过仿真和实验证明随着多模光纤出射端总光强的增大, 归一化目标函数收敛速度变慢, 光斑聚焦效率变差。

**关键词** 光纤光学; 多模光纤; 液晶空间光调制器; 单光纤数字扫描; 目标函数; 顺序坐标上升算法

**中图分类号** O436      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/CJL.201542.0705003

## Research on the Objective Function of Spatial Light Modulator-Based Output Spot Focusing for Multimode Fiber

Yin Zhe Liu Guodong Liu Bingguo Zhuang Zhitao Gan Yu Chen Fengdong

Instrument Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China

**Abstract** The ratio between the intensity of focused spot and the total intensity of the fiber output, which is spot focusing efficiency, affects the sampling signal to noise ratio of single-fiber digital scanning based on liquid crystal spatial light modulator (SLM). Using sequence coordinate ascend algorithm to control the input field, the light emitted from the multimode fiber can be focused. The theoretical and experimental results show that the sum of normalized objective function and spot focusing efficiency is approximately constant. In order to improve spot focusing efficiency, the normalized objective function value must be minimized. The affect of the multimode fiber output light intensity on the convergence of the normalized objective function is analyzed. The numerical simulations and experiments show that the normalized objective function convergence rate changes slowly and spot focusing efficiency deteriorates with the output light intensity increasing.

**Key words** fiber optics; multimode fiber; liquid crystal spatial light modulator; single-fiber digital scanning; objective function; sequence coordinate ascend algorithm

**OCIS codes** 060.2350; 140.3510; 110.2350; 180.5810

## 1 引言

现代显微镜向着光纤化和小型化发展<sup>[1]</sup>, 在生命科学、纳米外科手术方面意义重大。单模光纤可以通过光纤束成像<sup>[2]</sup>, 或者在电动平移台的辅助下实现单根光纤扫描成像<sup>[3]</sup>, 这些因素限定了光纤探头的尺寸和灵活性。多模光纤(MMF)可以传输多个物理量, 无需机械件辅助, 单根光纤就能实现区域成像<sup>[4-5]</sup>, 但结构复杂。液晶空间光调制器(SLM)的出现, 使单光纤数字扫描成像成为可能, 相继出现了几种在多模光纤出射端

收稿日期: 2014-12-04; 收到修改稿日期: 2015-03-13

基金项目: 国家自然科学基金(51275120)

作者简介: 尹 哲(1981—), 女, 博士研究生, 主要从事光纤显微成像方面的研究。E-mail: yinzhe\_yy@sina.com

导师简介: 刘国栋(1974—), 男, 博士, 教授, 主要从事光纤显微成像方面的研究。E-mail: lgd@hit.edu.cn

\*通信联系人。E-mail: Liu\_bingguo@hit.edu.cn

面任意位置形成聚焦光斑的方法<sup>[6-8]</sup>。

Mahalati等<sup>[9]</sup>采用顺序坐标上升优化算法(SCA),在MMF出射端面上形成聚焦光斑。目标函数(OF)是评价优化效果的一个重要指标,表示实际光强分布与理想光强分布的接近程度,当目标函数收敛到最小值时,得到SLM复反射率的优化解,在MMF出射端形成聚焦光斑。评价优化效果的另一个指标是光斑聚焦效率,代表聚焦光斑光强与MMF出射端总光强的比值,效率越高代表优化效果越好,将聚焦光斑作为单根光纤数字扫描的采样光斑时,采样的信噪比越高。因此,本文研究归一化目标函数(NOF)与光斑聚焦效率的内在联系,并分析MMF出射端总光强对NOF收敛速度和下限的影响。

## 2 系统原理与仿真模型

### 2.1 基于顺序坐标上升优化算法的聚焦光斑形成方法

液晶空间光调制器是一种动态衍射光学元件,通过改变光波前,实现光束整形<sup>[10]</sup>、光束偏转<sup>[11-12]</sup>、光束聚焦位置调节<sup>[13-16]</sup>、计算全息成像<sup>[17-18]</sup>等。MMF光场由多个稳定传输的光场传播模式(模态)组成,模态之间彼此正交。利用SLM变换波前,改变模态分布,可以控制MMF出射端光场分布。因此,理论上可以通过控制MMF入射端光场分布,在出射端形成会聚的球面波。

