

部分相干高斯涡旋光束电场和磁场的光谱 Stokes 奇点

罗亚梅^{1,2} 唐碧华¹ 高曾辉² 吕百达³

¹泸州医学院生物医学工程系, 四川 泸州 646000

²宜宾学院计算物理重点实验室, 四川宜宾 644000

³四川大学激光物理与化学研究所, 四川 成都 610064

摘要 以傍轴高斯涡旋光束为例,对部分相干涡旋光束的磁场在源平面的光谱 Stokes 奇点变化规律做了研究,并与部分相干光束电场的光谱 Stokes 奇点做了比较。研究表明,部分相干高斯涡旋光束在源平面内,存在着磁场和电场的光谱 Stokes 奇点。适当改变光束束腰宽度以及离轴量等光束控制参数会出现磁场和电场的光谱 Stokes 奇点的移动、产生和湮灭。与部分相干光束电场的光谱 Stokes 奇点比较表明,二者并不重合且拓扑电荷不同,但具有一定的对称性。磁场和电场的光谱 Stokes 奇点在变化过程中满足拓扑关系。

关键词 物理光学; 奇点光学; 部分相干涡旋光束; 磁场; 电场; 光谱 Stokes 奇点

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.0702004

Electric and Magnetic Spectral Stokes Singularities of Partially Coherent Gaussian Vortex Beams

Luo Yamei^{1,2} Tang Bihua¹ Gao Zenghui² Lü Baida³

¹Department of Biomedical Engineering, Luzhou Medical College, Luzhou, Sichuan 646000, China

²Key Laboratory of Computational Physics, Yibin University, Yibin, Sichuan 644000, China

³Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China

Abstract Taking the paraxial Gaussian vortex beam as an example, the variation of magnetic spectral Stokes singularities of partially coherent beams is studied at the source plane and compared with electric spectral Stokes singularities of partially coherent beams. It is shown that at the source plane there exists magnetic and electric spectral Stokes singularities of partially coherent Gaussian vortex beams. By suitably varying the beam waist width and off-axis parameter, the motion, creation, and annihilation of magnetic and electric spectral Stokes singularities will take place. In comparison with the electric spectral Stokes singularities of partially coherent beams, they do not coincide and the topological charges are not the same. But there exists a certain symmetry, and in the process, they satisfy the topological relation.

Key words physical optics; singular optics; partially coherent vortex beam; magnetic field; electric field; spectral Stokes singularity

OCIS codes 260.6042; 260.5430; 260.2110

1 引 言

在矢量光学中,光场的偏振态会随位置而改变。Nye等^[1]研究发现在三维单色电磁场中,存在着C线(圆偏振线,此时偏振椭圆的长轴和短轴方向并不确定)和L线(线偏振线,此时偏振态为线偏振,旋向性不确定),这些线上的点即为偏振奇点。基于偏振奇点,Soskin等^[2-3]提出奇异测 Stokes 偏振术,这一新技术在亚微米粒子的变形和位移精确测量以及生命科学研究中得到应用。Hajnal^[4]通过实验研究了微波在自由空间传输过程中三维电场和磁场的偏振奇点,证实了一般情况下的电场和磁场的偏振奇点并不相同。Berry^[5]则对矢量

收稿日期: 2015-02-02; 收到修改稿日期: 2015-02-26

基金项目: 国家自然科学基金(61275203)、四川省科技厅自然科学基金(2013JY0100)