基于SCA算法形成聚焦光斑的实验装置如图1所示,He-Ne激光器出射波长为632.8 nm的线偏振光,经L<sub>1</sub>,L<sub>2</sub>透镜准直扩束形成平行光。1/2波片调整光束的偏振方向。偏振片P调整出射光偏振方向,使其与SLM的光轴方向一致,进而使SLM实现纯相位调制。平行光通过非偏振分光棱镜(NPBS)入射到SLM(BNS 635液晶空间光调制器,分辨率为512×512,像素尺寸为15 μm×15 μm)上,经过SLM调制,光束再次经过分光棱镜,反射光经过光纤耦合透镜L<sub>3</sub>进入多模光纤(纤芯直径为50 μm,数值孔径NA=0.19,长度为1 m)。距离光纤出射端20 μm处的光斑经40倍放大物镜L<sub>4</sub>放大,并在CCD(AVT F145B)上成像。图1左下角为MMF出射端光斑分布图,R<sub>1</sub>表示聚焦光斑区域,R<sub>2</sub>表示聚焦光斑以外的区域。

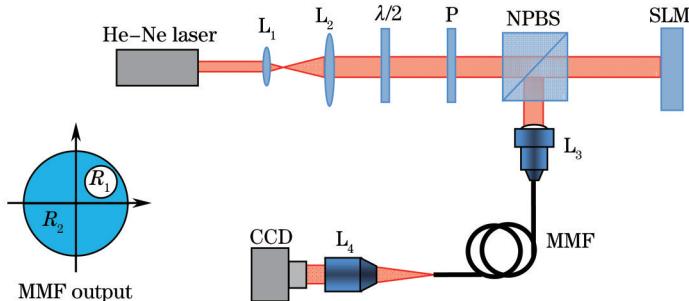


图1 实验装置原理图

Fig.1 Schematic of experimental setup

下面分析SLM复反射率与多模光纤出射端光强分布的关系。MMF出射端光场分布是SLM复反射率的线性函数,即

$$\mathbf{E}_{\text{fiber,out}}(x,y) = \mathbf{w}^H(x,y)\mathbf{v}, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{w}^H$  为多模光纤传输光场的相位及振幅传输矩阵,上标H代表共轭转置,且  $\mathbf{w}^H = \mathbf{w}$ ;  $\mathbf{v}$  为SLM的复反射率矩阵。对于纯相位调制的SLM,只进行相位调制。假设MMF是弱导的,其传输模态是横向的,光纤出射端光强分布正比于光场分布的平方,如(2)式所示<sup>[9]</sup>。

$$I_{\text{fiber,out}}(x,y) = |\mathbf{E}_{\text{fiber,out}}(x,y)|^2 = \mathbf{v}^H \mathbf{w}(x,y) \mathbf{w}^H(x,y) \mathbf{v} = \mathbf{v}^H \mathbf{P} \mathbf{v}. \quad (2)$$

对(2)式矩阵分块,得到SLM子区域复反射率  $v_i$  与光纤出射端光强分布  $I_{\text{fiber,out}}$  的关系<sup>[9]</sup>:

$$I_{\text{fiber,out}} = \mathbf{v}^H \mathbf{P} \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_i^* & \bar{v}_i^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{ii} & \mathbf{q}_i^H \\ \mathbf{q}_i & \mathbf{R}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \bar{v}_i \end{bmatrix} = P_{ii} |v_i|^2 + 2 \operatorname{Re}(\bar{v}_i^H \mathbf{q}_i v_i) + \bar{v}_i^H \mathbf{R}_i \bar{v}_i, \quad (3)$$

式中  $\bar{v}_i = [v_1, \dots, v_{i-1}, v_{i+1}, \dots, v_N]^T$ ,  $P_{ii} \in \mathbb{R}$ ,  $\mathbf{q}_i \in \mathbb{C}^{N-1}$ ,  $\mathbf{R}_i \in \mathbb{C}^{(N-1) \times (N-1)}$ ,  $\operatorname{Re}(\cdot)$  代表取实部。(3)式建立了光纤出射端光强分布与SLM复反射率  $v_i$  的函数关系。

目标函数将光纤出射端形成聚焦光斑问题转化为以 SLM 复反射率为解的优化问题,代表光纤出射端光强分布与理想光斑光强分布的接近程度,定义为<sup>[9]</sup>

$$F(v) = \iint_{R_2} I_{\text{fiber,out}}(x,y) dx dy + K \iint_{R_1} |I_{\text{fiber,out}}(x,y) - I_{\text{des}}(x,y)| dx dy, \quad (4)$$

式中  $R_1$  为如图 1 所示的聚焦光斑区域;  $R_2$  为 MMF 出射光斑除  $R_1$  以外的区域;  $v$  为 SLM 的复反射率;  $K$  为权重系数;  $I_{\text{fiber,out}}(x,y)$  为光纤出射端归一化光强分布;  $I_{\text{des}}(x,y)$  为归一化理想光斑光强分布。

由(2)~(3)式得知,MMF 出射端光强与 SLM 的反射率呈平方关系,将(4)式表示为

$$F(\phi_i) = a_i \sin \phi_i + b_i \cos \phi_i + c_i, \quad (5)$$

式中  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  为参数,对 SLM 加载三个相位得到三个方程。求出  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  参数值,再对  $F$  求导,得到  $\phi_i$  最小值,即为 SLM 对应的子区域的相位值。

顺序坐标上升优化算法原理如图 2 所示,将 SLM 分成若干个子区域,白色区域代表未优化区域,标注区域代表当前优化区域,灰色区域代表优化过的区域。利用自适应坐标算法计算使目标函数值最小的 SLM 子区域复反射率,并更新该子区域的值,再进行下一个子区域的计算。当所有 SLM 子区域优化完毕,得到 SLM 复反射率的优化组合,在 MMF 出射端形成聚焦光斑。

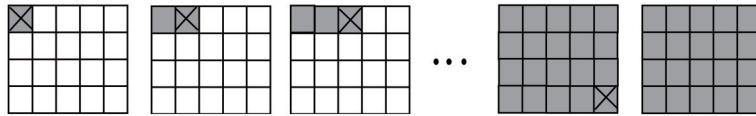


图 2 顺序坐标上升优化算法原理

Fig.2 Principle of SCA

## 2.2 光斑聚焦效率与归一化目标函数的关系

为了便于分析目标函数的收敛程度,选取归一化目标函数作为研究对象,定义如(6)式所示:

$$F_u(v) = \frac{1}{K+1} \iint_{R_2} I_{\text{fiber,out}}(x,y) dx dy + \frac{1}{1+1/K} \iint_{R_1} |I_{\text{des}}(x,y) - I_{\text{fiber,out}}(x,y)| dx dy. \quad (6)$$

光斑聚焦效率如(7)式所示:

$$\eta(v) = \frac{\iint_{R_1} I_{\text{fiber,out}}(x,y) dx dy}{\iint_{R_1} I_{\text{fiber,out}}(x,y) dx dy + \iint_{R_2} I_{\text{fiber,out}}(x,y) dx dy}, \quad (7)$$

式中  $I_{\text{fiber,out}}(x,y)$  为 MMF 出射端的归一化光强分布,(7)式分母为 1,故得到

$$\eta(v) = \iint_{R_1} I_{\text{fiber,out}}(x,y) dx dy. \quad (8)$$

光斑聚焦效率与归一化目标函数的和记为

$$S(v) = \eta(v) + F_u(v) = \iint_{R_1} I_{\text{fiber,out}}(x,y) dx dy + \frac{1}{K+1} \iint_{R_2} I_{\text{fiber,out}}(x,y) dx dy + \frac{1}{1+1/K} \iint_{R_1} |I_{\text{des}}(x,y) - I_{\text{fiber,out}}(x,y)| dx dy. \quad (9)$$