作者简介: 罗亚梅(1978—),女,博士,副研究员,主要从事高功率激光技术方面的研究。E-mail: luoluoyan@126.com

波的横向场(二维)以及三维电场和磁场偏振奇点做了比较研究。Luo等^[6]研究了拉盖尔-高斯光束在半屏空间传输中,二维和三维电场和磁场的偏振奇点的移动、产生和湮灭等现象。另一方面,在某些实际应用中,部分相干光比完全相干光更具优越性^[7-11],如部分相干光在大气中传输时受大气扰动的影响要比完全相干光小得多,从而使得部分相干光能更好地应用于光通信中;部分相干光由于具有光强比较均匀,对散斑低灵敏等优点而被应用于激光核聚变等领域。近年来,Yan等^[12]通过引入 Korotkova 和 Wolf 提出的光谱 Stokes 参数,把完全相干的偏振奇点扩展到部分相干光,讨论了自由空间中的光谱 Stokes 奇点,即部分相干光的偏振奇点。Luo 等^[13]研究了非傍轴部分相干涡旋光束叠加场在自由空间中传输的合成光谱 Stokes 奇点的演化特性。迄今为止,对于部分相干光的磁场光谱 Stokes 奇点的研究还未见报道。本文以傍轴高斯涡旋光束为例,研究了部分相干光束的束腰宽度以及涡旋离轴量等变化对源平面磁场中的光谱 Stokes 奇点的影响,并与部分相干光束电场中的光谱 Stokes 奇点做了比较。

2 理论模型

假设 $z=0$ 平面处的高斯涡旋光束表示为

$$E_x(x, y, 0) = A_x [x - a + i \operatorname{sgn}(m)y]^{|m|} \exp\left[-\frac{(x-a)^2 + y^2}{w_x^2}\right], \quad (1a)$$

$$E_y(x, y, 0) = A_y [x - b + i \operatorname{sgn}(m)y]^{|m|} \exp\left[-\frac{(x-b)^2 + y^2}{w_y^2}\right]. \quad (1b)$$

式中 A_x 、 A_y 、 w_x 、 w_y 分别是 E_x 和 E_y 的振幅常量和束腰宽度, a 、 b 为 E_x 和 E_y 分量的光涡旋在 x 方向的离轴量, m 为拓扑电荷,为方便计算,本文中 m 取+1。

利用 Maxwell 方程组, Berry^[5]推导了在傍轴情况下的相应磁场分量表示为

$$B_x(x, y, z) = \frac{1}{c} \left\{ -E_y - \frac{1}{2k^2} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_y - 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} E_x \right] \right\}, \quad (2a)$$

$$B_y(x, y, z) = \frac{1}{c} \left\{ E_x - \frac{1}{2k^2} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_x + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} E_y \right] \right\}, \quad (2b)$$

式中 c 为真空中的光速, k 为波数且和波长 λ 的关系为 $k=2\pi/\lambda$ 。

将(1a)和(1b)式代入(2a)和(2b)式,整理得

$$B_x(x, y, 0) = \frac{1}{ck^2} \left\{ \frac{1}{w_x^4} \left\{ 2A_x \exp\left[-\frac{(a-x)^2 + y^2}{w_x^2}\right] \{ iw_x^2(a-x) + y[2(a-x)^2 - w_x^2] - 2i(a-x)y^2 \} \right\} + w_y^4 \left\{ A_y \exp\left[-\frac{(b-x)^2 + y^2}{w_y^2}\right] \{ [w_y^2(-2 + k^2 w_y^2) + 2(b-x)^2](b-x) - iy[w_y^2(2 + k^2 w_y^2) + 2(b-x)^2] - 2y^2(b-x) + 2iy^3 \} \right\} \right\}, \quad (3a)$$

$$B_y(x, y, 0) = \frac{1}{ck^2} \left\{ \frac{1}{w_y^4} \left\{ 2A_y \exp\left[-\frac{(b-x)^2 + y^2}{w_y^2}\right] \{ -iw_y^2(b-x) + y[-2(b-x)^2 + w_y^2] + 2i(b-x)y^2 \} \right\} + w_x^4 \left\{ A_x \exp\left[-\frac{(a-x)^2 + y^2}{w_x^2}\right] \{ [-w_x^2(2 + k^2 w_x^2) + 2(a-x)^2](a-x) - iy[w_x^2(2 - k^2 w_x^2) + 2(a-x)^2] - 2y^2(a-x) + 2iy^3 \} \right\} \right\}. \quad (3b)$$