顺序坐标上升算法的优化过程是一个渐进过程,在优化初始阶段,光纤出射端光强分布为随机光斑,在  $R_1$  区域内的光强占光纤出射端总光强极小的比例,理想光斑光强大于光纤出射端光强。随着优化进行, $R_1$  区域内  $I_{\text{fiber,out}}(x,y)$  逐渐增大。但是,SCA 算法本身理论下限为  $2/\pi$ <sup>[20]</sup>,在最优解的情况下,光纤出射端光强与理想光斑光强分布接近,绝大多数点的理想光斑光强仍大于光纤出射端光强。将(9)式的绝对值符号去掉,得到

$$S(v) = \frac{1}{1+1/K} \iint_{R_1} I_{\text{des}}(x,y) dx dy + \frac{1}{K+1} \iint_{R_1+R_2} I_{\text{fiber,out}}(x,y) dx dy. \quad (10)$$

为了增强聚焦光斑区域能量在归一化目标函数中的权重, $K$  选取较大的值, $K=4000$ <sup>[9]</sup>,  $I_{\text{fiber,out}}(x,y)$  和  $I_{\text{des}}(x,y)$  小于 1,(10)式中的第二项远小于第一项,近似忽略, $1/K$  远小于 1,得到

$$S(v) \approx \iint_{R_1} I_{\text{des}}(x,y) dx dy, \quad (11)$$

式中  $I_{\text{des}}(x,y)$  在  $R_1$  内的积分为常数,近似等于 1,即光斑聚焦效率与归一化目标函数的和近似是常数。

### 2.3 光纤出射端总光强大小对归一化目标函数的影响

理想光斑光强分布是采样函数,用高斯函数近似<sup>[9]</sup>,通过CCD观测其强度分布。光纤输入端光强过大,在优化过程中聚焦光斑部分区域的灰度值饱和,聚焦光斑偏离高斯分布,导致归一化目标函数收敛速度减缓。下面从研究SCA算法对入射光的控制量开始,分析光纤出射端总光强大小对归一化目标函数收敛下限的影响。

将SLM分成 $16\times 16$ 个子区域,每个子区域的大小为32 pixel $\times$ 32 pixel,如图3(a)所示,矩形代表SLM的调制区域,圆形代表入射光斑分布区域,是SLM的有效控制区域。图3(b)为SLM控制光强随优化步数变化的曲线。

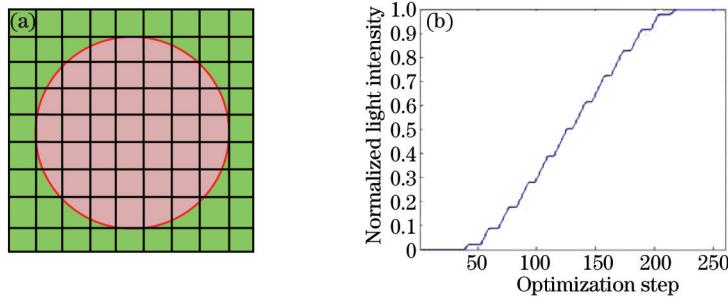


图3 (a) SLM有效区域分布;(b) SLM控制光强随优化步数变化曲线

Fig.3 (a) Effective area distribution of SLM; (b) light intensity controlled by SLM with optimization step

多模光纤出射端是圆形孔径,聚焦光斑的衍射极限是艾里斑,半峰全宽  $d = 0.52\lambda/NA$ ,等于1.73 μm。受光学系统像差及景深的影响,半峰全宽大于理论值,本文在仿真和实验中采用半峰全宽为2.1 μm的高斯函数作为理想光斑分布函数。聚焦光斑区域  $R_1$ 选取大于峰值光强  $1/e^2$  的圆形区域,直径为3.48 μm。