对于部分相干光,其光场习惯采用任意两点 (r_1, r_2) 的交叉谱密度函数 $W(r_1, r_2)$ 来描述^[11-12],根据定义可得在 $z=0$ 处,部分相干光磁场和电场交叉谱密度表示为

$$W_{uv}(x_1, y_1, x_2, y_2, 0) = \langle B_u^*(x_1, y_1, 0) B_v(x_2, y_2, 0) \rangle, \quad (4a)$$

$$W_{uv}(x_1, y_1, x_2, y_2, 0) = \langle E_u^*(x_1, y_1, 0) E_v(x_2, y_2, 0) \rangle, \quad (4b)$$

式中 $\langle \cdot \rangle$ 表示取系综平均, * 表示取复共轭, $u, v=x, y$ 。把(1)、(3)式代入(4)式,考虑谢尔模型光束,则有

$$W_{uv}(x_1, y_1, x_2, y_2, 0) = C_{uv} B_u^*(x_1, y_1, 0) B_v \exp\left[-\frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{2\delta_{uv}^2}\right], \quad (5a)$$

$$W_{uv}(x_1, y_1, x_2, y_2, 0) = C_{uv} E_u^*(x_1, y_1, 0) E_v \exp\left[-\frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{2\delta_{uv}^2}\right], \quad (5b)$$

式中 $C_{uv} = C_{uv}^*$, 一般情况下, 当 $u \neq v$ 时是复数, 而当 $u = v$ 时, $C_{uv} = 1$, δ_{uv} 为空间相干长度。令(5)式中 $x_1 = x_2 = x, y_1 = y_2 = y$, 且在 $z=0$ 平面上 2×2 密度矩阵包括 4 个分量 W_{xx}, W_{yy}, W_{xy} 和 W_{yx} (与 W_{xy} 共轭), 其光谱 Stokes 参数定义为^[11-12]

$$S_0(x, y, 0) = W_{xx}(x, y, 0) + W_{yy}(x, y, 0), \quad (6a)$$

$$S_1(x, y, 0) = W_{xx}(x, y, 0) - W_{yy}(x, y, 0), \quad (6b)$$

$$S_2(x, y, 0) = W_{xy}(x, y, 0) + W_{yx}(x, y, 0), \quad (6c)$$

$$S_3(x, y, 0) = i[W_{yx}(x, y, 0) - W_{xy}(x, y, 0)]. \quad (6d)$$

归一化的光谱 Stokes 参数 $s_1 = S_1/S_0, s_2 = S_2/S_0$ 和 $s_3 = S_3/S_0$ 。

复光谱 Stokes 场 $s_j(i, j=1, 2, 3, \text{除非特别说明})$ 为

$$s_{12} = s_1 + is_2, \quad (7a)$$

$$s_{23} = s_2 + is_3, \quad (7b)$$

$$s_{31} = s_3 + is_1. \quad (7c)$$

复光谱 Stokes 场 $s_j=0$ (7a)~(7c) 式的零值点(或相位奇点)^[12-13], 可用于研究部分相干光磁场和电场的偏振奇点, 即光谱 Stokes 奇点。 s_{12} 奇点(满足 $s_{12}=0$)对应于部分相干光的 C 点, 此处偏振椭圆的长轴和短轴方向不能确定, 退化为圆偏振。 s_3 的正负决定了 C 点的旋向性, $s_3 > 0$ 对应右旋 C 点, $s_3 < 0$ 对应左旋 C 点。 s_{23} (满足 $s_{23}=0$)和 s_{31} 奇点(满足 $s_{31}=0$)都处于 $s_3=0$ (即 L 线)上, 在该线上的所有点偏振态退化为线偏振, 旋向性不确定, 都为线偏振点。由(3)~(7)式可以看出, 部分相干光的磁场和电场光谱 Stokes 奇点随光束的涡旋离轴量 a, b , 束腰宽度 w_x, w_y 等控制参数而变化。