图4为归一化目标函数随光纤出射端随机光斑灰度和变化的曲线。随机光斑灰度是指MMF出射端在没有经过SLM调制时产生的随机光斑在CCD上成像后的图像灰度和,代表MMF出射端总光强。图4中的四条曲线Q1、Q2、Q3、Q4分别对应MMF出射端随机光斑灰度和为 $3.1698\times 10^5$ 、 $6.0600\times 10^5$ 、 $8.5169\times 10^5$ 、 $1.1160\times 10^6$ 。

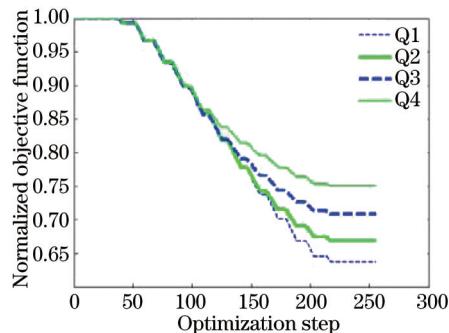


图4 归一化目标函数随光强变化仿真曲线

Fig.4 Theoretical NOF under different intensities

如图4所示,光纤出射端总光强较小时,归一化目标函数收敛速度快,下限小;光纤出射端总光强较大时,归一化目标函数收敛速度慢,下限变大。

### 3 实验与分析

根据如图1的实验装置,在距离MMF出射端20 μm处的中心区域形成聚焦光斑。图5表示光斑聚焦效率与归一化目标函数以及二者的和随着优化步数增加的变化曲线。如图5(a)所示,随优化步数增加,归一化目标函数逐渐减小,光斑聚焦效率逐渐增加,二者的和近似为常数。如图5(b)所示,归一化目标函数与光斑聚焦效率的和在1~1.004之间,误差在0.4%以内。该误差是由于实际光斑分布具有随机性,极少数点的光强大于理想光斑光强所致。

图6表示MMF出射端随机光斑灰度和分别为 $3.1698\times 10^5$ 、 $6.0600\times 10^5$ 、 $8.5169\times 10^5$ 、 $1.1160\times 10^6$ 时,聚焦光斑的归一化目标函数曲线。在优化计算初期, $R_1$ 区域光斑分布是随机的,用高斯分布模拟 $R_1$ 区域的光斑分

布,导致实际曲线理与论仿真曲线在优化初期有所偏差。优化计算后期,二者趋势较为一致。实验结果和理论仿真均表明,随着光纤出射端总光强的增加,NOF的收敛速度变慢,下限逐渐变大。

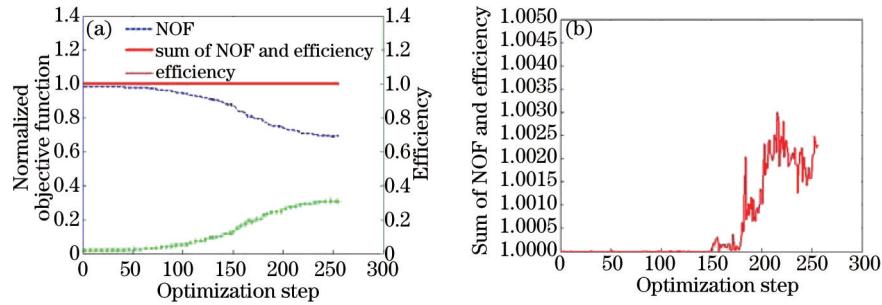


图 5 (a) 归一化目标函数与聚焦效率曲线; (b) 归一化目标函数与聚焦效率的和与聚焦效率曲线

Fig.5 (a) NOF and efficiency versus optimization step; (b) sum of NOF and efficiency versus optimization step