3 光谱 Stokes 奇点

3.1 磁场光谱 Stokes 奇点随光束束腰宽度的变化规律

根据(7a)~(7c)式, 图 1 给出了 $z=0$ 处不同光束束腰宽度比时磁场的 $s_1=0$ (实线), $s_2=0$ (虚线)和 $s_3=0$ (点线, 也即 L 线)的等值线分布图。参数取值为 $C_{xy} = \exp(i\pi/6), C_{yx} = \exp(-i\pi/6), A_x = 1, A_y = 1.5, w_x = 1 \text{ mm}, \lambda = 632.8 \text{ nm}, \delta_{xx} = \delta_{yy} = \delta_{xy} = \delta_{yx} = 0.25 \text{ mm}$, 束腰宽度比 $\eta = w_y/w_x$ 分别为 (a) $\eta = 0.9$, (b) $\eta = 1.0$, (c) $\eta = 1.1$, (d) $\eta = 1.3$ 。图中, 实线与虚线的交点为磁场 s_{12} 光谱 Stokes 奇点, 即磁场 C 点, “○”代表拓扑电荷 $m=+1$ 的 C 点, “●”代表拓扑电荷 $m=-1$ 的 C 点; 虚线与点线的交点为磁场 s_{23} 光谱 Stokes 奇点, “△”代表拓扑电荷 $m=+1$ 的 s_{23} 奇点, “▲”代表拓扑电荷 $m=-1$ 的 s_{23} 奇点; 实线与点线的交点为磁场 s_{31} 光谱 Stokes 奇点, “□”代表拓扑电荷 $m=+1$ 的 s_{31} 奇点, “■”代表拓扑电荷 $m=-1$ 的 s_{31} 奇点(拓扑电荷的值由符号法则决定^[14])。图中 $s_3=0$ 等值线, 即 L 线是左旋和右旋区域的分界线^[13, 15], “+”号表示的区域为右旋区域, “-”号表示的区域为左旋区域。

由图 1 可见, 当束腰宽度比 $\eta = 0.9$ 时, 在 $-2 \text{ mm} \leq x \leq 1.5 \text{ mm}, -2.1 \text{ mm} \leq y \leq 3 \text{ mm}$ 范围内有三个左旋 C 点 1, 3, 4 以及一个右旋 C 点 2[见图 1(a)], 位置 $(x/\text{mm}, y/\text{mm})$ 分别为 1 $(-0.872, 0.190), 2 (-0.601, -0.212), 3 (-0.171, 0.948), 4 (0.385, 0.308)$ 。各 C 点的拓扑电荷为 $m_1 = m_4 = -1, m_2 = m_3 = +1$ 。随着束腰宽度比的变化, 各 C 点有所移动并有湮灭现象的产生。例如增大到 $\eta = 1.0$ 时[见图 1(b)], 各 C 点移至 1 $(-0.872, 0.188), 2 (-0.608, -0.207), 3 (0.086, 0.856), 4 (0.362, 0.488)$ 。若进一步增大至 $\eta = 1.1$, 一对旋性相同拓扑电荷相反的 C 点 3 和 4 已经湮灭, 只剩下 C 点 1 $(-0.871, 0.187)$ 和 2 $(-0.612, -0.204)$ 。