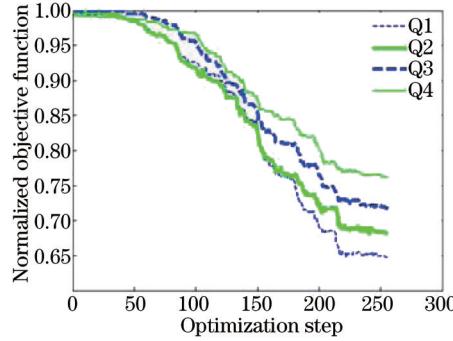


图 6 归一化目标函数随光强变化实验曲线

Fig.6 Experimental NOF under different intensities

表1为实际NOF与理论NOF下限值对比,实际NOF与理论NOF下限值的最大相对误差为1.94%,实际数据与理论仿真基本吻合。

表1 实验NOF与理论NOF下限对比

Table 1 Lower bound of experimental NOF and theoretical NOF

Total intensity	Experimental NOF lower bound	Theoretical NOF lower bound	Absolute error	Relative error
$3.1698 \times 10^5$	0.648	0.637	0.011	1.72%
$6.0600 \times 10^5$	0.682	0.669	0.013	1.94%
$8.5169 \times 10^5$	0.717	0.708	0.009	1.27%
$1.1160 \times 10^6$	0.762	0.750	0.012	1.60%

图7为MMF出射端的几种光斑分布图。图7(a)为MMF出射端的初始随机光斑;图7(b),(c),(d)为距光纤出射端20 μm,分别偏离中心水平位置0,10,25 μm处形成聚焦光斑。

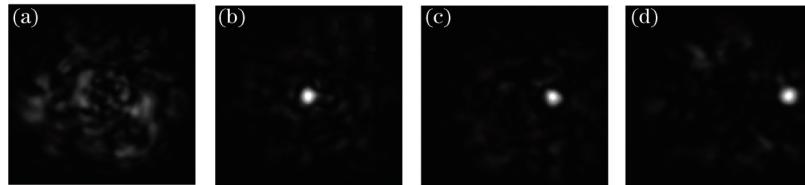


图 7 MMF 出射端的聚焦光斑

Fig.7 Focused spots on the facet of MMF

## 4 结 论

建立了顺序坐标上升优化算法在MMF出射端形成聚焦光斑的实验装置,研究了归一化目标函数与光斑聚焦效率的关系以及MMF出射端总光强对归一化目标函数的影响。理论仿真和实验表明,归一化目标函数与光斑聚焦效率的和近似为常数,随着光纤出射端总光强的增大,归一化目标函数收敛速度变慢,收敛下限

增大。根据这一结论,为了得到聚焦效率较高的聚焦光斑,使归一化目标函数值下限降低,应降低MMF出射端总光强。研究结果对提高多模光纤数字扫描显微镜聚焦光斑的效率具有实际意义。