当束腰宽度比 $\eta = 0.9$ 时, 在 $-2 \text{ mm} \leq x \leq 1.5 \text{ mm}, -2.1 \text{ mm} \leq y \leq 3 \text{ mm}$ 范围内有 4 个 s_{31} 光谱 Stokes 奇点[见图 1(a)], 位置 $(x/\text{mm}, y/\text{mm})$ 分别为 $a (-0.949, -0.103), b (-0.506, 0.117), c (-0.502, -0.150), d (-0.538, -2.014)$ 。各 s_{31} 奇点的拓扑电荷为 $m_a = m_c = -1, m_b = m_d = +1$ 。随着束腰宽度比的变化, s_{31} 奇点也会有所移动并有湮灭现象的产生。例如增大到 $\eta = 1.0$ 时[见图 1(b)], s_{31} 奇点移至 $a (-0.948, -0.102), b (-0.516, 0.115), c (0.567, -0.216), d (-0.042, -2.033)$ 。当进一步增大至 $\eta = 1.3$, 拓扑电荷相反的 s_{31} 奇点 c 和 d 已经湮灭, 只剩下 $a (-0.946, 0.101)$ 和 $b (-0.531, 0.111)$ 。

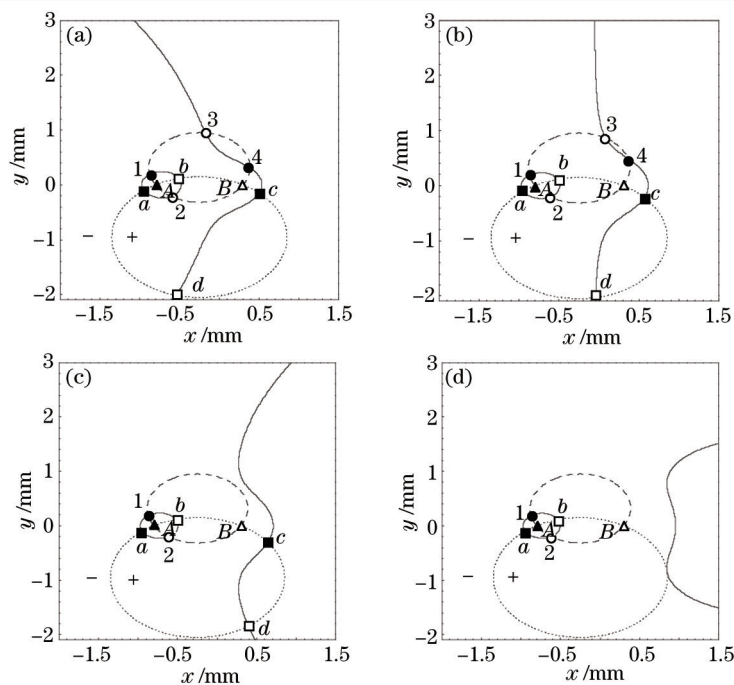


图1 不同束腰宽度比时,磁场 $s_1=0$ (实线), $s_2=0$ (虚线)和 $s_3=0$ (点线)的等值线分布图。(a) $\eta = 0.9$; (b) $\eta = 1.0$; (c) $\eta = 1.1$; (d) $\eta = 1.3$

Fig.1 Magnetic contour lines of $s_1=0$ (solid curves), $s_2=0$ (dashed curves) and $s_3=0$ (dotted curves) for the different values of the ratio of beam widths. (a) $\eta = 0.9$; (b) $\eta = 1.0$; (c) $\eta = 1.1$; (d) $\eta = 1.3$

此外,图1中也有两个拓扑电荷相反的 s_{23} 光谱 Stokes 奇点 A 和 B ,且 $m_A = -1$, $m_B = +1$ 。随着束腰宽度比的变化, s_{23} 奇点的移动不明显,故略去。

由图1和以上分析可知,随着束腰宽度比的变化,C点对3和4以及 s_{31} 光谱 Stokes 奇点对 c 和 d 都会有所移动,且奇点对的距离 D 会产生变化并伴随有湮灭现象的产生。图2给出了两个拓扑电荷相反的光谱 Stokes 奇点对间距离随束腰宽度比的变化,其中,★代表C点对3和4,☆代表 s_{31} 奇点对 c 和 d 。由图1、2可见,随着 η 的增加,拓扑电荷相反的光谱 Stokes 奇点对间的距离变小。当 η 增大到一定值时会有湮灭现象的产生(也可以认为随 η 减小会有光谱 Stokes 奇点对的产生)。C点对3和4湮灭的临界值为 $\eta = 1.04$, s_{31} 奇点对 c 和 d 湮灭的临界值为 $\eta = 1.30$ 。