### 参 考 文 献

- 1 Tomáš Cižmár, Kishan Dholakia. Exploiting multimode waveguides for pure fiber-based imaging[J]. *Nature Communications*, 2012, 3: 1027.
- 2 Yan Xingtao, Yang Jianfeng, Xue Bin, et al.. Design of the objective lens for endoscope with imaging fiber bundle[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2003, 42(2): 423–427.
- 3 Yin Gang, Zhou Jun. Design and research of *in vivo* real-time fiber confocal endomicroscopy imaging system[J]. *Optical Instruments*, 2012, 34(4): 58–61.
- 4 Baruch Fischer, Shmuel Sternclar. Image transmission and interferometry with multimode fibers using self-pumped phase conjugation[J]. *Appl Phys Lett*, 1985, 46(2): 113–114.
- 5 Amnon Yariv. Three-dimensional pictorial transmission in optical fibers[J]. *Appl Phys Lett*, 1976, 28(2): 88–89.
- 6 Ioannis N Papadopoulos, Salma Farahi, Christophe Moser, et al.. Focusing and scanning light through a multimode optical fiber using digital phase conjugation[J]. *Opt Express*, 2012, 20(10): 10583–10590.
- 7 Tomas Cizmar, Kishan Dholakia. Shaping the light transmission through a multimode optical fiber: Complex transformation analysis and applications in biophotonics hologram transmission through multi-mode optical fibers[J]. *Opt Express*, 2011, 20(19): 18871–18884.
- 8 Roberto Di Leonardo, Silvio Bianchi. Hologram transmission through multi-mode optical fibers[J]. *Opt Express*, 2011, 19(1): 247–254.
- 9 Reza Nasiri Mahalati, Daulet Askarov, Jeffrey P Wilde, et al.. Adaptive control of input field to achieve desired output intensity profile in multimode fiber with random mode coupling[J]. *Opt Express*, 2012, 20(13): 14321–14337.
- 10 Haotong Ma, Zejin Liu, Xiaojun Xu, et al.. Near diffraction limited flattop laser beam adaptively generated by stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(17): 2973–2975.
- 11 Liu Bohan, Zhang Jian. Dynamical laser beams steering with phase-only spatial light modulator[J]. *Chinese J Lasers*, 2006, 33(7): 899–902.  
刘伯晗, 张 健. 纯相位空间光调制器动态控制光束偏转[J]. 中国激光, 2006, 33(7): 899–902.
- 12 Shi Yubin, Ma Haotong, Ma Yanxing, et al.. Numerical simulation of high accuracy and high efficiency beam steering based on liquid crystal optical phase array[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(2): 0202002.  
师宇斌, 马浩统, 马阎星, 等. 基于液晶相控阵高精度高效率光束偏转数值仿真[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0202002.
- 13 Zou Limin, Dong Jin, Fang Zhigang. Confocal axial beam scanning through LC-SLM[C]. Sixth International Symposium on Precision Engineering Measurements and Instrumentation, 2010, 7544: 75442F.
- 14 Huang Zhimeng, Lou Yongquan, Zhang Dayong, et al.. Active phase control in laser coherent combination based on liquid crystal optical modulator[J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(7): 1713–1716.  
黄智蒙, 骆永全, 张大勇, 等. 基于液晶空间光调制器的激光相干合成主动相位控制[J]. 中国激光, 2010, 37(7): 1713–1716.
- 15 Ma Haotong, Zhou Pu, Wang Xiaolin, et al.. Near-field beam shaping based on liquid crystal spatial light modulator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(7): 2032–2035.  
马浩统, 周 朴, 王小林, 等. 基于液晶空间光调制器的激光束近场整形[J]. 光学学报, 2010, 30(7): 2032–2035.
- 16 Bai Fuzhong, Rao Chuanghui. Phase shift characteristic measurement and static distortion compensation for liquid crystal spatial light modulator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(5): 1487–1491.  
白福忠, 饶长辉. 液晶空间光调制器相移特性测量与静态畸变补偿[J]. 光学学报, 2010, 30(5): 1487–1491.
- 17 Wang Hao, Bi Yong, Li Fang, et al.. Enlargement technology of reconstructed image of computer generated hologram based on spatial light modulator[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(3): 0309001.  
王 皓, 毕 勇, 李 芳, 等. 基于液晶空间光调制器的计算全息像再现放大技术[J]. 中国激光, 2013, 40(3): 0309001.
- 18 Han Jian, Liu Juan, Liu Dongmei, et al.. Optimizing approach of wavefront aberration in the recording of holographic lens based on spatial light modulator[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(2): 0209023.  
韩 剑, 刘 娟, 刘冬梅, 等. 基于空间光调制器的全息透镜记录波前相差优化方法[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209023.
- 19 Rahul Alex Panicker, Joseph M Kahn. Algorithms for compensation of multimode fiber dispersion using adaptive optics[J]. *J Lightwave Technol*, 2009, 27(24): 5790–5799.
- 20 Alexandre d'Aspremont, Stephen Boyd. Relaxations and Randomized Methods for Nonconvex QCQPs[OL]. <http://www.stanford.edu/class/ee364b/lectures/relaxations.pdf>.

栏目编辑: 王晓琰