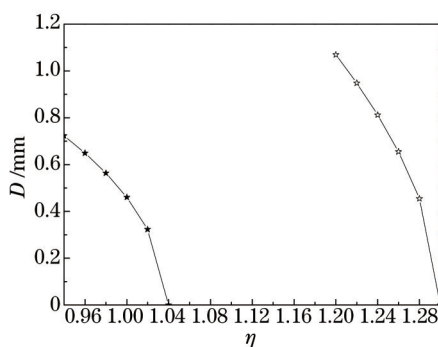


图2 C点对3和4(用★表示)以及 s_{31} 奇点对 c 和 d (用☆表示)间距离随束腰宽度比的变化

Fig.2 Distance between C points 3 and 4 (marked by “★”), s_{31} singularities c and d (marked by “☆”) versus the ratio of beam width η

由文献[12,16]可知光谱 Stokes 奇点的拓扑关系为

$$2\sigma_k \sum_{(k)} m_{ij} = \sum^{(k)} \sigma_i m_{jk} = \sum^{(k)} \sigma_j m_{ik}, \quad (8)$$

式中 $\sum_{(k)}$ 表示某一闭合曲线 $s_k=0$ 内光谱 Stokes 奇点的拓扑电荷的和, $\sum^{(k)}$ 表示该闭合线上的拓扑电荷的和,若 $s_{i,j,k} > 0$, 则 $\sigma_{i,j,k} = 1$; 若 $s_{i,j,k} < 0$, 则 $\sigma_{i,j,k} = -1$, m_{ij} 为 s_{ij} 光谱 Stokes 奇点的拓扑电荷。文中对部分相干光磁场的 s_{31} 光谱 Stokes 奇点也满足其拓扑关系。如图1(a)所示,有一闭合实线($s_1=0$),其 $2\sigma_k \sum_{(k)} m_{ij} = 2 \times (-1) \times (-1) = 2$ 且 $\sum^{(k)} \sigma_i m_{jk} = (-1) \times (-1) + (-1) \times (-1) = 2$ 。

3.2 与电场光谱 Stokes 奇点的比较

图 3 给出了 $z=0$ 处不同光束束腰宽度时电场的 $s_1=0$ (实线), $s_2=0$ (虚线)和 $s_3=0$ (点线, 也即 L 线)的等值线分布图, 参数取值同图 1。由图 3 可见, 当束腰宽度比 $\eta=0.9$ 时, 在 $-2\text{ mm}\leq x\leq 1.5\text{ mm}$, $-2.1\text{ mm}\leq y\leq 3\text{ mm}$ 范围内有三个右旋 C 点 1, 3, 4 以及一个左旋 C 点 2 [见图 3(a)], 位置 $(x/\text{mm}, y/\text{mm})$ 分别为 1 $(-0.872, -0.190)$, 2 $(-0.601, 0.212)$, 3 $(-0.171, -0.948)$, 4 $(0.385, -0.308)$ 。各 C 点的拓扑电荷为 $m_1=m_4=+1$, $m_2=m_3=-1$ 。同时, 此范围内有 4 个 s_{31} 光谱 Stokes 奇点 [见图 3(a)], 位置 $(x/\text{mm}, y/\text{mm})$ 分别为 a $(-0.949, 0.103)$, b $(-0.506, -0.117)$, c $(-0.502, 0.150)$, d $(-0.538, 2.014)$ 。各 s_{31} 奇点的拓扑电荷为 $m_a=m_c=+1$, $m_b=m_d=-1$ 。两个拓扑电荷相反的 s_{23} 奇点 A 和 B , 且 $m_A=+1$, $m_B=-1$ 。同样地, 随着束腰宽度比的变化, 光谱 Stokes 奇点有所移动; 拓扑电荷相反的 C 点对 3 和 4 以及 s_{31} 奇点对 c 和 d 移动而靠近并伴随有湮灭现象的产生。和磁场的相应光谱 Stokes 奇点相比较, 磁场 C 点和相应电场 C 点旋性相反, 如磁场 C 点 1 为左旋, 而电场 C 点 1 为右旋; 各相应光谱 Stokes 奇点关于 x 轴对称且拓扑电荷相反, 例如磁场 C 点 1 $(-0.872, 0.190)$ 和电场 C 点 1 $(-0.872, -0.190)$ 的拓扑电荷分别为 -1 和 $+1$ 。由图 1 和 3 比较也可发现, 其左右旋区域也是不重合的。由磁场和电场的表达式不同也可知二者的光谱 Stokes 奇点并不相同。

若改变光束的涡旋离轴量 a 和 b , 也会有以上类似的变化规律, 故略去。

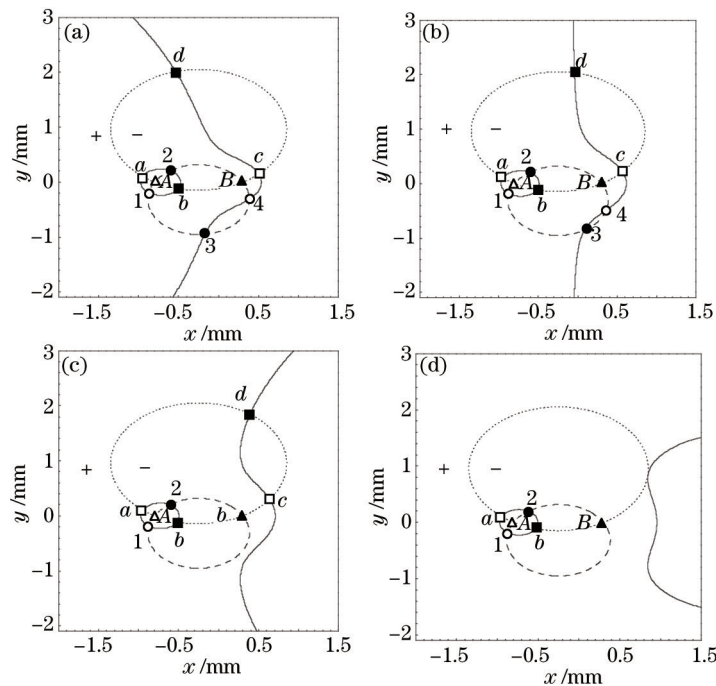


图 3 不同束腰宽度比时, 电场 $s_1=0$ (实线), $s_2=0$ (虚线)和 $s_3=0$ (点线)的等值线分布图。 (a) $\eta=0.9$; (b) $\eta=1.0$; (c) $\eta=1.1$; (d) $\eta=1.3$

Fig.3 Electric contour lines of $s_1=0$ (solid curves), $s_2=0$ (dashed curves) and $s_3=0$ (dotted curves) for the different values of the ratio of beam widths. (a) $\eta=0.9$; (b) $\eta=1.0$; (c) $\eta=1.1$; (d) $\eta=1.3$

4 结 论

基于光谱 Stokes 参数和复光谱 Stokes 场, 重点对傍轴情况下部分相干涡旋光束的磁场光谱 Stokes 奇点在源平面的变化进行了讨论, 并与部分相干涡旋光束的电场光谱 Stokes 奇点做了比较。结果发现, 傍轴部分相干涡旋光束在源平面存在着磁场的 s_{12} 、 s_{23} 和 s_{31} 光谱 Stokes 奇点。通过适当改变光束的束腰宽度比或离轴参数, 会出现磁场 s_{12} 、 s_{23} 和 s_{31} 光谱 Stokes 奇点的移动、产生、湮灭, 在这个变化过程中满足拓扑关系。当束腰宽度比变化到一定值时, 两拓扑电荷相反的 s_{12} 和 s_{31} 光谱 Stokes 奇点会对湮灭或产生, 但其湮灭或产生的临界值并不相同。与部分相干光束电场的 s_{31} 光谱 Stokes 奇点比较表明, 两者位置并不重合。磁场 C 点和相应电场 C 点旋性相反; 各相应光谱 Stokes 奇点关于 x 轴对称且拓扑电荷相反。在傍轴情况下, 讨论了部分相干高斯涡旋光束磁场在源平面的光谱 Stokes 奇点, 深化了对电磁束的偏振奇点变化规律的认识, 以实现了对偏振奇点

的有效控制,扩展矢量奇点光学的研究范畴,并为矢量奇点光学的新应用提供了理论依据。

参 考 文 献

- 1 Nye J F, Hajnal J V. The wave structure of monochromatic electromagnetic radiation[J]. Proc R Soc Lond A, 1987, 409(1836): 21-36.
- 2 Soskin M S, Denisenko V G, Egorov R I. Singular Stokes-polarimetry as new technique for metrology and inspection of polarized speckle fields[C]. SPIE, 2004, 5458: 79-85.
- 3 Angelsky O V, Ushenko A G, Ushenko Ye G. Polarization singularities of the object field of skin surface[J]. J Phys D: Appl Phys, 2006, 39(16): 3547-3558.
- 4 Hajnal J V. Observation of singularities in the electric and magnetic fields of freely propagating microwaves[J]. Proc R Soc Lond A, 1990, 430(1879): 413-421.
- 5 Berry M V. The electric and magnetic polarization singularities of paraxial waves[J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2004, 6(5): 475-481.
- 6 Luo Y M, Gao Z H, Tang B H, *et al.*. Electric and magnetic polarization singularities of first-order Laguerre-Gaussian beams diffracted at a half-plane screen[J]. J Opt Soc Am A, 2013, 30(8): 1646-1653.
- 7 Ke Xizheng, Han Meimiao, Wang Mingjun. Spreading and wander of partially coherent beam propagating along a horizontal-path in the atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1106003.
柯熙政, 韩美苗, 王明军. 部分相干光在大气湍流中水平传输路径上的展宽与漂移[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1106003.
- 8 Gbur G, Wolf E. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(8): 1592-1598.
- 9 Gase R. The multimode laser radiation as a Gaussian Schell model beam[J]. J Mod Opt, 1991, 38(6): 1107-1115.
- 10 Meng Xiangyu, Guo Chunlei, Wang Yong, *et al.*. Research on partially coherent light propagation in synchrotron beamlines[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(7): 0734001.
孟祥雨, 郭春磊, 王 勇, 等. 同步辐射光束线中部分相干光的传播研究[J]. 光学学报, 2013, 33(7): 0734001.
- 11 Wolf E. Theory of Coherence and Polarization of Light[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2007: 154-158.
- 12 Yan H W, Lü B D. Spectral Stokes singularities of stochastic electromagnetic beams[J]. Opt Lett, 2009, 34(13): 1933-1935.
- 13 Luo Y M, Lü B D. Spectral Stokes singularities of partially coherent radially polarized beams focused by a high numerical aperture objective[J]. J Opt, 2010, 12(11): 115703.
- 14 Freund I, Shvartsman N. Wave-field phase singularities: The sign principle[J]. Phys Rev A, 1994, 50(6): 5164-5172.
- 15 Schoonover R W, Visser T D. Polarization singularities of focused, radially polarized fields[J]. Opt Express, 2006, 14(12): 5733-5745.
- 16 Freund I, Mokhun A I, Soskin M S, *et al.*. Stokes singularity relations[J]. Opt Lett, 2002, 27(7): 545-547.

栏目编辑: 史 敏